AKA
0425

242.8

Library of the Museum

OF

COMPARATIVE ZOÖLOGY,

AT HARVARD COLLEGE, CAMBRIDGE, MASS.

Founded by private subscription, in 1861.

DR. L. DE KONINCK'S LIBRARY.

No. 132.

SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

ZWÖLFTER BAND.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI W. BRAUMÜLLER, BUCHHÄNDLER DES K. K. HOFES UND DER K. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1854.

SITZUNGSBERICHTE

DER

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

ZWÖLFTER BAND.

JAHRGANG 1854. HEFT I — V.

(Mit 57 Tafeln.)

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI W. BRAUMÜLLER, BUCHHÄNDLER DES K. K. HOFES UND DER K. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1854.

INHALT.

Seite

Sitzung vom 5. Jänner 1854.

Haidinger, Beitrag zur Erklärung der Farben der Polarisationsbüschel durch Beugung 3

— Tabelle der Eisbedeckung der Donau bei Galacz in den Jahren 1836 bis 1853 9

Hornstein, Bestimmung der Bahn des ersten Kometen vom Jahre 1853 aus sämmtlichen Beobachtungen 11

Kenngott, Mineralogische Notizen. (Neunte Folge.) 22

Littrow, Bahnnähen zwischen den periodischen Gestirnen des Sonnensystemes 44

Hyrtl, Kurze, vorläufige Notiz über einen für das hiesige zootomische Museum erworbenen *Chlamydophorus truncatus* 77

Pohl, Physikalisch-chemische Notizen. (Zweite Folge.) 80

Sitzung vom 19. Jänner 1854.

Bericht des w. M., Herrn P. Partsch, über die von dem k. Schulrathe Becker herausgegebene Handkarte von Nieder-Österreich 111

Oeltzen, Vergleichungen zwischen den Zonenbeobachtungen von Bessel und Argelander 113

Pokorny, Über die Verbreitung der Laubmoose von Unter-Österreich . 124

Ettingshausen, C. v., Über die Nervation der Blätter und blattartigen Organe bei den Euphorbiaceen, mit besonderer Rücksicht auf die vorweltlichen Formen. (Mit 8 Tafeln.) 138

Verzeichniss der eingegangenen Druckschriften 155

Tabellarische Übersicht der Witterung in Österreich im December 1853. (Mit 1 Tafel.)

Sitzung vom 3. Februar 1854.

Kenngott, Mineralogische Notizen. (Zehnte Folge.) 161

Hyrtl, Über den Zusammenhang der Geschlechts- und Harnwerkzeuge bei den Ganoiden 179

Ettingshausen, C. v., Nachtrag zur eocenen Flora des Monte Promina in Dalmatien 180

Sitzung vom 9. Februar 1854.

Haidinger, Über den Felsőbányt, eine neue Mineralspecies 183

Rochleder und *Schwarz*, Über die Einwirkung doppeltschwefeligsaurer Alkalien auf organische Substanzen 190

Seite

Natterer, Gasverdichtungs-Versuche 199
Engel, Beiträge zur Entwickelung des Gehirns. (Mit 2 Tafeln.) . . . 209
Grailich, Bewegung des Lichtes in optisch-einaxigen Zwillingskrystallen. (Mit 1 Tafel.) 230
Pekárek, Über elektrische Lampen. (Mit 2 Tafeln.) 263

Sitzung vom 16. Februar 1854.

Fenzl, Über *Cyperus Jacquinii Schrad., prolixus Kunth.* und *Comestemum montevidense N. ab Es.* Ein Beitrag zur näheren Kenntniss des relativen Werthes der Differential-Charaktere der Arten der Gattung Cyperus 274
Verzeichniss der eingegangenen Druckschriften 276
Tabellarische Übersicht der Witterung in Österreich im Jänner 1854. (Mit 2 Tafeln.)

Sitzung vom 9. März 1854.

Becker, Abbildungen essbarer und giftiger Pilze 281
Schönemann, Theorie und Beschreibung einer neuen Brückenwage . —
Kenngott, Mineralogische Notizen. (Eilfte Folge.) . . . . . —
Hornstein, Bestimmung der Bahn des ersten Kometen vom Jahre 1847, nebst Bemerkungen über den Übergang von der Parabel zur Ellipse oder Hyperbel 303
— Bestimmung der Bahn des ersten Kometen vom Jahre 1853 . . 320
Czermak, Physiologische Studien. Erste Abtheilung. Beiträge zur Physiologie des Gesichtssinnes. (Mit 3 Tafeln.) 322
Unger, Beiträge zur Physiologie der Pflanzen 367
Hyrtl, Beitrag zur Anatomie von *Herotis Ehrenbergii* 396

Sitzung vom 16. März 1854.

Haidinger, Über Senarmont's gefärbte Krystalle 400
— Über den Pleochroismus und die Krystallstructur des Amethystes 401
Boué, Über die Dolomite, die talkhaltigen Kalksteine, die Trümmerkalke oder Dolomite, die Ruinen-Marmore, so wie die Sandsteine mit Spaltennetzen oder von breccienartiger Zusammensetzung . . 422
Heckel, Über den Bau und die Eintheilung der Pycnodonten, nebst kurzer Beschreibung einiger neuen Arten derselben 433

Sitzung vom 23. März 1854.

Ettingshausen, A. v., Bericht über das von J. Anathon zur Beurtheilung eingereichte Manuscript: „Die natürlichen Gesetze der Musik", mit dem Motto: Wahre Musik ist Jedem verständlich 464
Haidinger, Der Partschin von Oláhpian 480
Kenngott, Mineralogische Notizen. (Zwölfte Folge.) 485
Müller, Allgemeine Ableitung der krystallometrischen Grundgleichungen 515
Boué, Versuch einer naturgemässen Erklärung der ehemaligen Temperatur-Verhältnisse auf dem Erdballe, insbesondere während der älteren Steinkohlen-Periode, so wie auch der Möglichkeit der Entstehung der Steinkohle in den Polar-Gegenden 527
Grailich, Note in Betreff der Grundgestalt der Glimmer 536
Verzeichniss der eingegangenen Druckschriften 540
Tabellarische Übersicht der Witterung in Österreich im Februar 1854. (Mit 2 Tafeln.) — Übersicht der Witterung in Österreich im Jahre 1853. — Nachtrag zu den monatlichen Übersichten 1853.

Seite

Sitzung vom 6. April 1854.

Preisaufgabe der kais. Leopoldin.-Carolinischen Akademie der Naturforscher für das Jahr 1854/55 543

Haidinger, Note über gewundene Bergkrystalle 545

Rochleder, Über die Bildung der Kohlehydrate in den Pflanzen . . . 549

Reuss, Pyroretin, ein fossiles Harz der böhmischen Braunkohlenformation 551

Staněk, Fossiles Harz von Salesel bei Aussig 554

Engel, Bemerkungen über die Entwickelung der Schädel- und Gesichtsknochen, der äusseren Theile des Gesichtes, dann der Zunge, des Kehlkopfes und der Luftröhre. (Mit 3 Tafeln.) 558

Staněk, Beiträge zur Kenntniss des Ricinus-Öles 588

Unger, Zur Flora des Cypridinenschiefers 595

Ettingshausen, C. v., Über die Nervation der Blätter der Papilionaceen. (Mit 22 Tafeln.) 600

Alth, Beiträge zur Frage: Über den Isomorphismus homologer Verbindungen 664

Sitzung vom 20. April 1854.

Haidinger, Mittheilung aus einem Schreiben des Hrn. Prof. Stokes über das optische Schachbrettmuster 670

— Dauer des Eindruckes der Polarisationsbüschel auf die Netzhaut 678

— Berichtigung einer früheren Angabe 680

Diesing, Beschreibung eines neuen Kratzers aus dem Lootsenfische *(Naucrates ductor).* (Mit 1 Tafel.) 681

Brücke, Über einen eigenthümlichen Inhalt der Darmblutgefässe . . . 682

Langer, Das Gefäss-System der Teichmuschel 684

Sitzung vom 27. April 1854.

Haidinger, Die Richtung der Schwingungen des Lichtäthers im polarisirten Lichte. Mittheilung aus einem Schreiben des Hrn. Prof. Stokes, nebst Bemerkungen 685

Kenngott, Mineralogische Notizen. (Dreizehnte Folge.) 701

Verzeichniss der eingegangenen Druckschriften 723

Tabellarische Übersicht der Witterung in Österreich im März 1854. (Mit 2 Tafeln.)

Sitzung vom 11. Mai 1854.

Rochleder, Über die Constitution der organischen Verbindungen. II. Abtheilung 727

Haidinger, Einige neue Ansichten über die Natur der Polarisationsbüschel 758

Hofstädter, Untersuchung des Fettes des Kopfes des Pottwalls *(Physeter macrocephalus,* Shaw.) 765

Lieben, Über die Ursache des plötzlichen Erstarrens übersättigter Salzlösungen unter gewissen Umständen 771

Grailich, Beitrag zur Theorie der gemischten Farben (Mit 2 Tafeln) . 783

Sitzung vom 18. Mai 1854.

Kreil, Resultate aus den magnetischen Beobachtungen zu Prag . . . 847

Hauer, Beiträge zur Kenntniss der Heterophyllen der österreichischen Alpen. (Mit 4 Tafeln.) 861

Oeltzen, Ergänzungen zur *Histoire céleste française* und einigen anderen Sternkatalogen 911

Seite

Lichtenfels, Über die Theorie der linearen algebraischen Gleichungen 935

Spitzer, Über die Kriterien des Grössten und Kleinsten bei den Problemen der Variationsrechnung 1014

Sitzung am 23 Mai 1854.

Santini, Osservazioni della II. Cometa dell' Anno 1854, apparsa verso la fine di Marzo, visibile ad occhio nudo, fatte nell' I. R. Osservatorio di Padova 1071

Haidinger, Pleochroismus einiger Augite und Amphibole 1074

— Form und Farbe des Weltzienits 1085

Lieben, Zusatz zu dem Aufsatze: Über die Ursache des plötzlichen Erstarrens übersättigter Salzlösungen unter gewissen Umständen 1087

Gesammt-Sitzung vom 26. Mai 1854.

Preis-Aufgaben der kaiserlichen Akademie 1090

Verzeichniss der eingegangenen Druckschriften 1094

Tabellarische Übersicht der Witterung in Österreich im April 1854. (Mit 2 Tafeln.)

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

XII. BAND.

I. HEFT. — JÄNNER.

JAHRGANG 1854.

SITZUNG VOM 5. JÄNNER 1854.

Eingesendete Abhandlungen.

Beitrag zur Erklärung der Farben der Polarisationsbüschel durch Beugung.

Von dem w. M. **W. Haidinger.**

Eine Besprechung mit meinem hochverehrten Freunde, Herrn Regierungsrathe v. Ettingshausen, über die Natur der Polarisationsbüschel und die wahrscheinlichste Erklärung derselben, veranlasste mich ein paar Erscheinungen wieder näher in das Auge zu fassen, in Bezug auf das Gewicht, welches sie der einen oder der andern Erklärungsart verschaffen könnten, das Auslöschen eines linear-polarisirten Lichtstrahls beim Durchgange durch eine das Licht in senkrechter Richtung auf die vorige polarisirende Platte, und das Drehen des Büschels durch eine in zwei senkrecht auf einander stehenden Richtungen polarisirende Platte.

1. Auslöschen des Lichtstrahles.

Bekanntlich polarisirt Reflexion nur theilweise, mehr oder weniger vollständig, je nach dem Winkel der Zurückstrahlung und auch nach der Natur des reflectirenden Körpers. Durch Refraction in doppeltbrechenden Krystallen wird das Licht in den beiden Strahlen absolut in zwei senkrecht gegen einander stehenden Richtungen polarisirt. Die beiden Strahlen können bekanntlich bei starker Doppelbrechung, schon indem man sich dicker Platten bedient, wie am Doppelspathe, von einander getrennt, einzeln für sich untersucht werden. Turmalin, Andalusit, Herapathit, oxalsaures Platinoxydul, Knopit (Kalium-Platin-Cyanür-Cyanid) lassen schon in dünnen Platten nur einen der linear-polarisirten Strahlen durch, und absorbiren den andern.

Man betrachte ein aus irgend einer Quelle linear in der Richtung ab, Fig. 1, vollständig polarisirtes Lichtfeld ***ABCD***, zum Beispiel im durchfallenden Lichte einen der Quere nach gelegten Turmalinkrystall, so dass ***PQ*** dessen Axe ist, oder ein Nicol'sches Prisma, dessen längere Diagonale die Richtung ***NO*** hat. In beiden Fällen erscheint der gelbe Büschel in verticaler Stellung, von der Seherichtung, wo immer man hinblickt, aufwärts nach ***MN*** und abwärts nach ***MO*** gerichtet. Der Mittelpunkt ***M*** ist der hellste, jeder folgende dunkler in den Richtungen ***MN*** und ***MO***, er ist der dunkelste, jeder folgende heller in den Richtungen ***MO*** und ***MQ***. Übereinstimmend mit der Beobachtung an Kanten, welche Flächen von verschiedener Beleuchtungs-Intensität begrenzen, entstehen jenseits der Entfernung des deutlichsten Sehens, von Hell gegen Dunkel fortschreitend, die gelben Beugungsfarbensäume, vom Dunkel gegen Hell fortschreitend, die blauen oder violetten Farbensäume. Ich glaube diese Übereinstimmung der Farbentöne in einer Mittheilung über das Interferenz-Schachbrettmuster [1]) genau nachgewiesen zu haben, so wie in einer späteren Mittheilung [2]) auch die Thatsache, dass die Farbe des gelben Büschels wirklich aus der von Gelb durch Roth vorschreitenden Hälfte des Spectrums, also unzweifelhaft aus den Tönen der gelben Beugungsränder besteht, weil im homogenen blauen, linear-polarisirten Lichte der Büschel nicht gelb, sondern schwarz ist.

Fig. 1.

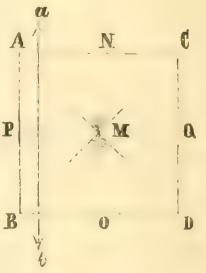
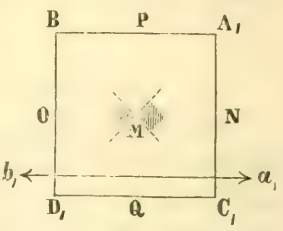


Fig. 2.



Man betrachte nun das Lichtfeld Fig. 1 durch eine ganz genaue parallel gestellte gleichartige Platte, so dass der Büschel der neuen Platte in der Lage vollkommen mit demjenigen des Lichtfeldes übereinstimmt. Man wird wieder einen gleich gestellten Büschel sehen, höchstens bei Anwendung eines überhaupt stark lichtabsorbirenden Krystalles, die ganze Erscheinung etwas dunkler.

[1]) Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften. Mathem.-naturw. Classe. October 1851.

[2]) Die Löwe'schen Ringe u. s. w. Sitzungsberichte u. s. w. Juli 1852. Bd. IX, S. 240.

Man drehe aber nun die Platte, die Scherichtung als Axe betrachtet, um 90° herum, wodurch sie also die Stellung Fig. 2 erhält. Dann fällt, gerade vom Mittelpunkte beginnend, die Folge der gelben Säume der zweiten Platte oder der Büschel auf die Folge der blauen Säume, oder der begleitenden Räume des Lichtfeldes; in diesen ist aber kein Gelb enthalten, also kann nichts übrig bleiben als Schwarz, während umgekehrt die Folge der blauen Säume auf die Folge der gelben fällt, die ebenfalls kein Blau enthalten, also auch nur den noch übrigen Farbenrest auslöschen und Schwarz zurücklassen kann.

Die ganz gleiche Erscheinung findet Statt, wo immer in dem Lichtfelde man durch die Platte hinblickt, es wird also alles Licht durch die Zerlegung der Farben an den Beugungssäumen bei gekreuzten Polarisationen zerlegt.

Bei paralleler Stellung der Platten ist also das Maximum des Lichtdurchganges, bei gekreuzten Platten das Minimum, oder auch absolutes Null. Zwischenstellungen geben in Folge von partiellen Neutralisirungen auch die Abstufungen der Lichtmenge, wobei aber doch der Büschel, so lange er nur immer sichtbar ist, in der analysirenden Platte die unveränderte Stellung beibehalten muss. Auf seine Richtung NO und Normale PQ müssen die Cosinusse und Sinusse des Winkels bezogen werden, welche er mit dem Büschel des Lichtfeldes einschliesst.

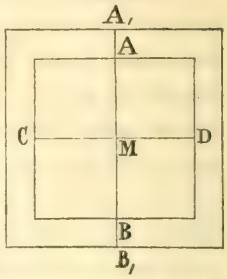
Der vorstehende Gang von Betrachtungen scheint mir sehr vortheilhaft, um als Entwickelung der Natur des polarisirten Lichtes zu dienen. Zuerst die Beobachtung der Büschel selbst im polarisirten Lichte. Dann die Vergleichung der Farben mit den Farben der Brechungssäume. Hierauf die Neutralisirung der Töne und das Auslöschen der Farben durch gekreuzte Büschel, als Beweis des Gegensatzes und der Ergänzung.

2. Drehen des Polarisationsbüschels.

Man lege auf eine das Licht vertical polarisirende Platte eine völlig durchsichtige Krystallplatte, in einer Richtung geschnitten, polirt, oder durch Theilung erhalten, welche das Licht in zwei senkrecht auf einander stehende Richtungen polarisirt, und zwar in einer solchen Lage, dass eine der Polarisationsrichtungen mit der senkrechten Polarisation der ersten Platte übereinstimmt. Eine Quarzplatte der Axe parallel geschnitten, ein Glimmerblatt zeigt alle

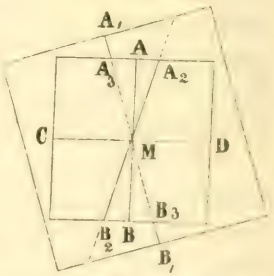
Erscheinungen. Die Fig. 3 stellt die beiden Platten vor; AB und CD sind die beiden Polarisationsrichtungen der Platte AB, $A_1 B_1$ ist die Polarisationsrichtung der linear in senkrechter Richtung polarisirten Lichtquelle.

Fig. 3.



Der Zustand, in dem sich die Platte AB befindet, kann als der doppelte des Zustandes der Platte Fig. 1, mit linearer Polarisation betrachtet werden. Während für letzteres die Erscheinungen der gelben Büschel und blauen Räume getrennt sind, sind sie hier vereint. Legt man zwei linear-polarisirte Platten kreuzweise, so decken sich die complementären Töne, einer über dem andern und bringen Schwarz, Abgang des Lichtes hervor. In der dipolarisirten Krystallplatte geschieht die Ergänzung der complementären Töne dergestalt, dass sie an jedem Orte auch neben einander stehen, und daher beide senkrecht auf einander stehenden Lichtstrahlenbündel hindurchlassen, also Weiss hervorbringen.

Fig. 4.



Um die Wirkung gegenseitiger Veränderung der Lage durch Drehungen um die Seheaxe zu untersuchen, welche durch den Punkt M der Fig. 4 hindurchgeht, denke man sich die Krystallplatte mit doppelter Polarisation unbeweglich, und drehe die linear-polarisirte Lichtquelle. Man hatte vorher sehr deutlich den Büschel entsprechend der festen Polarisation dieser Quelle in der Richtung AB wahrgenommen. Man drehe die Lichtquelle oben nach links, von A gegen A_1 um einen beliebigen Winkel AMA_1. Der gelbe Büschel bleibt sichtbar wie vorher, allein anstatt nach links, weicht er um die nämliche Winkelgrösse $AMA_1 = AMA_2$, entgegengesetzt nach rechts von A nach A_2 ab. Ist der Winkel $AMA_1 = 45°$, so steht der dem Auge erscheinende Büschel senkrecht auf dem wirklichen; ist $AMA_1 = 90°$, so liegt der Büschel horizontal in der Richtung von CD. Die hier beschriebenen Erscheinungen sind genau von der Art als ob AB die Projection eines Spiegels, $A_3 M$ der Gegenstand zur Linken desselben, $A_2 M$ das Spiegelbild desselben zur Rechten wäre. Gleichzeitig mit der Spiegelfläche AM wirkt die senkrecht

auf derselben stehende CM. Während durch die Wirkung von AM A_3 auf A_2 gelegt wird, bringt CM den Punkt A_3 auf B_2, also in eine gerade Linie, in die Fortsetzung von $A_2 M$ nach B_2. Die Erscheinungen sind so charakteristisch und doch auch nicht schwierig aufzufinden, dass ich sie bereits in meinen ersten Mittheilungen über die Polarisationsbüschel beschrieb [1]).

Man kann sie auch so darstellen, dass man die linear-polarisirte Lichtquelle unbeweglich lässt, und die dipolarisirte Krystallplatte dreht. Für jede Winkeldrehung derselben, weicht der Büschel mit doppelter Winkelgeschwindigkeit ab. Es ist eigentlich ganz das Nämliche, aber es erscheint vortheilhafter, bei einer Vergleichung mit einem Spiegel, die Krystallplatte fest anzunehmen, da man doch auch die Spiegel an den Wänden fest zu sehen gewohnt ist. Die Krystallplatte wirkt hier übrigens rein wie ein optischer Apparat. Sie zeigt selbst keine Büschel, wenn man gegen gleichfarbiges nicht polarisirtes Licht hinsieht. Ich kann wohl billig an dem gegenwärtigen Orte von andern weniger auffallenden Erscheinungen abstrahiren, von welchen man analog den Löwe'schen Ringen oder den hellen Andreaskreuzlinien zuweilen Eindrücke fühlen dürfte, Büschel aber sieht man nicht. Die Intensität des durchgehenden Lichtes ist in allen Azimuthen vollkommen gleich, denn was an Lichtstärke durch die Winkelbewegung in Bezug auf eine der Polarisationsrichtungen verloren gegangen ist, wird eben durch dieselbe für die senkrecht auf der vorhergehenden stehende wieder ergänzt. Also betrachtet man eigentlich doch immer nur den durch die erste lineare Polarisirung entstandenen Büschel, wie in dem ersten der zwei hier erwähnten Fälle unmittelbar in der Lichtquelle, aber durch einen Apparat, der ihm unter den angegebenen Fällen eine Drehung nach rechts oder links zu geben vermag, die sich auf die Gesichtslinie wie auf eine Schraubenaxe bezieht. Diese Drehung wird wohl auch durch nichts Anderes hervorgebracht, als durch die Spiegelung an den Schichtungsflächen der Krystall-Atome mit den Lichtätherlagen, in welchen die Fortpflanzung der Schwingungen stattfindet.

Noch einen Schritt weiter, und die Lichtätherschwingungen zur Hervorbringung eines Bildes überhaupt, würden sich als innere Reflexionen in den nach allen Richtungen in Spiegelflächen geord-

---

[1]) Poggendorff's Annalen. Bd. 64, S. 29 und Bd. 68, S. 305.

neten Lichtäthertheilchen darstellen, deren Durchschnittslinie die Seheaxe ist.

In den oben angeführten Mittheilungen in Poggendorff's Annalen [1]), erwähnte ich auch der Spiegelprismen, dreiseitiger Glasprismen, durch welche hindurch parallel einer der Flächen hinblickend, zunächst derselben und durch totale Reflexion entstanden, man ein Spiegelbild des Gegenstandes erhält, welchen man durch das Prisma betrachtet, und parallelisirte die Erscheinung des beim Umdrehen um die Seheaxe erfolgenden Drehens der Spiegelbilder mit dem Drehen der Büschel durch kreuzweise polarisirte Krystallplatten. Dies ist allerdings richtig, die Spiegelprismen drehen die Bilder, wie die kreuzweise polarisirten Krystallplatten die Büschel, aber sie wirken ganz anders auf die Büschel selbst. Während sich bei festgestellten Spiegelprismen das Bild des um einen gewissen Winkel α nach einer Richtung, z. B. nach links, gedrehten Gegenstandes um denselben Winkel α nach rechts bewegt, bewegt sich der Büschel um den ganzen gleichen Winkel α aber nach links, so dass die Lage desselben, verglichen mit dem ursprünglichen Gegenstande unverändert erscheint, während er verglichen mit dem Gegenstande eine doppelte Winkelbewegung gemacht hat, von welcher aber die eine Hälfte der andern entgegengesetzt ist, und sie also aufhebt.

Durch die totale Reflexion an der Längsfläche des Spiegelprismas erhält nämlich, ähnlich einigermassen dem Vorgange bei dem Fresnel'schen Prisma, die Erscheinung die Lage des Spiegelbildes von derjenigen, in welcher der Körper durch die Spiegelung selbst erscheint.

Mit dem Büschel übereinstimmend, bleibt die Polarisationsrichtung unverändert. Es ist in der That überraschend, zu sehen, wie das Bild eines Turmalinkrystalles durch Drehung links hinter einem Spiegelprisma, rechts herumgeführt werden kann, während sich die Polarisationsrichtung unverändert der ersten Quelle entsprechend erhält, und daher in allen möglichen Richtungen von dem Bilde des Krystalles abweichend festgehalten werden kann.

Bei einfachen Spiegelprismen ist jede Drehung derselben, oder des Gegenstandes, mit einer Winkelbewegung des letztern verbunden. Combinirt man zwei derselben, so wird durch die doppelte

[1]) Bd. 63, S. 29 und Bd. 68, S. 305.

Spiegelung auch das Bild selbst wieder unbeweglich, man mag die beiden Spiegelprismen mit einander wie immer herumdrehen, aber das Bild besitzt selbst jede beliebige feste Lage in Beziehung auf den ursprünglichen Gegenstand.

Alle diese mannigfaltigen Lagen berühren eigentlich, wie man sieht, die Natur der Büschel nicht. Aber man muss überall das Ergebniss der Spiegelung von der Wirkung der ersten Polarisation getrennt betrachten, obwohl sie die Eindrücke gemeinschaftlich hervorbringen. Gewiss wird durch das Auslöschen des in einer Richtung linear-polarisirten Lichtstrahls vermittelst einer senkrecht auf dieselbe polarisirte Platte durch Übereinanderlagerung der gelben und blauen Beugungssäume, die Ansicht, dass die Beugungssäume es sind, welche die Farben der Büschel hervorbringen, auf das Kräftigste unterstützt.

Tabelle der Eisbedeckung der Donau bei Galacz in den Jahren 1836 bis 1853.

Mitgetheilt von dem w. M. **W. Haidinger.**

Winter	Donau, zugefroren am	Eisdecke, abgegangen am	Dauer der Eisdecke. Tage
1836—1837	7. Februar	28. Februar	21
1837—1838	29. December	3. März	36
1838—1839	24. December	13. März	79
1839—1840	12. Jänner	2. Februar	21
1840—1841	17. December	21. März	94
1841—1842	26. Jänner	9. März	42
1842—1843	Den ganzen Winter offen.		
1843—1844	12. Jänner	27. Februar	46
1844—1845	28. December	22. Jänner	26
1845—1846	Den ganzen Winter offen.		
1846—1847			
1847—1848	im Jänner	im März	
1848—1849	1. Jänner	22. Februar	53
1849—1850	5. Jänner	4. März	48
1850—1851	3. Februar	22. Februar	19
1851—1852	Den ganzen Winter offen.		
1852—1853			

Die Donau blieb in Galacz in 17 Jahren 5mal offen.

Der kürzeste Eisstoss stand 19 Tage 1850—51.

Der längste Eisstoss stand 94 Tage 1840—41.

Mittlere Dauer 44 Tage.

Die Donaumündungen frieren niemals zu.

Die vorstehende Tabelle verdanke ich meinem hochverehrten Freunde, Hrn. Professor P. J. Arenstein, dem sie selbst vor sehr wenigen Tagen auf seine Anfrage von dem k. k. Consulate in Galacz zugesandt wurde. Ursprünglich war die Bestimmung derselben Sendung nach Paris als Auskunft auf eine Frage des unternehmenden Forschers in Klein-Asien, Herrn Peter v. Tchihatchef, deren er zur Beurtheilung des physikalischen Zustandes des Schwarzen Meeres bedarf. Sie erscheint mir aber viel zu wichtig, mit Beziehung auf den Herzstrom des Kaiserreiches, und eine Reihe von Erscheinungen an demselben, die unsere höchste Sorgfalt in Anspruch zu nehmen wohl geeignet sind, als dass ich unterlassen sollte, sie auch der hochverehrten mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften vorzulegen. Nach einer Anzahl in den letzten Jahren vorübergegangener milder Winter, wächst die Wahrscheinlichkeit strenger Winter, und mit ihnen die Möglichkeit von Scenen der Zerstörung durch die Aufstauung von Wasser vor dem Abgehen des Eisstosses, und den Bruch desselben, die von Wien und Pesth in den Jahren 1830 und 1838, wohl noch im Gedächtnisse vieler Bewohner dieser Städte in trauriger Lebhaftigkeit bewahrt werden dürften. Seit mehreren Jahren war es mein Wunsch gewesen, namentlich der praktischen Seite dieses Gegenstandes mehr Aufmerksamkeit als bis dahin zu erregen. Ich hatte, noch ehe die Sitzungen der kaiserlichen Akademie begannen, in einer Versammlung von Freunden der Naturwissenschaften am 19. März 1847 die Frage erörtert, und namentlich darauf hingewiesen, dass man mit leichter Mühe und geringen Kosten wenigstens die grösseren Städte vor vielen Gefahren bewahren könne, wenn man die Eisdecke des Flusses unterhalb derselben in Zeiten zerstörte.

Hr. Prof. Arenstein hat später in Pesth durch drei Jahre treffliche Beobachtungen angestellt, die sich in den Sitzungsberichten der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften verzeichnet finden, und dann ihrer Zeit als Separatabdrücke zur Anregung von Theilnahme zahlreich von derselben vertheilt wurden. Heute ist in Wien für diese Abtheilung von Beobachtungen auf das Trefflichste durch die k. k. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus unter der Leitung unseres hochverehrten Collegen Herrn Directors Kreil

gesorgt. Möchte er uns auch im Laufe des Winters und besonders später nahe der Periode des Aufbruches gleichzeitige Bilder des Zustandes unserer Donau dem Strome entlang, in Bezug auf ihre Eisdecke und das Fallen und Steigen der Gewässer zu geben im Stande sein. Kennt man nur erst genau die Lage, so sind auch die Mittel an der Hand, um gegen manche Nachtheile Vorkehrungen zu treffen, bevor es zu spät ist.

Bestimmung der Bahn des ersten Kometen vom Jahre 1853 aus sämmtlichen Beobachtungen.

Von **Karl Hornstein**,
Adjunct der k. k. Sternwarte in Wien.

(Vorgelegt durch das w. M., Herrn Director v. Littrow.)

Der Komet, dessen Bahn in den folgenden Blättern bestimmt wird, wurde anfangs März 1853 fast gleichzeitig auf vier Sternwarten aufgefunden, nämlich: am 6. März von Secchi auf der Sternwarte des *Collegio Romano* zu Rom; am 8. März von Schweizer in Moskau und von Tuttle in Cambridge (Massachusetts), und am 10. März von Hartwig in Leipzig. Jeder dieser vier Beobachter ist im Grunde als Entdecker des Kometen anzusehen, wiewohl man Secchi die Ehre zuerkennen muss, den neuen Ankömmling am Himmel vor allen Andern zuerst wahrgenommen zu haben.

Am 6. März stand der Komet im Sternbilde des Hasen, und bewegte sich von diesem durch den Orion in nordwestlicher, später (Ende März und im April) in fast genau nördlicher Richtung, bis er in der zweiten Hälfte des April theils in Folge der raschen Abnahme seiner Helligkeit, theils durch seinen frühen Untergang noch während der Abenddämmerung, selbst mit den stärksten Fernröhren nicht mehr beobachtet werden konnte. Am 28. April wurde er auf der Sternwarte zu Leiden noch gesehen, aber eine Messung und Bestimmung seiner Position konnte nicht mehr vorgenommen werden.

Die Zahl der Beobachtungen dieses Kometen, welche in den Astronomischen Nachrichten und in Gould's *Astronomical Journal* mitgetheilt sind, beträgt im Ganzen 93, und sie fallen in die Periode vom 6. März bis 11. April, wo in Rom die letzte Position erhalten wurde. Von diesen Beobachtungen habe ich nur die folgenden fünf unbenützt lassen müssen: Washington, 15. März; Bonn, 18. März und 2. April, bei welchen die Orte der Vergleichsterne fehlen; Pals-

gaard, 30. März, wo mir die geographische Position des Beobachtungsortes nicht zur Hand war, und Leiden, 1. April, die mit den übrigen Beobachtungen nicht in Übereinstimmung zu bringen ist. Aus einem ersten genäherten Entwurfe der Bahn erkannte D'Arrest, dass der Komet während des ganzen Februar am südlichen Himmel eine ziemlich glänzende Erscheinung dargeboten haben muss. Er war dort ohne Zweifel mehrere Wochen hindurch mit freiem Auge sichtbar; es scheint aber nicht, dass er auf einer der Sternwarten der südlichen Hemisphäre beobachtet wurde.

Über die physische Beschaffenheit des Kometen lässt sich nur sehr wenig sagen. Am 6. März war der Durchmesser des Nebels nach Secchi 5 Minuten, der Kern schien sehr ausgebreitet und etwa 3 Minuten im Durchmesser. Secchi glaubte zuweilen selbst mehrere helle Punkte im dichtesten Theile des Nebels gesehen zu haben. Schmidt, Schönfeld und Thormann haben dieselbe Erscheinung auf der Bonner Sternwarte beobachtet. In den ersten Tagen nach der Entdeckung war sie so auffallend, dass die hellen Punkte gesehen wurden, wenn der Komet mitten im Gesichtsfelde des Fernrohres stand; vom 27. März an konnte man sie nur beim Ein- und Austritte des Kometen an ihrem Aufblitzen erkennen. Diese Erscheinung, die in den letzten Jahren an so vielen Kometen bemerkt wurde, und die man schon von Cysatus, Hevel und andern älteren Beobachtern erwähnt findet, dürfte vielleicht bei den meisten, wo nicht allen Kometen, statthaben, und mit der eigentlichen Natur dieser Körper im innigsten Zusammenhange stehen, wiewohl sich hierüber noch nichts mit Bestimmtheit angeben lässt.

Genäherte Bahnbestimmungen haben wir von Bruhns in Berlin, D'Arrest in Leipzig, Marth in Königsberg, Hartwig in Leipzig und vom Conferenzrathe von Reedtz in Palsgaard. Ich führe hier das zweite von Bruhns berechnete System von parabolischen Elementen an, da ich es der folgenden Rechnung zu Grunde gelegt habe. Es wurde aus der Beobachtung zu Rom, am 7. März und den beiden Beobachtungen zu Berlin vom 13. und 19. März abgeleitet.

Zeit des Perihels: 1853, Februar 24·05052 mittlere Berliner Zeit.
Länge des Perihels . . . . . 153° 43′ 56″9 } mittleres Äquin.
Länge des aufsteigenden Knotens . 69 26 30·7 } 1853·0.
Neigung . . . . . 20 12 55·0.
Logar. der Periheldistanz: 0·0381740.
Heliocentrische Bewegung: retrograd.

Diese Elemente habe ich vor Allem dazu benützt, eine Ephemeride für die ganze Dauer der Sichtbarkeit zu entwerfen, womit dann die sämmtlichen Beobachtungen verglichen wurden. Durch diese Vergleichung, wobei, wie sich wohl von selbst versteht, auf Aberration und Parallaxe gehörig Rücksicht genommen wurde, erhielt ich die folgende Übersicht der Abweichung der Ephemeride von den Beobachtungen. Die erste Columne enthält die Numer der Beobachtung, die zweite den Beobachtungsort, die dritte und vierte die Unterschiede $d\alpha$ und $d\delta$ der beobachteten und der aus der Ephemeride genommenen Rectascension und Declination des Kometen.

Nr.	1853.		Beob.—Rechnung.	
			$d\alpha$	$d\delta$
1	März 6.	Rom	−25′7	− 2′6
2	„ 6.	„	−33·4	+ 8·8
3	„ 7.	„	− 1·7	− 8·9
4	„ 8.	Cambridge (Massachusetts)	− 3·6	. . .
5	„ 8.	„ „	− 5·7	. . .
6	„ 10.	„ „	−12·0	−14·4
7	„ 10.	„ „	− 2·6	−13·5
8	„ 11.	Berlin	−13·1	−20·6
9	„ 12.	„	− 6·1	−22·1
10	„ 13.	„	− 7·9	− 5·6
11	„ 13.	Bonn	+ 5·5	− 4·2
12	„ 14.	Cambridge (Massachusetts)	− 2·8	−11·3
13	„ 14.	„ „	−11·6	−17·8
14	„ 14.	Washington	− 5·2	−11·4
15	„ 16.	Wien	+13·1	+ 2·8
16	„ 17.	Rom	+15·9	−14·2
17	„ 17.	„	−18·6	+20·2
18	„ 18.	Cambridge (Massachusetts)	−14·9	+27·2
19	„ 19.	Berlin	− 2·1	− 3·1
20	„ 19.	Bonn	−14·3	− 9·2
21	„ 19.	Königsberg	+32·1	− 1·3
22	„ 19.	Washington	− 2·4	+ 7·8
23	„ 19.	„	− 0·8	+12·4
24	„ 22.	Cambridge (Massachusetts)	− 5·6	+14·2
25	„ 22.	London (Bishop's Observatory)	− 1·5	+16·9
26	„ 23.	„ „ „	− 0·3	+ 1·7
27	„ 25.	„ „ „	− 8·9	+ 4·4
28	„ 26.	Königsberg	−10·0	+19·5
29	„ 26.	Kremsmünster	+ 4·7	+16·9
30	„ 26.	Leiden	−23·0	+ 3·7
31	„ 26.	„	−20·8	+22·3
32	„ 27.	Berlin	− 8·4	+14·4
33	„ 27.	Bilk	− 2·9	+17·6
34	„ 27.	Bonn	− 7·6	+12·0
35	„ 27.	Hamburg	− 2·6	+26·2
36	„ 28.	Berlin	− 8·4	+17·6

Nr.	1853.		Beob.—Rechnung.	
			$d\alpha$	$d\delta$
37	März 28.	Bilk	+ 0ˢ·2	+17″·7
38	„ 28.	Bonn	+ 5·2	+19·8
39	„ 28.	Hamburg	+ 7·8	+25·0
40	„ 28.	Königsberg	— 9·1	+15·2
41	„ 28.	Leiden	—13·6	+25·6
42	„ 29.	Berlin	— 2·6	+11·0
43	„ 29.	Bonn	— 7·1	+30·0
44	„ 29.	Cambridge (Massachusetts)	— 5·2	+28·6
45	„ 29.	Durham	— 1·2	+15·7
46	„ 29.	„	— 0·1	+20·9
47	„ 29.	Kremsmünster	+ 4·2	+23·8
48	„ 29.	„	+ 4·5	+20·1
49	„ 29.	Leiden	— 6·9	+25·7
50	„ 29.	Liverpool	— 5·3	+19·6
51	„ 29.	„	— 6·7	+17·8
52	„ 29.	Rom	—10·5	+56·2
53	„ 29.	Wien	+ 1·1	+31·3
54	„ 30.	Altona	— 6·8	+26·1
55	„ 30.	Berlin	— 2·3	+27·5
56	„ 30.	Bonn	— 3·5	+27·8
57	„ 30.	Breslau	+ 3·8	+38·8
58	„ 30.	Durham	— 8·2	+13·8
59	„ 30.	„	—18·3	+39·6
60	„ 30.	Hamburg	+ 6·1	+50·9
61	„ 30.	Leiden	—10·4	+26·7
62	„ 30.	„	—11·0	+25·4
63	„ 30.	Wien	— 6·4	+40·9
64	„ 31.	Bonn	— 4·1	+36·5
65	„ 31.	Hamburg	— 2·1	+26·5
66	„ 31.	Wien	— 3·1	+37·0
67	April 1.	Bonn	— 4·6	+33·9
68	„ 1.	Breslau	—12·2	+57·3
69	„ 1.	Kremsmünster	+11·3	+47·8
70	„ 1.	Wien	— 7·5	+34·7
71	„ 2.	Berlin	—11·3	+28·5
72	„ 2.	Durham	—15·7	+43·5
73	„ 2.	Liverpool	— 7·5	+23·5
74	„ 2.	Rom	—23·0	+41·4
75	„ 3.	Kremsmünster	—23·6	+24·6
76	„ 5.	Hamburg	+ 4·2	+35·0
77	„ 5.	Rom	— 7·1	+22·1
78	„ 6.	Durham	— 8·4	+35·5
79	„ 6.	„	— 3·2	+40·0
80	„ 6.	Wien	0·0	+39·8
81	„ 7.	Kremsmünster	+21·9	+43·8
82	„ 8.	Berlin	— 2·5	+37·2
83	„ 8.	Durham	— 5·9	+40·3
84	„ 9.	Berlin	—21·7	+43·4
85	„ 9.	Hamburg	—11·8	+52·7
86	„ 9.	Leiden	—11·7	+48·1
87	„ 10.	Rom	+ 6·1	+62·9
88	„ 11.	„	—15·9	. . .

Bemerkungen.

Nr. 1 und 2. Rom, 6. März. Beide Beobachtungen wurden nachträglich von Refraction befreit und bei Ableitung des Normal-Ortes in Eine zusammengezogen.

„ 4 und 5. Cambridge (Mass.), 8. März. Die Rectascension ist um 1^m zu klein, die südliche Declination um etwa $2'$ zu gross. Den ersten Fehler habe ich corrigirt; die Declinationen sind ausgeschlossen.

„ 15. Wien, 16. März. Die Rectascension weicht von den andern in der Nähe liegenden Beobachtungen etwas ab. Ich habe die Beobachtung nochmals durchgesehen, jedoch nichts an ihr ändern können. Sie ist auch unter günstigen Verhältnissen gemacht, wesshalb kein Grund vorhanden ist, sie auszuschliessen. Die grosse Ausdehnung des Kernes, besonders im März, wo der Komet der Erde noch sehr nahe war, dürfte wohl der Hauptgrund der geringeren Übereinstimmung sein, die sich überhaupt an den meisten Beobachtungen zu erkennen gibt.

„ 21. Königsberg, 19. März. Nur Eine Vergleichung am Heliometer.

„ 30 und 31. Leiden, 26. März. Bei der zweiten für diesen Tag angegebenen Beobachtung habe ich den Vergleichstern nach Bessel's Zonen angenommen, und Lalande ausgeschlossen. Oudemans nimmt die Abweichung von Lalande und Bessel für eine eigene Bewegung des Sternes, und gibt mit Rücksicht auf diese die Position des Kometen. Indessen dürfte der Umstand, dass auf diese Weise die letztere Position mit der anderen, an demselben Abende gemachten Beobachtung in Übereinstimmung gebracht wird, doch wohl nicht Grund genug sein, jene Voraussetzung über die eigene Bewegung des Sternes zu machen. Ich habe desshalb Bessel allein benützt; der Ort des Kometen stimmt gut mit den übrigen Beobachtungen. Beide Positionen für den 26. März wurden bei Ableitung der Normal-Orte in Eine vereinigt.

„ 42. Berlin, 29. März. Die Declination ist um $1'$ zu klein; ich habe sie in $+8°\ 51'\ 11{\cdot}8''$ umgesetzt.

Nr. 87 und 88. Rom, 10. und 11. April. Die Rectascensionen am 10. und 11. sind für die Normal-Orte in Eine zusammengezogen. Die Declination am 11. stimmt nicht.

Der Grad der Genauigkeit der einzelnen Beobachtungen ist nun wohl aus mehrfachen Gründen nicht bei allen derselbe. Der Komet wird um so genauer beobachtet werden können (abgesehen von der Anzahl der Vergleichungen, die an jedem Abende gemacht sind, von den atmosphärischen Zuständen, der Disposition des Beobachters, u. dgl.), je schärfer sein Kern begrenzt erscheint, und je geringer die Ausdehnung desselben ist oder je mehr er einem leuchtenden Punkte ähnlich wird. Aus diesem Grunde kann wohl in der ersten Zeit der Sichtbarkeit, wo der Komet als sehr ausgebreiteter Nebel erschien, keine besondere Schärfe erwartet werden. Gegen das Ende der Sichtbarkeit erschien allerdings der Kern zufolge der raschen Entfernung von der Erde immer kleiner, aber die damit zugleich eintretende Lichtabnahme musste nothwendig sehr ungünstig auf die Beobachtungen einwirken. Es ist also klar, dass die Präcision derselben und das ihnen beizulegende Gewicht als Function der Zeit zu betrachten ist, deren Form aus dem ganzen Complexe der Beobachtungen zu bestimmen wäre, und am besten und sichersten gefunden würde, wenn die Beobachtungen von möglichst vielen Orten über den ganzen Zeitraum der Sichtbarkeit ziemlich gleichmässig vertheilt wären. Andererseits werden vorzüglichere Instrumente, einfachere und zweckmässigere Methoden auch ihrerseits den Grad der Genauigkeit erhöhen, wesshalb jedem Beobachtungsorte gewissermassen seine specifische Präcision beizulegen wäre.

Indessen tritt bei einem Kometen von so unbestimmter Begrenzung noch ein anderes Moment in den Vordergrund, nämlich die Auffassung desjenigen Punktes, der vorzugsweise berechtigt ist, für den Schwerpunkt des ganzen Körpers, dessen Bewegung (des Schwerpunktes nämlich) um die Sonne durch die Elemente der Bahn bestimmt wird, zu gelten, und zu dessen genäherter Schätzung uns kein Mittel zu Gebote steht, als die Vergleichung der Helligkeit in der ganzen Ausdehnung des Kometenkernes. Und in dieser Hinsicht ist es jedenfalls von hoher Wichtigkeit, möglichst viele Beobachter, deren jeder vielleicht den Schwerpunkt in etwas anderer Weise auffasst, gleichmässig mitstimmen zu lassen. In der That sieht man, wie es auch

häufig bei anderen Himmelskörpern dieser Art der Fall war, aus dem vorstehenden Verzeichnisse, dass gewisse Beobachtungsorte constante Abweichungen zeigen. So gibt Leiden die Rectascension immer etwas kleiner, Wien die Declination etwas grösser, Liverpool dagegen kleiner, als die meisten andern Beobachter. Ich halte diesen Umstand für zu wichtig, um ihn bei Seite zu setzen, und gebe demnach allen Beobachtungen ein gleiches Gewicht. Ohnedies sind der minder genauen nur wenige, und es dürfte durch sie der Sicherheit der weiter abzuleitenden Resultate kaum erheblicher Eintrag geschehen.

Die angeführten Abweichungen der Ephemeride wurden nun in geeignete Gruppen abgetheilt und aus ihnen und den entsprechenden Zeiten die Mittel genommen. Ich habe mir dabei zuweilen erlaubt, Beobachtungen an demselben Tage in zwei an einander grenzenden Gruppen zu vertheilen, um das Mittel der Zeiten dem Anfange eines Tages möglichst nahe zu bringen. Auf diesem Wege fand ich aus den Beobachtungen:

			$d\alpha$	$d\delta$
Nr. 1 bis 10 . . .	I.	März 10·2	— 9ˢ·13	—11″·71
„ 11 „ 18 . . .	II.	„ 15·8	— 2·33	— 1·09
„ 19 „ 28 . . .	III.	„ 21·7	— 1·38	+ 6·33
„ 29 „ 42 . . .	IV.	„ 27·8	— 4·25	+16·56
„ 43 „ 60 . . .	V.	„ 29·8	— 3·47	+28·56
„ 61 „ 75 . . .	VI.	April 1·1	— 8·75	+35·21
„ 76 „ 88 . . .	VII.	„ 7·6	— 4·26	+41·73

Die $d\alpha$ können ohne weiters für den Anfang des 10., 16., 22., 28., 30. März, 1. und 7. April geltend angenommen werden, da der Gang derselben sehr unbedeutend ist. Die $d\delta$ dagegen ändern sich bedeutender; reducirt man sie auf den Anfang der ebengenannten Tage, und bringt die $d\alpha$ und $d\delta$ an die aus der Ephemeride genommenen Rectascensionen und Declinationen mit ihrem Zeichen an, so erhält man folgende Normal-Orte, die sich schon auf den mittleren Äquator für 1853·0 beziehen:

	Rectasc.			Declin.		
I.	71°	20′	8ˢ·1	— 8°	21′	9″·6
II.	69	34	53·6	— 0	18	52·1
III.	68	39	36·8	+ 4	44	44·6
IV.	68	10	59·6	+ 8	13	20·4
V.	68	5	29·6	+ 9	9	26·5
VI.	68	1	29·2	+10	0	20·1
VII.	67	57	41·4	+12	8	48·1

oder in Länge und Breite verwandelt:

			Länge = λ.			Breite = β.		
I.	März	10·0	68°	27′	26″2	— 30°	25′	29″5
II.	„	16·0	67	51	42·0	— 22	12	58·2
III.	„	22·0	67	42	18·5	— 17	4	30·3
IV.	„	28·0	67	46	0·4	— 13	34	0·6
V.	„	30·0	67	49	15·5	— 12	37	44·0
VI.	April	1·0	67	53	11·3	— 11	46	49·9
VII.	„	7.0	68	9	17·5	— 9	39	17·4

Ich suchte nun aus dem ersten und letzten Normal-Orte mit Benützung des aus den Bruhns'schen Elementen folgenden Verhältnisses der geocentrischen Distanzen des Kometen neue parabolische Elemente, und fand:

Elemente I.

Perihelzeit: 1853, Februar 24·06338 mittlere Berliner Zeit.
Länge des Perihels . . . . . 153°43′ 30″85 } mittleres Äquin.
Länge des Knotens . . . . . 69 31 31·01 } 1853·0.
Neigung . . . . . 20 13 41·72
Logar. der Periheldistanz: 0·0381696.
Helioc. Bewegung: retrograd.

Durch diese werden die Normal-Orte, wie folgt, dargestellt:

			Beob.—Rechnung. $d\lambda$	$d\beta$
I.	März	10	+ 0″10	— 0″16
II.	„	16	+ 3·03	— 9·29
III.	„	22	+ 1·92	—14·32
IV.	„	28	— 1·65	—13·02
V.	„	30	+ 0·42	— 3·80
VI.	April	1	— 4·27	+ 0·75
VII.	„	7	— 0·11	— 0·04

Es wurde nun der Logarithmus des Verhältnisses der geocentrischen Distanzen um 1000 Einheiten der 7. Decimale vergrössert, und hiemit ein zweites System parabolischer Elemente abgeleitet, welches mit den Normal-Orten verglichen, folgende Abweichungen zeigte:

			$d\lambda$	$d\beta$
I.	März	10	+ 0″11	— 0″10
II.	„	16	+ 2·81	—13·39
III.	„	22	+ 1·45	—18·26
IV.	„	28	— 1·97	—15·60
V.	„	30	+ 0·19	— 5·86
VI.	April	1	— 4·49	— 0·82
VII.	„	7	+ 0·05	0·00

Zugleich ergaben sich folgende Änderungen der Elemente I, welche einem Zuwachse von $1000.x$ Einheiten der 7. Decimale im obenerwähnten Logarithmus entsprechen:

Änderung der Perihelzeit	$+ 0^{d}.00737.x$	
„ „ Länge des Perihels . . .	$+ 3'.77.x$	(A.)
„ „ „ „ Knotens . . .	$- 52''.53.x$	
„ „ Neigung	$- 29''.41.x$	
„ des Logar. der Periheldistanz .	$-350.x$ Einheiten d. 7. Decimale.	

Aus den so vorliegenden Daten habe ich dasjenige System von parabolischen Elementen abgeleitet, welches die Summe der Quadrate der Abstände der beobachteten und berechneten Normal-Orte zu einem Minimum macht. Es sei für irgend einen nach den Elementen I. gerechneten Normal-Ort $d\lambda$ die Abweichung von der Beobachtung in Länge, $d\beta$ die Abweichung in Breite, beide in dem Sinne „Beobachtung — Rechnung“ verstanden. Dann ist die Distanz des beobachteten und berechneten Kometenortes

$$\sqrt{d\lambda \,.\, cos\ \beta^2 + d\beta^2}.$$

Wird nun der Logarithmus des Verhältnisses der geocentrischen Distanzen für den ersten und letzten Normal-Ort um 1000 Einheiten vergrössert, und heissen μ und ν die Incremente, welche dadurch die Länge und Breite eines berechneten Normal-Ortes erhalten, so kann man annehmen, dass einer Änderung jenes Logarithmus um $1000.x$ Einheiten die Änderungen $\mu.x$ und $\nu.x$ in der Länge und Breite desselben Normal-Ortes entsprechen, so dass der neue Abstand des beobachteten und berechneten Ortes ist

$$\sqrt{(d\lambda - \mu x)^2\ cos\ \beta^2 + (d\beta - \nu x)^2}.$$

Daher für mehrere Normal-Orte die Summe der Quadrate dieser Abstände

$$= (d\lambda - \mu x)^2\ cos\ \beta^2 + (d\beta - \nu x)^2 + (d\lambda' - \mu' x)^2\ cos\ \beta'^2 + \\ + (d\beta' - \nu' x)^2 + \ldots .$$

wo $\mu\ \mu' \ldots \nu\ \nu' \ldots$ gegebene numerische Coëfficienten sind. Soll also diese Summe ein Minimum werden, so hat man x so zu bestimmen, dass der Differential-Quotient derselben nach x gleich Null wird, wodurch sich ergibt

$$x = \frac{\mu\, d\lambda \,.\, cos\ \beta^2 + \mu' d\lambda' \,.\, cos\ \beta'^2 + \ldots . + \nu\, d\beta + \nu' d\beta' + , \ldots}{\mu^2\ cos\ \beta^2 + \mu'^2\ cos\ \beta'^2 + \ldots . + \nu^2 + \nu'^2 + \ldots .}$$

Für den gegenwärtigen Fall ist, wie man aus den oben gegebenen Abweichungen $d\lambda$ und $d\beta$ der Normal-Orte leicht findet:

Normal-Ort.	μ	ν
II.	+ 0^{s}22	+ 4^{s}10
III.	+ 0·47	+ 3·94
IV.	+ 0·32	+ 2·58
V.	+ 0·23	+ 2·06
VI.	+ 0·22	+ 1·57

Mit diesen Werthen ergibt sich $x = -2.''919$. Berechnet man die diesem x entsprechenden Correctionen der Elemente I nach den Formeln (A.), und bringt sie mit ihren Zeichen an diese letzteren Elemente an, so ergibt sich als wahrscheinlichste, den Normal-Orten möglichst genügende Bahn die folgende Parabel:

Wahrscheinlichste Parabel.

Perihelzeit: 1853, Febr. 24·04187 mittl. Berl. Zeit.
Länge des Perihels . . . . . 153°43′19^{s}9 } mittleres Äquin.
Länge des Knotens . . . . . 69 34 4·4 } 1853·0.
Neigung . . . . . 20 15 7·6.
Log. d. Periheldistanz: 0·0382717.
Helioc. Bewegung: retrograd.

Die Unterschiede zwischen den aus den Beobachtungen gebildeten Normal-Orten und den nach diesen Elementen berechneten Positionen sind:

Normal-Ort.			Beob.—Rechnung. $d\lambda$	$d\beta$
I.	März	10	+ 0^{s}1	— 0^{s}2
II.	„	16	+ 3·7	+ 2·7
III.	„	22	+ 3·3	— 2·8
IV.	„	28	— 0·7	— 5·5
V.	„	30	+ 1·1	+ 2·2
VI.	April	1	— 3·6	+ 5·3
VII.	„	7	— 0·1	— 0·0

Um eine Übersicht zu gewinnen, wie sich die Fehlervertheilung in der ganzen Reihe von Beobachtungen, verglichen mit den wahrscheinlichsten Elementen, gestaltet, folgt hier das Verzeichniss der übrigbleibenden Fehler, wobei ich nur bemerke, dass es wohl überflüssig gewesen wäre, dieselbe Sorgfalt anzuwenden, wie oben bei der Vergleichung mit den Bruhns'schen Elementen, auf welche die weitere Rechnung gegründet wurde. Es wird die gute Ausglei-

chung der Fehler, namentlich der stete Wechsel von positiven und negativen, eben so gut ersichtlich bleiben, wenn sie auch an der einen oder anderen Stelle um einige Zehntheile einer Secunde zu gross oder zu klein aufgeführt sind.

Nr.	$d\alpha$	$d\delta$	Nr.	$d\alpha$	$d\delta$	Nr.	$d\alpha$	$d\delta$
1	—12″4	+12″2	31	—16″2	+ 3″5	61	— 6″1	— 0″6
2	—20·1	+23·6	32	— 3·9	— 6·6	62	— 6·7	— 1·9
3	+10·4	+ 5·3	33	+ 1·6	— 3·4	63	— 2·1	+13·6
4	+ 7·4	. . .	34	— 3·1	— 9·0	64	+ 0·2	+ 7·4
5	+ 5·3	. . .	35	+ 1·2	+ 5.2	65	+ 2·2	— 2·6
6	— 3·2	— 2·8	36	— 4·0	— 5·6	66	+ 1·2	+ 7·9
7	+ 6·2	— 1·9	37	+ 4·6	— 5·5	67	— 0·3	+ 3·1
8	— 5·0	—10·2	38	+ 9·6	— 3·4	68	— 7·9	+26·5
9	+ 1·1	—12·9	39	+12·2	+ 1·8	69	+15·6	+17·0
10	— 1·4	+ 2·4	40	— 4·7	— 8·0	70	— 3·2	+ 3·9
11	+12·0	+ 3·8	41	— 9·2	+ 2·4	71	— 7·0	— 4·0
12	+ 3·3	— 4·9	42	+ 1·8	—14·3	72	—11·4	+11·0
13	— 5·5	—11·4	43	— 2·7	+ 4·7	73	— 3·2	— 9·0
14	+ 0·9	— 5·0	44	— 0·9	+ 3·3	74	—18·7	+ 8·9
15	+18·3	+ 6·0	45	+ 3·1	— 9·6	75	—19·3	— 9·6
16	+21·0	—13·2	46	+ 4·2	— 4·4	76	+ 8·5	— 2·7
17	—13·5	+21·2	47	+ 8·5	— 1·5	77	— 2·8	—15·6
18	— 9·9	+26·0	48	+ 8·8	— 5·2	78	— 4·1	— 3·9
19	+ 2·9	— 6·5	49	— 2·6	+ 0·4	79	+ 1·1	+ 0·6
20	— 9·3	—12·6	50	— 1·0	— 5·7	80	+ 4·3	+ 0·4
21	+37·1	— 4·7	51	— 2·4	— 7·5	81	+26·2	+ 2·6
22	+ 2·6	+ 4·4	52	— 6·2	+30·9	82	+ 1·8	— 5·7
23	+ 4·2	+ 9·0	53	+ 5·4	+ 6·0	83	— 1·6	— 2·6
24	— 0·8	+ 4·2	54	— 2·5	— 1·2	84	—17·4	— 1·2
25	+ 3·3	+ 6·9	55	+ 2·0	+ 0·2	85	— 7·5	+ 8·1
26	+ 4·4	—10·5	56	+ 0·8	+ 0·5	86	— 7·4	+ 3·5
27	— 4·3	—12·2	57	+ 8·1	+11·5	87	+10·4	+16·6
28	5·4	+ 0·7	58	— 3·9	—13·5	88	—11·6	. . .
29	+ 9·3	1·9	59	—14·0	+12·3			
30	—18·4	15·1	60	+10·4	+23·6			

Die Kleinheit der in den Normal-Orten übrigbleibenden Abweichungen lässt wenig Hoffnung übrig, eine Ellipticität der Bahn mit Entschiedenheit festzustellen, und dadurch die von d'Arrest ausgesprochene Vermuthung einer Identität mit dem Kometen von 1664 direct zu bestätigen. Es wird indessen doch interessant sein, zu untersuchen, ob die Voraussetzung einer solchen Identität mit den Beobachtungen vereinbar sei. Sollte sich hiebei ein Resultat von einiger Wichtigkeit ergeben, so werde ich es nachträglich mittheilen.

Mineralogische Notizen.

(Neunte Folge.)

Von **Dr. Adolf Kenngott.**

1. Covellin, neue Bestimmungen seiner Eigenschaften.

An einem schönen Exemplare des krystallisirten Covellins, von Leogang in Salzburg, welches Herr Professor Dr. F. Leydolt dem k. k. Hof-Mineralien-Cabinete vor kurzem schenkte, konnte ich die Krystallgestalten dieser Species näher bestimmen. Die aufgewachsenen und dicht mit einander verwachsenen Krystalle bilden auf Calcit einen krystallinischen Überzug mit unebener durch die frei hervorragenden Theile der kleinen Individuen gebildeter Oberfläche; mit dem blossen Auge liessen sich nicht die Gestalten erkennen, doch zeigte die Beobachtung unter der Loupe sogleich, dass die einzelnen Individuen nicht hexagonale Prismen in Combination mit der Basis seien, woran die Flächen der ersteren horizontal gestreift sind.

Ich erkannte die horizontal gestreiften Flächen, als stumpfen, hexagonalen Pyramiden angehörig, und fand bei fernerer Durchsuchung des besagten Exemplars, dass die zu strahlig blätterigen Massen verwachsenen lamellaren Kryställchen die Combination einer stumpfen und einer spitzen hexagonalen Pyramide in paralleler Stellung verbunden mit der Basis darstellen. Die Flächen der stumpfen hexagonalen Pyramide sind horizontal gestreift, die Flächen der spitzen hexagonalen Pyramide glatt und glänzend, weit stärker als jene, desgleichen die der Basis.

Ein einziger kleiner Krystall war aufliegend aufgewachsen, während sonst nur verwachsene Krystalle zu sehen waren, und an einzelnen Stellen dichter Covellin eingesprengt war. Bei oberflächiger Betrachtung erscheinen die Flächen der stumpfen hexagonalen Pyramide, wenn man die Basis bei den hervorragenden freien Theilen der Krystalle nicht sieht, als Basis und die Flächen der spitzen hexagonalen Pyramide als Flächen des hexagonalen Prisma.

Durch Messung vermittelst des Reflexionsgoniometers fand ich den Seitenkantenwinkel der spitzen hexagonalen Pyramide = 155° 24′ und die Neigung der Flächen dieser Pyramide zu denen der darüber liegenden stumpfen hexagonalen Pyramide = 150° 54′, woraus folgt, dass, wenn man die spitze, hexagonale Pyramide mit *P* bezeichnet, die Flächen der stumpfen hexagonalen Pyramide mit

$^1/_4 P$ zu bezeichnen sind, und somit die kleinen Krystalle die Combination oP. $^1/_4 P$. P darstellen. Die Flächen P sind viel schmäler als die Flächen $^1/_4 P$, oP mehr oder weniger ausgedehnt. Die Spaltbarkeit ist sehr vollkommen, und der einfache Blätterdurchgang den Basisflächen entsprechend.

Herr Professor Zippe war so freundlich, mir einige kleine Brocken des früher von ihm untersuchten Exemplars zur Untersuchung zu übergeben, jedoch liess sich an demselben keine bestimmbare Gestalt erkennen. Ein Exemplar mit deutlichen sehr kleinen Krystallen, welche zur Bestimmung der in dem II. Theile der leichtfasslichen Anfangsgründe S. 625 enthaltenen Angaben dienten, findet sich in der Sammlung des vaterländischen Museums in Böhmen.

Die Farbe ist die bekannte indigblaue, der Glanz im Ganzen ein unvollkommener Metallglanz, welcher in den Wachsglanz neigt, auf den vollkommenen Spaltungsflächen aber ist er mehr perlmutter- oder demantartig. Undurchsichtig. Strich, schwarz. Härte = 1,5—2,0, milde. An den Kanten und in Blättchen biegsam.

Das specifische Gewicht bestimmte Herr Ritter V. v. Zepharovich und fand es = 4,636 an einem grösseren krystallinischen Stücke, = 4,590, an einigen kleinen davon getrennten Bröckchen, wesshalb jenes als das richtigere anzusehen ist, da die letzteren die krystallinischen Theile weniger fest verwachsen zeigten.

In einer kleinen, dem k. k. Hauptmann, Herrn Ritter C. v. Hauer zur Bestimmung der Bestandtheile übergebenen Quantität des krystallisirten Covellins, welche nach Möglichkeit von anhängenden Chalkopyrit befreit worden war, fand derselbe in 100 Theilen:

64,56 Kupfer
1,14 Eisen
34,30 Schwefel (aus dem Verluste bestimmt);

die daraus berechneten Äquivalentzahlen:

10,18 Cu_2 0,2036 Fe_2 21.437 S

lassen nach Abzug von 0,2036 Fe_2 + 0,3054 S
0,2036 Cu_2 + 0,1018 S

entsprechend der Formel des dennoch in geringer Menge beigemengten Chalkopyrit

9,9764 Cu_2
10,5149 S_2

woraus die schon bekannte Formel des Covellins CuS hervorgeht.

Das Verhalten vor dem Löthrohre und gegen Säuren ist das bekannte.

Obgleich man gefunden hat, dass in Schwefelverbindungen Cu_2S als vicarirender Bestandtheil für FeS, PbS, AgS und andere eintritt, in Sauerstoffverbindungen aber CuO als vicarirender Bestandtheil für ZnO, CaO und andere einzutreten pflegt, ein Unterschied, welcher auffallend erscheint, so ist es bemerkenswerth, dass der Covellin = CuS in der Krystallisation mit dem Pyrrhotin = FeS grosse Übereinstimmung zeigt. Beide krystallisiren hexagonal, und zeigen ähnlich gestaltete Combinationen; unter den hexagonalen Pyramiden des Pyrrhotins findet sich eine, deren Seitenkantenwinkel = 155° 48′ mit der hexagonalen Pyramide des Covellins, deren Seitenkantenwinkel = 155° 24′ gefunden wurde, verglichen werden kann, beide sind vollkommen parallel *oP* spaltbar und es liegt der Gedanke nahe, dass auf diese Weise der Covellin und Pyrrhotin als isomorph bei gleicher Schwefelungsstufe angesehen werden könnten.

2. Eisenkobaltkies, Eigenschaften desselben.

In den Sammlungen des k. k. Hof- Mineralien-Cabinetes fand ich einen einzelnen ziemlich beschädigten Krystall, verwachsen mit einem kleineren gleichen, welcher als Eisenkobaltkies, von Modum in Norwegen stammend, im Jahre 1843 von dem Mineralienhändler Dr. Bondi in Dresden angekauft worden war.

Da bekanntlich unter dem Namen Eisenkobaltkies eine Verbindung des Arseniks mit Kobalt und Eisen = $Co, Fe As_2$ von dem tessularisch krystallisirenden Smaltit = $CoAs_2$ getrennt worden ist, und man die Krystallgestalten desselben als tessularische angegeben findet, so war die Gestalt des mit dem Namen Eisenkobaltkies belegten Krystalls mir auffallend, da ich sie nicht als tessularische befand, sondern eine in das orthorhombische Krystallisationssystem gehörige Combination vor mir hatte.

Der Krystall liess, weil er zum Theile verbrochen war, und einen kleineren gleich gestalteten mit ihm verwachsenen zeigte, die Winkel nicht ausführlich bestimmen, sondern ich konnte nur den stumpfen Winkel des orthorhombischen Prisma ∞P annähernd vermittelst des Anlegegoniometers = 115° finden. Mit diesem vorherrschend ausgebildeten orthorhombischen Prisma waren ähnlich den Combinationsgestalten des Mispickels zwei Längsdomen und ein Querdoma verbunden. Das Querdoma und das untere Längsdoma haben nach

dem Augenmasse zu urtheilen, scharfe Endkanten, während das obere Längsdoma einen ansehnlich stumpfen Endkantenwinkel bildet. Wir können diese drei Domen vorläufig mit $P\breve{\infty}$, $P\check{\infty}$ und $\tilde{m}P\check{\infty}$ bezeichnen. An den verbrochenen Stellen lässt sich deutlich Spaltbarkeit parallel den Flächen des orthorhombischen Prisma ∞P erkennen.

Die Farbe ist zinnweiss, der Strich schwarz, die Härte = 6,0. Das specifische Gewicht liess sich leider wegen anhängender und eingewachsener Quarztheile nicht in Wahrheit finden; der Krystall wurde zwar gewogen und das specifische Gewicht = 6,03 gefunden, doch ist auf diese Bestimmung kein Werth zu legen, sondern nur daraus zu schliessen, dass das wahre specifische Gewicht ansehnlich höher sein muss, weil die Menge des sichtbaren Quarzes dies vermuthen lässt.

Da nun A. Breithaupt gefunden hat, dass die Verbindung $NiAs_2$ und die Verbindung $CoAs_2$ jede zwei verschiedene Species bilden, jene den tessularischen Chloanthit und den orthorhombischen Weissnickelkies, diese den tessularischen Smaltit und den orthorhombischen Safflorit, und sich die tessularischen Species Chloanthit und Smaltit von den orthorhombischen Species Weissnickelkies und Safflorit ausser der krystallographischen Verschiedenheit durch ein niederes specifisches Gewicht unterscheiden, und das specifische Gewicht des Eisenkobaltkieses (vergl. Hausmann's Handbuch der Mineralogie, II, 67) bedeutend höher als das des Smaltits angegeben wird, so ist damit die Krystallisation, wie ich sie an diesem Krystalle gefunden hatte, übereinstimmend, wornach der Eisenkobaltkies mit seiner orthorhombischen Krystallgestalt und seinem grösseren specifischen Gewichte eine zwischen dem Safflorit $= CoAs_2$ und Sätersbergit $= FeAs_2$ liegende Species darstellt.

Die qualitative Untersuchung zeigte die Bestandtheile Fe, Co, As.

Eine kleine im Glasrohre erhitzte Probe entwickelte nur arsenige Säure, welche sich in Gestalt kleiner Oktaeder an den Wänden absetzte, keine Spur von Schwefel.

Bei dem Rösten auf Kohle entwickelte sich starker Arsenikrauch, und die qualitative Bestimmung des Rückstandes liess durch Zusammenschmelzen mit Borax den Kobaltgehalt und auf nassem Wege deutlich den Eisengehalt erkennen.

Der vorliegende Krystall, welcher durch die obengenannte Mineralienhandlung in den Besitz des k. k. Hof-Mineralien-Cabinetes über-

ging, ist von seinem Muttergestein losgebrochen worden, und es liegt die Vermuthung nahe, dass ähnliche Proben, vielleicht noch bessere Exemplare in andere Sammlungen gelangt sind, deren Untersuchung daher sehr wünschenswerth wäre.

3. Ehlit, Krystallform desselben.

An einem Exemplare des „Ehlit" benannten Minerals von Ehl bei Linz am Rhein, welches kugelige auf Quarz aufgewachsene Partien desselben darstellte, konnte ich an einzelnen verstreut aufgewachsenen Kryställchen durch die Loupe erkennen, dass sie eine dem Chalkophacit ähnliche Krystallgestalt haben, und die Combination eines ziemlich stumpfen orthorhombischen Prisma mit den Flächen eines scharfen Querdoma darstellen, woran auch noch an einem Krystalle die Zuschärfung der spitzen Combinationsecken durch die Flächen einer orthorhombischen Pyramide zu bemerken war, deren Flächen auf die stumpfen Combinationskanten beider Prismen aufgesetzt sind.

Die kugeligen Partien lassen im Innern eine strahlig faserige Bildung erkennen, und die Oberfläche der Kugeln zeigt durch die Loupe, dass die Rauhigkeit derselben durch die hervorragenden Krystall-Enden hervorgebracht wird, deren Flächen man unterscheiden kann. Kleine Partien, welche einen kleinkugeligen Überzug bilden, lassen deutlicher eine blätterige Bildung erkennen, welche auf einen vollkommenen Blätterdurchgang hinweist, und Perlmutterglanz, während auf den Krystallflächen der Glanz mehr glasartig ist. Die Farbe ist ein lichtes Spangrün, übergehend in Apfelgrün und Smaragdgrün. Die Krystallkanten sind durchscheinend. Der Strich ist lichtgrün.

4. Jeffersonit, Krystallform desselben.

Ein Gemenge des Jeffersonit und Automolit von Sterling in New-Jersey in Nordamerica, zeigte einen hervorragenden, ziemlich deutlich gestalteten Krystall des Jeffersonit mit abgerundeten Kanten, welcher deutlich die mit Augit übereinstimmende Combination ∞P. $\infty P\infty$. $(\infty P\infty)$. $\frac{P}{2}$ mit den entsprechenden Winkeln erkennen liess, womit auch die gemessenen Blätterdurchgänge übereinstimmen.

5. Sassolin, Krystallform desselben.

Die von C. F. Naumann ausgesprochene Vermuthung (Erdmann's Journal, LVI, 385), dass in den Turmalinen und anderen Mineralen, welche Borsäure enthalten, dieselbe als der Thonerde analog zusammengesetzt anzunehmen sei, und dass daraus auch die Über-

einstimmung des Sassolins $= 3HO.B_2O_3$ (nach der auf die neue Annahme gestützten Schreibweise) mit dem Hydrargillit $= 3HO.At_2O_3$ in der Krystallisation zu folgern, aber auch nachzuweisen sei, veranlasste mich, die Krystallgestalten des Sassolin aufs Neue zu untersuchen. An den in den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinetes befindlichen Exemplaren, konnte ich jedoch keine Krystalle finden, welche eine Bestimmung möglich gemacht hätten, und ich sann auf ein Mittel, durch künstlich eingeleitete Krystallisation zu messbaren Krystallen zu gelangen. Ich löste zu diesem Zwecke Borsäure in grosser Menge Wassers auf, und überliess die sehr verdünnte Lösung einer freiwilligen, durch die Zimmertemperatur bewirkten Verdunstung. Auf diese Weise hatte sich im Verlaufe von mehreren Wochen auf dem Boden des Glases eine Menge Krystalle abgesetzt, welche mannigfach durch einander verwachsene Krystall-Lamellen von ziemlicher Dimension darstellten.

Die Gestalt derselben war durchgehends die einer sechsseitigen Tafel mit mannigfaltigen Modificationen bezüglich der Ausdehnung der Seiten, sie erschienen bald von ziemlich regelmässiger Gestalt eines Hexagons, bald waren sie von fast rhombischer Gestalt durch Zurücktreten zweier parallelen Seiten, bald erschienen sie rhomboidisch, oder stellten Hexagone dar, woran drei abwechselnde Seiten grösser als die anderen waren. Zur Messung waren sie aber nicht geeignet, da die geringste Berührung die breite Fläche der Tafel uneben machte, und das Austrocknen an der Luft eine Trennung zarter Lamellen bewirkte.

Unter der grossen Menge dieser den ganzen Boden bedeckenden tafelartigen Krystalle fand ich zu meiner nicht geringen Überraschung einen kleinen Krystall von der Länge von anderthalb Millimeter, und der Dicke nahezu eines halben Millimeters, welcher auf den ersten Blick ein sechsseitiges Prisma darstellte, und sich zur Messung mit dem Reflexionsgoniometer eignete. Genau betrachtet, war er kein einfacher Krystall, sondern ein Zwilling, indem er durch keine ebene Basisfläche begrenzt war, sondern an dem einen Ende einen durch zwei Flächen gebildeten einspringenden stumpfen Winkel zeigte, welcher durch die beiden Basisflächen der den Zwilling darstellenden Individuen gebildet war, indem dieselben nicht gerade, sondern schiefe sind, mithin die Krystalle dem klinorhombischen oder anorthischen Systeme angehören mussten.

Das kleine Säulchen war ziemlich gleichseitig, und die Kantenlinie des einspringenden Flächenwinkels verband zwei gegenüber liegende Kanten des Prisma. An dem anderen Ende war eine entsprechende Zuschärfung, ein stumpfes Doma zu sehen, welches aber durch das Abblättern der obersten Lamellen sich nicht zur Messung eignete. Die zwei und zwei Flächen des scheinbar hexagonalen Prisma, welche an den Kanten liegen, welche durch die Kantenlinie des einspringenden Flächenwinkels verbunden werden, waren zart, schief gestreift, entsprechend den Combinationskanten des Prisma mit der Basis, während die beiden übrigen parallelen Flächen des sechsseitigen Prisma fast gar nicht, oder nur sehr schwach beim Hindurchsehen horizontal gestreift erscheinen. Der Krystall ist farblos und durchsichtig.

Durch die Messung fand ich nun, dass das Krystallsystem klinorhombisch ist, dass die einfachen Krystalle ein klinorhombisches Prisma von 118° 4′ (im Mittel wiederholter wenig abweichender Messungen) darstellen, dessen scharfe Kanten gerade abgestumpft sind, (den Combinationskantenwinkel der Querflächen und Prismenflächen fand ich im Mittel $=120°\ 50'$), dass die Basisflächen auf die scharfen Prismenkanten oder die Abstumpfungsflächen gerade aufgesetzt sind, und der Krystall einen Zwilling darstellt, dessen Verwachsungsfläche die Querfläche ist.

Leider konnte ich wegen der Beschaffenheit des andern Endes die Neigung der Basis zur Querfläche nicht bestimmen, doch zeigte ein Versuch, dass sie nicht über 80° oder unter 100° misst, und einige kleine Körnchen, welche sich noch vorfanden, und kurze Säulchen darstellten, waren zu klein, um die Messung daran vorzunehmen, obgleich sie darum geeigneter gewesen wären, weil sie nicht die Zwillingsbildung zeigten. Vielleicht gelingt es mir, in der Folge noch bessere Krystalle zu erhalten, doch dürfte leicht der Zufall nicht wieder so günstig sein.

Obgleich aus den gemachten Erfahrungen nicht die Übereinstimmung in der Gestalt des Sassolin und Hydrargillit hervorgeht, weil das Krystallsystem des letzteren das hexagonale sein soll, so ist darum noch nicht dieser Gegenstand abgeschlossen, denn es dürften sich leicht die sehr ähnlichen lamellaren Gestalten des Hydrargillits als andere auffinden lassen.

Die namentlich für die Zusammensetzung des Turmalins so wichtige Annahme der analogen Formel der Borsäure und Thonerde, auf welche gestützt R. Hermann und C. F. Naumann versuchten,

die Formel des Turmalins zu berechnen und zu zeigen, dass nur eine Species existire, veranlasste mich gleichfalls diesen Gegenstand vorzunehmen, weil durch die von Beiden gegebenen Formeln, wohl eine grosse Wahrscheinlichkeit vorliegt, dass die chemische Constitution der Turmaline sich durch eine allgemeine Formel ausdrücken lässt, jedoch war durch die gegebenen Formeln, wie ich weiter unten zeigen werde, das Gesetz nicht ausreichend, indem man wieder auf Formeln gelangte, welche nicht unter einander gleich sind. Durch das Resultat meiner Berechnungen aber gelangte ich zu einer allgemeinen Formel des Turmalins, welche zeigt, dass, so verschieden auch die von Rammelsberg analysirten Turmaline sind, es nicht mehr nöthig ist, fünf verschiedene Species anzunehmen.

So wie im Turmalin, wird nun auch in anderen Mineralen, welche Borsäure enthalten, dieselbe, wenn sie mit Basen der Formel $R_2 O_3$ zusammen vorkommt, einzurechnen sein, und ich habe desshalb noch schlüsslich gezeigt, wie sich nach der neuen Betrachtungsweise die Formel des Axinits gestalte. Für die übrigen, Borsäure enthaltenden Minerale ist ein besonderer Nachweis nicht nöthig, weil die Zusammensetzung derselben sehr einfach, und die jedesmalige Formel sehr leicht umzuschreiben ist.

6. Über die Zusammensetzung des Turmalins.

Es hat wohl keine Species in Bezug auf die Deutung ihrer chemischen Beschaffenheit grössere Schwierigkeiten bereitet als der Turmalin. Man war nicht im Stande gewesen, aus den vorhandenen Analysen eine chemische Formel aufzustellen, welche als die gemeinsame des Turmalins hätte gelten können, und es konnte unmöglich die Menge der in den Turmalinen aufgefundenen Stoffe die Ursache sein, weil man bei anderen Species, welche eben so viel verschiedenartige Stoffe aufweisen, Mittel gefunden hatte, dieselben zu vereinigen, und eine allgemeine Formel zu bilden. Der Gedanke, dass diejenigen Minerale, welche wegen der Übereinstimmung der morphologischen und physikalischen Eigenschaften unter den gemeinsamen Namen „Turmalin“ vereinigt wurden, Unterschiede in der Art ihrer Zusammensetzung zeigen, und darnach als verschiedene verwandte aufzufassen und zu trennen sein möchten, lag nicht fern und R. Hermann versuchte, gestützt auf seine Untersuchungen diese Trennung durchzuführen, indem er (Erdmann's Journal XXXV. 232) drei Arten: Schörl, Achroit und Rubellit aufstellte, und den-

selben eigene Formeln gab. Bei der Annahme, dass die Kieselsäure aus einem Äquivalent Silicium und zwei Äquivalenten Sauerstoff bestehe, und dass die Zusammensetzung der Borsäure eine analoge sei, nebenbei dieselbe mit der Kohlensäure, welche er in dem Turmalin gefunden zu haben angab, als vicarirend zu gelten habe, unterschied er diese drei Arten, wie folgt:

$$\text{Schörl} = \dot{R} \left\{ \begin{matrix} \ddot{B} \\ \ddot{C} \end{matrix} \right. + \ddot{Al}\,\ddot{Si}^2$$

$$\text{Achroit} = 2\dot{R} \left\{ \begin{matrix} \ddot{B} \\ \ddot{C} \end{matrix} \right. + 3\ddot{Al}^2\ddot{Si}^3$$

$$\text{Rubellit} = 2\dot{R}^2 \left\{ \begin{matrix} \ddot{B} \\ \ddot{C} \end{matrix} \right. + \ddot{Al}^2\ddot{Si}^3$$

Hierdurch wurde C. Rammelsberg veranlasst, die Turmaline einer neuen Untersuchung zu unterwerfen, und lieferte dadurch das schätzbarste Material, welches zwar im Augenblicke nicht dazu diente, eine allgemeine Formel für den Turmalin aufzustellen, diese aber dennoch, wie ich sogleich zeigen werde, mit der grössten Bestimmtheit finden lässt. C. Rammelsberg lieferte 30 Analysen verschiedener Turmaline (Poggendorff's Annalen LXXX, 448 und LXXXI, 1), und wies einerseits dadurch nach, dass die Turmaline keine Kohlensäure enthalten, wie R. Hermann gefunden zu haben glaubte, andererseits, dass stets etwas Fluor darin enthalten sei, welches einen Theil des Sauerstoffes vertritt.

Die Berechnung seiner Analysen führte ihn dazu, eine chemische Classification der Turmaline, wie R. Hermann, vorzunehmen, und fünf Gruppen zu unterscheiden:

A. Brauner und schwarzer lithionfreier Turmalin,

I. Magnesia-Turmalin $\dot{R}^3\,\ddot{Si}^2 + 3\ddot{R}\,\ddot{Si}$,

II. Magnesia-Eisen-Turmalin $\dot{R}^3\,\ddot{Si}^2 + 4\ddot{R}\,\ddot{Si}$,

III. Eisen-Turmalin $\dot{R}^3\,\ddot{Si}^2 + 6\ddot{R}\,\ddot{Si}$;

B. Blauer, grüner und rother (farbloser) lithionhaltiger Turmalin,

IV. Eisen-Mangan-Turmalin (blauer u. grüner) $\dot{R}\,\ddot{Si} + 3\ddot{R}\,\ddot{Si}$,

V. Mangan-Turmalin (rother) $\dot{R}\,\ddot{Si} + 4\ddot{R}\,\ddot{Si}$.

Aus der Analogie der aufgestellten Formeln schloss er ferner, dass auch eine sechste Gruppe existire, welcher die Formel $\dot{R}\,\ddot{Si} + 6\ddot{R}\,\ddot{Si}$ zukommen würde. Die Borsäure nahm er analog der Kieselsäure zusammengesetzt an, und berechnete sie als einen vicarirenden Bestandtheil der Kieselsäure.

Bei der unläugbaren Übereinstimmung aller Turmaline in den morphologischen Verhältnissen, trat bei der Annahme fünf verschiedener Turmalinspecies eine merkwürdige Isomorphie hervor, welche C. Rammelsberg dadurch erklärte, dass die Gleichheit oder Proportionalität der Atomvolume die Isomorphie verursache. Auch J. D. Dana sprach sich für diese abnorme Übereinstimmung der Gestalten bei verschiedener chemischer Constitution der fünf von C. Rammelsberg aufgestellten Turmalinarten als bedingt durch die Übereinstimmung der Atomvolumina aus, welche nach ihm noch deutlicher hervortritt, wenn man die von C. Rammelsberg berechneten Atomvolumina durch die Atomenzahl dividirt, wodurch gleiche Quotienten hervorgehen. (Erdmann's Journal LV, 290.)

Dass man sich durch diese erlangten Resultate noch nicht befriedigt sah, war leicht erklärlich, weil hier ein Fall vorlag, welcher im Gegensatze zu andern Species auffallend erscheinen musste, und wir haben es dem Forschungsgeiste R. Hermann's und C. F. Naumann's zu danken, dass sie auf einen Weg führten, welcher zur Aufklärung die nöthigen Mittel an die Hand gab.

R. Hermann hatte nämlich aus noch nicht angegebenen Gründen die Überzeugung gewonnen (Erdmann's Journal LV. 451), dass die Borsäure die stoichiometrische Constitution der Thonerde habe, und ebenso wie die Thonerde heteromer mit Kieselsäure sei. Borsäure könne daher sowohl die Thonerde als die Kieselsäure vertreten, und ihre Verbindungen würden die Formen sowohl der Aluminate als auch der Silikate annehmen können.

C. F. Naumann sah sich, gestützt auf das Resultat, dass in fast allen Analysen, welche C. Rammelsberg lieferte, die Sauerstoffmenge der Kieselsäure zu der der Basen RO, R_2O_3 und der Borsäure wie 3 : 4 verhält, veranlasst, auch anzunehmen, dass die Borsäure B_2O_3 zu schreiben sei, und demnach aus den Turmalinanalysen hervorgehe, dass die Zusammensetzung der Turmaline zwischen den extremen Formeln:

$$10(R_2O_3 \,.\, SiO_2) + 5(2RO \,.\, SiO_2) \text{ und}$$
$$10(R_2O_3 \,.\, SiO_2) + 2(RO \,.\, SiO_2)$$

schwanke, und alle anderen Turmaline Mittelglieder, zusammengesetzt aus Multiplen dieser beiden Extreme seien, wobei immer das constante Sauerstoffverhältniss obwalte. Auf diese Weise bestehe die

von Hermann eingeführte Heteromerie, und dürfte der Begriff derselben auch bei anderen Species seine Verwirklichung finden. (Erdmann's Journal, LVI, 385.)

C. Rammelsberg fand sich jedoch nicht geneigt, auf diese Deutung seiner Analysen einzugehen, weil dadurch nach seiner Ansicht unwahrscheinliche Formeln hervorgingen. (Fünftes Supplement zu dem Handwörterbuche des chemischen Theiles der Mineralogie, S. 257.) Dieses musste zum Verständnisse der nachfolgenden Auseinandersetzung vorausgeschickt werden, um Wiederholungen zu vermeiden, und die vorliegenden Bedingungen meiner Angaben vor Augen zu haben.

Schon nach dem Bekanntwerden der von C. Rammelsberg gelieferten vorzüglichen Analysen machte ich mich daran, einen Weg zu finden, durch welchen es möglich wäre, eine allgemeine Formel des Turmalins aufzustellen, weil die Trennung in verschiedene Gruppen, deren leicht noch mehr hätten aufgestellt werden können, bei der sonst so auffallenden Übereinstimmung der übrigen Verhältnisse mir unwahrscheinlich schien, und die Erklärung der Isomorphie, sowohl auf die eine als die andere Weise mich nicht befriedigte. Wenn nämlich die beiden Glieder einer dreifach-binären Verbindung, als welche die Turmaline aufgestellt worden sind, nicht in dem Gegensatze eines basischen und sauren Theiles stehen sollen, sondern die beiden Glieder (die aufgestellten doppelt-binären Verbindungen) als vicarirende anzusehen sind, so muss die dreifach-binäre Verbindung, welche eine Formel des Turmalins repräsentirt, in allen Turmalinen zwei gleich gestaltete doppelt-binäre Verbindungen enthalten, von denen man anzunehmen hätte, dass sie isomorph und vicarirend seien. Hätte demnach die von C. Rammelsberg aufgestellte Formel des Turmalins nur die beiden Glieder $\dot{R}^3\ddot{S}i^2$ und $\dddot{R}\ddot{S}i$ enthalten, und wäre die allgemeine Formel des Turmalins

$$m\dot{R}^3\ddot{S}i^2 + n\dddot{R}\ddot{S}i$$

gewesen, so hätte sie richtig sein können. Man hätte dann anzunehmen gehabt, dass die Verbindung $\dot{R}^3\ddot{S}i^2$ isomorph und vicarirend mit $\dddot{R}\ddot{S}i$ sei, und dass beide einander in beliebigen Verhältnissen vertreten könnten. Dadurch aber, dass in der vierten und fünften Gruppe anstatt des Gliedes $\dot{R}^3\ddot{S}i^2$ ein anderes Glied $\dot{R}\ddot{S}i$ eintritt, und eine zweite allgemeine Formel des Turmalins

$$m\dot{R}\ddot{S}i + n\dddot{R}\ddot{S}i$$

nothwendig wird, wird der Gegenstand in das Bereich der Willkürlichkeit gerückt, und die Species Turmalin durch die Berechnung wenigstens in zwei Theile gespalten, während gleichzeitig durch ein genaues Eingehen auf die Zahlenverhältnisse eine weitere Theilung möglich gemacht wird; denn die Sauerstoffverhältnisse in $\dot{R}$, $\ddot{R}$ und $\ddot{Si} + \ddot{B}$ schwanken in den fünf von C. Rammelsberg aufgestellten Gruppen bedeutender, als dass nur diese fünf Gruppen allein gerechtfertigt erscheinen, wie man leicht aus den Extremen ersieht.

Sauerstoffverhältniss in	$\dot{R}$		$\ddot{R}$		$\ddot{Si} + \ddot{B}$
I.	4·92	:	9	:	15·51
	2·76	:	9	:	13·92
II.	3·3	:	12	:	18·3
	2·61	:	12	:	14·4
III.	3·12	:	18	:	24·48
	2·22	:	18	:	23·1
IV.	0·81	:	9	:	12·6
	1·38	:	9	:	10·95
V.	1·04	:	12	:	15·2
	0·92	:	12	:	14·0

Wenn hieraus die Mittelwerthe

3	:	9	:	15
3	:	12	:	18
3	:	18	:	24
1	:	9	:	12
1	:	12	:	15

genommen wurden, um fünf Gruppen aufzustellen, so ist dies bei der Schwierigkeit, befriedigende Formeln aufzufinden, ausnahmsweise zu gestatten, mit demselben Rechte aber auch die Zahl der Gruppen zu vermehren, weil Extreme, wie 2,22—4,92 für den Mittelwerth 3, für die Basen $\dot{R}$ in I—III, wie 19,2—25,36 für den Mittelwerth 24 für die Säuren $\ddot{Si} + \ddot{B}$ in I—III, wie 0,81—1,38 für den Mittelwerth 1 für die Basen $\dot{R}$ in IV—V, und wie 10,95—12,6 für den Mittelwerth 12 für die Säure $\ddot{Si} + \ddot{B}$ in IV—V in anderen Fällen nicht beliebt wurden.

Dasselbe gilt, wenn die von C. F. Naumann aufgestellten Formeln in Anwendung gebracht werden sollen, weil die beiden extremen Formeln und die anzunehmenden Mittelglieder nicht dieselben Glieder enthalten.

Wenn für den Turmalin eine allgemeine Formel aufgestellt werden soll, und diese eine dreifach-binäre Verbindung ausdrückt, so müssen die beiden Glieder derselben in allen Turmalinen gelten,

und diese beiden Glieder, welche als isomorphe und vicarirende einander in wechselnden Verhältnissen vertreten können, sind dann nicht als elektropositiver und elektronegativer Theil der Formel anzusehen, sondern nur als gleichgeltende.

Bei der Annahme, dass die Borsäure analog der Thonerde zusammengesetzt sei, und mit den Basen der Formel R_2O_3 vereinigt als vicarirender Bestandtheil eintrete, stelle ich als die allgemeine Formel des Turmalins zunächst auf Grund der von C. Rammelsberg gelieferten Analysen die Formel

$$m(3RO \,.\, SiO_3) + n(3R_2O_3 \,.\, 2SiO_3)$$

auf, welche allen Anforderungen am genauesten entspricht, wie die nachfolgenden schematisch aufgestellten Sauerstoffverhältnisse zeigen. RO enthält als allgemeiner Ausdruck die einatomigen Basen: Talkerde, Kalkerde, Natron, Kali, Lithion, Eisenoxydul und Manganoxydul, R_2O_3 die anderthalb atomigen Basen: Thonerde, Borsäure, Eisenoxyd und Manganoxyd.

Die erste Columne des Schemas, die auf die Rammelsberg'schen Analysen bezogenen zählenden Zahlen ausgeschlossen, enthält die Sauerstoffmenge der Kieselsäure, die zweite Columne die Sauerstoffmenge der anderthalbatomigen Basen, die dritte Columne die Sauerstoffmenge der einatomigen Basen. In der vierten Columne sind in dem ersten Theile zwei Drittheile des Sauerstoffes der anderthalbatomigen Basen berechnet angegeben, in dem zweiten Theile die Sauerstoffmengen der einatomigen Basen und in dem dritten Theile die Summe der respectiven Sauerstoffmengen, woraus man am besten ersieht, wie nahe dann die Werthe der Sauerstoffmengen in den gesammten Basen mit denen der Kieselsäure zusammenfallen.

Wenn man nämlich, um die Richtigkeit der Formel am besten zu zeigen, anstatt der ganzen Sauerstoffmenge in den durch die Formel R_2O_3 ausgedrückten Basen nur zwei Drittheile berechnet, so muss nach der aufgestellten Formel, mögen die Werthe m und n sein, welche sie wollen, der Sauerstoff der durch die Formel RO bezeichneten Basen und der durch die Reduction erhaltene zusammengenommen gleich dem Sauerstoff der Kieselsäure sein und man sieht auf diese Weise die Differenz der Sauerstoffmengen besser, als wenn man die unveränderten Mengen addirte.

In der fünften Columne ist der Quotient beigefügt, welchen man erhält, wenn man mit der die Sauerstoffmenge der Kieselsäure aus-

drückenden Zahl in die die Summe der reducirten Sauerstoffmengen der gesammten Basen ausdrückende Zahl dividirt, und welcher = 1,00 sein müsste. Der Werth über 1 zeigt an, dass in dem Resultate der Analyse sich der Gehalt an Kieselsäure etwas niedriger findet, als er der Formel entsprechend hätte sein sollen, der Werth dagegen unter 1, dass der Gehalt an Kieselsäure etwas höher ausfiel. Die Schwankungen um den Werth 1 sind so gering, dass man sie nicht beanstanden kann, zumal wenn man bedenkt, dass sie nur innerhalb der Grenzen liegen, welche bei so complicirten Bestandtheilen und bei geringen Beimengungen möglich sind. Dass dieselben in den Turmalinen selbst bei dem ausgesuchtesten Materiale nicht fehlen, ist aus der Beschaffenheit derselben und aus der Art ihres Vorkommens leicht zu entnehmen, und wir ersehen aus den geringen Abweichungen, dass C. Rammelsberg das sorgfältig ausgewählte Material mit vorzüglicher Genauigkeit behandelte, und wir derselben eine endgiltige Entscheidung über die Zusammensetzung des Turmalins zu verdanken haben.

Schema der Sauerstoffmengen:

1.	20·18	20·67	6·67	13·78 + 6·67 = 20·45	1·01
2.	19·78	22·85	5·26	15·23 + 5·26 = 20·49	1·04
3.	19·65	21·96	5·44	14·64 + 5·44 = 20·08	1·02
4.	19·91	23·18	4·91	15·45 + 4·91 = 20·36	1·02
5.	20·27	21·80	5·15	14·53 + 5·15 = 19·68	0·97
6.	19·71	22·45	5·07	14·97 + 5·07 = 20·04	1·01
7.	19·59	22·57	4·72	15·05 + 4·72 = 19·77	1·01
8.	19·98	22·99	4·41	15·33 + 4·41 = 19·74	0·99
9.	19·74	23·17	3·96	15·45 + 3·96 = 19·41	0·98
10.	19·28	22·91	4·60	15·27 + 4·60 = 19·87	1·03
11.	19·34	23·28	3·87	15·52 + 3·87 = 19·39	1·00
12.	19·48	22·36	4·60	14·91 + 4·60 = 19·51	1·00
13.	19·00	21·83	4·54	14·55 + 4·54 = 19·09	1·00
14.	18·85	22·90	3·95	15·27 + 3·95 = 19·22	1·02
15.	19·22	23·52	2·98	15·68 + 2·98 = 18·66	0·97
16.	18·57	23·84	3·18	15·89 + 3·18 = 19·07	1·03
17.	18·97	23·05	3·08	15·33 + 3·08 = 18·41	0·97
18.	19·18	24·53	2·80	16·35 + 2·80 = 19·15	0·99
19.	19·35	24·33	2·66	16·22 + 2·66 = 18·88	0·97
20.	19·97	24·52	2·35	16·35 + 2·35 = 18·70	0·94
21.	19·90	24·25	1·79	16·17 + 1·79 = 17·96	0·90
22.	19·07	23·84	2·93	15·89 + 2·93 = 18·82	0·98
23.	19·84	24·44	2·64	16·29 + 2·64 = 18·93	0·96
24.	20·00	25·42	2·53	16·95 + 2·53 = 19·48	0·97
25.	20·03	24·48	2·52	16·32 + 2·52 = 18·84	0·94
26.	20·92	24·14	2·13	16·09 + 2·13 = 18·22	0·90
27.	20·40	26·34	1·70	17·56 + 1·70 = 19·26	0·94
28.	19·91	26·68	1·81	17·79 + 1·81 = 19·60	0·98
29.	19·94	26·40	1·61	17·60 + 1·61 = 19·21	0·94
30.	21·38	25·71	1·19	17·13 + 1·19 = 18·32	0·86

Der Turmalin Nr. 30 von Rozena in Mähren, welcher die grösste Abweichung zeigt, wurde von C. Rammelsberg bereits von der Berechnung ausgeschlossen, weil er wahrscheinlich sich im Zustande der Zersetzung befand, wie auch die gegebene Beschreibung nachweist. Er konnte daher füglich wegbleiben, doch ersieht man selbst an ihm, dass er demnach nicht auffallend abweicht. Die beiden Turmaline, Nr. 21, von Sarapulsk bei Mursinsk am Ural, und Nr. 26 von Chesterfield in Massachusetts in den Vereinigten Staaten, welche nächst diesem ein wenig abweichen, und sich desshalb nicht vollständig genug der Formel zu fügen scheinen, lassen aus ihrer Beschreibung entnehmen, dass die Ursachen der Abweichung nicht fern liegen. Nr. 21 bildete Aggregate von stenglig verwachsenen Krystallen, denen wahrscheinlich etwas beigemengt sein konnte, und Nr. 26 hatte eine stellenweise verwitterte Hülle.

Die Berechnung der speciellen Formeln für die einzelnen Abänderungen zeigte, dass verschiedene Vielfache der beiden in der allgemeinen Formel liegenden Glieder $3RO.SiO_3$ und $3R_2O_3.2SiO_3$ in den speciellen Formeln vorhanden sind und dass, wenn man nicht die Berechnung zu weit treiben will, die Vielfachen auf ziemlich einfache Zahlenverhältnisse zurückzuführen sind. Das nachfolgende Schema zeigt die gegenseitige Zahl der Äquivalente, links vom Zeichen der Gleichheit, wie sie aus der Berechnung hervorgeht, rechts davon, welche als annähernde zur Aufstellung der speciellen Formel gewählt wurde.

	SiO_3		R_2O_3		RO		SiO_3	R_2O_3	RO
1.	3	:	3·07	:	2·97	=	3	: 3	: 3
2.	8	:	9·24	:	6·38	=	8	: 9	: 6
3.	11	:	12·29	:	9·13	=	11	: 12	: 9
4.	8	:	9·31	:	5·92	=	8	: 9	: 6
5.	8	:	8·60	:	6·09	=	8	: 9	: 6
6.	8	:	9·11	:	6·17	=	8	: 9	: 6
7.	8	:	9·22	:	5·79	=	8	: 9	: 6
8.	13	:	14·96	:	8·61	=	13	: 15	: 9
9.	5	:	5·87	:	3·01	=	5	: 6	: 3
10.	13	:	15·44	:	9·31	=	13	: 15	: 9
11.	5	:	6·02	:	3·00	=	5	: 6	: 3
12.	13	:	14·92	:	9·20	=	13	: 15	: 9
13.	13	:	14·94	:	9·32	=	13	: 15	: 9
14.	5	:	6.07	:	3·14	=	5	: 6	: 3
15.	7	:	8.56	:	3·25	=	7	: 9	: 3
16.	12	:	15.41	:	6·16	=	12	: 15	: 6
17.	12	:	14.58	:	5·84	=	12	: 15	: 6
18.	7	:	8.95	:	3·07	=	7	: 9	: 3

	SiO_3		R_2O_3		RO		SiO_3	R_2O_3	RO
19.	7	:	8·80	:	2·92	=	7	: 9	: 3
20.	7·33	:	9	:	2·59	=	7	: 9	: 3
21.	11·11	:	13·55	:	3·00	=	11	: 15	: 3
22.	7	:	8·75	:	3·23	=	7	: 9	: 3
23.	7	:	8·62	:	2·79	=	7	: 9	: 3
24.	7	:	8·89	:	2·66	=	7	: 9	: 3
25.	7·36	:	9	:	2·78	=	7	: 9	: 3
26.	9·82	:	11·33	:	3·00	=	9	: 12	: 3
27.	11	:	14·20	:	2·75	=	11	: 15	: 3
28.	11	:	14·74	:	3·00	=	11	: 15	: 3
29.	13	:	17·21	:	3·15	=	13	: 18	: 3
30.	17·45	:	21	:	2·92	=	15	: 21	: 3

Hieraus lassen sich nun für die von C. Rammelsberg analysirten dreissig Abänderungen des Turmalins die nachfolgenden Formeln aufstellen, welche sämmtliche in der von mir aufgestellten allgemeinen Formel des Turmalins enthalten sind. Zur Übersicht sind noch, wenn man das eine Glied $3RO . SiO_3$ mit *a* und das andere Glied $3R_2O_3 . 2SiO_3$ mit *b* bezeichnet, die Vielfachen kürzer ausgedrückt und nebenbei den der Berechnung entsprechenden Formeln hinzugefügt. Dieses Schema zeigt, dass, wenn man sich an die einfacheren Zahlenverhältnisse hält, und nicht durch die Berechnung die Anzahl der verschiedenen unter die allgemeine Formel des Turmalins fallenden besondern Formeln vermehren will, einige derselben oft wiederkehren und die verschiedenen Formeln nicht an die Qualität der Stoffe gebunden sind, was durchaus gar nicht nothwendig ist.

Schema der besonderen Formeln des Turmalins.

	$m(3RO . 1SiO_3)$	+	$n(3R_2O_3 . 2SiO_3)$	= ma + nb
1.	$1(2·97RO . 1SiO_3)$	+	$1(3·07R_2O_3 . 2SiO_3)$	= a + b
2.	$2(3·19RO . 1SiO_3)$	+	$3(3·08R_2O_3 . 2SiO_3)$	= 2a + 3b
3.	$3(3·04RO . 1SiO_3)$	+	$4(3·07R_2O_3 . 2SiO_3)$	= 3a + 4b
4.	$2(2·96RO . 1SiO_3)$	+	$3(3·10R_2O_3 . 2SiO_3)$	= 2a + 3b
5.	$2(3·05RO . 1SiO_3)$	+	$3(2·87R_2O_2 . 2SiO_3)$	= 2a + 3b
6.	$2(3·08RO . 1SiO_3)$	+	$3(3·04R_2O_3 . 2SiO_3)$	= 2a + 3b
7.	$2(2·89RO . 1SiO_3)$	+	$3(3·07R_2O_3 . 2SiO_3)$	= 2a + 3b
8.	$3(2·87RO . 1SiO_3)$	+	$5(2·99R_2O_3 . 2SiO_3)$	= 3a + 5b
9.	$1(3·01RO . 1SiO_3)$	+	$2(2·93R_2O_3 . 2SiO_3)$	= a + 2b
10.	$3(3·10RO . 1SiO_3)$	+	$5(3·09R_2O_3 . 2SiO_3)$	= 3a + 5b
11.	$1(3·00RO . 1SiO_3)$	+	$2(3·01R_2O_3 . 2SiO_3)$	= a + 2b
12.	$3(3·07RO . 1SiO_3)$	+	$5(2·98R_2O_3 . 2SiO_3)$	= 3a + 5b
13.	$3(3·11RO . 1SiO_3)$	+	$5(2·99R_2O_3 . 2SiO_3)$	= 3a + 5b
14.	$1(3·14RO . 1SiO_3)$	+	$2(3·03R_2O_3 . 2SiO_3)$	= a + 2b
15.	$1(3·25RO . 1SiO_3)$	+	$3(2·85R_2O_3 . 2SiO_3)$	= a + 3b
16.	$2(3·08RO . 1SiO_3)$	+	$5(3·08R_2O_3 . 2SiO_3)$	= 2a + 5b

17. $2(2{\cdot}92\ RO\ .\ 1\ SiO_3) + 5(2{\cdot}92\ R_2O_3\ .\ 2\ SiO_3) = 2a + 5b$
18. $1(3{\cdot}07\ RO\ .\ 1\ SiO_3) + 3(2{\cdot}98\ R_2O_3\ .\ 2\ SiO_3) = a + 3b$
19. $1(2{\cdot}92\ RO\ .\ 1\ SiO_3) + 3(2{\cdot}93\ R_2O_3\ .\ 2\ SiO_3) = a + 3b$
20. $1(2{\cdot}59\ RO\ .\ 1{\cdot}05\ SiO_3) + 3(3{\cdot}00\ R_2O_3\ .\ 2{\cdot}10\ SiO_3) = a + 3b$
21. $1(3{\cdot}00\ RO\ .\ 1{\cdot}01\ SiO_3) + 5(2{\cdot}71\ R_2O_3\ .\ 2{\cdot}02\ SiO_3) = a + 5b$
22. $1(3{\cdot}23\ RO\ .\ 1\ SiO_3) + 3(2{\cdot}92\ R_2O_3\ .\ 2\ SiO_3) = a + 3b$
23. $1(2{\cdot}79\ RO\ .\ 1\ SiO_3) + 3(2{\cdot}87\ R_2O_3\ .\ 2\ SiO_2) = a + 3b$
24. $1(2{\cdot}66\ RO\ .\ 1\ SiO_3) + 3(2{\cdot}96\ R_2O_3\ .\ 2\ SiO_2) = a + 3b$
25. $1(2{\cdot}78\ RO\ .\ 1{\cdot}05\ SiO_3) + 3(3{\cdot}00\ R_2O_3\ .\ 2{\cdot}10\ SiO_3) = a + 3b$
26. $1(3{\cdot}00\ RO\ .\ 1{\cdot}09\ SiO_3) + 4(2{\cdot}83\ R_2O_3\ .\ 2{\cdot}18\ SiO_3) = a + 4b$
27. $1(2{\cdot}75\ RO\ .\ 1\ SiO_3) + 5(2{\cdot}85\ R_2O_3\ .\ 2\ SiO_3) = a + 5b$
28. $1(3{\cdot}00\ RO\ .\ 1\ SiO_3) + 5(2{\cdot}95\ R_2O_3\ .\ 2\ SiO_3) = a + 5b$
29. $1(3{\cdot}15\ RO\ .\ 1\ SiO_3) + 6(2{\cdot}87\ R_2O_3\ .\ 2\ SiO_3) = a + 6b$
30. $1(2{\cdot}92\ RO\ .\ 1{\cdot}16\ SiO_3) + 7(3{\cdot}00\ R_2O_3\ .\ 2{\cdot}32\ SiO_3) = a + 7b$

Weil die untersuchten Turmaline fast sämmtlich von verschiedenen Fundorten gewählt wurden, so lässt sich aus denselben kein vergleichendes Moment entnehmen, obgleich ein Vergleich in Bezug auf diese und das Vorkommen in gewissen Gebirgsarten nicht ohne Interesse gewesen wäre. Das Wenige, was darüber bekannt gegeben ist, ist nicht geeignet, dieses Interesse zu befriedigen, jedoch lässt sich auch daraus vermuthen, dass die verschiedenen Gebirgsarten und namentlich die begleitenden Minerale, deren Kenntniss stets wünschenswerth ist, nicht ohne Einfluss auf bestimmte und wiederkehrende Verschiedenheiten sind.

Die 11 verschiedenen Abänderungen bezüglich des gegenseitigen Verhältnisses der beiden vicarirenden Hauptbestandtheile, des Monosilikates einatomiger Basen und des Zweidrittelsilikates anderthalbatomiger Basen, gruppiren sich nach den Fundorten wie folgt:

I. $3RO\,.\,SiO_3 + 3R_2O_3\,.\,2SiO_3$. Brauner Turmalin von Gouverneur, St. Lawrence County, New-York in den Vereinigten Staaten, vorkommend in körnigem Kalksteine, begleitet von Apatit und Skapolith.

II. $2(3\,RO\,.\,SiO_3) + 3(3R_2O_3\,.\,2SiO_3)$. Brauner Turmalin von Windisch-Kappel in Kärnten, im Innern weisse Glimmerblättchen enthaltend; brauner Turmalin von Oxford, New-Hampshire in den Vereinigten Staaten, vorkommend in grünlichgrauem Talkschiefer, Blättchen von Talk und Glimmer in seiner Masse zerstreut enthaltend, brauner Turmalin von Monroe in Connecticut in den Vereinigten Staaten, vorkommend im Glimmer und Talkschiefer, auf den Ablö-

sungsflächen einzelne Glimmerblättchen enthaltend; schwarzer Turmalin von Zillerthal in Tirol, in weissem hartem Talk liegend, von grünem Aktinolith begleitet; schwarzer Turmalin von Godhaab in Grönland, in Höhlungen Glimmerblättchen, im Innern schwarze Glimmerlamellen und kleine Partien eines weissen blätterigen Minerales enthaltend.

III. $3(3RO \,.\, SiO_3) + 4(3R_2O_3 \,.\, 2SiO_3)$. Grüner Turmalin von Eibenstock in Sachsen, wahrscheinlich aus Granit.

IV. $3(3RO \,.\, SiO_3) + 5(3R_2O_3 \,.\, 2SiO_3)$. Schwarzer Turmalin von Texas, Lancaster County in Pennsylvanien, vorkommend in grauweissem, hartem, talkartigem Gestein; schwarzer Turmalin von Havredal bei Krageroe im südlichen Norwegen, vorkommend in einem Gemenge von Quarz, Albit und Titaneisen, Glimmerblättchen an der Oberfläche und auf den Ablösungsflächen enthaltend; schwarzer Turmalin von Haddam in Connecticut, in den Vereinigten Staaten, eingewachsen in Quarz, bekleidet mit Quarz und Orthoklas; schwarzer Turmalin, ebendaher, vorkommend in Granit, begleitet von Chrysoberyll, verwachsen mit körnigem gelbem Quarz, zwischen beiden liegt Talk oder Chlorit, Höhlungen an der Oberfläche enthaltend, in denen wie im Innern, gelber Eisenocher und Glimmer sich befindet.

V. $3RO \,.\, SiO_3 + 2(3R_2O_3 \,.\, 2SiO_3)$, Braunschwarzer Turmalin von St. Gotthard; schwarzer Turmalin von Ramfossen bei Snarum, Kirchspiel Modum in Norwegen; im Innern ein weisses blättriges Mineral enthaltend; schwarzer Turmalin von Unity in New-Hampshire in den Vereinigten Staaten, eingewachsen in weissem, fast durchsichtigem Quarz.

VI. $3RO \,.\, SiO_3 + 3(3R_2O_3 \,.\, 2SiO_3)$. Schwarzer Turmalin von Bovey-Tracy in Devonshire in England, eingewachsen in Granit, mit anhängendem gelbbraunem verwittertem Orthoklas, der sich auf Absonderungsklüften in das Innere zieht; schwarzer Turmalin von der Herrschaft Saar in Mähren, mit röthlicher thoniger Masse und etwas Glimmer im Innern; schwarzer Turmalin von Langenbielau in Schlesien, im Granit vorkommend, auf den Bruchflächen mit Glimmer bedeckt; schwarzer Turmalin von Krummau in Böhmen, im Granit vorkommend; schwarzer Turmalin von Elba; grüner Turmalin, ebendaher; grüner Turmalin von Paris in Maine in den Vereinigten Staaten; grüner Turmalin aus Brasilien.

VII. $2(3RO . SiO_3 + 5(3R_2O_3 . 2SiO_3)$. Schwarzer Turmalin von Alabaschka bei Mursinsk am Ural, im Granit vorkommend, in den Vertiefungen verwitterten Orthoklas, im Innern weisse Glimmerblättchen enthaltend; schwarzer Turmalin von Sonnenberg bei Andreasberg am Harz, in drusenreichem Granit vorkommend, dessen Orthoklas zersetzt ist.

VIII. $3RO . SiO_3 + 5(3R_2O_3 . 2SiO_3)$. Blauschwarzer, stellenweise rother Turmalin von Sarapulsk bei Mursinsk am Ural; rother Turmalin von Elba, mit Glimmer zum Theil bekleidet und denselben eingewachsen enthaltend; rother Turmalin von Paris in Maine in den Vereinigten Staaten.

IX. $3RO . SiO_3 + 4(3R_2O_3 . 2SiO_3)$. Grüner Turmalin von Chesterfield in Massachusetts in den Vereinigten Staaten, in Granit vorkommend, welcher Albit als Gemengtheil enthält.

X. $3RO . SiO_3 + 6(3R_2O_3 . 2SiO_3)$. Rother Turmalin von Schaitansk am Ural, auf Drusenräumen im Granit vorkommend.

XI. $3RO . SiO_3 + 7(3R_2O_3 . 2SiO_3)$. Rother Turmalin von Rozena in Mähren, im Granit vorkommend, dessen Orthoklas zersetzt ist, bekleidet mit Lepidolith.

So unvollständig zur Zeit noch diese Zusammenstellung ist, so dürfte sie um so eher Veranlassung geben, darauf zu achten, um die schwachen Andeutungen über gleiche Verhältnisse zu verstärken, da es nicht unwahrscheinlich ist, dass die geeignete Untersuchung befriedigendere Resultate geben wird.

Was die sonst noch bekannten Analysen des Turmalins betrifft, so können dieselben hier um so weniger beachtet werden, weil sie den von C. Rammelsberg gelieferten am Werthe nachstehen. Mag die Abweichung der Mehrzahl derselben liegen, in was sie wolle, so müssen wir die Resultate Rammelsberg's allen andern oben anstellen und die aufzustellende Formel darauf begründen. Die Formeln, welche aus den älteren Analysen aufgestellt werden könnten, sind daher nicht entscheidend, und die Vergleichung früher gewonnener Resultate mit den von Rammelsberg gelieferten zeugt in abweichendem Falle von Fehlern jener, weil die Rammelsberg'schen Analysen unter einander, so verschieden auch die Fundorte sind, und die Quantität und Qualität der Bestandtheile variiren, eine überraschende Übereinstimmung bei so grosser Anzahl der Analysen zeigen.

Es genügt, um die Abweichung zu zeigen, welche bei der Vergleichung hervortritt, nur wenige Beispiele hervorzuheben, wo wir Turmaline desselben Fundortes vor uns haben. So fand z. B. C. Rammelsberg für den rothen Turmalin von Elba, die unter 1, R. Hermann für seinen Achroit von Elba die unter 2 angegebenen Bestandtheile, C. Rammelsberg für den Turmalin von Eibenstock in Sachsen die unter 3, C. Gmelin für denselben die unter 4 angegebenen Bestandtheile:

1.	2.	3.	4.	
2·41	—	2·51	—	Fluor,
0·10	—	—	—	Phosphorsäure,
39·27	42·885	37·83	33·05	Kieselsäure,
7·87	5·340	8·88	1·89	Borsäure,
44·41	44·088	30·86	38·23	Thonerde,
0·64	—	—	—	Manganoxyd,
0·78	0·450	11·62	Spur	Talkerde,
2·00	3·120	2·27	—	Natron,
1·30	Spur	0·30	Spur	Kali,
1·22	2·19	—	3·17	Lithion,
—	1·66	—	—	Kohlensäure,
—	0·267	—	—	Manganoxydul,
—	—	4·85	—	Eisenoxyd,
—	—	0·88	0·86	Kalkerde,
—	—	—	23·86	Eisenoxydul,
—	—	—	0·45	Glühverlust.

und nur selten ist die Übereinstimmung in den gewonnenen Formeln sichtbar, während die Differenzen bei der Mehrzahl sehr gross sind.

7. Axinit, neue Formel desselben.

Um die der neuen Ansicht über die Constitution der Borsäure entsprechende Formel des Axinits aufzustellen, können wir nur die von Rammelsberg gelieferten Analysen desselben benützen.

Aus der Analyse des Axinits von Oisans im Dauphiné ergeben sich die Äquivalente, wie folgt:

SiO_3	B_2O_3	Al_2O_3	Fe_2O_3	Mn_2O_3	MgO	CaO	KO	
9·641	1·607	3·041	1·182	0·385	0·851	7·382	0·135	oder
10·000	1·666	3·154	1·226	0·399	0·883	7·657	0·140	
10 000		6·445				8·680		
		— 0·160				+ 0·320		
10·000		6·285				9·000		oder
10		6				9		

woraus die Formel $3(3RO \,.\, 2SiO_3) + 2(3R_2O_3 \,.\, 2SiO_2)$ folgt.

Aus der Analyse des Axinits von der Treseburg am Harz ergeben sich die Äquivalente, wie folgt:

SiO_3	B_2O_3	Al_2O_3	Fe_2O_3	Mn_2O_3	MgO	CaO	
9·655	1·897	3·047	1·492	0·173	0·887	6·750	oder
10·000	1·965	3·166	1·545	0·179	0·919	6·991	
10·000		6·855			7·910		
		— 0·545			+ 1·090		
10·000		6·310			9·000		oder
10		6			9		

woraus dieselbe Formel folgt.

Aus der Analyse des Axinits von Miask am Ural, ergeben sich die Äquivalente, wie folgt:

SiO_3	B_2O_3	Al_2O_3	Fe_2O_3	Mn_2O_3	MgO	CaO	
9·651	1·665	3·292	1·276	0·146	1·106	7·131	oder
10·000	1·725	3·411	1·322	0·151	1·146	7·389	
10·000		6·609			8·535		
		— 0·223			+ 0·465		
10·000		6·376			9·000		oder
10		6			9		

woraus gleichfalls die Formel $3(3RO \,.\, 2SiO_3) + 2(3R_2O_3 \,.\, 2SiO_3)$ folgt.

Dass zum Behufe der Constituirung der Formel eine sehr geringe Menge der Eisen- und Manganoxyde in der Form der Oxydule zu den Basen RO geschlagen wurde, hat nichts auf sich, da die Menge eine geringe ist und die Trennung der Oxyde und Oxydule früher nicht so berücksichtigt wurde, wie neuerdings bei den Turmalinen. Auch spricht dafür der geringe Überschuss in der ersten Analyse und dass bei der zweiten und dritten ein wenig Alkali unbestimmt blieb, und bei der Borsäure eingerechnet wurde.

Dass diese drei Analysen aber vollständig ausreichen, um die Formel des Axinits aufzustellen, wird wohl Niemand bezweifeln, wenn man berücksichtigt, dass die Resultate so gut übereinstimmen, und die Axinite von drei sehr entfernten Fundorten sind. Die früheren können nicht berücksichtigt werden, weil dabei die Borsäure gar nicht

bestimmt wurde, und die von Wiegmann allein keinen Einfluss haben kann, indem man anzunehmen hat, dass die Bestimmung eine unvollkommenere ist, als die C. Rammelsberg's. Beide analysirten Axinite von der Treseburg am Harz und während Rammelsberg's Analyse ein mit anderen Fundorten übereinstimmendes Resultat gibt, weichen die von demselben Fundorte auffallend ab, wie die Vergleichung zeigt. Wiegmann nämlich fand die unter 1, und Rammelsberg die unter 2 angegebenen Bestandtheile

1.	2.	
45·00	43·736	Kieselsäure,
2·00	6·621	Borsäure,
19·00	15·660	Thonerde,
12·25	11·940	Eisenoxyd,
9·00	1·369	Manganoxyd,
0·25	1·774	Talkerde,
12·50	18·900	Kalkerde.

Hieraus geht hervor, dass man mit vollem Rechte dem von Rammelsberg gefundenen Gehalte den Vorzug geben muss.

Die früher von Rammelsberg aufgestellte Formel $3\,Ca, MgO\,.\,2Si, BO_3 + 2(Al_2, Fe_2\,Mn_2\,O_3\,.\,Si, BO_3)$ entsprach auch weit weniger dem Resultate der Analysen, indem die Äquivalente mit weniger Annäherung an die gefundenen Zahlen gewählt wurden, als es die jetzt aufgestellte Formel zeigt. Aus den drei Analysen gingen nämlich die Äquivalente

Si, BO_3	$Al_2Fe_2Mn_2O_3$	$Mg\,Ca\,O$
4·000	1·639	2·976
4·000	1·632	2·644
4·000	1·666	2·912

hervor, und man hätte anstatt der Näherungswerthe 4 , 2 , 3 richtiger die Näherungswerthe 8 , 3 , 6 wählen müssen, woraus sich die Formel $2(3RO\,.\,Si\,O_3) + 3(R_2\,O_3\,.\,2\,Si\,O_3)$ ergeben hätte, die jetzt nicht mehr nöthig ist.

Vorträge.

Bahnnähen zwischen den periodischen Gestirnen des Sonnensystemes.

Von dem w. M. **Karl v. Littrow.**

Die Frage, ob irgend Planeten oder Kometen sich einander in solchem Masse nähern könnten, dass aussergewöhnliche wechselweise Wirkungen entstehen müssten, hat sehr an Interesse gewonnen, seit die Chancen für ihre Bejahung mit der raschen Zunahme der Bevölkerung dieses Systems durch entschieden bleibende Bewohner so sehr gestiegen sind. Daher kommt es denn auch dass Versuche, klare und umfassende Anschauungen dieser Verhältnisse zu gewinnen, in unseren Tagen immer häufiger werden, während ähnliche Arbeiten in früheren Zeiten selten oder nur durch besondere Veranlassungen entstanden. Ein specieller Fall der Aufgabe, die uns hier beschäftigen wird, lenkte schon früh die Aufmerksamkeit der Astronomen auf sich und verbreitete sogar von Zeit zu Zeit in weiteren Kreisen eine gewisse Aufregung; die Möglichkeit des Zusammentreffens von Kometen mit der Erde trat mit allen ihren eingebildeten Schrecknissen an die Stelle der abergläubischen Befürchtungen, mit denen man früher diese Himmelskörper betrachtete, sobald man erkannt hatte, dass sie zwar gesetzmässig, aber nach allen Richtungen um die Sonne kreisen, und das ganze den Planeten angewiesene Gebiet durchschweifen.

Olbers hat uns die Geschichte der älteren Forschungen dieser Art in einer schönen Abhandlung [1]) gegeben, die im Jahre 1828 von neuem abgedruckt wurde, als der Zufall, dass die Bahn des Biela'schen Kometen sich mit der Erdbahn kreuzt, den Gegenstand wieder zur Sprache brachte. Zu Ende des vorigen Jahrhunderts und kurz nachdem man am Halley'schen Kometen das erste Beispiel des Eintreffens der voraus bezeichneten Wiederkehr eines solchen Gestirnes erlebt hatte, behandelten diesen speciellen Fall fast gleich-

[1]) Über die Möglichkeit, dass ein Komet mit der Erde zusammenstossen könne. Zach's monatl. Corresp. Bd. XXII, p. 409 und Astron. Nachr. Bd. VI, p. 165.

zeitig Prosperin [1]), Lalande [2]) und DuSéjour [3]). Olbers lieferte vierzig Jahre später a. a. O. wichtige Beiträge dazu. Ceres und Pallas [4]) gaben 1802 die erste Gelegenheit die Zusammenkunft zweier Planeten zu untersuchen und im Jahre 1832 wies mein Vater an den Kometen von Encke und Biela [5]) das erste Beispiel einer gegenseitigen Annäherung von Gestirnen dieser Art nach. Ebenso kamen einzelne Anwendungen dieser Aufgabe bei Merkur und dem Encke'schen Kometen, bei dem Kometen von 1770 und Jupiter vor, bis endlich in der neuesten Zeit die überraschende Häufung der sogenannten Asteroiden [6]) zwischen Mars und Jupiter zu umfangrei-

---

[1]) De inveniendis punctis proximis parabolae et circuli, circa eundem focum descriptorum. Upsaliae 1773. — Der k. schwed. Akademie d. Wissensch. Abhandlungen aus der Naturlehre etc. auf das Jahr 1775. Übersetzt von A. G. Kästner, Bd. XXXVII, p. 189. — Der k. schwed. Akademie d. Wissensch. neue Abhandlungen aus der Naturlehre etc. für das Jahr 1785. Übersetzt von A. G. Kästner und J. D. Brandis, Bd. VI, p. 256.

[2]) Recherches sur les comètes qui peuvent approcher de la Terre. Paris 1773.

[3]) Essai sur les comètes en général et particulièrement sur celles qui peuvent approcher de la Terre. Paris 1775.

[4]) Zach's Monatl. Corresp. Bd. VI, p. 87 und Bd. XXVI, p. 298.

[5]) Baumgartner, Zeitschrift für Physik. Bd. I, p. 41.

[6]) Ich wähle von den vielen unpassenden Sammelnamen, die diese Planeten führen, den Ausdruck „Asteroiden", weil er noch der gewöhnlichste und eben nicht unzweckmässiger als andere ist. Die Scheu, welche jeder Fachmann vor Änderungen von Nomenklaturen hat, wird von mir vollkommen getheilt; da aber einerseits das Bedürfniss nach einer guten Collectivbezeichnung dieser Himmelskörper jetzt immer häufiger wird, und andererseits sich noch keine solche Benennung wirklich festgesetzt hat, so glaube ich hier einen neuen Vorschlag wagen zu dürfen. Die bisher gangbaren Namen leiden meiner Meinung nach hauptsächlich an einem Übelstande: sie nehmen alle keine Rücksicht auf das einzige jenen Planeten zukommende unveränderliche Kriterium der Stellung zwischen Mars und Jupiter, und setzen an dessen Stelle oft ganz unstatthafte Beziehungen. So werden diese Himmelskörper „Asteroiden" genannt — ein Name, den sie überdies mit Meteoren theilen — als wären sie keine eigentlichen Gestirne, sondern nur ähnliche Dinge; soll dies Wort aber bedeuten, dass sie im Gegensatze zu anderen Planeten Fixsternen ähnlich sehen, so haben schon Uranus und Neptun einen Unterschied nahezu aufgehoben, der ebenso gut von vielen Kometen gilt. Aus gleichem Grunde, nur in noch höherem Masse, kann man der Bezeichnung „Planetoiden" keine Berechtigung zusprechen. Der Ausdruck „Coplaneten" legt zu grosses Gewicht auf räumliche Nähe, ist zu wenig euphonisch und grammatisch mangelhaft. Der Name „Gruppenplaneten," an sich vielleicht noch der beste, fügt sich nicht in fremde Sprachen. Die Benennung „kleine Planeten" endlich kann kaum als wirkliche Bezeichnung betrachtet werden. Wie wäre es also, wenn wir jene Gestirne Zenarëiden (von Ζεύς, Ζηνός und Ἄρης) nennen wollten? Dieser Name scheint mir allen billigen Anforderungen zu genügen. Mythologische Bedenken gegen die an ein Patronymicum erinnernde Endung wären wohl zu weit getrieben.

cheren Bearbeitungen dieser Frage führte. Nachdem Gould[1]) unter den zuerst bekannt gewordenen neun Himmelskörpern dieser Gattung die Nachbarpunkte aufgesucht, bearbeitete D'Arrest[2]) in gleicher Weise dreizehn Asteroidenbahnen.

Seitdem wurde die Zahl dieser kleinen Planeten verdoppelt; überdies hatten sich in den letzten Jahren die Kometen mit entschieden elliptischer Bahn von vier auf zehn vermehrt. Ich hielt es daher für angemessen, eine neue, Planeten und Kometen umfassende Untersuchung dieses Gegenstandes vorzunehmen, deren erste Resultate ich hier mittheile. Um nicht zu viele Unsicherheiten durch noch unvollkommene Elemente einzuführen, glaubte ich einstweilen mich auf die bis Ende des Jahres 1852 bekannten Himmelskörper beschränken zu sollen.

Ein allgemeiner Überblick des Ganzen liess sofort erkennen, dass Saturn, Uranus und Neptun in dieser Beziehung nichts Bemerkenswerthes boten; es ergaben sich daher folgende 38 hier zu beachtende Bahnen:

D'Arrest . . 32.	Halley . . 38.	Olbers . . 36.
Astraea . . 18.	Hebe . . . 11.	Pallas . . . 24.
Biela . . . 33.	Hygiea . . 27.	Parthenope . 15.
Brorsen . . 31.	Irene . . . 19.	Psyche . . 26.
Calliope . . 25.	Iris . . . . 9.	Thalia . . . 21.
Ceres . . . 23.	Juno . . . 22.	Thetis . . . 16.
Egeria . . 17.	Jupiter . . 28.	Venus . . . 2.
Encke . . . 29.	Lutetia . . 14.	Vesta . . . 8.
Erde . . . 3.	Mars . . . 4.	de Vico 1844 30.
Eunomia . . 20.	Massalia . . 13.	de Vico 1846 37.
Faye . . . 34.	Melpomene . 6.	Victoria . . 7.
Flora . . . 5.	Merkur . . 1.	Westphal . 35.
Fortuna . . 12.	Metis . . . 10.	

Die beigeschriebenen Numern werden weiter unten ihre Erklärung und Anwendung finden.

Da für das Verständniss des hier Vorzutragenden die Kenntniss der unsere Aufgabe in aller Strenge lösenden Ausdrücke erfordert wird, so will ich mit der Zusammenstellung dieser genauen Formeln beginnen, und dabei absichtlich, zum Unterschiede von Du Séjour's Behandlung, die excentrischen Anomalien brauchen.

---

[1]) Untersuchungen über die gegenseitige Lage der Bahnen der zwischen Mars und Jupiter sich bewegenden Planeten. Göttingen 1848. Astr. Nachr. Bd. XXVII, p. 289.

[2]) Über das System der kleinen Planeten zwischen Mars und Jupiter. Leipzig 1851.

Nennt man x, y, z die rechtwinkeligen heliocentrischen Coordinaten eines Punktes der Bahn I, die Ebene der xy in dieser Bahn, die Axe der x in der Knotenlinie von I in II gedacht, so hat man, wenn r den Radius Vector, u das Argument der Breite des Gestirnes I, U den analogen Winkel für den gemeinschaftlichen Durchschnitt beider Bahnen, in der Ebene I gezählt, bezeichnet

$$\begin{aligned} x &= r\ cos\ (u - U) \\ y &= r\ sin\ (u - U) \\ z &= 0 \end{aligned}$$

und ebenso für den Himmelskörper II, wenn N die Neigung der Bahn II gegen I bedeutet,

$$\begin{aligned} x_1 &= r_1\ cos\ (u_1 - U_1) \\ y_1 &= r_1\ sin\ (u_1 - U_1)\ cos\ N \\ z_1 &= r_1\ sin\ (u_1 - U_1)\ sin\ N \end{aligned}$$

somit die gegenseitige Distanz Δ je zweier Punkte der Bahnen I und II

$$\begin{aligned} \Delta^2 &= (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 \\ &= r^2 + r_1^2 - 2rr_1\ cos\ \psi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1) \end{aligned}$$

wo

$$\begin{aligned} cos\ \psi &= cos\ (u - U)\ cos\ (u_1 - U_1) + \\ &+ sin\ (u - U)\ sin\ (u_1 - U_1)\ cos\ N \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2) \end{aligned}$$

und die Grössen U, U_1 und N gefunden werden durch

$$\left.\begin{aligned} sin\ \frac{N}{2}\ sin\ \frac{U + U_1}{2} &= sin\ \frac{k_1 - k}{2}\ sin\ \frac{n_1 + n}{2} \\ sin\ \frac{N}{2}\ cos\ \frac{U + U_1}{2} &= cos\ \frac{k_1 - k}{2}\ sin\ \frac{n_1 - n}{2} \\ cos\ \frac{N}{2}\ sin\ \frac{U - U_1}{2} &= sin\ \frac{k_1 - k}{2}\ cos\ \frac{n_1 + n}{2} \\ cos\ \frac{N}{2}\ cos\ \frac{U - U_1}{2} &= cos\ \frac{k_1 - k}{2}\ cos\ \frac{n_1 - n}{2} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

wenn man unter k die Länge des aufsteigenden Knoten, unter n die Neigung der Bahnen gegen die Ekliptik versteht.

Um nun die hier in Betracht kommenden Werthe von u und u_1 zu erfahren, wollen wir zuerst die Gleichung (1) entwickeln, und statt dieser Argumente der Breite die wahren Anomalien v einführen. Heisst ω die Distanz des Perihels vom aufsteigenden Knoten in der

Ekliptik, und ist Ω der analoge Winkel in Bezug auf den gemeinschaftlichen Durchschnitt beider Bahnen, so hat man

$$\Omega = \omega - U;\ \Omega_1 = \omega_1 - U_1 \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

oder

$$u - U = v + \Omega;\ u_1 - U_1 = v_1 + \Omega_1$$

folglich auch

$$\begin{aligned}\Delta^2 = r^2 + r_1^2 &- 2\,A\,rr_1\,\cos v\,\cos v_1\\ &+ 2\,A'rr_1\,\cos v\,\sin v_1\\ &+ 2\,A''rr_1\,\sin v\,\cos v_1\\ &- 2\,A'''rr_1\,\sin v\,\sin v_1\end{aligned}$$

wenn gesetzt wird

$$\left.\begin{aligned}A &= \cos\Omega\,\cos\Omega_1 + \sin\Omega\,\sin\Omega_1\,\cos N\\ A' &= \cos\Omega\,\sin\Omega_1 - \sin\Omega\,\cos\Omega_1\,\cos N\\ A'' &= \sin\Omega\,\cos\Omega_1 - \cos\Omega\,\sin\Omega_1\,\cos N\\ A''' &= \sin\Omega\,\sin\Omega_1 + \cos\Omega\,\cos\Omega_1\,\cos N\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Drückt man ferner vermöge der bekannten Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}r &= a\,(1 - \varepsilon\,\cos e)\\ r_1 &= a_1\,(1 - \varepsilon_1\cos e_1)\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

$$\begin{aligned}r\,\sin v &= a\,(1-\varepsilon^2)^{\frac{1}{2}}\,\sin e\\ r_1\sin v_1 &= a_1\,(1-\varepsilon_1^2)^{\frac{1}{2}}\,\sin e_1\\ r\,\cos v &= a\,(\cos e - \varepsilon)\\ r_1\cos v_1 &= a_1\,(\cos e_1 - \varepsilon_1)\end{aligned}$$

die Radien Vectoren und wahren Anomalien durch die halben grossen Axen a, die Excentricitäten ε und die excentrischen Anomalien e aus, so wird

$$\begin{aligned}\Delta^2 = a^2(1-\varepsilon\cos e)^2 &+ a_1^2(1-\varepsilon_1\cos e_1)^2\\ &- 2aa_1\,A\,(\cos e - \varepsilon)\,(\cos e_1 - \varepsilon_1)\\ &+ 2aa\sqrt{1-\varepsilon_1^2}\,A'\,(\cos e - \varepsilon)\sin e_1\\ &+ 2aa_1\sqrt{1-\varepsilon^2}\,A''\,(\cos e_1 - \varepsilon_1)\,\sin e\\ &- 2aa_1\sqrt{1-\varepsilon^2}\sqrt{1-\varepsilon_1^2}\,A'''\sin e\,\sin e_1\end{aligned}$$

und hier erscheinen nur mehr die Variablen Δ, e und e_1. Soll nun Δ ein Minimum werden, so geht der letzte Ausdruck, da e und e_1 von einander unabhängig sind, in folgende Gleichungen über:

$$\left.\begin{aligned}o = \alpha\sin(e+B) - a^2\varepsilon^2\,\sin 2e &+ \alpha'\sin(e+B')\cos e_1\\ &+ \alpha''\sin(e+B'')\sin e_1\\ o = \beta\sin(e_1+C) - a_1^2\varepsilon_1^2\sin 2e_1 &+ \beta'\sin(e_1+C')\cos e\\ &+ \beta''\sin(e_1+C'')\sin e\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (7)$$

wenn Kürze halber gesetzt wird

$$\left.\begin{aligned}
2a^2\varepsilon - 2aa_1\,\varepsilon_1 A &= \alpha\cos B\\
-2aa_1\sqrt{1-\varepsilon^2}\,\varepsilon_1 A'' &= \alpha\sin B\\
2aa_1 A &= \alpha'\cos B' = \beta'\cos C'\\
2aa_1\sqrt{1-\varepsilon^2}\,A'' &= \alpha'\sin B'\\
-2aa_1\sqrt{1-\varepsilon_1^2}\,A' &= \alpha''\cos B''\\
-2aa_1\sqrt{1-\varepsilon^2}\sqrt{1-\varepsilon_1^2}\,A''' &= \alpha''\sin B'' = \beta''\sin C''\\
2a_1^2 e_1 - 2aa_1\varepsilon A &= \beta\cos C\\
-2aa_1\sqrt{1-\varepsilon_1^2}\,\varepsilon A'' &= \beta\sin C\\
2aa_1\sqrt{1-\varepsilon_1^2}\,A'' &= \beta'\sin C'\\
-2aa_1\sqrt{1-\varepsilon^2}\,A' &= \beta''\cos C''
\end{aligned}\right\} \quad . \quad (8)$$

Die den Grössen e und e_1 entsprechenden Werthe von u und u_1 endlich findet man aus den Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}
tg.\frac{v}{2} &= tg.\frac{e}{2}\sqrt{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}}\\
tg.\frac{v_1}{2} &= tg.\frac{e_1}{2}\sqrt{\frac{1+\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1}}\\
u &= v + \omega\\
u_1 &= v_1 + \omega_1
\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Die Ausdrücke (1) bis (9) geben die vollständige Lösung unseres Problems. Der bei der Rechnung zu befolgende Gang wäre folgender: man hätte zuerst aus den Gleichungen (3) die Grössen U, U_1 und N, dann aus (4), (5) und (8) die Hülfsgrössen A, A', A'', A'''; B, B', B''; C, C', C''; α, α', α''; β, β', β'' zu bestimmen, hierauf aus (7) die der kürzesten Distanz entsprechenden excentrischen Anomalien e und e_1 zu suchen, diese mittelst (9) in die Argumente der Breite u und u_1 zu verwandeln, dann durch (2) den Winkel ψ zwischen beiden Radien Vectoren, so wie aus (6) diese Leitstrahlen selbst zu finden, endlich mit (1) die kürzeste Distanz Δ abzuleiten. Ich enthalte mich aller weiteren, an sich noch nöthigen Andeutungen über Zählweisen, über die Auflösung der Gleichungen (7) etc. aus Gründen, die im Folgenden erhellen werden, und mich auch von weiteren Versuchen, obiges Verfahren abzukürzen, fern hielten. Ich will hier nur beispielweise eine solche Erleichterung, die sich mir zufällig bot, anführen.

Hat man einen und denselben Himmelskörper mit mehreren anderen zu combiniren, so gewährt es einigen Vortheil, wenn man bei

Aufstellung der ersten obigen Gleichungen von einem Coordinaten-Systeme ausgeht, in welchem die Ebene xy in der Ekliptik, die Axe der x in der Frühlingsnachtgleichenlinie liegt. Man überzeugt sich dann, dass die Grössen A, A', A'', A''' sich unter die Form

$$\begin{aligned} A &= \mathfrak{A}\,\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{A}'\mathfrak{A}_1' + \mathfrak{A}''\mathfrak{A}_1'' \\ A' &= \mathfrak{A}\,\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{A}'\mathfrak{B}_1' + \mathfrak{A}''\mathfrak{B}_1'' \\ A'' &= \mathfrak{A}_1\,\mathfrak{B} + \mathfrak{A}_1'\,\mathfrak{B}' + \mathfrak{A}_1''\mathfrak{B}'' \\ A''' &= \mathfrak{B}\,\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{B}'\mathfrak{B}_1' + \mathfrak{B}''\mathfrak{B}_1'' \end{aligned}$$

bringen lassen, wenn man setzt

$$\begin{aligned} \mathfrak{A} &= \cos\omega \sin k + \sin\omega \cos k \cos n \\ \mathfrak{A}' &= \cos\omega \cos k - \sin\omega \sin k \cos n \\ \mathfrak{A}'' &= \sin\omega \sin n \\ \mathfrak{B} &= -\sin\omega \sin k + \cos\omega \cos k \cos n \\ \mathfrak{B}' &= -\sin\omega \cos k - \cos\omega \sin k \cos n \\ \mathfrak{B}'' &= \cos\omega \sin n \end{aligned}$$

und dieselben Grössen mit unteren Strichen für den zweiten Himmelskörper versteht, welche allein bei jeder Combination mit einem gewissen Gestirne, dem die Hülfsgrössen $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}'$, $\mathfrak{A}''$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{B}'$, $\mathfrak{B}''$ zugehören, sich ändern.

Das Vorhergehende zeigt, wie äusserst verwickelt die praktische Durchführung der hier gestellten Aufgabe sich im Allgemeinen gestaltet, wenn man völlig streng verfahren und nur durch Rechnung zum Ziele gelangen will. Es wurde denn auch das vorliegende Problem auf diesem Wege bisher immer nur unter abkürzenden Annahmen gelöst. So setzten Prosperin und Du Séjour, die überhaupt nur parabolische Kometen mit der Erde zu combiniren hatten, die Bahn der letzteren als kreisförmig voraus, wodurch der schwierigste Theil der Aufgabe, die Auflösung der Gleichungen (7), sich sehr vereinfacht, da dann nur ein, an sich weit kürzerer Ausdruck mit einer Unbekannten übrig bleibt [1]); alle späteren Bearbeiter dieses Problems aber nehmen an, dass die kürzeste Distanz zweier Bahnen in der gemeinschaftlichen Knotenlinie liege und somit der sehr leicht zu fin-

[1]) Prosperin sagt zwar Band XXXVII, p. 198, der schwed. Abhandlungen, dass er bei einigen Kometen auf die Excentricität der Erdbahn Rücksicht genommen; wie dies aber geschehen, ist dort nicht ersichtlich; die ursprüngliche Abhandlung, deren Titel übrigens ebenso wenig hoffen lässt, habe ich nicht aufgefunden.

denden Differenz der dann zusammenfallenden Radien Vectoren gleich komme. Die erste Supposition fällt hier, wo es sich eben um Combination von Ellipsen handelt, von selbst weg; die zweite Annahme konnte ganz wohl zu einer ersten genäherten Kenntniss, aber durchaus nicht zu irgend genauerer Untersuchung der zu erforschenden Verhältnisse dienen. Dieselbe findet, streng genommen, nur bei concentrischen Kreisen statt und muss in unserem Falle, wo Ellipsen von verschiedener Excentricität und Orientirung bei geringer gegenseitiger Neigung nicht ihren Mittel- sondern einen ihrer Brennpunkte gemein haben, nothwendig oft zu irrigen Resultaten führen. Andererseits ist nicht zu leugnen, dass man, besonders bei der geringen Aussicht auf wichtige Ergebnisse, die nach den bisherigen Erfolgen solcher Untersuchungen vorhanden war, allen Grund hatte, sich vor zu weitläufigen Vorarbeiten zu hüten. In der That, wollte man z. B. bei den 38 Himmelskörpern, welche hier in Betracht gezogen wurden, die Punkte grösster Näherung durch Rechnung aufsuchen, so gäbe es nicht weniger als 703 verschiedene Combinationen zu bilden. Fallen von dieser Zahl gleich hundert und einige Verbindungen aus, da die älteren Planeten mit den Asteroiden nicht combinirt zu werden brauchen, so bleibt doch immer noch eine so riesige Arbeit über, dass an eine genaue Lösung des Problems von vornherein und im Allgemeinen allerdings nicht gedacht werden kann.

Es schien mir daher am Platze, vorerst auf plastischem oder graphischem Wege eine Sichtung derjenigen Combinationen vorzunehmen, welche eigentlich zu beachten sind. Zu diesem Behufe liess ich zunächst ein Planetarium im Massstabe von 2 Wiener Zoll = Mittl. Entfernung der Sonne von der Erde anfertigen, wobei mir der Zufall sehr zu Statten kam an Herrn Gustav Starke, der sich an der Sternwarte eben mit astronomischen Studien befasste, einen völlig geübten und zugleich theoretisch ausgebildeten Mechaniker zum Hülfsarbeiter zu haben. Das so ausgeführte Modell stellt die oben aufgeführten 38 Bahnen in Dräthen dar, die zum Theile unter einander, zum Theile auf einem alle Bahnen umschliessenden Reife befestigt sind, auf dem die einzelnen Grade der heliocentrischen Länge verzeichnet stehen. Von den Kometen, deren Aphelien weit über Jupiter hinaus liegen, wurden nur die allenfalls hier noch interessanten Bahnstücke aufgenommen. Die einzelnen Bahnen sind durch verschiedene Farbenzeichen kenntlich gemacht, so dass man, trotz des

wirklich überraschenden Gewirres von Linien, das sich dem Auge bietet, jede Bahn ihrem ganzen Laufe nach leicht verfolgen kann. Die Elemente, welche für die Construction des Modelles dienten, waren die folgenden:

Nr.	Planeten.	a	ε	ω	k	n	Anmerkungen.
1	Merkur	0·387	0·206	28°34'	46°32'	7° 0'	
2	Venus	0·723	0·007	54 5	75 16	3 24	Länge des Perihels =100°22'
3	Erde	1·000	0·017	.	. .	. .	
4	Mars	1·524	0·093	284 57	48 20	1 51	
5	Flora.....	2·202	0.157	282 42	110 18	5 53	
6	Melpomene ..	2·295	0·217	225 15	150 0	10 9	
7	Victoria	2·335	0·218	66 26	235 27	8 23	
8	Vesta	2·361	0·090	147 23	103 23	7 8	
9	Iris	2·385	0·232	142 4	259 15	5 28	
10	Metis.....	2·386	0·123	3 11	68 30	5 36	
11	Hebe.....	2·425	0·202	236 42	138 32	14 47	
12	Fortuna	2·442	0·158	179 21	211 24	1 32	
13	Massalia	2·449	0·175	247 24	207 9	0 40	
14	Lutetia	2·451	0·145	250 50	80 26	3 6	
15	Parthenope..	2·457	0·101	191 19	124 58	4 37	
16	Thetis.....	2·484	0·131	133 14	125 19	5 36	
17	Egeria.....	2·577	0·085	76 18	43 19	16 33	
18	Astraea	2·577	0·189	354 15	141 28	5 19	
19	Irene.....	2·584	0·168	86 49	91 54	9 7	
20	Eunomia....	2·643	0·188	93 59	293 55	11 44	
21	Thalia	2·650	0·244	55 20	67 55	10 13	
22	Juno	2·671	0·255	243 30	170 54	13 3	
23	Ceres	2·768	0·077	66 56	80 50	10 37	
24	Pallas	2·773	0·240	308 38	172 44	34 38	
25	Calliope	2·909	0·104	350 45	66 37	13 45	
26	Psyche	2·933	0·131	220 51	150 37	3 4	
27	Hygiea	3·151	0·101	300 24	287 38	3 47	
28	Jupiter	5·203	0·048	273 1	98 54	1 19	
	Kometen.						
29	Encke	2·216	0·847	183 25	334 20	13 8	
30	De Vico 1844	3·103	0·618	278 42	63 49	2 55	
31	Brorsen.....	3·150	0.794	13 49	102 40	30 55	
32	D'Arrest	3·462	0·661	174 33	148 27	13 56	
33	Biela	3·502	0·755	223 9	245 57	12 34	
34	Faye	3·812	0·556	200 5	209 29	11 23	
35	Westphal ...	15·043	0 917	57 6	346 10	40 53	
36	Olbers.....	17·634	0·931	65 33	83 29	44 30	
37	De Vico 1846	17·871	0·963	12 53	77 34	85 7	
38	Halley	17·988	0·967	110 38	55 10	17 45	Retrograd

Für die Kometen D'Arrest und de Vico 1846 sind wegen der Anordnung nach mittleren Entfernungen von der Sonne hier genauere Elemente aufgeführt, als ich deren bei diesen Vorarbeiten besass, indess werden die Resultate dadurch nicht wesentlich berührt, da in jenem Falle die Excentricität fast ungeändert blieb, in diesem die grosse Neigung auch starken Änderungen der übrigen Elemente alle Bedeutung nimmt.

Das Ergebniss einer genauen Durchsicht dieses Modelles war, dass von den ursprünglich nöthigen 703 Combinationen nur etwa 200 Geltung hatten, wenn man die von D'Arrest betrachtete Grenze 0.1 der mittleren Entfernung der Sonne von der Erde für die noch in Betracht zu ziehenden gegenseitigen Annäherungen der Bahnen beibehielt.

War schon diese Verminderung der durchzuführenden Arbeit um etwa zwei Dritttheile ein bedeutender Gewinn, und gewährte gleich das Planetarium auch in anderer Beziehung merkwürdige Übersichten, so zeigte sich doch zugleich, dass man sich mit den daraus allein abgeleiteten Folgerungen für die hier angestrebten Zwecke nicht zufrieden stellen konnte. Die Dicke der Dräthe, so wie die Schwierigkeit des Einfügens der Bahnen in ganz richtiger Lage bewirkten in dieser Hinsicht zu grosse Unsicherheiten. Immer aber schien mir dieses erste Resultat eine Aufmunterung, den einmal eingeschlagenen Weg weiter zu verfolgen.

Ich versuchte nun durch Zeichnung mich der Wahrheit mehr zu nähern. Da es sich noch immer um Auffindung der nöthigen Combinationen überhaupt handelte, so musste eine Zeichnungsart eingeführt werden, welche das Zusammenstellen je zweier Bahnen ermöglichte, ohne etwa jede einzelne Combination selbst zu zeichnen. Ich ging desshalb bei diesem Theile der Untersuchung von der Betrachtung aus, dass ein wirklicher, physischer Durchschnitt zweier Curven sich von einem blos scheinbaren, optischen Kreuzpunkte dadurch unterscheidet, dass jener von allen Seiten sich als Durchschnitt zeigt, während dieser nur in gewissen Richtungen sich als solcher darstellt. Was aber in aller Strenge von dem eigentlichen Knotenpunkte gilt, darf annähernd auch von jeder Zusammenkunft zweier Krummen angenommen werden, und es wird im Allgemeinen genügen, zwei Bahnen, von denen man zu erfahren wünscht, ob sie sich gegenseitig irgend bedeutend nahe kommen, in zwei auf einander senkrechten Richtungen zu betrachten; liegen sich die Curven bei einer und derselben Gegend in beiden Richtungen nahe, so hat eine wirkliche Zusammenkunft Statt. Zu diesem Behufe wurden unter meiner Leitung von Herrn Bazant, einem tüchtigen Zeichner, sämmtliche hier in Frage kommende Bahnen im Massstabe des erwähnten Planetariums und mit den obigen Elementen auf die Ekliptik und auf den Breitenkreis der Äquinoctien projicirt, wobei man zunächst jede einzelne Bahn auf einem besonderen Blatte in beiden Ansichten darstellte. Um nun die

Bahnen nach Belieben combiniren zu können, wurde zuerst versucht, sämmtliche Special-Zeichnungen auf ein einziges Blatt zu übertragen. Für die ekliptischen Projectionen hatte solche Zusammenstellung keine Schwierigkeit; man konnte durch Unterscheidung mit verschiedenen Farbenzeichen immer noch jede einzelne Bahn gehörig hervorheben. Hingegen zeigte sich bald, dass die Äquinoctial-Projectionen sich viel zu nahe auf einen verhältnissmässig sehr engen Raum zusammendrängen, so dass man dieselben kaum mehr einzeln deutlich zu erkennen im Stande war, selbst wenn man, wie es hier geschah, die beiden Flächen des Breitenkreises 0°—180° getrennt behandelte, und auf die eine Seite der ekliptischen Projectionen nur diejenigen Theile der Äquinoctial-Projectionen zeichnete, welche auf die dem Zeichen des Krebses zugewendete Fläche jenes Breitenkreises fielen, ebenso auf die andere Seite nur die gegen den Steinbock hin liegenden Linien brachte. Um solchem Übelstande zu begegnen, wurden diese Äquinoctial-Projectionen einzeln auf durchsichtiges Papier copirt und auf dem Reissbrette der Generalkarte neben den ekliptischen Projectionen Klemmen angebracht, mittelst deren man zwei einzelne jener durchsichtigen Äquinoctialkarten über, aber sonst unabhängig von einander, nachdem sie gegen die ekliptische Projection gehörig orientirt sind, befestigen kann. Eine Reiss-Schiene, die stets senkrecht auf die Linie 0°—180° der Länge in der ekliptischen Projection sich auf und abschieben lässt, gibt das Mittel, um mit Leichtigkeit je zwei zusammengehörige Punkte der beiden Projectionen zu erkennen. Auf den durchsichtigen Blättern sind überdies die dies- und jenseits der Nachtgleichenlinie fallenden Theile der Zeichnung unterschieden, so dass man nun mit Leichtigkeit für zwei bestimmte Bahnen, deren Linien man in der ekliptischen Projection aufgesucht, und deren Äquinoctialkarten man über einander aufgespannt hat, alle Näherungspunkte, welche sich in einer Projection zeigen, in der anderen prüfen kann; nur wenn die auf jenen Punkt angelegte Reiss-Schiene auch in der anderen Projection auf eine Gegend trifft, wo die beiden Bahnen nicht zu weit aus einander liegen, wird man eine wirkliche Zusammenkunft annehmen dürfen. Ich bin übrigens eben daran, das Verfahren dadurch noch bequemer zu machen, dass ich für jede Bahn die ekliptische sowohl, als die Äquinoctial-Projection auf ein und dasselbe durchsichtige Blatt übertragen lasse, wodurch der Vortheil erreicht würde, in beiden Beziehungen, und nicht wie jetzt, blos für

die Äquinoctial-Projection, nur zwei Bahnen in jedem besonderen Falle vor sich zu haben. Zugleich wäre damit das mit der Zeit und bei fernerer Zunahme der Anzahl von hier zu betrachtenden Himmelskörpern nothwendig auch für die ekliptische Karte zu befürchtende Unbrauchbarwerden durch zu dichtes Drängen der Linien vermieden.

Es war nun eine Durchsicht der Karten in der eben beschriebenen Weise vorzunehmen und dabei vor Allem wieder eine Grenze festzusetzen, innerhalb deren die Entfernung zweier Bahnen liegen soll, um hier notirt zu werden. Es schien mir am angemessensten, dafür immer noch den D'Arrest'schen Werth: 0.1 der halben grossen Erdbahnaxe gelten zu lassen; denn, wenn gleich diese Grenze wohl zu weit gesteckt ist, so bot es doch interessante Vergleichpunkte, wenn man gerade unter denselben Bedingungen die früheren mit den jetzigen Resultaten zusammenhalten konnte. Es wurden demnach alle Fälle bemerkt, in welchen an derselben Stelle zweier Bahnen die gegenseitigen Entfernungen der Curven in beiden Projectionen unter jener Grösse 0·1 blieben, und durch ein beigefügtes * überdies bemerklich gemacht, wenn jene Entfernungen nahe bei oder unter 0.015 lagen, was so ziemlich die Grenze der Wahrnehmbarkeit für die erwähnten Zeichnungen bildet. Die Entfernungen der Curven, wie sie in den beiden Projectionen sich so ergeben, sind zwar, was wohl zu beachten, nicht etwa Projectionen der kürzesten Distanz selbst, sondern Projectionen anderer Abstände, die nur eben in der Nähe der kürzesten Distanz sich befinden, allein auch bei D'Arrest sind nicht die kürzesten Distanzen gefunden und hier wie dort an ihrer Statt im Allgemeinen grössere Entfernungen gesetzt. Es können desshalb sehr wohl unter den nicht mit * bezeichneten Combinationen sich noch manche sehr nahe Zusammenkünfte befinden; eine genaue Sichtung in dieser Beziehung wird später vorgenommen werden.

In der folgenden Zusammenstellung sind die in den Überschriften genannten Himmelskörper nach zunehmenden mittleren Entfernungen von der Sonne, wie dieselben bei Anfertigung des Verzeichnisses anzunehmen waren, geordnet und mittelst des oben gegebenen alphabetischen Registers, dem zu diesem Behufe die betreffenden Numern beigefügt wurden, leicht aufzufinden. Der Vollständigkeit wegen wurden unter jeder Überschrift alle Combinationen angeführt, welche in Bezug auf das Gestirn der Überschrift

zu beachten kommen, die darunter befindlichen Combinationen ohne Wiederholung im Drucke durch Cusivschrift hervorgehoben. Die den einzelnen Combinationen beigesetzten Zahlen geben beiläufig den Grad heliocentrischer Länge an, bei welchem die Zusammenkunft Statt hat, und den man auf einem die ekliptischen Projectionen der Generalkarte umschliessenden getheilten Kreise abnehmen kann.

Combinationen mit Bahnnähen unter 0.1 der halben grossen Erdbahnaxe.

1. *Merkur.*

Encke . . . . . 140° * und 215°

2. *Venus.*

Brorsen . . . . 90° | *Halley* . . . . . 252°
De Vico 1846 . . 88°

3. *Erde.*

Biela . . . . . 55° | *Halley* . . . . . 230°

4. *Mars.*

De Vico 1844 . . 49° und 289° * | *Olbers* . . . . . 88°
Westphal . . . 350° | *Halley* . . . . . 50°

5. *Flora.*

Melpomene . . . 25° | *Parthenope* . . . 198° und 292°
Vesta . . . . . 154° und 297° | *Thetis* . . . . . 172° „ 295°
Iris . . . . . 95° | *Eger a* . . . . . 204° *
Metis . . . . . 180° | *Astraea* . . . . 230½° *
Hebe . . . . . 335° | *Irene* . . . . . 258°
Massalia . . . . 102° | *Thalia* . . . . . 217½° *
Lutetia . . . . 312° * | *Halley* . . . . . 47°

6. *Melpomene.*

Flora . . . . . 25° | *Parthenope* . . 163°
Fortuna . . . . 142° * | *Olbers* . . . . . 79°
Lutetia . . . . 168°

7. *Victoria.*

Vesta . . . . . 76° | *Irene* . . . . . 75° *
Iris . . . . . 353° | *Psyche* . . . . . 87°
Partheno . . . 77° | *De Vico* 1844 . . 250°
Egeria . . . . . 57° | *Halley* . . . . . 77°

8. *Vesta.*

Flora . . . . . 154° und 297° | *Astraea* . . . . 43°
Victoria . . . . 76° | *Irene* . . . . 80° und 216°
Metis . . . . . 139° * „ 341° * | *Eunomia* . . . . 112° *
Lutetia . . . . 90° „ 288° | *Thalia* . . . . . 35° „ 185°
Parthenope . . . 76° * „ 295° | *Calliope* . . . . 40°
Thetis . . . . . 250° * | *Halley* . . . . . 65° *

9. *Iris.*

Flora	95°	*Ceres*	255°
Victoria	353°	*Hygiea*	199° und 250°
Fortuna	282°	*Biela*	238° *
Massalia	111° und 248°	*De Vico* 1844 . .	70° *
Astraea	116°	*Faye*	5° *
Irene	281°	*Halley*	65°
Thalia	245°		

10. *Metis.*

Flora	180°	*Egeria*	204°
Vesta	159° * und 341° *	*Irene*	133° und 287°
Fortuna	60° * „ 252°	*Thalia*	82° „ 224°
Massalia	60°	*Encke*	312° *
Lutetia	20° „ 209°	*De Vico* 1844 . .	77° „ 220°
Parthenope . .	0° „ 198° *	*Halley*	65° *
Thetis	173°		

11. *Hebe.*

Flora	335°	*Juno*	80°
Lutetia	152° und 321°	*Brorsen*	254°
Parthenope . . .	147°	*D'Arrest*	55° und 204°
Thetis	135°	*Olbers*	72° „ 250°

12. *Fortuna.*

Melpomene . . .	142°	*Irene*	279°
Iris	282°	*Thalia*	76° und 232°
Metis	60° * und 252°	*Juno*	160°
Massalia	61° „ 240°	*De Vico* 1844 . .	84° „ 217°
Thetis	144° „ 316°	*Halley*	61° *

13. *Massalia.*

Flora	102°	*Thalia*	233°
Iris	111° und 248°	*Psyche*	324°
Metis	60°	*Hygiea*	283°
Fortuna	61° „ 240°	*De Vico* 1844 . .	78° und 222°
Lutetia	27° „ 207°	*Biela*	230°
Egeria	222°	*Halley*	66°
Astraea	134° *		

14. *Lutetia.*

Flora	312° *	*Thetis*	125°
Melpomene . . .	168°	*Egeria*	211°
Vesta	90° und 288°	*Irene*	85°
Metis	20° „ 209°	*Thalia*	55°
Hebe	152° „ 321°	*Juno*	3° *
Massalia	27° „ 207°	*De Vico* 1844 . .	100° und 235°
Parthenope . . .	143°	*Halley*	66°

15. *Parthenope.*

Flora	198° und 292°	*Thetis*	122°* und 293°*
Melpomene . . .	163°	*Egeria*	203°
Victoria	77°	*Astraea*	51° „ 222°
Vesta	76°* „ 295°	*Irene*	80° „ 245°*
Metis	0° „ 198°*	*Thalia*	43°* „ 215°
Hebe	147°	*Juno*	351°
Lutetia	143°	*Halley*	68°*

16. *Thetis.*

Flora	172° und 295°	*Egeria*	20°
Vesta	250°*	*Astraea*	27° und 192°
Metis	173°	*Irene*	54°* „ 214°
Hebe	135°	*Ceres*	51°*
Fortuna	144° „ 316°	*Pallas*	183½°*
Lutetia	125°	*Psyche*	91½°*
Parthenope . . .	122°* „ 293°*	*Halley*	70°*

17. *Egeria.*

Flora	204°*	*Thalia*	27°
Victoria	57°	*Ceres*	198°
Metis	204°	*Pallas*	188°
Massalia	222°	*Calliope*	0°
Lutetia	211°	*Psyche*	40°
Parthenope . . .	203°	*De Vico* 1844 . .	220°
Thetis	20°	*Biela*	230°*
Astraea	40°	*Westphal* . . .	147°
Eunomia	85°		

18. *Astraea.*

Flora	230½°*	Egeria	40°
Vesta	43°	*Thalia*	45°
Iris	116°	*Calliope*	45°
Massalia	134°*	*Psyche*	45° und 271°
Parthenope . . .	51° und 222°	*Hygiea*	306°*
Thetis	27° „ 192°	*Halley*	65°

19. *Irene.*

Flora	258°	Thetis	54°* und 214°
Victoria	75°*	*Eunomia*	95° „ 285°
Vesta	80° und 216°	*Thalia*	165° „ 355°
Iris	281°	*Ceres*	40° „ 320°
Metis	133° „ 287°	*Psyche*	68°
Fortuna	279°	*Encke*	310°
Lutetia	85°	*De Vico* 1844 . .	93° „ 232°
Parthenope . . .	80° „ 245°*	*Halley*	75°

20. *Eunomia.*

Vesta	112° *	*Biela*	355°
Egeria	85°	*Faye*	328° *
Irene	95° und 285°		

21. *Thalia.*

Flora	217½° *	Egeria	27°		
Vesta	35° und 185°	Astraea	45°		
Iris	245°	Irene	165°	und	355°
Metis	82° und 224°	*Ceres*	226°	„	355°
Fortuna	76° „ 232°	*Calliope*	269°		
Massalia	233°	*De Vico* 1844	83°		
Lutetia	55°	*Halley*	75°		
Parthenope	43° * „ 215°				

22. *Juno.*

Hebe	80°	*Brorsen*	260°
Fortuna	160°	*D'Arrest*	62°
Lutetia	3° *	*Faye*	130°
Parthenope	351°		

23. *Ceres.*

Iris	255°	*Pallas*	10°
Thetis	51° *	*Psyche*	80°
Egeria	198°	*Hygiea*	268°
Irene	40° und 320°	*De Vico* 1844	100°
Thalia	226° „ 355°	*Halley*	74°

24. *Pallas.*

Thetis	183½° *	*Hygiea*	344°
Egeria	188°	*Biela*	331° *
Ceres	10°		

25. *Calliope.*

Vesta	40°	*Psyche*	54° *
Egeria	0°	*D'Arrest*	200°
Astraea	45°	*Biela*	238°
Thalia	269°	*Westphal*	150°

26. *Psyche.*

Victoria	87°	Ceres	80°
Massalia	324°	Calliope	54° *
Thetis	91½° *	*Hygiea*	146°
Egeria	40°	*De Vico* 1844	210°
Astraea	45° und 271°	*Halley*	75°
Irene	68°		

27. *Hygiea.*

Iris	199° und 250°	Pallas	344°
Massalia	283°	Psyche	146°
Astraea	306°*	*Encke*	352°
Ceres	268°	*Biela*	232°

28. *Jupiter.*

Brorsen	283°*	*Faye*	210°
D'Arrest	163°		

29. *Encke.*

Merkur	140°* und 215°	*De Vico* 1846	80°
Metis	312°*	*Biela*	29°
Irene	310°	*Halley*	30°
Hygiea	352°		

30. *De Vico 1844.*

Mars	49° und 289°*	Egeria	220°
Victoria	50°	Irene	93° und 232°
Iris	70°*	Thalia	83°
Metis	77° „ 220°	Ceres	100°
Fortuna	84° „ 217°	Psyche	210°
Massalia	78° „ 222°	*D'Arrest*	332°*
Lutetia	100° „ 235°	*Halley*	58°

31. *Brorsen.*

Venus	90°	Jupiter	283°*
Hebe	254°	*De Vico* 1846	88°
Juno	260°		

32. *D'Arrest.*

Hebe	55° und 204°	Jupiter	163°
Juno	62°	De Vico 1844	332°*
Calliope	200°	*Olbers*	70°

33. *Biela.*

Erde	55°	Pallas	331°*
Iris	238°*	Calliope	238°
Massalia	230°	Hygiea	232°
Egeria	230°*	Encke	29°
Eunomia	355°	*Halley*	35°* und 198°*

34. *Faye.*

Iris	5°*	Juno	130°
Eunomia	328°*	Jupiter	210°

35. *Westphal.*

Mars	350°	Calliope	150°
Egeria	147°		

36. *Olbers.*

Mars	88°	Hebe	72° und 250°
Melpomene	79°	D'Arrest	70°

37. *De Vico 1846.*

Venus	88°	Brorsen	88°
Encke	80°		

38. *Halley.*

Venus	252°	Parthenope	68°*
Erde	230°	Thetis	70°*
Mars	50°	Astraea	80°*
Flora	47°	Irene	75°
Victoria	77°	Thalia	75°
Vesta	65°*	Ceres	74°
Iris	65°*	Psyche	75°
Metis	65°*	Encke	30°
Fortuna	61°*	De Vico 1844	58°
Massalia	66°	Biela	35°* und 198°.
Lutetia	66°		

Es haben sich somit zwischen den 38 genannten Himmelskörpern ergeben:

Bahnnähen

Kometen mit Kometen	Kometen mit Planeten	Asteroiden mit Asteroiden	Überhaupt
9	70	133	212

Zunächst schien mir die Frage von Wichtigkeit, ob sich bei dieser schon so bedeutenden Anzahl von Zusammenkünften nicht eine besondere Vertheilung erkennen lasse. Ich ordnete daher die oben vorkommenden Combinationen ohne Wiederholung nach den beigeschriebenen Längen, und erhielt so folgende Liste, die ich hier gebe, wie ich sie ableitete, da mancher Leser vielleicht das Ganze unter anderen Gesichtspunkten aufzufassen wünscht, als ich unten thun werde. Die Combinationen, welche zwei Zusammenkünfte gegeben, sind in derjenigen Bahnnähe, welcher die kleinere Länge zukommt, durch ein *d* ausgezeichnet. Das letztere geschah, weil mir die Häufigkeit solcher doppelter Annäherung zweier Bahnen (sie kommt hier 41mal vor) sehr merkwürdig schien, und ein Ausgangspunkt weiterer Untersuchungen werden dürfte.

Bahnnähen, geordnet nach Längen.

0.° Egeria . . . . Calliope.
0. Metis . . . . . Parthenope *d.*
3. * Lutetia . . . . Juno.
5. * Iris . . . . . Faye.
10. Ceres . . . . . Pallas.
20. Metis . . . . . Lutetia *d.*
20. Thetis . . . . Egeria.
25. Flora . . . . . Melpomene.
27. Egeria . . . . Thalia.
27. Massalia . . . . Lutetia *d.*
27. Thetis . . . . Astraea *d.*
29. Encke . . . . . Biela.
30. Encke . . . . . Halley.
35. * Biela . . . . . Halley *d.*
35. Vesta . . . . . Thalia *d.*
40. Egeria . . . . Astraea.
40. Egeria . . . . Psyche.
40. Irene . . . . . Ceres *d.*
40. Vesta . . . . . Calliope.
43. Vesta . . . . . Astraea.
43. * Parthenope . . Thalia *d.*
45. Astraea . . . . Calliope.
45. Astraea . . . . Thalia.
45. Astraea . . . . Psyche *d.*
47. Flora . . . . . Halley.
49. Mars . . . . . De Vico 1844 *d.*
50. Mars . . . . . Halley.
51. Parthenope . . Astraea *d.*
51. * Thetis . . . . Ceres.
54. * Calliope . . . . Psyche.
54. * Thetis . . . . Irene *d.*
55. Erde . . . . . Biela.
55. Hebe . . . . . D'Arrest *d.*
55. Lutetia . . . . Thalia.
57. Victoria . . . . Egeria.
58. De Vico 1844 . . Halley.
60. Metis . . . . . Massalia.
60. * Metis . . . . . Fortuna *d.*
61. * Fortuna . . . . Halley.
61. Fortuna . . . . Massalia *d.*
62. Juno . . . . . D'Arrest.
65. Astraea . . . . Halley.
65. Iris . . . . . Halley.
65.0* Metis . . . . Halley.
65. * Vesta . . . . Halley.
66. Massalia . . . Halley.
66. Lutetia . . . . Halley.
68. Irene . . . . Psyche.
68. * Parthenope . . Halley.
70. D'Arrest . . . Olbers.
70. * Iris . . . . . De Vico 1844.
70. * Thetis . . . . Halley.
72. Hebe . . . . Olbers *d.*
74. Ceres . . . . Halley.
75. Irene . . . . Halley.
75. Psyche . . . Halley.
75. * Victoria . . . Irene.
75. Thalia . . . . Halley.
76. * Vesta . . . . Parthenope *d.*
76. Victoria . . . Vesta.
76. Fortuna . . . Thalia *d.*
77. Metis . . . . De Vico 1844 *d.*
77. Victoria . . . Halley.
77. Victoria . . . Parthenope.
78. Massalia . . . De Vico 1844 *d.*
79. Melpomene . . Olbers.
80. Ceres . . . . Psyche.
80. Encke . . . . De Vico 1846.
80. Hebe . . . . Juno.
80. Parthenope . . Irene *d.*
80. Vesta . . . . Irene *d.*
82. Metis . . . . Thalia *d.*
83. Thalia . . . . De Vico 1844.
84. Fortuna . . . De Vico 1844 *d.*
85. Egeria . . . . Eunomia.
85. Lutetia . . . . Irene.
87. Victoria . . . Psyche.
88. Brorsen . . . De Vico 1846.
88. Mars . . . . . Olbers.
88. Venus . . . . De Vico 1846.
90. Venus . . . . Brorsen.
90. Vesta . . . . Lutetia *d.*
91½.* Thetis . . . . Psyche.
93. Irene . . . . De Vico 1844 *d.*
95. Irene . . . . Eunomia *d.*
95. Flora . . . . Iris.

100.° Ceres . . . . De Vico 1844.
100. Lutetia . . . De Vico 1844 *d.*
102. Flora . . . . Massalia.
111. Iris . . . . . Massalia *d.*
112. * Vesta . . . . Eunomia.
116. Iris . . . . . Astraea.
122. * Parthenope . . Thetis *d.*
125. Lutetia . . . . Thetis.
130. Juno . . . . Faye.
133. Metis . . . . Irene *d.*
134. * Massalia . . . Astraea.
135. Hebe . . . . . Thetis.
140. * Merkur . . . Encke.
142. * Melpomene . . Fortuna.
143. Lutetia . . . Parthenope.
144. Fortuna . . . Thetis *d.*
146. Psyche . . . . Hygiea.
147. Egeria . . . . Westphal.
147. Hebe . . . . . Parthenope.
150. Calliope . . . Westphal.
152. Hebe . . . . . Lutetia *d.*
154. Flora . . . . Vesta *d.*
159. * Vesta . . . . Metis *d.*
160. Fortuna . . . Juno.
163. Jupiter . . . . D'Arrest.
163. Melpomene . . Parthenope.
165. Irene . . . . Thalia *d.*
168. Melpomene . . Lutetia.
172. Flora . . . . Thetis *d.*
173. Metis . . . . Thetis.
180. Flora . . . . Metis.
183½.* Thetis . . . . Pallas.
185. Vesta . . . . Thalia.
188. Egeria . . . . Pallas.
192. Thetis . . . . Astraea.
198. * Metis . . . . Parthenope.
198. Biela . . . . Halley.
198. Egeria . . . . Ceres.
198. Flora . . . . Parthenope *d.*
199. Iris . . . . . Hygiea *d.*
200. Calliope . . . D'Arrest.
203. Parthenope . . Egeria.
204. Hebe . . . . D'Arrest.
204. * Flora . . . . Egeria.
204. Metis . . . . Egeria.
207. Massalia . . . Lutetia.
209.° Metis . . . . Lutetia.
210. Jupiter . . . . Faye.
210. Psyche . . . . De Vico 1844.
211. Lutetia . . . . Egeria.
214. Thetis . . . . Irene.
215. Merkur . . . Encke *d.*
215. Parthenope . . Thalia.
216. Vesta . . . . Irene.
217½.°Flora . . . . Thalia.
217. Fortuna . . . De Vico 1844.
220. Egeria . . . . De Vico 1844.
220. Metis . . . . De Vico 1844.
222. Parthenope . . Astraea.
222. Massalia . . . De Vico 1844.
222. Massalia . . . Egeria.
224. Metis . . . . Thalia.
226. Thalia . . . . Ceres *d.*
230. * Egeria . . . . Biela.
230. Erde . . . . . Halley.
230. Massalia . . . Biela.
230½.°Flora . . . . Astraea.
232. Fortuna . . . Thalia.
232. Hygiea . . . . Biela.
232. Irene . . . . De Vico 1844.
233. Massalia . . . Thalia.
235. Lutetia . . . . De Vico 1844.
238. ° Iris . . . . . Biela.
238. Calliope . . . Biela.
240. Fortuna . . . Massalia.
245. * Parthenope . . Irene.
245. Iris . . . . . Thalia.
248. Iris . . . . . Massalia.
250. Hebe . . . . Olbers.
250. * Vesta . . . . Thetis.
250. Iris . . . . . Hygiea.
250. Victoria . . . De Vico 1844.
252. Metis . . . . Fortuna.
252. Venus . . . . Halley.
254. Hebe . . . . Brorsen.
255. Iris . . . . . Ceres.
258. Flora . . . . Irene.
260. Juno . . . . . Brorsen.
268. Ceres . . . . Hygiea.
269. Thalia . . . . Calliope.
271. Astraea . . . Psyche.
279. Fortuna . . . Irene.

281.° Iris . . . . . Irene.
282. Iris . . . . . Fortuna.
283.* Jupiter . . . . Brorsen.
283. Massalia . . . Hygiea.
285. Irene . . . . Eunomia.
287. Metis . . . . Irene.
288. Vesta . . . . Lutetia.
289.* Mars . . . . . De Vico 1844.
292. Flora . . . . Parthenope.
293.* Parthenope . . Thetis.
295. Flora . . . . Thetis.
295. Vesta . . . . Parthenope.
297. Flora . . . . Vesta.
306.* Astraea . . . Hygiea.
310. Irene . . . . Encke.
312.* Flora . . . . Lutetia.
312.* Metis . . . . Encke.
316.° Fortuna . . . Thetis.
320. Irene . . . . Ceres.
321. Hebe . . . . Lutetia.
324. Massalia . . . Psyche.
328.* Eunomia . . . Faye.
331.* Pallas . . . . Biela.
332.* De Vico 1844 . . D'Arrest.
335. Flora . . . . Hebe.
341.* Vesta . . . . Metis.
344. Pallas . . . . Hygiea.
350. Mars . . . . . Westphal.
351. Parthenope . . Juno.
352. Hygiea . . . . Encke.
353. Victoria . . . Iris.
355. Eunomia . . . Biela.
355. Irene . . . . Thalia.
355. Thalia . . . . Ceres.

Um zu finden, wie man die Peripherie abzutheilen hat, damit sich irgend ein charakteristisches Merkmal in der Lage der Bahnnähen möglichst rein darstelle, wurden die sämmtlichen aufgeführten Punkte von der ekliptischen Generalkarte in einer Bause abgenommen.

Bei der verhältnissmässig geringen Höhe über der Ekliptik, in welcher die Orte der Zusammenkünfte sich befinden, durfte man die auf diese Art erhaltene Vertheilung in der Ekliptik für die Vertheilung im Raume überhaupt gelten lassen. Es zeigte sich so, dass man Anhäufungen ziemlich am besten von Lücken trennt, wenn man nach Zeichen (30 Grade der Länge) vorgeht. Es ergab sich auf diese Weise nachstehende Zusammenstellung:

Zeichen.	Länge.	Kometen mit Kometen.	Kometen mit Planeten.	Asteroiden mit Asteroiden.	Summe.
I.	0° 30°	1	1	10	12
II.	30 — 60	3	5	16	24
III.	60 — 90	3	24	17	44
IV.	90 —120	—	4	8	12
V.	120 —150	—	3	10	13
VI.	150 —180	—	2	9	11
VII.	180 —210	1	2	14	17
VIII.	210 —240	—	15	12	27
IX.	240 —270	—	5	11	16
X.	270 —300	—	2	13	15
XI.	300 —330	—	3	6	9
XII.	330 —360	1	4	7	12

Was nun zuerst die Bahnnähen von Kometen mit Kometen betrifft, so ist es auffallend, dass dieselben alle, mit Ausnahme einer einzigen, innerhalb 120 Graden der Länge (330°—90°) liegen; die eine im VII. Zeichen ist überdies nur eine Wiederholung der Combination Biela-Halley, die schon im II. Zeichen vorkommt. Es rührt dies hauptsächlich von dem merkwürdigen Umstande her, dass die zehn bisher bekannten entschieden elliptischen Kometenbahnen in gewisser Hinsicht auf analoge Weise angeordnet sind, indem die aufsteigenden Knoten und Aphelien vorzugsweise auf eine Seite der Ekliptik fallen. So bildet sich etwa bei 35° der Länge ein Knotenpunkt, in welchem Encke, Biela und Halley sich kreuzen, und an dem auch de Vico 1844 nahe vorüber geht. Ein ähnlicher Knotenpunkt zwischen Encke, de Vico 1846, Brorsen und Biela zeigt sich bei Länge 90°. D'Arrest, de Vico 1844 und Westphal kommen einander bei 330° nahe. Faye und Olbers endlich stehen bei 70° in geringer gegenseitiger Entfernung. Es gehen somit sämmtliche bisher als periodisch erkannte Kometenbahnen innerhalb eines nahe in der Ekliptik liegenden Raumes an einander vorüber, der nur etwas mehr als 100° der Länge umfasst und dessen Breite kaum mehr als die halbe grosse Erdbahnaxe beträgt.

Daher kommt denn auch die so auffallend ungleiche Vertheilung von Zusammenkünften der Kometen mit Planeten. Von Bahnnähen dieser Gattung zeigt sich eine Anhäufung in derselben Gegend der Ekliptik, wo die zahlreichsten Zusammenkünfte von Kometen mit Kometen sich ereignen. Zu dieser Erscheinung trägt allerdings nicht wenig bei, dass Kometenbahnen ihrer grossen Excentricitäten und Neigungen wegen Gruppen von Himmelskörpern wie die Asteroiden an sich nahe in gleicher heliocentrischer Länge durchschneiden. Indessen muss es immer auffallen, dass die zweite Gattung von Bahnnähen (Kometen mit Planeten) nicht blos mit der ersten (Kometen mit Kometen), sondern auch mit der dritten (Asteroiden mit Asteroiden) diese, und mit der letzteren sogar noch eine zweite Gegend grösster Anhäufung im VII. und VIII. Zeichen gemein hat.

Von Proximitäten dritter Gattung sollten bei gleicher Vertheilung der Gesammtzahl (133) auf ein Zeichen etwa 11 treffen; das Überschreiten dieser Mittelzahl im II. und III., so wie im VII. und VIII. Zeichen für diese, wie für die andern Arten von Bahnnähen, tritt noch deutlicher hervor, wenn man, wie nachstehend, nach Octanten

ordnet, deren einer im Durchschnitte 17 Proximitäten dritter Gattung enthalten sollte. Diese Erscheinung hängt offenbar mit der auch bei den Planeten unregelmässigen und den Kometen analogen Vertheilung von Knoten und Perihelien [1]) zusammen, worauf ich bei anderer Gelegenheit zurückkommen werde.

Oetant.	Länge.	Kometen mit Kometen.	Kometen mit Planeten.	Asteroiden mit Asteroiden.	Summe.
I.	0°— 45°	3	1	17	21
II.	45 — 90	4	29	26	59
III.	90 —135	—	5	12	17
IV.	135 —180	—	4	15	19
V.	180 —225	1	9	22	32
VI.	225 —270	—	13	15	28
VII.	270 —315	—	4	15	19
VIII.	315 —360	1	5	11	17

Anhäufungen von Bahnnähen nicht blos in Länge, sondern überhaupt im Raume, kommen hauptsächlich bei 40°, 45°, 60°, 76° u. a. O. der Länge vor, was näher zu untersuchen ich mir aber für die Folge versparen muss.

Noch will ich hier bemerken, bevor ich diese Zusammenstellungen verlasse, dass die Bahn des Kometen Encke eine ganz besondere Lage gegen die Gruppe der Asteroiden hat; sie umschliesst beinahe sämmtliche Bahnen dieser Planeten und geht sowohl nördlich als südlich von der Ekliptik sehr nahe an denselben vorüber, ein Umstand, der mir gerade bei diesem Himmelskörper von Wichtigkeit scheint. Lange nicht so ausgesprochen, wenn gleich ähnlich, sind in dieser Beziehung die Stellungen der Bahnen Biela, Faye, Brorsen und D'Arrest.

Verfolgt man den hier eingeschlagenen Gang der Untersuchung, so bietet sich zunächst die Frage, ob, da man nun die zu machenden Combinationen sowohl, als den beiläufigen Ort der Zusammenkünfte, auf die Ekliptik bezogen, kennt, damit nicht auch für die Auffindung der kürzesten Distanzen selbst wichtige Erleichterungen gewonnen seien. Ich glaube in dieser Hinsicht folgenden Weg in Vorschlag bringen zu können.

Vor Allem schiene es mir zweckmässig, die näher zu prüfenden Zusammenkünfte in zwei Classen zu theilen, je nachdem die Länge

[1]) Littrow, Wunder des Himmels. 4. Auflage. S. 818

des gemeinschaftlichen Knoten beider Bahnen mit dem oben gegebenen Orte der Proximität nahe übereinstimmt oder nicht. Im ersten Falle gäbe die bisher gebräuchliche Bestimmung des Unterschiedes der heliocentrischen Radien Vectoren in der gemeinschaftlichen Knotenlinie zugleich einen genäherten Werth der kürzesten Distanz.

Man hätte also zuerst U zu finden aus

$$\left.\begin{aligned} tg\ q &= -\frac{cotg\ n_1}{cos\ (k_1-k)} \\ tg\ U &= tg\ \frac{(k_1-k)\ cos\ q}{cos\ (n-q)} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

wo q eine Hülfsgrösse ist, und die Grössen ohne Strich sich auf die Bahn mit kleinerer Neigung gegen die Ekliptik beziehen, dann mittelst

$$tg\ (l-k) = tg\ U\ cos\ n \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

U in die Länge l des gemeinschaftlichen Knoten beider Bahnen zu verwandeln. Stimmt dieses l mit der Länge, welche für den Näherungspunkt oben gegeben wurde, so hat man, wenn V und V_1 die den Werthen U und U_1 entsprechenden wahren Anomalien sind, aus

$$\left.\begin{aligned} tg\ q_1 &= \frac{cotg\ n}{cos\ (k_1-k)} \\ tg\ U_1 &= -\frac{tg\ (k_1-k)\ cos\ q_1}{cos\ (n_1+q_1)} \\ V &= U+\omega \\ V_1 &= U_1+\omega \\ R &= \frac{a\ (1-\varepsilon^2)}{1+\varepsilon\ cos\ V} \\ R_1 &= \frac{a_1\ (1-\varepsilon_1{}^2)}{1+\varepsilon_1\ cos\ V_1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

die Radien R und R_1 in der gemeinschaftlichen Knotenlinie, deren Differenz als erste Näherung des kleinsten Abstandes der zwei Bahnen gelten kann. Diese Rechnungsweise glaube ich nicht ganz verlassen zu sollen, weil die kleine Vorarbeit der Ausdrücke (10) und (11) auch sonst nützlich, nach solcher Vorbereitung aber dieser Weg sehr kurz ist.

Im zweiten Falle hingegen, wo die Grösse l von der Länge der Proximität L bedeutend verschieden gefunden würde, könnte man annehmen, dass beiden Endpunkten der kürzesten Distanz zweier Bahnen jene selbe Länge zukommt, da in der That in den hier betrachteten Grenzen der Proximitäten die diesen Endpunkten entsprechenden Längen immer nur wenige Minuten von einander abweichen.

Man fände so, wenn gleich wieder nicht die kleinste Entfernung beider Bahnen, so doch eine in der Nähe davon liegende Distanz. Mit dieser Supposition aber hat man u und u_1 aus

$$\left.\begin{aligned} tg\, u &= tg\, \frac{(L-k)}{cos\, n} \\ tg\, u_1 &= tg\, \frac{(L_1-k_1)}{cos\, n_1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

ferner die wahren Anomalien und Radien Vectoren der Bahnnähe mittelst

$$\left.\begin{aligned} v &= u - \omega \\ v_1 &= u_1 - \omega_1 \\ r &= \frac{a\,(1-\varepsilon^2)}{1+\varepsilon\, cos\, v} \\ r_1 &= \frac{a_1\,(1-\varepsilon_1{}^2)}{1+\varepsilon_1\, cos\, v_1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Nennt man weiter p die Ekliptik-Poldistanz, so ist hier der oben durch Gleichung (2) eingeführte Winkel

$$\Psi = p_1 - p \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

somit gegeben durch

$$\left.\begin{aligned} cos\, p &= sin\, u\, sin\, n \\ cos\, p_1 &= sin\, u_1\, sin\, n_1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

und daher auch die Distanz D aus Gleichung (1) oder, bei der Kleinheit dieser Grösse besonders für abgekürzte Rechnung, mit Du Séjour besser aus

$$D^2 = d^2 + 4\, sin^2\, \frac{\Psi}{2}\, rr_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

zu bestimmen, wo d die Differenz der Radien Vectoren r_1 und r bedeutet.

Es ist von vornherein klar, dass bald die eine, bald die andere dieser genäherten Rechnungsweisen, die sich übrigens auch als theilweise gegenseitige Controle benützen lassen, durch besondere Verhältnisse in der Gestalt und Lage der Bahnen stark alterirt werden kann, dies hat aber hier, wo nur eben gegebene Combinationen zu behandeln sind, nichts zu bedeuten und ist nur dort erheblich, wo man auf diesem Wege die zu machenden Combinationen überhaupt erkennen wollte; denn es bleibt nun weiter jedem Rechner überlassen, durch Versuche, indem man z. B. die Grössen v und v_1 stufenweise variirt, oder durch zweckmässige Benützung der bekannten Bedingung, dass die kürzeste Distanz auf beiden Linien senkrecht steht, den eigentlichen Werth dieser kürzesten Distanz zu finden, und sich so in zweifelhaften Fällen zu überzeugen, ob eine gewisse Com-

bination wirklich noch eine innerhalb bestimmter Grenzen liegende Bahnnähe gibt. Solchen Vorgang halte ich einstweilen für den einzigen wirklich praktischen, und desshalb habe ich mich aller weiteren Ausführungen der strengen Formeln (1) bis (9), deren Gebrauch übrigens durch die genäherte Kenntniss des Ortes der Bahnnähe auch bedeutend erleichtert wird, enthalten, und die Ausdrücke dort eben nur in ziemlich übersichtlicher Form zu geben gesucht.

Es schien mir von Interesse, schon jetzt eine Anwendung des eben Gegebenen wenigstens durch die ersten Stadien der Rechnung zu verfolgen, wenn ich mir gleich vorbehalten muss, eigentliche Durchführungen dieses Gegenstandes später zu liefern. Ich wählte dazu die Zusammenkünfte von Asteroiden, welche in der Zeichnung unmessbare Distanzen in beiden Projectionen gegeben hatten und daher oben mit * ausgezeichnet wurden. Der Rechnung wurden folgende Elemente zu Grunde gelegt, welche in der neuesten Zusammenstellung des Berliner Jahrbuches 1856 [1]) gegeben sind, mit Ausnahme von Thalia, für welche Herrn Oeltzen's letzte Bestimmungen aus dem December-Hefte 1853 dieser Sitzungsberichte genommen wurden.

Planet	a	ε	ω	k	n
Flora	2·201	0·1567	282° 37′	110° 18′	5° 53′
Melpomene	2·293	0·2151	225 31	149 59	10 10
Victoria	2·334	0·2181	66 24	235 29	8 23
Vesta	2·360	0·0902	147 23	103 24	7 8
Metis	2·386	0·1235	3 8	68 30	5 36
Fortuna	2·444	0·1587	179 21	211 27	1 32
Massalia	2·401	0·1447	252 5	206 57	0 41
Lutetia	2·434	0·1625	246 6	80 27	3 6
Parthenope	2·448	0·0980	192 4	125 0	4 37
Thetis	2·484	0·1308	133 14	125 20	5 36
Egeria	2·577	0·0853	76 18	43 19	16 33
Astraea	2·577	0·1888	354 15	141 28	5 19
Irene	2·584	0·1688	91 58	86 49	9 7
Eunomia	2·643	0·1878	93 59	293 54	11 44
Thalia	2·645	0·2403	54 51	67 53	10 14
Juno	2·669	0·2565	243 9	171 0	13 3
Ceres	2·766	0·0792	68 45	80 48	10 36
Pallas	2·769	0·2390	309 25	172 38	34 43
Calliope	2·912	0·1036	352 13	66 37	13 45
Psyche	2·933	0·1309	220 51	150 37	3 4
Hygiea	3·149	0·1006	300 25	287 38	3 47

[1]) In dieser Zusammenstellung soll es übrigens heissen:
bei Astraea: 135° 43′ statt 136° 23′ 30″·9
141 28 „ 9 56 24·9
5 19 „ 19 33 45·3
bei Victoria: 12 36 23″·6 „ 2 36 23·6
bei Irene: 86 48 56·3 „ 186 48 56·3
} π, Ω und i beziehen sich nämlich im Jahrbuche auf den Äquator statt auf die Ekliptik.

Damit ergaben sich nachstehende Resultate. Die Bedeutung der Zeichen ist aus dem Obigen bekannt. Zur besseren Beurtheilung beider Rechnungsweisen wurde hier auch N gerechnet, daher zur Bestim-

Nr.	Combination	$R_1 - R$	D	L	$L - l$
1	Pallas-Thetis	0·062	0·110	183°30'	$3\frac{1}{2}°$
2	Egeria-Flora	0·009	0·093	204	2
3	Calliope-Psyche . . .	0·018	0·019	54	0
4	Juno-Lutetia	0·036	0·057	3	1
5	Eunomia-Vesta . . .	0·031	0·031	112	2
6	Ceres-Thetis	0·025	0·020	51	1
7	Thalia-Flora	0·045	0·042	217 30	$4\frac{1}{2}$
8	Thalia-Parthenope . .	0·008	0·018	43	2
9	Melpomene-Fortuna .	0·020	0·020	142	0
10	Irene-Victoria	0·055	0·043	75	3
11	Irene-Parthenope . .	0·060	0·031	245	6
12	Irene-Thetis	0·043	0·018	54	4
13	Vesta-Metis	0·046	0·015	159	4
14	„ „	0·065	0·021	341	6
15	Vesta-Parthenope . .	0·042	0·029	76	$3\frac{1}{2}$
16	Vesta-Thetis	0·025	0·029	250	14
17	Flora-Lutetia	0·027	0·010	312	4
18	Flora-Astraea	0·044	0·010	230 30	4
19	Thetis-Parthenope . .	0·009	0·021	122	5
20	„ „ . .	0·036	0·023	293	14
21	Metis-Fortuna	0·001	0·005	60	1
22	Metis-Parthenope . .	0·010	0·043	198	1
23	Astraea-Massalia . . .	0·012	0·011	134	0
24	Astraea-Hygiea . . .	0·010	0·012	306	$1\frac{1}{2}$
25	Thetis-Psyche	0·098	0·031	91 30	9

Überblickt man diese Tafel, so zeigt sich zuerst, dass sich bald auf dem einen, bald auf dem anderen, zuweilen auf beiden Wegen die Kleinheit der Distanz bestätigt hat. Dass mitunter die Abstände nicht unbedeutend von der aus der Zeichnung für diese Fälle folgenden Grenze 0·015 abweichen, darf nicht überraschen, denn die Rechnung gab auf keinem der beiden Wege das wirkliche Minimum der Distanz, sondern immer grössere Entfernungen. Unter allen 25 erhielt man in 8 Fällen durch die Formeln (13) bis (17) den Abstand grösser als durch die ältere Berechnungsweise (10) bis (12), die übrigen 16 fielen entweder nahe gleich oder kleiner aus.

Jene 8 Varianten sind zum Theile aus der geringen Genauigkeit zu erklären, mit der man die Grösse L aus der Zeichnung abnimmt, was zuweilen, z. B. bei grossem N, die Resultate nothwendig stark

mung dieser sowohl, als der Grössen U die Gleichungen (3) benützt. Bei $L—l$ ist immer der dem L zunächst liegende Knoten beider Bahnen zu verstehen.

Nr.	Combination	$\dot{N}$	Ψ	$U+k$	U_1+k_1
1	Pallas-Thetis	31° 10'	2° 40'	180° 37'	179° 21'
2	Egeria-Flora	15 14	2 5	22 14	23 1
3	Calliope-Psyche . . .	13 44	0 0	53 41	54 3
4	Juno-Lutetia	13 26	0 21	184 32	184 9
5	Eunomia-Vesta . . .	18 48	0 40	289 52	290 2
6	Ceres-Thetis	7 40	0 12	49 59	50 21
7	Thalia-Flora	7 4	0 24	33 45	34 8
8	Thalia-Parthenope . .	8 38	0 13	41 5	41 26
9	Melpomene-Fortuna .	9 32	0 0	141 49	141 57
10	Irene-Victoria	16 50	0 56	71 40	72 0
11	Irene-Parthenope . .	6 14	0 35	59 6	58 43
12	Irene-Thetis	5 52	0 20	50 13	50 30
13	Vesta-Metis	4 4	0 18	155 3	154 51
14	„ „	„ „	0 26	„ „	„ „
15	Vesta-Parthenope . .	3 18	0 11	72 22	72 28
16	Vesta-Thetis	2 52	0 41	56 13	56 21
17	Flora-Lutetia	3 32	0 15	136 18	136 13
18	Flora-Astraea	3 4	0 14	46 7	46 15
19	Thetis-Parthenope . .	1 0	0 5	126 52	126 52
20	„ „ . .	„ „	0 10	„ „	„ „
21	Metis-Fortuna	6 54	0 6	60 47	60 48
22	Metis-Parthenope . .	4 54	0 5	17 1	19 11
23	Astraea-Massalia . . .	5 4	0 3	134 24	134 25
24	Astraea-Hygiea . . .	8 44	0 14	127 27	127 33
25	Thetis-Psyche	3 6	0 30	100 29	100 34

ändern muss, zum Theil besonderen Lagen der Bahnen zuzuschreiben. So hat der Umstand, dass bei der letzten Combination die Perihelien beider Bahnen nach verschiedenen Seiten liegen, die entgegengesetzte Wirkung und bei einem Abstande der Bahnnähe von nur 9° vom gemeinschaftlichen Knoten die Distanz der ersten Rechnung in der zweiten um zwei Drittheile vermindert; denn die Radien Vectoren nehmen hier bei Thetis rasch ab, während sie bei Psyche schnell wachsen, und umgekehrt, wenn man die Anomalien variirt. Hätte man blos durch die ältere Rechnungsart von vornherein die Combinationen mit Distanzen unter 0·015 finden wollen, so wären nicht weniger als 18 von den obigen 25 Fällen übergangen worden.

Schon dieser vorläufige Versuch hat zu dem von D'Arrest hervorgehobenen, seiner kleinen Distanz (0·01) wegen merkwürdigen Falle

von Hygiea und Astraea weitere sieben Combinationen mit nahe gleich geringem oder noch kleinerem Abstande gefügt, nämlich:

Egeria	Flora	0·009
Thalia	Parthenope . .	0·008
Flora	Lutetia . . .	0·010
Flora	Astraea . . .	0·010
Thetis	Parthenope . .	0·009
Metis	Fortuna . . .	0·001
Metis	Parthenope . .	0·010

und es ist daher mit Sicherheit zu erwarten, dass eine durchgreifende Sichtung mit möglichst genauer Bestimmung der eigentlichen kürzesten Distanzen noch auf viele eben so bemerkenswerthe Combinationen führen werde. Von den zuletzt hervorgehobenen Bahnnähen stimmt übrigens die Combination Egeria-Flora in $R_1 - R$ erst jetzt mit D'Arrest, so weit man bei den neuen Elementen erwarten durfte, nachdem eine Unrichtigkeit, die sich bei D'Arrest eingeschlichen, verbessert wurde.

Noch schien es mir angemessen, eine nähere Vergleichung der D'Arrest'schen Resultate mit den hier abgeleiteten auszuführen, um eine weitere Probe meiner Betrachtungsweise zu bekommen und um zu erfahren, in welchem Masse die Anzahl der Proximitäten im Verhältnisse zur Anzahl der behandelten Bahnen gestiegen ist.

D'Arrest hat bei 13 Asteroiden 21 Bahnnähen mit Distanzen unter 0·1. Bei 23 Asteroiden fanden wir oben 133 Proximitäten inner derselben Grenze. Um aber einen eigentlichen Vergleichpunkt zu erhalten, muss man in beiden Fällen auf gleiche Weise vorgehen, und sich vor Allem fragen, wie viele Bahnnähen unter 0·1 wir mit den von D'Arrest betrachteten 13 Asteroiden hier gefunden haben. Darauf dient nun zur Antwort, dass wir einen einzigen Fall (Vesta-Pallas) nicht haben, der bei D'Arrest vorkommt; die Distanz (0·097) ist indessen auch bei D'Arrest so gross, dass ich es nicht für nöthig erachtete, dem Grunde dieser Variante näher nachzuforschen. Dagegen erhielten wir hier folgende 17 Combinationen mehr als D'Arrest:

Flora	Vesta, zweimal
Flora	Parthenope, zweimal
Victoria . . .	Iris
Vesta	Parthenope
Vesta	Astraea

Iris . . . . . Astraea
Iris . . . . . Hygiea, zweimal
Metis . . . . Parthenope
Hebe . . . . . Juno
Parthenope . . Astraea, zweimal
Parthenope . . Juno
Egeria . . . . Ceres
Egeria . . . . Pallas.

Davon sind abzurechnen: die Combination Iris-Astraea, da D'Arrest dieselbe ebenfalls mit einer Distanz unter 0·1 findet, und nur in der Übersicht aufzuführen vergass, und die Bahnnähe Hebe-Juno, da D'Arrest die Distanz dafür 0·101 findet, also der Grenze so nahe, dass man diese Combination wohl eben so gut als inner dieselbe fallend ansehen darf. Lässt man die Proximität Vesta-Pallas ganz weg, und berücksichtigt man die beiden letzten Bemerkungen, so hatte D'Arrest 22 Bahnnähen unter 0·1, während wir deren für dieselben Himmelskörper 37 fanden. Eine so bedeutende Variante verdiente näher untersucht zu werden. So ergab sich folgende Zusammenstellung, wo D wieder nach den Gleichungen (13) bis (17) mit dem früher gegebenen L gerechnet wurde, $R_1 - R$, $U + k$ von D'Arrest genommen sind. Die beiden letzten Columnen geben die Differenzen der in beiden Weisen gefundenen Abstände und den Winkel zwischen dem Orte der Bahnnähe in der Ekliptik und der Länge der gemeinschaftlichen Knoten:

Nr.	Combination.	D	L	$R_1 - R$	$U + k$	$R_1 - R - D$	$U + k - L$
1	Flora-Vesta . .	0·071 u. 0·046	134° u. 297°	0·434 u. 0·102	74° u. 234°	0·363 u. 0·058	80° u. 43°
2	Flora-Parthen.	0·067 u. 0·048	198 u. 292	0·617 u. 0·120	71 u. 251	0·550 u. 0·072	117 u. 41
3	Victoria-Iris .	0·068	353	0·293	22	0·225	29
4	Vesta-Parthen.	0·088	295	0·174	252	0.086	43
5	Vesta-Astraea .	0·054	43	0·155	55	0·101	12
6	Iris-Hygiea . .	0·050 u 0·069	199 u. 250	1·634 u. 0·103	40 u. 220	1·584 u. 0·034	159 u. 30
7	Metis-Parthen.	0·056	0	0·120	17	0·034	17
8	Parth.-Astraea	0·039 u. 0·085	51 u. 222	0·419 u. 0·273	17 u. 197	0·380 u. 0·188	34 u. 25
9	Parth.-Juno .	0·130	351	0·171	9	0·048	18
10	Egeria-Ceres .	0·156	198	0·136	185	0·020	13
11	Egeria-Pallas	0·058	188	0·058	186	0·000	2

Um übrigens keine Varianten aus anderen Quellen herein zu bringen, wurden die Rechnungen für D hier mit den folgenden Elementen, deren auch D'Arrest sich bediente, durchgeführt.

Planet	a	ε	ω	k	n
Flora	2·202	0·1568	282°30′	110°21′	5° 53′
Victoria	2·334	0·2190	66 8	235 34	8 22
Vesta	2·362	0·0888	147 27	103 24	7 8
Iris	2·385	0·2324	141 38	259 44	5 28
Metis	2·386	0·1229	2 33	68 28	5 36
Parthenope	2·451	0·0998	191 54	124 59	4 37
Egeria	2·570	0·0884	76 20	43 20	16 27
Astraea	2·577	0·1888	354 15	141 28	5 19
Juno	2·669	0·2561	243 22	170 57	13 3
Ceres	2·768	0·0765	67 27	80 50	10 37
Pallas	2·773	0·2394	308 41	172 46	34 37
Hygiea	3·151	0·1009	300 24	287 38	3 47

Unsere Rechnung gibt also D in diesen fünfzehn bei D'Arrest fehlenden, aus der Zeichnung aber folgenden Fällen nur zweimal über 0·1, und es wäre erst näher zu untersuchen, ob die kürzeste Distanz nicht auch hier inner jener Grenze liegt, was später geschehen soll; für den einen dieser Fälle (Egeria-Ceres) ist eine Erklärung davon schon in dem Umstande zu suchen, dass die beiden Bahnen eine lange Strecke hindurch zu einander parallel laufen, und daher die Grösse L sehr unsicher wird; gerade dieser Fall ist aber auch der einzige, in welchem $R_1 - R$ kleiner als D ausfiel. Die Varianten mit D'Arrest kommen offenbar von den grossen Entfernungen dieser Bahnnähen von den gemeinschaftlichen Knoten. Hiervon macht nur die letzte Combination (Egeria-Pallas) eine Ausnahme, allein die Verschiedenheit zwischen $R_1 - R$ und D ist hier auch verschwunden, da dieselbe nur von einem Versehen bei D'Arrest rührt, das oben gleich verbessert wurde. Die Combination Iris-Hygiea ist besonders lehrreich. Während für die aus der Zeichnung abgeleiteten Orte gegenseitige Entfernungen der Bahnen im Breitenkreise von nur 0·069 und 0·050 sich ergeben, findet D'Arrest die Distanzen in der gemeinschaftlichen Knotenlinie 0·103 und 1·634, die letztere also beiläufig anderthalb so gross als der Spielraum der Asteroiden überhaupt in ihren mittleren Entfernungen von der Sonne beträgt, und gerade dem Maximum der Differenz gleich, die im Allgemeinen zwischen den Entfernungen dieser beiden Planeten von der Sonne statthaben kann. Es rührt dies daher, dass die Apsiden sowohl von Hygiea als Iris nahe in der gemeinschaftlichen Knotenlinie beider Bahnen, Aphel und Perihel der Hygiea aber beziehungsweise in gleicher heliocentri-

scher Richtung mit Perihel und Aphel der Iris liegen, und die zwei eigentlichen Bahnnähen in geringe und nahe gleiche Entfernungen zu beiden Seiten der gemeinsamen Knotenlinie fallen. Der Raum zwischen beiden Bahnnähen beträgt nur etwa 50°; desshalb und weil die Distanz des Hygiea-Perihels von der Sonne beiläufig ebenso gross ist als die Apheldistanz der Iris, stimmt der eine D'Arrest'sche Werth ziemlich mit unserem Resultate, während der andere so ausserordentlich davon abweicht.

Lässt man die beiden zweifelhaften Fälle gelten, so stellt sich die Vergleichung wie folgt:

Bei 13 Asteroiden 37 Bahnnähen
„ 23 „ 133 „

somit ein Steigen der Zahl von Proximitäten beiläufig im quadratischen Verhältnisse der Zunahme an betrachteten Himmelskörpern.

Mit diesen Bestätigungen [1]) der hier auseinander gesetzten Anschauungsweise des vorliegenden Problems glaubte ich mich einstweilen zufrieden stellen zu dürfen. Ich werde nicht ermangeln, gelegentlich die jedesmaligen Ergänzungen dieser Arbeit durch neu entdeckte Planeten (seither sind ihrer bereits vier hinzugekommen), so wie weitere Vervollständigungen durch umständlichere Rechnungen zu liefern.

Die Häufigkeit beachtenswerther Bahnnähen der Asteroiden in Verbindung mit anderen später zu erörternden Umständen scheint mir im Gegensatze zu neuerlichen Aussprüchen [2]) der Olbers'schen Ansicht über den Ursprung der Asteroiden nicht ungünstig. An die Stelle der Besorgnisse aber, welche die Möglichkeit des Zusammentreffens zweier Himmelskörper unseres Systemes früher wenigstens bei Nicht-Astronomen in Bezug auf die Erde erweckte, ist vielleicht die erfreuliche Aussicht zu setzen, dass es uns dermaleinst, vielleicht in nicht zu ferner Zukunft vergönnt wäre, von sicherer Stätte das interessante Schauspiel einer Weltzertrümmerung oder auch Verbrüderung zu beobachten. Die obwaltenden Commensura-

[1]) Während des Druckes wurden weitere 27 Combinationen von Asteroiden mit Asteroiden der Rechnung unterzogen, und fügten sich im Ganzen ebenso gut, so dass zusammen 89 Fälle von 133 Bahnnähen solcher Art diese vorläufige Controle bestanden haben.

[2]) Comptes rendus de l'Académie de Sciences de Paris. Tome XXXVII. p. 793.

bilitäten der Umlaufszeiten berechtigen einigermassen zu diesen Hoffnungen. Man erinnert sich bei solchen Betrachtungen unwillkürlich an die Duplicität, mit welcher der Komet Biela uns bei seiner vorletzten Erscheinung überraschte. Dass die beiden Componenten sich nun wieder von einander zu entfernen scheinen, darf bei Himmelskörpern, denen man in anderen Rücksichten eigenthümliche Repulsivkräfte zuzuschreiben sich schon veranlasst sah, nicht Wunder nehmen. Mit solchen Vermuthungen betreten wir jedoch das Feld vager Hypothesen, deren Reife noch in weiter Ferne liegt.

Jedenfalls wird die Wichtigkeit der Kenntniss solcher Bahnnähen für die Wissenschaft dadurch sehr erhöht, dass sämmtliche hier betrachtete Körper mit Ausnahme des Kometen Halley sich nach derselben Richtung bewegen, somit gegenseitigen Einwirkungen eine grössere Dauer verliehen wird. Vielleicht genügt bereits das hier Vorgetragene, an denjenigen Sternwarten, wo sich die Ephemeriden der meisten Himmelskörper alljährlich sammeln, um dann der Öffentlichkeit übergeben zu werden, die Aufmerksamkeit den oben angeführten Combinationen zuzuwenden. Schon das publicirte Material: geocentrische Rectascension und Declination, so wie heliocentrischer Radius Vector, reicht vollkommen hin, um zu entscheiden, ob zwischen zwei bestimmten Gestirnen eine bedeutende Annäherung Statt hat; vielleicht kann ich bald weitere Erleichterungen solcher Nachforschungen geben.

Schlüsslich habe ich eine angenehme Pflicht des Dankes zu erfüllen gegen die Herren Hornstein und Oeltzen für die Bereitwilligkeit, mit welcher bei verschiedenen Theilen der weitläufigen Arbeit, insbesondere bei der Durchsicht der Zeichnungen und bei den Rechnungen diese meine Amtsgenossen mir Hülfe zu leisten nicht müde wurden.

Kurze, vorläufige Notiz über einen für das hiesige zootomische Museum erworbenen Chlamydophorus truncatus.

Von dem w. M., **Prof. Hyrtl.**

Im Jahre 1824 erhielt das naturhistorische Museum zu Philadelphia durch Herrn William Colesberry den Balg eines Säugethieres zum Geschenk, welches bis zu jener Zeit den Zoologen vollkommen unbekannt war. Herr Colesberry berichtete zugleich an den Vorstand des Museums, Mr. Franklin Peale, dass das Thier im Innern von Chili, in der Umgebung von Mendoza, am östlichen Abhange der Cordilleren einheimisch sei, von den Indianern ***Pichiciago*** genannt werde, unter der Erde lebe, wie der Maulwurf (dem es an Grösse gleicht), und seine Jungen unter einem, seinen Rücken deckenden Panzer verberge. Mehr verlautete nicht über die Lebensweise dieses, den Gürtelthieren äusserlich verwandten Geschöpfes. Da das Thier exenterirt, und sein Skelet grössten Theils zerstört war, so konnte Prof. Richard Harlan sich nur auf die zoologische Beschreibung seiner äusseren Charaktere einlassen, welcher zufolge das Thier unter Cuvier's *Edentata* gestellt, und mit dem Namen *Chlamyphorus truncatus* belegt wurde. Seine Charakteristik lautet: *Corpore, supra testa coriacea, postice truncata, squamis rhomboideis, lineis transversis dispositis, conflata, subtus capillis albis, sericeis, obtecto; capite supra squamis testa dorsali continuis, adoperto; palmis plantisque pentadactylis; unguibus anterioribus longissimis, compressis; marginibus externis, mucronibusque acutis; cauda rigida, sub abdomine inflexa.* Sonderbarer Weise sind die Zähne hiebei ganz übergangen worden, welche doch die Einreihung unter die Edentaten zunächst veranlassten. Harlan's Abhandlung erschien unter dem Titel: *Description of a new Genus of Mammiferous Quadrupeds, of the Order Edentata*, in den Annalen des naturhistorischen Museums zu New-York, I. Bd., 2. Thl., 1825. Drei Tafeln Abbildungen veranschaulichen das sonderbare Exterieur des Thieres, und die Form seines knöchernen Schädels. Drei Jahre später erhielt die ***Zoological Society*** in London ein in Spiritus aufbewahrtes Exemplar desselben Thieres, jedoch gleichfalls ohne Eingeweide.

Es wurde dasselbe Herrn William Yarrell zur Untersuchung überlassen, welcher in einem an den Secretär der Gesellschaft N. A. Vigors gerichteten, und im III. Bde. des *Zoological Journal* 1828, abgedruckten Briefe, das Skelet des Thieres näher berührt, ohne es ausführlich zu beschreiben, da man den jedenfalls zu vermeidenden Fehler beging, das Hand- und Fuss-Skelet, bei der Abnahme der zum Ausstopfen bestimmten Hautbedeckung, nicht heraus zu präpariren, sondern im Balge stecken zu lassen. Ich habe dieses, der zoologischen Gesellschaft in London gehörende Exemplar, bei meinem Besuche in jener Stadt 1850, selbst in meinen Händen gehabt, und meine Verwunderung darüber ausgedrückt, warum man, zur Vervollständigung des neben dem ausgestopften Balge aufgestellten, verstümmelten Skeletes, nicht jetzt noch die allerdings bei einem so kleinen Thiere sehr schwierige, aber dennoch mögliche Auslösung des Hand- und Fuss-Skeletes vornehme, sei es auch nur um den üblen Eindruck zu verwischen, den das so geringschätzig behandelte Präparat eines unbestrittenen Unicum, bei jedem Fachmanne, insonderheit aber bei technisch geschickten Anatomen hervorbringen müsse.

Seit dem Erscheinen der beiden genannten Abhandlungen, hat man von dem Thiere nichts mehr gehört. Alle Systematiker haben Harlan's Beschreibung und Classificirung des Thieres angenommen, nur den unetymologischen Namen *Chlamyphorus*, durch bessere griechische Wortbildung in *Chlamydophorus* verwandelt, und gelegentlich, wegen unrichtiger Auffassung oder ungetreuer Übersetzung des englischen Original-Aufsatzes, mehr weniger Unrichtiges gesagt. Selbst Cuvier trifft dieser Vorwurf, da er in jedem Kiefer beiderseitig 10 Zähne anführt (während Harlan und Yarrell nur 8 zählen), und von einem knöchernen Rückenpanzer spricht, welchen das Thier ebenso wenig besitzt, als einen am Bauche befestigten Schwanz. Es kam kein drittes Exemplar mehr aus der neuen Welt herüber, und die Organographie des Thieres blieb, was sie anfangs war, eine unbekannte Grösse.

Wie gross war desshalb meine Überraschung, als ich bei einer vor zwei Jahren gemachten Reise nach München, ein vollständiges, mit allen Eingeweiden versehenes, in Spiritus trefflich erhaltenes Exemplar von *Chlamydophorus* im Besitze meines geehrten Freundes, Dr. Gemminger, antraf. Er hatte es durch die Vermittlung eines deutschen, in Valparaiso ansässigen Arztes erhalten; und

hatte die Absicht, eine Monographie desselben zu schreiben. Meinen anfangs fruchtlosen Bitten gelang es endlich, Herrn Dr. Gemminger zu bewegen, mir das Exemplar käuflich zu überlassen, welches ich hiemit der Akademie zur Ansicht vorzulegen die Ehre habe. Ein beiliegender trockener Balg wurde mir zugleich zur Benützung auf einige Zeit zur Verfügung gestellt. — Ich habe bei der äusseren Besichtigung dieses, nunmehr dem hiesigen Museum für vergleichende Anatomie einverleibten Exemplares, vorerst einige Mängel der Harlan'schen Abbildung bemerkt. Das Auge ist zu gross, der Mund zu klein gezeichnet, und der Rückenpanzer besteht nicht aus parallelen Reihen eckiger, mosaikartig gruppirter Tafeln, sondern jede vorhergehende Tafelreihe deckt mit ihrem hinteren Rande den vorderen Rand der nächstfolgenden dachziegelförmig. Das äussere Ohr ist gar zu menschenähnlich gezeichnet, und die unter den Bauch geschlagene Richtung des hartgeschilderten Schweifes scheint mir mehr durch die Wirkung des Alkohols bedungen, als eine normale zu sein, welche einem zum Graben und Scharren bestimmten Thiere höchst unbequem und hinderlich erscheinen müsste. Die spitzige Schnauze der Zeichnung gibt ein schlechtes Bild des schief abgestutzten, schweinsähnlichen Rüssels des *Chlamydophorus*, und die Bedeckung der Vorder- und Hinterfüsse mit harten, hornartigen Platten, ist nur mit flüchtigem Griffel dargestellt.

Ich werde unverweilt zur anatomischen Bearbeitung des Thieres schreiten, welche, bei den schon im äusseren Habitus desselben sich kund gebenden Verwandtschaften mit Pachydermen, Nagern und Edentaten, keine uninteressante Ausbeute verspricht. Mir sind die Schwierigkeiten keineswegs unbekannt, mit welchen eine anatomische Arbeit zu kämpfen hat, welche Haut und Skelet eines einzigen Exemplares schonen, und zugleich alle inneren Organe und Systeme desselben möglichst unversehrt erhalten soll. Ich hoffe jedoch, dass es mir gelingen wird, diesen Schatz, ohne Zurücklassung seines kleinsten Antheiles, vollständig zu heben, und dem neuen Museum für vergleichende Anatomie, durch die Einverleibung der zu erwartenden Präparatenreihe einen werthvollen Beitrag hinzuzufügen. Die Resultate der anatomischen Untersuchung werden, als Monographie des Chlamydophorus, seiner Zeit der kaiserlichen Akademie vorgelegt werden.

Physikalisch-chemische Notizen.

Von **Dr. J. J. Pohl.**

(Zweite Folge.)

I. Verhalten des Palmöles beim Erhitzen.

Der Schmelzpunkt des Palmöles wird sehr verschieden angegeben. Ure [1]) nimmt dafür 47·5 C., Payen [2]) 27 bis 29° C., Pelouze und Boudet [3]) 27° C. Nach Henry [4]) schmilzt von *Avoira elæis* herstammendes Öl bei 29° C., nach Grassmann [5]) wird Palmöl bei 37°5 C. dickflüssig, fängt nach dem Schmelzen bei 34° zu gestehen an und ist erst bei 19° ganz fest. Man hegt ferner fast allgemein die Ansicht, dass altes, ranzig gewordenes Palmöl zwischen 31 und 37° C. schmelze. Die Differenzen obiger Schmelzpunkte, scheinen sowohl von dem verschiedenen Alter des untersuchten Palmöles, als auch davon herzurühren, dass Öl von verschiedenen Palmenarten zur Untersuchung diente, da nicht nur die Früchte von *Avoira elæis (Elæis guianensis)*, sondern auch die von *Areca oleracea*, dann *Cocos nucifera* und *Cocos butyracea* das im Handel vorkommende Palmöl liefern.

Schmelzpunkt-Bestimmungen des Palmöles nach der von mir angegebenen Methode [6]) ausgeführt, scheinen das eben Gesagte zu bestätigen, sie lieferten folgende Resultate in Graden Celsius ausgedrückt.

---

[1]) Ure: Dictionary of arts, manufactures and mines. Third edition, pag. 898.

[2]) Annales de Chimie et de Physique. III. Série. Tome 2, pag. 53.

[3]) Annales de Chimie et de Physique. Tome 79, pag. 43.

[4]) Trommsdorff, Neues Journal der Pharmacie. 4. Bd., 2. Stück, S. 241.

[5]) Buchner, Repertorium für die Pharmacie. 32. Bd., S. 55.

[6]) Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften. Mathem.-naturw. Classe. 6. Bd., S. 587. Dieses Verfahren gebrauchte Gössmann ebenfalls zur Bestimmung des Schmelzpunktes von Fettsubstanzen (Liebig, Annalen, 86. Bd., S. 317) jedoch ohne bei directer Erwärmung des Apparates übereinstimmende Resultate erlangen zu können. Gössmann suchte diesem Übelstand durch Eintauchen des Apparates in ein Wasserbad abzuhelfen. Ich benützte gleich nach Anwendung meiner Methode zur Schmelzpunkt-Bestimmung ein weit einfacheres Mittel zum selben Zwecke, ohne es zu veröffentlichen, weil ich die Sache für gar zu unbedeutend hielt. Ich befestige nämlich zur Schmelzpunkt-Ermittelung leicht schmelzbarer Körper den Apparat an einen Träger, bringe etwa 20 bis 30 Millimeter unter demselben eine dünne Blechscheibe (sogenanntes Schutzblech, wie man es als Unterlage beim Erhitzen von Glasgefässen braucht) an, und erhitze letztere mittelst einer gewöhnlichen Weingeistlampe. Die Temperatur des Thermometers erhöht

Palmöl, 1851 frisch bezogen vom Handlungshaus Fetsch in Wien, stark gelbroth gefärbt:

I. Ist sehr weich bei 28°7, schmilzt bei 35°1.
II. „ „ „ „ „ „ „ 35·1.
III. „ „ „ „ „ „ „ 34·9.

Nr. III wurde bei Wiederholung des Versuches mit der zu Nr. II bereits benutzten Fettmasse erhalten.

Palmöl durch Fr. Wilhelm in Wien ebenfalls 1851 bezogen und sogleich benützt, mehr von orangegelber Farbe.

I. Es runden die Kanten ab bei 30°7, schmilzt bei 34°5.
II. „ „ „ „ „ „ 31·0, „ „ 34·7.
III. „ „ „ „ „ „ 30·0, „ „ 34·4.
IV. „ „ „ „ „ „ 30·0, „ „ 34·7.

Nr. III ist eine Wiederholung der Schmelzpunkt-Bestimmung mit derselben Masse, die zu Versuch II gebraucht ward.

Palmöl 1852 frisch vom Handlungshause Wilhelm bezogen orangegelb gefärbt und sehr schmierig.

I. Abrunden der Kanten bei 21°, schmilzt bei 24°7.
II. „ „ „ „ „ „ „ 24·9.
III. „ „ „ „ „ „ „ 24·9.

Diese leichte Schmelzbarkeit war so auffallend, dass ich mittelst Essigäther versuchte, ob das untersuchte Palmöl mit keinem anderen Fette verfälscht sei, es konnte aber keine derartige Beimischung nachgewiesen werden.

Im Laboratorium des k. k. polytechnischen Institutes über sechs Jahre aufbewahrtes Palmöl, jedoch vor Zutritt der atmosphärischen Luft mangelhaft geschützt, war in den oberen Schichten vollkommen

sich nur langsam und sehr regelmässig, man erhält constante Angaben und hat gegen Gössmann's Abänderung den Vortheil, weder durch die Strömungen des erwärmten Wassers, noch durch eine vergrösserte Parallaxe bei der Ablesung beirrt zu werden.

Zur Erzielung möglichst übereinstimmender Resultate, ist es ferner unerlässlich die Thermometer-Kugel mit einer sehr dünnen Fettschichte zu überziehen, welche sie nur wie mit einem starken Hauche überdeckt. In diesem Falle kann der Schmelzpunkt sehr scharf beobachtet werden, wenn man dafür den Augenblick ansieht, in dem sich das reine Quecksilber-Spiegelbild zeigt. Einen solchen dünnen Überzug erhält man durch Eintauchen der Thermometer-Kugel in die geschmolzene Fettmasse, rasches Herausziehen aus derselben und Erkaltenlassen der Fettschichte.

gebleicht und von ranzigem Geruche, die unteren Schichten hatten hingegen noch gelbliche Farbe und veilchenartigen Geruch.

Die oberen Schichten dieses Palmöles:

I. werden durchscheinend bei 39°5, schmelzen bei 42°1.

II. „ „ „ 37·7, „ „ 42·3.

Der untere Theil, weicher als der obere:

I. schmolz bei 36°5.

II. „ „ 36·4.

Palmöl, als rothes Palmöl wenigstens 10 Jahre in einer Steinbüchse aufbewahrt und also vollkommen vor Sonnenlicht geschützt, war dennoch ranzig geworden und gebleicht.

Versuch I gab den Schmelzpunkt zu 41°0.

„ II „ „ „ „ 41·2.

Um zu sehen, welchen Einfluss längeres Erhitzen auf den Schmelzpunkt des Palmöles ausübt, erwärmte ich das von Fetsch bezogene durch 9·5 Stunden bei einer Temperatur von 88 bis 93° in einer flachen Porzellanschale, indem zugleich zerstreutes Tageslicht Zutritt hatte. Die Farbe des Palmöles erschien nach dem Versuche bedeutend lichter, die Oberfläche der Fettmasse nach dem Erkalten körnig, das Öl roch deutlich ranzig und Schmelzversuche zeigten:

I. den Schmelzpunkt gleich 37°5.

II. „ „ „ 37·3.

Den nächsten Tag wurde dasselbe Palmöl unter gleichen Umständen wieder erhitzt und am Schlusse des Versuches der Schmelzpunkt gleich 37°7 gefunden, während die Bleichung weiter fortgeschritten war, und der ranzige Geruch stark hervortrat.

Palmöl zehn Minuten lang bei 100° mit kräftig wirkender Thierkohle behandelt, zeigt darnach zwar lichtere Farbe, konnte aber selbst bei noch längerer Einwirkung der Kohle nicht genügend gebleicht werden.

Ich versuchte nun Palmöl, das durch warme Filtration von allen festen, darin vertheilten Substanzen befreit war, bei Zutritt von Licht und Luft einer stärkeren Erhitzung als 100° auszusetzen. Bei 115° kam das benutzte Fett höchst wahrscheinlich durch Verdampfung einer kleinen Menge beigemischten Wassers scheinbar ins Kochen, das bis 188° anhielt. Aber schon bei 140° begannen sich sehr saure, stechende, weisse Dämpfe zu bilden (im Geruche keine Ähnlichkeit mit

dem Acrolëin zeigend), die bei 190° sehr belästigend wirken, wenn auch die Menge der in dieser Form verflüchtigten Substanz dem Gewichte nach gering ist. Bei 246° trat noch kein Kochen ein. Das Palmöl sah nun dunkelbraun aus, ein Theil davon zur schnellen Abkühlung in kaltes Wasser gegossen, zeigte keine Spur einer gelbrothen Färbung mehr; das Palmöl war also gebleicht, wohl etwas bräunlich gefärbt, immer aber so weiss, wie das beste nach Payen's Methode gebleichte Palmöl. Es hatte die Consistenz des Schweinefettes, roch brenzlich, während der eigentliche Palmölgeruch gänzlich verschwunden war und schmeckte wachsartig. Der nicht ins Wasser gegossene Theil des erhitzt gewesenen Palmöles, war nach Verlauf von zwei Stunden bei 22°5 noch flüssig und erst nach drei Stunden begann die Abscheidung eines festen Körpers. Nach 19 Stunden war etwa ein Drittheil noch flüssig, und freiwillig floss ein braunrothes Öl aus der Fettmasse ab, etwa $^1/_{25}$tel des Ganzen betragend. Nach Verlauf von 60 Stunden erstarrte selbst dieses Öl zu einer weissbraunen Masse.

Es erfolgte also unter obigen Umständen die Bleichung des Palmöles in kurzer Frist eben so vollkommen, wie dies nach Payen's Verfahren in 10 bis 12 Stunden zu geschehen pflegt.

Ich versuchte jetzt ob zum Gelingen der Bleichung wirklich, wie man allgemein glaubt, der Zutritt von Licht und Luft nöthig sei, indem ich in einem bedeckten Gefässe und im Dunkeln Palmöl bis zu 246° erhitzte und nach 10 Minuten langer Einwirkung dieser Temperatur abkühlen liess. Das Palmöl war wie vorher vollständig gebleicht. Bei so hoher Temperatur erfolgt sonach die Zerstörung des gelbrothen Farbstoffes weder durch die Einwirkung des Lichtes, noch durch Oxydation auf Kosten des Sauerstoffes der atmosphärischen Luft.

Um die niederste Temperatur zu erforschen, bei der diese schnelle Bleichung vortheilhaft geschieht, wurde Palmöl in 24 Minuten bis zu 210° erhitzt und sechs Minuten dabei erhalten; es war nach dem Erkalten zwar lichter gefärbt, aber nicht vollkommen gebleicht. Palmöl in 15 Minuten auf 215° erhitzt und 15 Minuten bei dieser Temperatur erhitzt, sieht zwar lichter aus als das vorhergehende, ist aber dennoch nicht genügend gebleicht. Palmöl 15 Minuten bei 243° erhalten erscheint vollkommen entfärbt. Endlich Palmöl in 12 Minuten bis zu 240° erhitzt und sogleich eine Probe gezogen, hat noch gelbe Farbe, nach 5 Minuten ist es farblos.

Aus obigem Versuche folgt, dass Palmöl rasch bis zu 240° C. erhitzt und wenige Minuten bei dieser Temperatur erhalten, ohne Zutritt von Licht und Luft vollständig gebleicht werden könne. Ich habe diese Bleichungsart nicht nur im Kleinen versucht, sondern sie wird seit drei Jahren nach meiner Angabe fabriksmässig ausgeführt. Die Erhitzung des Palmöls geschieht möglichst rasch in gusseisernen Kesseln bis zu 240°, durch 10 Minuten wird diese Temperatur eingehalten und dann ist die Bleichung vollendet. Man kann bequem 10 bis 12 Centner Palmöl in einem Kessel erhitzen, nur darf derselbe wegen der starken Ausdehnung des Palmöles durch die Wärme nicht weiter als zu zwei Drittheilen angefüllt und muss mit einem gut schliessenden Deckel zugedeckt werden, damit man von oberwähnten sauren Dämpfen nicht zu leiden hat. Das Palmöl wird beim Bleichen im Grossen reiner weiss, als im Kleinen und liefert eine sehr schöne feste, weisse Seife. Der gleich nach dem Bleichen auftretende brenzliche Geruch verliert sich nach längerem Lagern, ja es kommt wieder der ursprüngliche Veilchengeruch des Palmöles zum Vorschein. Ebenso hat die daraus bereitete Seife einen angenehmen, veilchenartigen Geruch, da der brenzliche beim Verseifen völlig verschwindet. Stark mit Pflanzentheilen verunreinigtes Palmöl schmilzt man am zweckmässigsten vor dem Bleichen bei niedriger Temperatur, lässt die Pflanzenreste absetzen und sondert sie dann ab. Die besseren Sorten von Palmöl enthalten nie mehr als 0·3 bis höchstens 1·0 Procent solcher vegetabilischer Verunreinigungen. Dass diese Bleichmethode des Palmöles alle übrigen nach und nach verdrängen muss, bedarf kaum einer Erwähnung. Zweckentsprechend im Grossen ausgeführt kostet die Bleiche mit Einschluss aller nöthigen Handarbeit, Capitalsinteressen etc. nur 7 bis 9 Kreuzer C. M. per Centner, und der Verlust am Palmöl beträgt ¼tel höchstens 1 Procent, während die in England jetzt häufig gebrauchte Bleiche mit zweifach chromsauren Kali per Centner 54 Kreuzer bis 1 Gulden C. M. kostet.

Wird Palmöl bei Luftzutritt bis zu 300° erhitzt, so beginnt es zu kochen, wobei jedoch starker Geruch nach Acrolëin wahrzunehmen ist. Die bei 300 bis 311° eingeleitete Destillation geht wegen der gebildeten schweren und sich leicht wieder condensirenden Dämpfe langsam von Statten; lässt man jedoch gewöhnlichen Wasserdampf in die bis zu 300° erhitzte Fettmasse einströmen, so erfolgt

die Destillation sehr rasch. Beim Beginne des Kochens schäumt das Palmöl stark und steigt leicht in die Vorlage über, nach wenigen Minuten jedoch hört dieses Schäumen auf und die Destillation verläuft ohne weitere Störung. Ich hatte Gelegenheit, diese Destillation mehrmals mit 30 bis 50 Pfunden Palmöl auf Einmal vorzunehmen. Ist das Fett beim Destillationspunkte mit atmosphärischer Luft in Berührung, so bildet sich neben dem überdestillirenden Gemenge von Fettsäuren, Acrolëin. Die Wirkung des letzteren auf die Thränendrüsen, die Geruchs- und Respirationswerkzeuge ist in diesem Falle wahrhaft fürchterlich; man kann sich kaum eine Vorstellung davon machen, wenn man nicht selbst darunter gelitten hat. Weder an mir noch an anderen Personen traten jedoch, nachdem der erste Krampfanfall vorüber war, weitere nachtheilige Folgen ein. Denselben Geruch nehmen unter diesen Umständen die Destillationsproducte an und selbst durch Auskochen mit Wasser können sie nicht davon befreit werden. Sorgt man jedoch dafür, dass, wenn das Palmöl 300° erreicht hat, bereits alle atmosphärische Luft aus dem Destillir- und Kühlapparate durch Wasserdampf verdrängt ist, so zeigt sich bei der Destillation nicht der geringste Acrolëingeruch, sie erfolgt ohne weitere Belästigung für die Arbeiter. Am Schlusse der Operation bleibt im Destillirgefässe eine dunkelbraunschwarze Flüssigkeit zurück, die nach dem Erkalten zu einer zähen und elastischen Masse erstarrt und als Beimischung zur Erzeugung ordinärer Seifen, zur Darstellung sogenannter Unterzünder (Zündsteine), von Maschinenschmiere etc. verwendet werden kann.

Aus gutem rohen, durch Umschmelzen gereinigtem Palmöle wurden durch Destillation 68 bis 74·6 Procente Fettsäuren erhalten. Die Farbe und Consistenz des Destillates ist in den verschiedenen Zeitpunkten der Destillationsdauer nicht gleich. Im Anfange bekommt man rasch 25 bis 30 Procente vollkommen farbloser Fettsäuren, die erstarrt, eine feste Masse bilden; später kommen die Destillationsproducte langsamer, beim Erstarren immer schmieriger werdend und mehr ins Bräunliche gefärbt. Der brenzliche Geruch der Fettsäuren verliert sich mit der Zeit und macht einem wachsartigen Platz. Wird das farblose Destillationsproduct längere Zeit im geschmolzenen Zustande, selbst bei niedriger Temperatur erhalten, oder mehrmals umgeschmolzen, so färbt es sich immer dunkler und verliert zugleich an Härte.

Schmelzpunkt-Bestimmungen der durch Destillation erhaltenen Fettsäuren gaben folgende Resultate:

Erster Destillations-Versuch.

Die erste Hälfte der überdestillirten Fettsäuren, schwach gelblich-weiss gefärbt, wird:

I. durchscheinend bei 40°5, schmilzt bei 47°6.
II. „ „ 40·0, „ „ 47·6.

Die zweite Hälfte des Destillates stark bräunlich weiss gefärbt wird:

I. durchscheinend bei 38°5, schmilzt bei 43°8.
II. „ „ 38·7, „ „ 43·9.

Die zweite Hälfte des Destillates nach unvollkommenem kaltem Pressen, Umschmelzen mit Wasser dem 0·25 Procent Oxalsäure zugesetzt ist und Klären mit Eiweiss, hat schwach bräunlich-weisse Farbe, sie wird:

I. durchscheinend bei 41°9, schmilzt bei 49°6.
II. „ „ 42·1, „ „ 49·2.

Nr. II ist eine blosse Wiederholung der Schmelzpunkt-Bestimmung mit der zu Versuch I dienenden Masse.

Zweiter Destillations-Versuch.

Die Destillationsproducte wurden in fünf getrennten Partien aufgefangen. Es betrug in Procenten der Gesammtausbeute ausgedrückt die Menge der

1. Partie 21 Procente.
2. „ 28 „
3. „ 17 „
4. „ 9 „
5. „ 25 „

Die Schmelzpunkt-Bestimmungen ergaben:

Partie 1 wird durchscheinend bei 44°4, schmilzt bei 51°4.
„ 2 „ „ „ 39·5, „ „ 45·8.
„ 3 „ „ „ 39·5, „ „ 45·4.
„ 4 „ „ „ 39·5, „ „ 44·4.
„ 5 „ „ „ 37·3, „ „ 42·8.

Die durch Destillation erhaltenen gefärbten Fettsäuren, lassen sich durch Umkrystallisiren aus Alkohol leicht farblos darstellen.

Ich fand die Schmelzpunkte mehrerer Partien solcher gereinigter Fettsäuren, vom:

1ten Krystallisationsversuche zu 58°6.
2 „ „ „ „ 60·4.
3 „ „ „ „ 59·4.
4 „ „ „ „ 59·2.

Im Vergleiche zu den eben gegebenen Schmelzpunkt-Bestimmungen folgen jene, welche ich mit nach Masse's und Tribouillet's Verfahren (also durch Behandeln des Palmöles mit Schwefelsäure und nachherige Destillation mit überhitztem Wasserdampfe) dargestellten Fettsäuren erhielt.

Palmöldestillat im Jahre 1851 direct aus der Fabrik zu Neuilly bei Paris bezogen, rein weiss, wird:

I. durchscheinend bei 37°5, schmilzt bei 41°6.
II. „ „ 34·5, „ „ 41·4.

Palmöldestillat aus derselben Fabrik, der zweite Theil der überdestillirenden Fettsäuren, jedoch gepresst, blendend weiss:

I. wird durchscheinend bei 41°5, schmilzt bei 50°6.
II. „ „ „ 42·5, „ „ 49·4.
III. „ „ „ 42·5, „ „ 49·2.

Die zweite und dritte Schmelzpunkt-Bestimmung sind Wiederholungen der ersten, mit ein und derselben Fettsäure-Masse.

Palmöldestillat ebenfalls von Neuilly. Krystallisirt und früher gepresst, vom Schlusse der Operation, auch blendend weiss:

I. wird durchscheinend bei 42°9, schmilzt bei 49°1.
II. „ „ „ 43·1, „ „ 49·1.

Nach zwei Jahre langem Aufbewahren, wobei das Licht Zutritt hatte, nahmen die ursprünglich rein weissen Massen eine etwas bräunliche Farbe an.

In Wien nach Tribouillet's Verfahren dargestellte Fettsäuren, wie sie im August 1851 zur Erzeugung der Belvedere-Lichter verwendet wurden, bräunlichweiss aussehend, werden

bei 39°5 durchscheinend und schmelzen bei 48°3.

Später zu Wien erzeugte Fettsäuren sind wie die in Frankreich dargestellten rein weiss, und die Schmelzpunkte fallen mit denen der letzteren so ziemlich zusammen.

II. Nachweisung der Pikrinsäure als Verfälschungsmittel des Bieres.

Ausser den zahlreichen Substanzen, die man als Ersatz für den Hopfen zum Versetzen des Bieres gebraucht, wurde in neuester Zeit besonders in Frankreich eine neue, die Pikrinsäure, verwendet. Diese Säure ertheilt dem Biere nicht nur einen rein bitteren Geschmack, sondern bietet noch den Vortheil dessen Glanz zu erhöhen und äusserst ausgiebig zu sein. Wegen der schädlichen Wirkung der Pikrinsäure auf den thierischen Organismus [1]) und des geringen aromatischen Geschmackes den das damit versetzte Bier erlangt, ist es von grosser Wichtigkeit die Gegenwart der Säure mit Sicherheit nachweisen zu können.

Lassaigne hat vor kurzem ein dazu bestimmtes Verfahren angegeben [2]), welches darin besteht, dass er das genannter Verfälschung verdächtige Bier, mit basisch essigsaurem Bleioxyde oder mit Thierkohle behandelt. Gewöhnliches Bier soll vollkommen entfärbt werden, während mit Pikrinsäure verfälschtes, selbst nach noch so langem Behandeln mit den angeführten Agentien eine gelbliche Färbung beibehält. Diese Probe ist etwas umständlich und auch nicht vollkommen sicher, da selbst bei gewöhnlichem Biere nach dem Behandeln mit basisch essigsaurem Bleioxyde oder Thierkohle, manchmal eine bräunlichgelbe Färbung übrig bleibt, welche zu Täuschungen Veranlassung geben kann. Hierzu kommt noch die Unempfindlichkeit dieses Verfahrens, mittelst welchem höchstens $\frac{1}{18{,}000}$ Pikrinsäure ermittelt wird.

Die folgende Prüfungsweise ist von allen eben gerügten Mängeln frei. Kocht man nämlich Bier, von dem man glaubt, dass es mit Pikrinsäure verfälscht wurde, durch 6 bis 10 Minuten mit weissem, unangebeitztem Schafwollengarne oder Schafwollenzeuge, und wäscht die Schafwolle dann mit reinem Wasser aus, so erscheint sie beim Vorhandensein von Pikrinsäure blass- bis dunkelcanariengelb gefärbt, während sonst unter keinerlei Umständen eine Färbung eintritt. Diese gewiss einfache und sichere Methode besitzt eine solche Empfindlichkeit, dass 0·000008tel oder $\frac{1}{125{,}000}$ Pikrinsäure im Biere noch vollkommen scharf erkannt werden kann.

---

[1]) Nach Rapp und Föhr (Dissertatio de effectib. venen. mater. am. Weltheri, Tübingen 1821) tödtet die unreine aus Indigo dargestellte Säure, Kaninchen und Hunde bei einer Dosis von 1 bis 10 Gran, unter Betäubung und Convulsionen.

[2]) Journal de Chimie médicale. Août 1853. pag. 495.

III. Untersuchung von bei Kälte in englischer Schwefelsäure gebildeten Krystallen.

Im Februar 1851 wurde dem chemischen Laboratorium am k. k. polytechnischen Institute, vom Herrn Professor Leydolt, eine Flasche gefüllt mit ungefähr 25 Pfund englischer Schwefelsäure, aus der k. k. Nussdorfer Schwefelsäure-Fabrik übermittelt, in welcher als Folge des Stehens in der Kälte bei 9 Pfund, 1·5 bis 3 Zoll lange, schön ausgebildete, schiefaxige Krystalle mit ausgezeichneter Theilbarkeit entstanden waren.

Zur näheren Untersuchung dieser Krystalle goss man in der Kälte die noch flüssig gebliebene Schwefelsäure ab, liess die Krystalle möglichst abtropfen und schmolz sie sonach in einem mit einer Glasplatte verschlossenen Glascylinder bei etwa 25 bis 30° C. Zwei mit einem vortrefflichen Aräometer von Pecher vorgenommene Dichtenbestimmungen, gaben bei 17°5 C. die Dichte der durch Schmelzung der Krystalle entstandenen Flüssigkeit zu 1·7876 und 1·7884 im Mittel also gleich 1·7880.

Behufs der Analyse dieser Krystalle, wurden 1·227 Gramm daraus erhaltener Flüssigkeit mit Chlorbarium gefällt, und 1·5704 Gramm schwefelsaurer Baryt bekommen. Die Zusammensetzung der untersuchten Krystalle folgt also zu:

Wasserfreie Schwefelsäure	72·10 Theile
Wasser	27·90 „
Summe ...	100·00 Theile.

Nun fordert aber:

	$2\,HO,\,SO_3$	$3\,HO,\,2\,SO_3$.
Schwefelsäure...	68·98 Theile	74·77 Theile
Wasser.....	31·02 „	25·23 „
Summe ...	100·00 Theile.	100·00 Theile.

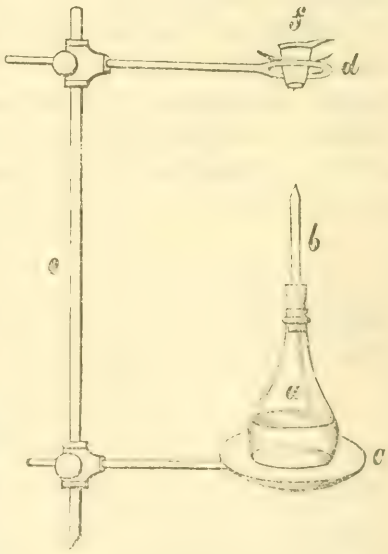
Bedenkt man, dass die grossen Krystalle noch Schwefelsäure-Hydrat vom grösseren Schwefelsäure-Gehalt eingeschlossen enthielten und das Abtropfen der noch flüssigen Säure nicht völlig erfolgen konnte, dass ferner etwas schwefelsaures Bleioxyd in der Schwefelsäure gelöst war, so erscheint die Formel $2\,HO,\,SO_3$ als die wahrscheinlichere für die untersuchten Krystalle.

IV. Über die unvollkommene Verbrennung des Alkohols und Leuchtgases.

Die sogenannte langsame Verbrennung des Alkohols, bei welcher sich ausser Kohlensäure und Wasser noch niederere Oxydations-

producte desselben bilden, wird als Vorlesungsversuch gewöhnlich mit der aphlogistischen oder flammlosen Lampe Davy's gezeigt. Das dabei eintretende Lichtphänomen ist jedoch immer schwach, so dass selbes nur in der Nähe deutlich erscheint, wenngleich der Geruch der entstehenden Oxydationsproducte des Alkohols in kurzer Zeit sehr auffallend hervortritt. Davy hat zwar eine Versuchsweise angegeben [1]), bei welcher das Glühen lebhafter erscheint, indem er einen spiralförmig gewundenen und erwärmten Platindrath von $^1/_{60}$ bis $^1/_{70}$ Zoll Dicke in ein ebenfalls erwärmtes Glasgefäss bringt, auf dessen Boden sich ein Tropfen erhitzten Alkohols befindet, allein dieser Versuch gelingt nicht immer und das Glühphänomen dauert nur kurze Zeit.

Auf folgende Art kann man jedoch die langsame Verbrennung des Alkohols mittelst Platin nicht nur geraume Zeit hindurch erhalten, sondern auch das Erglühen des Platins in einer überraschenden Weise zeigen.



Ein kleiner etwa 150 Cub. Centimeter fassender Stehkolben von Glas *a*, doch mit nicht zu dünnen Wänden, wird mit einem gut passenden Korke verschlossen, durch welchen eine Glasröhre *b* geht, die im Innern des Kölbchens mit dem Korke endet. Die Glasröhre hat bei 6 Millimeter äusseren Durchmesser, ragt 40 Millimeter über den Kork empor und ist am oberen Ende etwas ausgezogen, so dass dort ihre innere Lichte nur 2 Millimeter beträgt. Dieser Glaskolben wird zur Hälfte mit Weingeist gefüllt, und durch Stellen der kleinen Vorrichtung auf ein Schutzblech *c* über eine Lampe, bis zum heftigen Kochen erhitzt. Die gebildeten Dämpfe strömen mit einiger Gewalt aus der Glasröhre *b*. Bringt man jetzt in den Dampfstrom etwa 65 Milli-

[1]) Philosophical Transactions for the year 1817. Part I, pag. 77.

meter über der Röhrenmündung, auf einem Drathdreieck liegend und durch den Ring *d* des Trägers *e* gehalten einen vorgewärmten Platintiegel *f*, so kommt er alsbald ins Glühen, das so lange anhält als noch Alkoholdämpfe in genügender Menge gebildet werden. Ein Tiegel mit Deckel 11·2 Gramm schwer, der die in der beigefügten Figur angedeutete Form besitzt, kommt in das lebhafteste Rothglühen und es gewährt einen recht hübschen Anblick den Platintiegel durch einen Dampfstrahl ins Glühen kommen zu sehen, während sich auf dessen verkehrt aufgelegtem Deckel, Leidenfrost's bekannter Versuch mit Wasser zeigen lässt.

Entfernt man den Deckel des Tiegels während des Glühens, so kommt letzterer in so helles Glühen, dass sich der Alkoholdampf daran entzündet. Die Flamme umspielt den Tiegel und erscheint an den Wänden und am Boden rein blau, über der Öffnung jedoch, mattgelb mit einem Stich ins Grüne. Es lässt sich also auf diese Weise leicht die Stärke der Rothgluth zeigen, welche Körper besitzen müssen um Alkoholdampf zu entzünden.

Davy gibt an, dass wenn man beim Gebrauche seiner flammlosen Lampe statt Alkohol Äther anwendet, im Dunkeln über dem glühenden Platindrath ein phosphorisches Leuchten sichtbar werde. Ich habe bei Anstellung des Versuches mittelst Alkohol nach meiner Weise gefunden, dass schon in einem mässig dunkeln Zimmer dabei ein phosphorisches Leuchten erscheine. Die phosphorische Flamme hat die Gestalt eines umgekehrten Kegels, dessen Basis der Boden des Platintiegels, die Spitze hingegen die Dampf-Ausströms-Öffnung bildet. Die röthlichgelbe Farbe des Lichtscheines tritt in einem vollkommen verfinsterten Zimmer besonders deutlich hervor.

Der eben beschriebene Versuch kann auch mit anderen brennbaren Flüssigkeiten angestellt werden, nur sind zur Erzielung eines möglichst günstigen Resultates kleine Abänderungen zu treffen, welche von der mehr minder leichten Verdampfbarkeit der gebrauchten Flüssigkeit, sowie der Spannkraft der gebildeten Dämpfe abhängen. Während so bei Anwendung des Alkohols heftiges Kochen unterhalten werden muss, um unter obigen Bedingungen den Platintiegel in helles Glühen zu versetzen, genügt bei Benützung von Schwefeläther mässiges Kochen. Zu rasche Verdampfung wirkt hier sogar nachtheilig, da der Ätherdampf dann mit zu wenig Luft gemischt den Tiegel trifft und nur dessen obere Ränder ins lebhafte

Glühen gerathen. Vergrössert man bei heftigem Kochen des Äthers die Entfernung zwischen Tiegel und Kochgefäss über die bereits erwähnte, so gelingt der Versuch ebenfalls.

Bei der langsamen Verbrennung des Äthers scheint sich neben den Oxydationsproducten der unvollkommenen Verbrennung des Alkohols noch ein neues Product zu bilden, das besonders stark die Respirationsorgane und die Augen angreift.

Ich habe bereits, bei anderer Gelegenheit darauf hingewiesen [1]), dass sich bei der unvollkommenen Verbrennung des Leuchtgases eigenthümliche, durchdringend riechende Oxydationsproducte bilden, deren Darstellung mir aber bis jetzt nicht gelang. Magnus hat vor kurzem gezeigt [2]), dass aus Leuchtgas, wenn man es ohne Zutritt von atmosphärischer Luft durch eine rothglühende Röhre streichen lässt, Theer gebildet werde, welcher bei Weissgluth wieder eine Zerlegung erleidet. Bei der unvollkommenen Verbrennung des mit Sauerstoff gemengten Leuchtgases, bilden sich jedoch, wie man sich durch den auftretenden Geruch während des folgenden Versuches überzeugen kann, keine theerartigen Producte.

Hemmt man den Luftzug eines Argand'schen Gasbrenners durch Bedecken der oberen Öffnung des Zugglases mittelst einer Blechscheibe, die in der Mitte mit einem runden Ausschnitte versehen ist, so verlängert sich die Flamme des brennenden Gases beträchtlich, sie wird rothgelb und schwächer leuchtend, während zugleich beträchtliches Russen eintritt. Lässt man durch weiteres Öffnen des Gashahnes noch mehr Gas aus dem Brenner strömen, so erfolgt alsbald eine auffallende Veränderung in der Flamme; jetzt ist die unvollkommene Verbrennung eingeleitet, durch den Geruch kann man sich leicht von der grossen Menge der gebildeten niederen Oxydationsproducte, sowie ihrer Identität mit jenen überzeugen, welche sich bilden, wenn kaltes mit atmosphärischer Luft gemischtes Leuchtgas auf einen erwärmten Platintiegel strömt.

Da die Erscheinungen bei Anstellung dieses Versuches wesentlich von den Dimensionen des gebrauchten Gasbrenners etc. abhängen, so will ich die Grössen der Geräthe anführen, bei welchen mir der

---

[1]) Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften. Mathem.-naturw. Classe. 6. Bd., S. 376.

[2]) Poggendorff's Annalen. 90. Bd., S. 1.

Versuch am besten gelang. Der Gasbrenner ist mit 20 Gas-Ausströmsöffnungen versehen, die mittlere Öffnung für die Zuströmung der atmosphärischen Luft von unten, hat 18 Millimeter im Durchmesser. Die Weite des Zugglases am oberen und unteren Ende beträgt 49 Millimeter, in der Mitte hat jedoch dasselbe eine Ausbauchung von 80 Millimeter im Durchmesser, bei einer Totalhöhe von 160 Millimeter. Die Metallscheibe zum Bedecken des Zugglases besitzt in der Mitte einen runden 17 Millimeter weiten Ausschnitt.

Verfährt man mit solchen Geräthen wie oben erwähnt, so wird ein Theil der anfangs breiten Flamme schmal und zieht sich beträchtlich in die Länge, so dass die Flammenspitze weit über die bedeckende Metallplatte hinausreicht, der andere Theil der Flamme breitet sich zu einem breiten convex-concaven Ringe aus, der in geringer Entfernung über den Ausströmungsöffnungen schwebt und sich fast bis zu den Wänden des Zugglases erstreckt. Die Farbe der Flamme ist beträchtlich geändert. Der untere Flammenring erscheint blass weissblau mit rother Einfassung an den Rändern wo er mit mehr atmosphärischer Luft in Berührung kommt, und dieselbe Farbe zeigt der innerste untere Theil der vertical verlängerten Flamme. Der Umfang und die oberen Theile der letzteren zeigen hingegen eine matt grünlichgelbe Farbe. Die Menge der bei dieser unvollkommenen Verbrennung gebildeten niederen Oxydationsproducte ist so beträchtlich, dass man nach wenig Minuten wegen des sich verbreitenden üblen Geruches den Versuch unterbrechen muss. Auffallend erscheint die matte grünlichgelbe Farbe der Flamme, die man unter gewissen Umständen auch bei der langsamen Verbrennung des Alkohols, Schwefeläthers, dann am leuchtenden Phosphor, bei der unvollkommenen Verbrennung des letzteren zu phosphoriger Säure etc. bemerkt.

Ich erwähnte, dass die Spitze der grünlichgelben Flamme weit über die bedeckende Metallplatte hinausreiche. Wir haben hier eine Flamme, welche mitten in den gebildeten, zum Theil brennbaren Oxydationsproducten des Leuchtgases, sowie einem Überschuss des letzteren in Berührung mit atmosphärischer Luft brennt, allein die zu wenig Hitze besitzt um eine Entzündung der in Massen oben ausströmenden Gase einzuleiten. Dass dem so sei, lässt sich leicht zeigen, wenn man über die runde Öffnung der Deckplatte einen brennenden Körper bringt, wo sogleich eine lebhaft leuchtende hohe

Feuersäule über dem Zugglase entsteht, während im Innern desselben die unvollkommene Verbrennung fortdauert.

V. Analyse einer Maschinenschmiere.

Zu Ende des Jahres 1847 verwendete man zu Wien eine Maschinenschmiere, welche aus dem Auslande bezogen, allen an Schmiermitteln gestellten Anforderungen im hohen Grade entsprechen sollte.

Die Farbe der Schmiere war schmutzig-weiss, der Geruch derselben ein nicht unangenehmer, ähnlich dem des Palmöles, sie liess sich leicht und gleichförmig verstreichen und beim schwachen Pressen einer etwas grösseren Masse kamen Wassertropfen zum Vorscheine. Eine qualitative Prüfung der Schmiere ergab mit vieler Wahrscheinlichkeit, dass das dazu verwendete Fett bloss Palmöl gewesen sei, während als weitere Bestandtheile nur mehr Kali und Wasser gefunden wurden. Ferner zeigten weitere Versuche, dass das benutzte Fett in der Schmiere sich nur zum Theile verseift, zum Theile noch im unveränderten Zustande befinde.

Bei der quantitativen Bestimmung gaben nach dem Trocknen bei 140° C., 5·688 Gramm Schmiere einen Gewichtsverlust von 2·617 Gramm Wasser, oder 46·0 Procenten. Dann lieferten 4·351 Gramm Schmiere nach dem Einäschern und Behandeln des Rückstandes mit Schwefelsäure, 0·133 Gramm schwefelsaures Kali, entsprechend 1·7 Procenten Kali.

Es folgt sonach die Zusammensetzung der untersuchten Maschinenschmiere zu:

Fettsäuren und Palmöl.....	52·3 Theile
Kali.....	1·7 „
Wasser.....	46·0 „
Summe	100·0 Theile.

Bei einer ausgeführten Fettsäurebestimmung wurden von 12·642 Gramm Schmiere, 6·472 Gramm Fettsäuren oder 51·2 Procente erhalten.

VI. Beobachtung zufällig entstandener Moser'scher Lichtbilder.

Poggendorff legte vor einiger Zeit der k. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, ein von ihm beobachtetes, zufällig entstandenes Moser'sches Lichtbild vor[1]), an welchem die Druck-

[1]) Monatsberichte der königl. preussischen Akademie der Wissenschaften. Juli 1851, S. 474.

schrift eines Papierblattes, auf eine Platte von Spiegelglas übertragen erschien. Ich hatte in den letzten Jahren ebenfalls Gelegenheit folgende ähnliche Lichtbilder zu beobachten.

Im Jahre 1848 befand sich in meinem Besitze ein Einsatz Grammengewichte, dessen kleinere Stücke vom Gramm abwärts aus Silber bestanden, welche wie gebräuchlich in der Aufbewahrungsschatulle mit einer Platte von Spiegelglas überdeckt waren. Die Glasplatte berührte die Gewichte nicht, sondern stand etwa 0·5 Millimeter davon ab. Diese Gewichte blieben zufällig durch drei Monate unbenützt in einem vor Dämpfen geschützten Zimmer liegen, beim endlichen Öffnen der Gewichtsschatulle fand ich aber, dass die erwähnte Glasplatte an der den Silbergewichten zugekehrten Seite, eine vollkommen scharfe Zeichnung der letzteren, sowie der daran eingeprägten Bezeichnungen enthielt. Diese Zeichnung verschwand nicht nach mehrmaligem Anhauchen, durch Abwischen mit einem trockenen Tuche verwischte sich das Bild, kam aber nach dem Behauchen dadurch wieder zum Vorscheine, dass der Hauch sich vorzugsweise an den Stellen condensirte, welche die Zeichnung der Gewichte trugen. Schlüsslich sei bemerkt, dass die Glasplatte aus einer Glassorte bestand, welche nach einer gewissen Zeit immer wieder von selbst matt anlief.

Zu Ende des vorigen Jahres trug ich durch 14 Tage eine Taschenuhr mit silbernem Gehäuse, dessen innere hochpolirte Seite in etwa 0·25 Millimeter Entfernung der matt vergoldeten Deckplatte des Werkes gegenüberstand. Nach Ablauf obiger Frist war die innere Silberfläche des Gehäuses mit einem weissen matten Überzuge versehen, die ganze Aufschrift, sowie die Zeichnungen des vergoldeten Schutzdeckels erschienen jedoch mit aller Schärfe an der Silfläche abgebildet, indem an den entsprechenden Stellen der ursprüngliche Glanz des Silbers unverändert geblieben war. Nach einer Mittheilung des Herrn Vorauer sollen solche Abbildungen nicht selten besonders bei Uhren vorkommen, deren Gehäuse von Gold sowie innen hochpolirt sind, und welche mehrere Monate ungeöffnet liegen bleiben.

Im Jahre 1847 hatte ich mir Papier zu negativen photographischen Bildern nach Blanquard-Evrard zubereitet und es dann auf einem Brette von weichem Holze durch 14 Stunden im Finstern liegen lassen. Das Papier wurde sonach dem Lichte exponirt um

ein gewöhnliches Lichtbild zu erhalten, beim darauf folgenden Hervorrufen und Fixiren bekam ich aber statt des gewünschten Lichtbildes, blos eine verwaschene Zeichnung des Brettes auf dem das präparirte Papier durch längere Zeit lag, also ein Moser'sches Lichtbild auf Papier, das selbst durch die Einwirkung der Lichtstrahlen in der Camera nicht zerstört wurde.

Endlich kann ich nicht umhin, noch folgende Bemerkung einzuschalten. Anfangs Februar 1840, also zwei Jahre bevor Moser seine Entdeckung des sogenannten „Unsichtbaren Lichtes" veröffentlichte [1]), beschäftigte ich mich mit der damals in Wien kaum bekannt gewordenen Daguerreotypie, ohne jedoch meiner höchst beschränkten Hülfsmittel wegen, ein günstiges Resultat zu erzielen. Eben der Einfachheit halber, versuchte ich die kurz vorher wenn ich nicht irre, von Steinheil vorgeschlagene Jodirungsmethode, mittelst eines mit Joddämpfen imprägnirten Holzbrettchens statt des bis dahin gebräuchlichen unnütz grossen Jodkastens. Die Daguerreotypplatte wurde zu diesem Behufe auf das früher geraume Zeit den Joddämpfen ausgesetzt gewesene Brettchen gelegt, und blieb aus Versehen mehr denn eine halbe Stunde der Einwirkung des Jodes dargeboten. Beim Abnehmen der Daguerreotypplatte zeigte selbe zu meiner Überraschung statt einer gleichförmigen goldgelben Färbung, vollständig und scharf das Bild der faserigen Structur des Holzes aus dem das Jodirungsbrettchen bestand und zwar mit dunkel violetter Farbe. Ich hatte Gelegenheit dieses auf obige Art entstandene Bild mehreren Personen zu zeigen, von welchen ich aber vergebens einen Aufschluss über den stattgefundenen Hergang erwartete; das Bild hielt sich im Dunkeln aufbewahrt über drei Monate fast unverändert und wurde endlich absichtlich zerstört.

VII. Analyse eines Brauneisensteines aus Brasilien.

Im Nachlasse meines Vaters befand sich ein Stück Eisenerz das mit der Signatur „Brauneisenstein, Umgegend St. João d'El Rey, Capitanie Minas Geraës" versehen war. Die genauere Untersuchung dieses Minerales zeigte, dass dasselbe gewöhnlicher Brauneisenstein (prismatisches Habronem-Erz, Mohs) sei, und wenn ich die Resultate meiner Analyse hier mittheile, so geschieht dies nur, weil bis

[1]) Poggendorff's Annalen. 56. Bd., S. 177.

jetzt keine Analysen von Eisenerzen aus der Capitanie Minas Geraës veröffentlichet sind und die Zusammensetzung des untersuchten Minerales unter allen mir bekannten Analysen von Brauneisensteinen der theoretischen Formel $2\,Fe_2O_3,\ 3\,HO$ am nächsten kommt.

Das von mir untersuchte Mineral ist undurchsichtig, zeigt stalakitische Gestalt, die Oberfläche erscheint theils glatt, und wellenförmige Schichten zeigend, theils körnig, der Bruch hingegen uneben und faserig; es hat einen stark wachsartigen Glanz, die Farbe geht vom Gelblichbraunen durch Nelkenbraun bis ins Schwarze. Strich ochergelb. Die Dichte wurde bei 15° C. zu 3·878 gefunden.

Im Kölbchen vor dem Löthrohre erhitzt, gibt das Erz keinen Geruch und erst bei ziemlich starker Hitze Wasser in grösserer Menge ab, die Farbe des Pulvers geht dabei ins Schwarzbraune über, und wird beim Erkalten lichter bis zur Farbe des *caput mortuum*. Mit Soda und Salpeter geschmolzen zeigt sich keine Spur einer Manganreaction.

Das Mineral löst sich in Chlorwasserstoffsäure bis auf einen geringen weissen Rückstand von Kieselsäure vollständig. Die Prüfung der bei Luftausschluss bewirkten Lösung mit Kalium-Eisencyanid, lässt kein Eisenoxydul erkennen: Schwefelwasserstoff gibt in der sauren Lösung keinen Niederschlag und der mit Schwefelammonium entstandene besteht bloss aus Schwefeleisen. Der Niederschlag mit Ammoniak ist intensiv rothbraun, in demselben kann auf gewöhnliche Weise erst nach 24 Stunden eine Spur Thonerde und Phosphorsäure nachgewiesen werden. Endlich das Filtrat vom Niederschlage mit Ammoniak enthält noch geringe Mengen von Kalk und Spuren von Magnesia. Ausser der Kieselsäure ist nur Schwefelsäure in namhafter Menge vorhanden.

Die Resultate der quantitativen Analyse sind: Es verloren 0·6814 Gramm des gepulverten Minerales beim Trocknen zwischen 100 und 120° C., 0·0059 Gramm Wasser, oder 0·866 Procente; bei einer zweiten Bestimmung gaben 0·739 Gramm Substanz 0·0060 Gramm Verlust oder 0·812 Procente, im Mittel also 0·84 Procente Wasser. Nach dem Erhitzen bis zum Rothglühen betrug der Gesammt-Gewichtsverlust von 0·6814 Gramm des Minerales 0·1011 Gramm, oder 14·84 Procente. Zieht man hiervon obige 0·84 Procente Wasser ab, so bleiben 14·00 Procente Wasser, welche als basisches, an das Eisenoxyd gebunden zu betrachten sind. Die gefun-

dene Menge Kieselsäure war 0·0038 Gramm, oder 0·56 Procente. Ferner wurden 0·0022 Gramm schwefelsaurer Baryt, entsprechend 0·10 Procent Schwefelsäure; und 0·0007 Gramm kohlensaurer Kalk, gleich 0·06 Procenten Kalk, erhalten. Bei der Eisenoxyd-Bestimmung lieferten obige 0·6814 Gramm des Minerales nach widerholter Fällung, 0·5713 Gramm Eisenoxyd oder 84·11 Procente.

Die procentische Zusammensetzung des untersuchten Erzes ist also:

Bei 100° C. zu entfernendes Wasser	0·84	Theile
Hydratwasser.....	14·00	„
Eisenoxyd	84·11	„
Kalk	0·06	„
Kieselsäure	0·56	„
Schwefelsäure.....	0·10	„
Magnesia, Thonerde, Phosphorsäure	Spur	
Summe	99·67	Theile

Dieser Zusammensetzung entspricht die Formel $2Fe_2O_3, 3HO$, denn abstrahirt man von dem bei 100° fortgehenden Wasser, der Kieselsäure, Schwefelsäure und dem Kalke und reducirt auf die Summe 98·11, so erhält man:

	Gefunden	Berechnet
Eisenoxyd.....	84·11 Theile	83·94 Theile
Wasser.....	14·00 „	14·17 „
Summe	98·11 Theile	98·11 Theile

Wie zu ersehen, stimmt das gefundene Resultat mit dem berechneten fast vollkommen. Was den Kalk anbelangt, so ist kein Zweifel, dass derselbe an Schwefelsäure gebunden im Minerale vorkommt.

VIII. Über Sesamöl und dessen Unterscheidung vom Olivenöl.

Unter den Verfälschungsmitteln des Olivenöles nimmt jetzt das Sesamöl den ersten Rang ein, ja es kommt sogar blosses Sesamöl als Olivenöl im Handel vor. Da der Preis des Sesamöles geringer als der des Olivenöles ist, so erscheint eine einfache und sichere Unterscheidungsweise beider Öle sowie die Erkennung einer Verfälschung des einen mit dem anderen von Wichtigkeit. Die folgenden Bemerkungen bezüglich der Eigenschaften genannter Öle wurden von mir in Folge eines ämtlichen Auftrages gemacht, Unterscheidungsmittel für diese Ölgattungen anzugeben. Wenn selbe den gestellten Anfor-

derungen auch nicht in jeder Beziehung Genüge leisten, so dürften sie dennoch bei der bisherigen fast gänzlichen Unkenntniss der Eigenschaften des Sesamöles, einige Beachtung verdienen.

Das Sesamöl, bereits den alten Römern bekannt, stammt von *Sesamum orientale*, einer ursprünglich in Ostindien einheimischen Pflanze, welche aber in allen südlicheren Gegenden gedeihet. Es werden von *Sesamum orientale* drei Varietäten in Indien unterschieden: *suffed till*, mit weissen Samenkörnern; *kala till*, mit zum Theil gefärbten Körnern, und *tillee* oder *black till* mit braunschwarzen Samenkörnern, von welch letzterer Gattung die grösste Menge des im Handel vorkommenden Öles stammen soll. *Black till* soll 45 Percente vom Gewichte der Samen an Öl liefern [1]). Das Öl dient als Speiseöl und gibt beim Verbrennen einen feinen Russ, von dem man sagt, dass er vorzugsweise zur Bereitung der echten Tusche diene [2]).

Das von mir untersuchte Sesamöl hatte eine goldgelbe Farbe, einen sehr schwachen Geschmack, ähnlich dem des Hanfes und war geruchlos. Nach monatlangem Stehen in einer unvollkommen verschlossenen Flasche trat der hanfähnliche Geschmack in Folge einer Oxydation deutlicher hervor und zugleich stellte sich ein schwacher ranziger Geruch ein.

Die weiteren Eigenschaften liefert nachstehende Übersicht im Vergleiche mit den Eigenschaften des Olivenöles.

Sesamöl:	Olivenöl:
Die Dichte beträgt bei 15° C., 0·9230; bei 17°5, 0·9210; bei 21°3, 0·9183; die Dichte des Wassers bei 17°5 gleich der Einheit gesetzt. Im Mittel wird also durch eine Temperaturveränderung von Einem Grad Celsius	Die Dichte des Olivenöles ist nach Brandes und Reich [3]) bei 15°6 C., 0·9135 bis 0·9275; nach Schübler und Ure [4]) bei 15° C., 0·9176; bei 7°5 aber gleich 0·9205, wornach Ein Grad Temperatur-Unterschied eine Än-

[1]) Reports by the Juries for the Exhibition of the Works of Industry of All Nations. 1851, pag. 81.

[2]) Martius: Die ostindische Rohwaaren-Sammlung der Friedrich-Alexanders-Universität zu Erlangen. gr. 8°. Erlangen 1853, S. 31.

[3]) Brandes, Archiv des Apotheker-Vereines im nördlichen Deutschland. 21. Bd., S. 155.

[4]) Erdmann, Journal. 11. Bd., S. 381.

die Dichte des Öles um 0·00075 verändert.

Sesamöl erscheint bei 4°C. noch vollkommen klar, nur etwas dickflüssig; es gefriert erst bei —5°C. zu einer gelblichweissen, durchscheinenden, etwas schmierigen Masse von der Consistenz des Palmöles, welche ganz gleichförmig ist, ohne Spur eines griesigen Absatzes.

Bis 100° erhitzt kommt es scheinbar ins Kochen, die Bildung von Dampfbläschen hält aber nur einige Zeit an, bei 150° beginnt es die Farbe zu ändern, sie wird immer lichter bis zu 215°, bei welcher Temperatur sich weisse Dämpfe entwickeln. Jetzt erkalten gelassen, färbt sich das Öl wieder dunkler, ohne jedoch die ursprüngliche Farben-Intensität zu erreichen.

Bei 335° beginnt die Entwickelung von Dampfblasen in dem Öle unter starkem Rauchen; das Thermometer steigt nun bei ungeänderter Flamme der unter das Siedegefäss gestellten Lampe bis 398°, beginnt aber dann wieder zu sinken. Bei meinem Versuche fiel es rasch auf 390, nach einer Minute auf 385°5, welche Temperatur das Thermometer durch fünf Minuten anzeigte, worauf es auf 382°5 sank, hier wieder vier Minuten constant stehen

derung von 0·00039 in der Dichte bedingt. Ich fand die Dichte einer Sorte von Olivenöl bei 17°5 C. gleich 0·91635, bei dieser Temperatur die Dichte des Wassers gleich Eins; ferner bei 15° zu 0·91780 und bei 19·5 gleich 0·91500; die Änderung in der Dichte durch 1° C. Temperaturunterschied im Mittel zu 0·00060.

Erstarrt nach Schübler bei +2°5 C., manchmal erfolgt aber schon bei 10° die Bildung eines weissen griesigen Absatzes.

Olivenöl wird bereits bei 120° lichter gefärbt, bei 180° steigen viele Dampfblasen in demselben auf und es zeigen sich weisse Dämpfe. Bei 220° ist das Öl fast vollkommen farblos. Jetzt erkalten gelassen, nimmt es seine ursprüngliche gelbe Farbe nicht wieder an, schmeckt und riecht jedoch ranzig.

Bei 328° beginnt es scheinbar zu kochen, das Thermometer steigt jedoch beständig bis 394°, während das Olivenöl sich wieder dunkler färbt; nach einer Minute sank bei meinem Versuche die Temperatur der kochenden Flüssigkeit auf 387°5; nach abermals einer Minute auf 380°, nach einer dritten Minute auf 377°5. In neu verflossenen vier Minuten zeigte das Thermometer nur mehr 371°, wo es zwei Minuten constant blieb, um dann rasch auf 369° zu sin-

blieb, um nach weiteren zwei Minuten auf 376° zu sinken. Nach abermals verstrichenen fünf Minuten langem Stillstande sank die Quecksilbersäule rasch auf 373°5 C., wo sie zehn Minuten unter beständigem, scheinbaren Kochen constant verweilte. Nach Ablauf letztgenannter Zeit wurde der Versuch unterbrochen.

Von ungefähr 300° an färbte sich das Öl immer dunkler und dunkler, zuletzt war es dunkelgelbbraun geworden. Das erkaltete Öl zeigte wie das Glycerin, bei auffallendem Lichte deutlich eine zeisiggrüne Reflexfarbe.

Das Öl erscheint nun schön dunkel goldgelb, selbst nach dem Erkalten; es zeigt bei auffallendem Lichte nur Spuren eines zeisiggrünen Reflexes und ist syrupdick. Nach vierundzwanzigstündigem Stehen haben sich daraus feste, weisse, krystallinische Theilchen abgeschieden, die sich nach dem Auskochen mit Wasser als Fettsäure erwiesen.

Ich muss bemerken, dass die letzteren Beobachtungen in Folge des auftretenden, sehr heftigen Acroleïngeruches ohne weitere Vorkehrungen kaum möglich sind; wenn man aber neben die weite Eprouvette, welche das Öl enthält, ein Uhrglas, gefüllt mit Ammoniak stellt, so dass letzteres ebenfalls schwach erwärmt, rasch verdampfen muss, so können obige und alle ähnlichen Versuche im Zimmer an jedem beliebigen Arbeitstische ohne die geringste Belästigung durch den Acroleïn-Geruch vorgenommen werden.

Mit Schwefeläther geschüttelt, gibt Sesamöl eine weisse Emulsion; nach kurzem Stehen sondern sich die beiden Flüssigkeiten und das Öl ist fast völlig entfärbt.

Mit gepulvertem Indigo bis gegen 300° erhitzt, löst es letztern und gibt eine in dünnen Schichten schön rothviolette Flüssigkeit (die Farbe des Indigodampfes), dickere Schichten sind

Das Verhalten gegen Schwefeläther ist gleich dem des Sesamöles.

Olivenöl bis gegen 300° mit Indigo erhitzt, zeigt dieselben Erscheinungen wie das Sesamöl.

Es tritt also nach dem Erkalten ebenfalls keine Entfärbung der Lösung ein, wie man gewöhnlich annimmt; nach 14tägigem Stehen war die Flüssigkeit noch immer violetblau gefärbt.

völlig undurchsichtig. Beim Erkalten geht die Farbe der Lösung mehr ins Blaue, ohne dass zuletzt eine Entfärbung und Abscheidung des Indigos einträte.

Mit concentrirter englischer Schwefelsäure zusammengebracht, wird das Öl nach wenigen Augenblicken dunkel rothbraun und gallertartig. Mit der Säure erhitzt, entsteht dieselbe Färbung und starkes Aufschäumen unter Entweichen von schwefeliger Säure. Nach dem Erhitzen mit Wasser vermischt, bildet sich ein käsiger, zum Theil weisser, zum Theil purpurfarbiger Niederschlag.

Concentrirte Salzsäure bringt in der Kälte keine Veränderung hervor, selbst bis zum Kochen erhitzt, bleibt die Farbe des Öles goldgelb und die Dünnflüssigkeit desselben scheint nicht geändert.

Salpetersäure färbt das Sesamöl orangegelb, ebenso beim Erwärmen, nur entsteht dann Aufschäumen und es bildet sich eine dicke schaumige Masse.

Mit Bleizucker-Lösung in einer Eprouvette geschüttelt, entsteht schon nach dreimaligem Schütteln eine dicke, weisse Emulsion.

Mit concentrirter englischer Schwefelsäure behandelt, das Öl im Überschuss, tritt nach kurzer Zeit wie bereits Heydenreich bemerkte [1]), eine grüngelbe Färbung ein, während Olivenöl mit einem Säure-Überschuss graubraun-gelb und dick wird. Beim Erhitzen des Gemenges dasselbe Verhalten wie beim Sesamöle. Nach dem Versetzen mit Wasser entsteht blos ein käsiger, weisser Niederschlag.

Wird mit concentrirter Salzsäure etwas lichter, noch mehr beim Kochen damit, ohne eine weitere Veränderung zu zeigen.

Olivenöl wird von Salpetersäure in der Kälte etwas lichter gefärbt, in der Hitze jedoch goldgelb; die Flüssigkeit schäumt beim Erwärmen stark, bleibt jedoch vollkommen klar.

Mit Bleizucker-Lösung unter gleichen Umständen wie das Sesamöl behandelt, ebenfalls Bildung einer weissen Emulsion, welche jedoch weniger Consistenz besitzt.

[1]) Journal des connaissances utiles. Juin 1847.

Aus obiger Vergleichung geht hervor, dass das Verhalten des Sesamöles beim Erwärmen, ferner jenes gegen concentrirte Schwefelsäure und Salpetersäure benützt werden kann, um es mit Sicherheit vom Olivenöle zu unterscheiden. Schlüsslich mache ich nur noch auf den niedrigen Erstarrungspunkt des Sesamöles gegen jenen des Olivenöles aufmerksam, wornach die unreineren Sorten in kälterer Jahreszeit dem Olivenöle als Brennmateriale vorzuziehen sind, und das Sesamöl als Beimischung zu Maschinenschmieren ebenfalls viele Vortheile darbietet.

IX. Zur Kenntniss des Verhaltens von Zucker gegen schwefelsaures Kupferoxyd und Alkalien.

Vogel suchte zuerst das Verhalten der Zuckerarten gegen Metallsalze näher zu erörtern [1]). J. A. Buchner stellte sich, unabhängig von Vogel, dieselbe Aufgabe und erhielt viele Resultate [2]), welche die Angaben Vogel's bestätigen, andere aber, die selben widersprechen. Beide Forscher richteten ihr Hauptaugenmerk auf das Verhalten der Zuckerarten gegen essigsaures Kupferoxyd, während jenes zum schwefelsauren Kupferoxyd ziemlich kurz beschrieben ist, ja es sogar zweifelhaft bleibt, ob das, durch Einwirkung des Rohrzuckers auf das Kupfersalz entstehende schwere Pulver reines Kupfer, oder ein Gemenge davon mit Kupferoxydul sei.

Meine eigenen Beobachtungen mögen dazu dienen, die Arbeiten vorgenannter Herren über das Verhalten des Rohr- und Stärkezuckers gegen schwefelsaures Kupferoxyd etwas zu vervollständigen.

Werden concentrirte wässerige Lösungen von gleichen Theilen Kupfervitriol und reinem Rohrzucker mit einander vermischt, so tritt sogleich keine Änderung in der Flüssigkeit ein, beim Kochen verwandelt sich aber die anfangs rein-blaue Farbe derselben in eine blaugrüne, die immer mehr ins Grüne übergeht, bis sie nach längerem Erhitzen rein dunkelgrün geworden, wobei jedoch die Flüssigkeit vollkommen klar bleibt. Diese Farbe ändert sich weiter ins Dunkelbraune um, und die Flüssigkeit verliert ihre Durchsichtigkeit. Die Ursache dieser Erscheinungen ist die Abscheidung eines festen Körpers in der Flüssigkeit, der darin vertheilt, anfangs im durchge-

[1]) Schweigger, Journal für Chemie und Physik. 13. Bd., S. 162.
[2]) Dasselbe Journal. 14. Bd., S. 224.

lassenen Lichte dunkel braunschwarz, im auffallenden Lichte jedoch dunkel kupferroth erscheint, dann aber immer lichter wird, und endlich eine rein kupferrothe Farbe annimmt. Ein kleiner Theil dieses Körpers setzt sich fest an den Wänden des Kochgefässes an und zeigt schönen Metallglanz, der andere Theil fällt nach Entfernung der Wärmequelle in Pulverform rasch zu Boden und die darüber stehende Flüssigkeit ist dunkel smaragdgrün. Kocht man noch länger (durch mehrere Stunden) unter beständigem Ersatze des verdampften Wassers, so wird die Flüssigkeit dunkelbraun, verliert ihre Dünnflüssigkeit und bekommt einen eigenthümlichen, angebrannten Zucker erinnernden Geruch.

Der erwähnte kupferfarbene, schwere Niederschlag ist nach Abgiessen der grünen Flüssigkeit leicht und vollständig mit kochendem Wasser auszuwaschen. Er erscheint nun lichtkupferroth, nimmt unter dem Polierstahle schönen Metallglanz an, bedeckt sich aber an der Luft rasch mit einem dünnen braunrothen Überzuge, der sich durch Behandeln mit Ammoniak leicht wieder entfernen lässt. In jeder anderen Beziehung zeigt dieser Körper gleiche Eigenschaften wie das reine Kupfer, und hat vor dem nach Böttger dargestellten Kupferpulver [1]) den Vorzug fast vollkommener Reinheit, während letzteres, wie ich mich mehrfach überzeugte, auf keine Weise zinkfrei erhalten werden kann.

Nimmt man Stärkezucker statt Rohrzucker, so zeigt sich gleich nach dem Erwärmen der Mischung eine schöne, smaragdgrüne Färbung und die Abscheidung des metallischen Kupfers, sowie die zuletzt eintretende braune Färbung der Flüssigkeit erfolgt rascher, als bei Anwendung von Rohrzucker. Die verhältnissmässig kleine Menge von Kupfer, welche sich nach der Bräunung der Flüssigkeit abscheidet, ist, so wie die unter gleichen Umständen bei Anwendung von Rohrzucker erhaltene, rothbraun gefärbt, gibt jedoch nach Behandeln mit verdünnter Schwefelsäure ein Metallpulver von reiner Kupferfarbe.

Bekanntlich ändert Kupferoxyd-Hydrat selbst während dem Trocknen bei 15 bis 25° seine anfangs schön grünblaue Farbe immer mehr ins Schmutzig-Blaugrüne um. Von mir vor mehreren Jahren mit aller Sorgfalt dargestelltes Kupferoxydhydrat hat selbst bei Aufbewahrung im lufttrockenen Zustande noch bedeutend nachgedunkelt. Auf gewöhn-

[1]) Liebig Annalen. 39. Bd., S. 172.

liche Weise bereitet, kann also diese Verbindung nicht als Malerfarbe benutzt werden, wozu sie sich wegen ihrer grossen Vertheilbarkeit und Deckkraft vortrefflich eignen würde. Der folgende Versuch führte mich zu einer Darstellungsweise des Kupferoxyd-Hydrates, nach welcher es bereitet, nicht nur beim Trocknen kein Hydratwasser abgibt und jahrelang seine Farbe behält, sondern auch letztere beliebig nüancirt werden kann.

Bringt man frisch gefälltes und mit kaltem Wasser ausgewaschenes Kupferoxyd-Hydrat in eine Lösung von einem Theile Rohrzucker und acht Theilen Wasser, der etwas Ätzkali zugesetzt ist, und erwärmt dann, so färbt sich der Niederschlag in der Flüssigkeit anfangs schmutzig-dunkelblaugrün; bei fortgesetztem, acht bis zwölf Minuten langem Kochen wird die Farbe immer reiner und lichter grün, bis ins lichteste Grasgrün; bei noch längerem Erhitzen geht aber auch diese Farbe ins Gelblichgrüne, Gelbbraune über und endlich hat sich Kupferoxydul-Hydrat gebildet. Letzteres erscheint selbst bei 200maliger linearer Vergrösserung vollkommen amorph und geht beim Abfiltriren und Auswaschen wie so viele Körper im amorphen Zustande (Phosphor, Schwefel, schwefelsaurer Baryt, oxalsaures Kupferoxyd, Unterhefe etc.) leicht durch ein dünnes Papierfilter.

Zur vollständigen Umwandlung des Kupferoxyd-Hydrates in Kupferoxydul-Hydrat sind unter obigen Umständen mehrere Stunden erforderlich, mittelst Stärkezucker genügt hiezu eine Stunde. Die vom Kupferoxydul-Hydrat abfiltrirte Flüssigkeit schmeckt, wenn Zucker im Überschuss vorhanden war, sehr süss, nicht metallisch, jedoch etwas alkalisch und zeigt sich klar und farblos. Diese Flüssigkeit enthält Oxalsäure, denn nach Übersättigen mit Salzsäure und Versetzen mit Ammoniak entsteht durch Chlorcalcium ein weisser Niederschlag, der alle Eigenschaften des oxalsauren Kalkes besitzt.

Wird der eben beschriebene Versuch unterbrochen, sobald der Niederschlag in der Flüssigkeit die gewünschte grüne Farbennüance angenommen, und wird abfiltrirt, so ist das Filtrat dunkel blaugrün, liefert aber beim weiteren Kochen noch eine beträchtliche Menge von Kupferoxydul-Hydrat. Der mit Wasser ausgewaschene grüne Niederschlag löst sich in verdünnten Säuren ohne Aufbrausen und ist Kupferoxyd-Hydrat, das selbst bei 100° getrocknet werden kann ohne Hydratwasser zu verlieren und sich dunkel zu färben.

Solches Kupferoxyd-Hydrat zieht nach jahrelangem Aufbewahren in unvollkommen verschlossenen Gefässen, Kohlensäure aus der atmosphärischen Luft an und löst sich jetzt in verdünnten Säuren unter Aufbrausen. Eine vorgenommene Analyse desselben, lieferte:

Kupferoxyd	73·90	Theile
Kohlensäure	8·97	„
Wasser	16·89	„
Bleioxyd, Thonerde, Schwefelsäure	Spuren	„
Summe	99·76	Theile,

welche Zusammensetzung nahezu der Formel $9CuO$, $2CO_2$, $9HO$ entspricht.

Ich versuchte nun diesen grünen Niederschlag auf einfachere Weise darzustellen. Ich kochte nämlich eine Lösung von einem Theile Kupfervitriol in vier Theilen Wasser nach Zusatz von einem Theile Rohrzucker so lange, bis die blaue Farbe der Flüssigkeit in eine blaugrüne übergangen, wozu 3 bis 10 Minuten Zeit gehören. Sodann wurde die gekochte Flüssigkeit mit so viel kaltem Wasser versetzt, dass sie nahe eine Temperatur von 80° hatte, und nachher mit einer gesättigten kalten Ätzkali-Lösung gefällt, jedoch ohne einen Überschuss des Alkalis anzuwenden; die Flüssigkeit behielt also schwachsaure Reaction. Es entstand sogleich ein grüner Niederschlag, dessen Nüancirung ich durch mehr minder langes Erwärmen der Flüssigkeit in meiner Macht hatte. Dieser Niederschlag lässt sich leicht abfiltriren und auswaschen; das Filtrat kann wieder zur Darstellung neuer Mengen des Niederschlages benutzt werden. Die Analyse und weitere Prüfung ergab, dass der so gebildete grüne Körper ebenfalls nur Kupferoxyd-Hydrat sei, wie das früher beschriebene hartnäckig das Hydrat-Wasser zurückhalte, also als grüne Farbe Verwendung finden könne.

Dass sich das Ätzkali durch das billigere Ätznatron ersetzen lasse, bedarf kaum der Erwähnung. Aber selbst kohlensaure Alkalien leisten gleiche Dienste, denn nach Zusatz derselben zu der zuckerigen Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd bei 80 bis 100°, tritt sogleich heftiges Aufschäumen in Folge entweichender Kohlensäure ein, und hat man keinen Überschuss des kohlensauren Alkalis angewandt, sowie genügend lang erwärmt, so enthält der dadurch

gebildete grüne Niederschlag blos Kupferoxyd und Wasser; er dürfte somit die billigste, arsenfreie Kupferfarbe darstellen.

X. Zur Chemie der Farbstoffe.

Nachweisung von Stärke im Indigo. Die Verfälschung des Indigos mit Stärke ist eine häufig vorkommende, der Werth dieses Farbstoffes wird nicht nur dadurch um das Gewicht der beigemischten Stärke verringert, sondern der Indigo erhält in Folge der hygroskopischen Eigenschaft des Verfälschungsmittels die Fähigkeit, beträchtliche Mengen von Wasser aufzunehmen. Die Wichtigkeit eines sicheren Verfahrens zur Ermittlung der Stärke im Indigo ermessend, hat bereits Persoz eine Untersuchungsweise angegeben [1]), welche darin besteht, dass er den Indigo längere Zeit mit verdünnter Schwefelsäure auskocht, um die etwa vorhandene Stärke in Zucker zu verwandeln, dann filtrirt, mit Kreide neutralisirt, von neuem filtrirt und abdampft, um den Überschuss des gelösten schwefelsauren Kalkes zu fällen, hierauf mit Bierhefe versetzt und endlich die Flüssigkeit gähren lässt. Die Menge des bei der Gährung gebildeten Alkohols soll nun proportional der vorhanden gewesenen Stärke sein.

Abgesehen von der Langwierigkeit dieses Verfahrens, erfordert es sowohl bei der qualitativen als quantitativen Ausführung so viele Vorsichten, dass es ein Fabrikant kaum ausführen wird, und zu dem ist es nicht einmal empfindlich zu nennen. Im Falle es sich um blosse Nachweisung der Stärke im Indigo handelt, kann man weit schneller und sicherer zum Ziele gelangen.

Der zu prüfende gepulverte Indigo wird mit verdünnter Salpetersäure bis zur Entfärbung erhitzt, und zu der erkalteten Flüssigkeit dann etwas Jodkalium-Lösung gefügt. Die kleinste Menge von vorhanden gewesener Stärke wird jetzt durch die Bildung von Jodstärke angezeigt.

Eine etwas weniger empfindliche, aber selbst quantitative Bestimmung zulassende Ermittlung der Stärke besteht darin, den sehr fein gepulverten Indigo mit Chlorwasser bis zur Entfärbung zu maceriren und nachher der Flüssigkeit Jodkalium-Lösung zuzufügen. Grössere Mengen von Stärke lassen sich dann, da sie fast unver-

[1]) Persoz: Traité de l'Impression des Tissus. Paris 1846. Tome I. pag. 427

ändert bleiben, auf passende Art selbst quantitativ bestimmen. Bei den meisten Indigo-Sorten dient hierzu nachstehendes Verfahren. Der nach der Behandlung mit Chlorwasser bleibende stärkehältige Rückstand, wird mit kaltem Wasser auf einem gewogenen Filter ausgewaschen, getrocknet und sein Gewicht ermittelt, worauf man denselben einäschert. Das Gewicht des Aschenrückstandes gibt, abgezogen vom ursprünglichen, blos getrockneten Rückstande die Menge der vorhanden gewesenen Stärke zur Differenz.

Dieses Verfahren gibt freilich keine vollkommen scharfen Resultate, allein es bietet bei leichter Ausführbarkeit mindestens dieselbe Genauigkeit wie jenes von Persoz dar.

Erkennung von Jodstärke im Berlinerblau. Das Berlinerblau, nicht selten mit Stärke versetzt, kommt, da man diese Verfälschung nur zu leicht mittelst des Mikroskopes erkennen kann, in neuerer Zeit mit Stärkekleister vermischt im Handel vor, der mit Jodtinctur gebläuet ist. Dieser Betrug durch Zusatz von Jodstärke gibt sich, wenn namhafte Mengen von letzterer vorhanden sind, durch blosses Auskochen mit Wasser zu erkennen, weil dabei der bekannte Geruch von Jodwasserstoff auftritt; sicherer aber, besonders bei kleinen Mengen vorhandenen Jodes, wenn man während des Kochens in den oberen Theil der Eprouvette ein mit sehr verdünnter Salzsäure befeuchtetes, früher mit Stärkekleister überstrichenes Papier hält. Die kleinste Menge frei werdenden Jodwasserstoffes färbt dann das Stärkekleister-Papier schön blau.

Dass diese Proben auch beim Indigo anwendbar sei, wenn derselbe mit Jodstärke-Kleister verfälscht sein sollte, bedarf kaum einer Erwähnung.

Verfälschung von Rothholz mit Santel- und Mahagoniholz. Vor einiger Zeit wurde mir Rothholz übermittelt, um in selbem beigemischtes Santelholz nachzuweisen, welche Verfälschung ziemlich oft vorkommen soll.

Nach mehreren Versuchen blieb ich endlich bei folgendem Prüfungsverfahren stehen. Eine grössere Menge des der Verfälschung verdächtigen Holzes wird möglichst verkleinert, am besten mittelst einer groben Raspel und die Holzspäne gut unter einander gemischt. Gegen 10 Grammen des verkleinerten Farbholzes werden in ein Leinentuch eingebunden und so lange mit heissem Wasser behandelt, als noch namhafte Färbung des letzteren eintritt. Den

Farbstoff des Rothholzes hat nun das Wasser vollständig ausgezogen, während fast alles Santalin wegen seiner Schwerlöslichkeit im beigemischten Santelholze blieb. Behandelt man jetzt den Rückstand im Tuche mit heissem Weingeiste, so löst dieser das Santalin mit intensiv rother Farbe, und das Erscheinen derselben muss als Kennzeichen der Verfälschung des Rothholzes mit Santelholz angesehen werden, da blosses Rothholz nach dem Auswaschen mit Wasser, dem Weingeiste nur eine matte röthlichbraune Farbe ertheilt.

Weit öfter als mit Santelholz, vermischt man das Rothholz mit Mahagoniholz, besonders jene Sorten, welche im geraspelten oder gemahlenen Zustande im Handel vorkommen. Für diesen Fall bleibt nur eine einzige sichere Untersuchungsweise übrig, nämlich die mittelst des Mikroskopes. Schon mässige Vergrösserung reicht hin um das Rothholz vom Mahagoniholz seiner Structur nach zu unterscheiden. Um völlig sicher zu sein, und um die Structur beider Holzgattungen vor Augen zu haben, können Ungeübtere als Controle etwas Rothholz, sowie Mahagoniholz im verkleinerten Zustande unter dem Mikroskope vor und nach der Prüfung des zu untersuchenden Färbematerials betrachten.

Über den präparirten Catechu. Unter dem Namen präparirter Catechu für Färber und Drucker, wird um ziemlich hohen Preis eine Gattung Catechu verkauft, welche vor dem gewöhnlichen Handelsartikel grosse Vorzüge bezüglich der Ausgiebigkeit und der lebhaften, satt braunen Farbentöne darbieten soll, welche man damit erhält. Der präparirte Catechu ist selbst im Bruche dunkler und feuriger braun gefärbt als der gewöhnliche, er enthält keine fremden Pflanzenbestandtheile, und schon das Aussehen zeigt, dass derselbe einer Erhitzung wenigstens bis zum Weichwerden ausgesetzt war. Beim Einäschern erhielt ich nur 1·5 Procent Asche, welche Thonerde, Kali und Chromoxyd als Basen enthielt. Der Gehalt an letztgenannter Substanz, so wie das Aussehen und der verhältnissmässig geringe Aschengehalt des präparirten Catechus, da jener des gewöhnlichen zwischen 7 bis 12 Procenten beträgt, gaben mir den Fingerzeig zur Darstellung eines, dem zum Muster vorliegenden präparirten Catechu, ganz gleichen Productes.

Der käufliche Catechu wird zu diesem Behufe im Wasserbade geschmolzen und in diesem Zustande etwa eine Stunde erhalten. Sand, Erden etc. setzen sich während dieser Zeit grösstentheils zu

Boden, und der gereinigte Catechu, noch Pflanzenbestandtheile enthaltend, kann darüber abgenommen werden. Man presst ihn hierauf zur Entfernung der Pflanzenreste im geschmolzenen Zustande durch ein nicht zu dichtes Seihetuch. Der so von den meisten Unreinigkeiten befreite Catechu wird nun wieder in den Kessel des mittlerweile gereinigten Wasserbades gebracht und bei nahe der Kochhitze des Wassers in selbem 0·75 Procente sehr fein gepulvertes, zweifach chromsaures Kali eingerührt. Das Chromsalz muss 0·5 Stunden mit dem Catechu unter beständigem gleichförmigen Rühren bei ungefähr 100° erhitzt werden; dann lässt man die geschmolzene Masse abkühlen und bildet daraus noch im warmen Zustande beliebig geformte Stücke.

Färbeversuche mit auf beschriebene Weise behandeltem Catechu lieferten in Hinsicht der Sattheit und dem Feuer der Farbe dasselbe Resultat, wie das vom vorgelegten Muster enthaltene. Da die Asche des käuflichen präparirten Catechu namhafte Mengen Thonerde enthielt, so versuchte ich nebst dem zweifach chromsauren Kali auch etwas gepulverten Kalialaun beizumengen, allein die mit dem so präparirten Catechu vorgenommenen Färbeversuche lieferten alle Farben matter und weniger satt, als man sie bei Anwendung von blos mit zweifach-chromsaurem Kali präparirten Catechu erhielt.

Unterscheidung von echt und unecht schwarzgefärbtem Tuche. Um echt schwarzgefärbtes Tuch von dem unecht gefärbten zu unterscheiden, wird häufig noch das zu prüfende Tuch drei bis vier Minuten mit Wasser gekocht, dem ungefähr 2 Procente Alaun und eben soviel raffinirter Weinstein zugesetzt sind. Echtfärbiges Tuch soll nach dieser Operation die Farbe gar nicht geändert haben, während unecht gefärbte Waare eine Nüancirung ins Gelbrothe oder Kirschrothe annimmt. Diese Prüfung ist eines Theils für Ungeübtere unsicher, da beim längeren Kochen selbst echte schwarze Farben ins Dunkelbraunrothe hinüber ziehen, anderen Theils ist sie zu unbestimmt, da dabei auf keine Unterscheidung des Indigo- und Berlinerblau-Schwarz von dem Chromschwarz Rücksicht genommen wird, das in neuester Zeit den echten schwarzen Farben beigezählt, sich im Sonnenlichte wenig hält, wenn es auch der Einwirkung der Alkalien und Säuren im hohen Grade wiedersteht.

Besser genügt den gestellten Anforderungen nachstehende Prüfungsweise. Ein kleines Stückchen des zu prüfenden Tuches kocht man mit einer kalt gesättigten Lösung von Oxalsäure durch etwa eine Minute, wonach es mit Wasser ausgewaschen und getrocknet wird. Hat die ursprüngliche Farbe durch diesen Vorgang gar nicht gelitten, so war das Tuch im strengsten Sinne echtfärbig, das heisst mittelst Indigo oder Berlinerblau, schwarz gefärbt. Ist die Farbe fast ganz abgezogen, so hatte man jedenfalls unecht gefärbtes Tuch; bei Umwandlung der Farbe ins Gelb- oder Rothbraune kann das Tuch entweder mit Chromschwarz oder unecht gefärbt sein. In diesem Falle bedarf man noch einer Gegenprobe. Ein zweites Stückchen vom ursprünglichen Tuche wird zu diesem Endzwecke durch zwei Minuten mit Wasser gekocht das bei 8 Procente Chlorkalk enthält, dann ausgewaschen und getrocknet. Bleibt bei diesem zweiten Versuche die Farbe des Tuchmusters ungeändert, oder wird sie nur ins dunkelste Kastanienbraun übergeführt, so kann man das geprüfte Tuch ebenfalls als echtfärbig im weiteren Sinne des Wortes, das heisst mit Chromschwarz gefärbt, betrachten. Jedenfalls hat dem zweiten Versuche der erstgenannte voranzugehen und die Prüfung mittelst Chlorkalk unterbleibt gänzlich, wenn durch die Oxalsäure allein keine wesentliche Farbenänderung hervorgebracht wird.

SITZUNG VOM 19. JÄNNER 1854.

Bericht des w. M., Herrn P. Partsch, über die von dem k. Schulrathe Becker herausgegebene Handkarte von Nieder-Österreich.

Die mathematisch-naturwissenschaftliche Classe der kaiserl. Akademie der Wissenschaften hat in ihrer Sitzung vom 12. Jänner mich beauftragt, über die von dem k. k. Schulrathe M. A. Becker herausgegebene und ihr vorgelegte Handkarte von Nieder-Österreich Bericht zu erstatten.

Die vom Herrn Schulrathe Becker herausgegebene Handkarte von Nieder-Österreich, mit dem (wohl nicht ganz passenden) Beisatze „für Schulen“ (da sie auch in vielen Kreisen ausserhalb derselben

warme Aufnahme finden wird) ist nach den Angaben des k. k. Rathes A. Steinhauser gezeichnet und lithographirt von Herrn F. Simić, Zeichnungsbeamten des k. k. militärisch-geographischen Institutes. Sie besteht aus einem grossen Blatte von 2 Schuh 3 Zoll Breite und 2 Schuh Höhe innerhalb des Rahmens. Der Massstab ist $\frac{1}{290,000}$ der Natur, oder der Wiener Zoll gleich einer österreichischen Meile. Das Skelet der Karte ist schwarz, das Terrain braun, die schiff- oder flossbaren Flüsse blau gedruckt; von Cultursarten nur die Waldbedeckung bezeichnet. Höhenangaben finden sich in grosser Menge, nicht nur im Gebirge, sondern auch in den anderen Theilen des Landes. Die Bevölkerung innerhalb gewisser Zahlen wurde von den mit den conventionellen Zeichen versehenen Örtern durch Unterschiede in der Schrift ersichtlich gemacht. An der östlichen Begrenzung der Karte liegt Pressburg, an der westlichen Linz, an der südlichen Leoben, an der nördlichen Neu-Bistritz. Die Karte ist zur grossen Befriedigung auch ausserhalb der Landesgrenzen von Nieder-Österreich mit Terrainzeichnung ausgefüllt, und die angrenzenden, zu Ungarn, Mähren, Böhmen und Ober-Österreich gehörigen Theile eben so behandelt, wie das Hauptobject der Karte.

Schon der erste oberflächliche Anblick des Blattes ist ein ungemein erfreulicher für Jeden, der die physische Beschaffenheit des Landes kennt. Ungemein charakteristisch heben sich die zwei, in ihrer Physiognomie so verschiedenen Hauptgebirge des Landes, die östlichsten Ausläufer der Alpen und der südöstliche Theil des Böhmerwaldes, oder des grossen böhmisch-mährisch-österreichischen Gebirgsplateau's, mit seinen engen, meist unwegsamen Fluss-Einschnitten heraus. Nicht minder schön sind die isolirten Berggruppen und das Hügelland behandelt. — Eine genauere Prüfung der Karte und eine Vergleichung derselben mit der bisher besten Karte des Landes von fast gleichem Massstabe (er wird mit $\frac{1}{288,000}$ der Natur angegeben), nämlich mit der vom k. k. General-Quartiermeister-Stabe zuerst im Jahre 1823, mit nachgetragenen Veränderungen später im Jahre 1843 herausgegebenen Generalkarte des Erzherzogthums Österreich ob und unter der Enns (deren Terrain-Zeichnung jedoch nur wenig über die Landesgrenzen reicht), macht erst die grossen Vorzüge derselben ersichtlich. Es ist hier nicht der Ort, in das Detail dieser Vorzüge einzugehen. — Auf die Ausführung mag der rühmlich bekannte Kartenkenner, k. k. Rath Steinhauser,

wohl sehr bedeutenden Antheil genommen haben. — Auch die künstlerische Vollendung der Karte, ein Werk des Zeichners und Lithographen Herrn Simié, kann hier nicht näher geprüft werden. Eine ausführliche Besprechung bleibt kritischen Anzeigen vorbehalten. Der geehrten Classe möge die Versicherung genügen, dass die Becker'sche Karte, nach meinem Urtheile, die bei weitem beste der bisher von Nieder-Österreich, dem Stammlande der Monarchie, erschienenen Karten ist. Hoffentlich werden ihr andere ähnliche und sich an sie anschliessende von den übrigen Kronländern nachfolgen.

Da Herr Schulrath Becker in seiner Eingabe von 3. l. M. eine Besprechung der Karte wünscht, so beantrage ich die Aufnahme dieses kurzen Berichtes in die Sitzungsberichte der Classe.

Eingesendete Abhandlungen.

Vergleichungen zwischen den Zonenbeobachtungen von Bessel und Argelander.

Von **W. Oeltzen,**

Assistent der k. k. Sternwarte zu Wien.

(Vorgelegt von dem w. M., Herrn Director v. Littrow.)

In der Einleitung zu der grossen kürzlich auf der Bonner Sternwarte vollendeten Arbeit über die Fixsterne des südlichen Himmels zwischen dem 15. und 31. Grade der Declination gibt Herr Director Argelander am Schlusse einige Vergleichungen zwischen dem Reichthum seiner nördlichen und südlichen, sowie der Zonenbeobachtungen von Bessel. Es ist vielleicht nicht ohne Interesse, dieselben Vergleichungen auf genauere, wenn gleich nur wenig verschiedene Zahlenangaben zu gründen, und auf einige andere Punkte auszudehnen.

Wählt man als Einheit der Längen die Länge des Bogens von einem Grad eines beliebigen Kreises, so wird die Länge des Radius $=57{\cdot}295780$, und die Oberfläche einer mit diesem Radius beschriebenen Kugel enthält $41252{\cdot}96$ Flächeneinheiten oder Quadratgrade. Der Flächeninhalt einer Zone, die von einem grössten Kreise und einem damit in dem Winkelabstand δ gezogenen Parallelkreise begrenzt wird, ist $= 2\,r^2\pi\,.\,\sin\delta$, wobei $lg\ 2\,r^2\pi = 4{\cdot}3144251$,

ausgedrückt in Quadratgraden. Die zwischen zwei in dem Abstand δ^1 und δ gezogenen Parallelkreisen enthaltene Fläche ist daher $=2r^2\pi\ (sin\ \delta^1 - sin\ \delta) = 4r^2\pi\ cos{}^1\!/_2\ (\delta^1 + \delta)\ sin{}^1\!/_2\ (\delta^1 - \delta)$. Hiernach enthält:

Die Zone von			−15	bis	+15	Grad Decl.	10677·0	Quadratgrade
„	„	„	+15	„	+45	„ „	9246·6	„
„	„	„	+45	„	+80	„ „	5728·0	„
„	„	„	+80	„	+90	„ „	313·4	„

Argelander gibt an der erwähnten Stelle die Grenzen seiner nördlichen Zonenbeobachtungen zu 44° 50′ und 80° 10′ an. Die vorkommenden Extreme der Declination liegen noch ausserhalb dieser Grenzen, indem die kleinste 44° 18′, die grösste 80° 53′ ist, die erstere findet sich bei dem Sterne Nr. 9500, die zweite bei Nr. 20982 des Kataloges.

Die Anzahl der Beobachtungen in den nördlichen Zonen ist, übereinstimmend mit der letzten Numer des Kataloges, 26425. Argelander gibt diese Zahl um 1 geringer an, welcher Unterschied wohl nur daher rühren kann, dass die letzte nur Declinationsbeobachtung der 34. Zone und Wiederholung von Nr. 101 von Argelander nicht mit gezählt, im Katalog aber als besondere Numer aufgeführt ist. Als Anzahl der wirklich verschiedenen Sterne nimmt Argelander annähernd 22000 an, eine Zahl, die sich als nahe richtig bewährt hat.

Ich finde nämlich:

3353	2mal	beobachtete	Sterne	
418	3 „	„	„	
42	4 „	„	„	
8	5 „	„	„	

Die Wiederholungen kommen entweder in derselben, oder in verschiedenen Zonen vor. Die letztern haben bekanntlich darin ihren Grund, dass die verschiedenen Zonen an ihrer nördlichen und südlichen, so wie an ihrer östlichen und westlichen Grenze über einander fallen. Man sieht leicht, dass ein Stern höchstens in 4 verschiedenen Zonen vorkommen kann, wenn nicht ganze Zonen doppelt beobachtet sind. Er muss dann in der Nähe eines der 4 Eckpunkte einer Zone stehen, innerhalb einer viereckigen Fläche, welche an 4 Beobachtungstagen durch das Gesichtsfeld des Fernrohres ging, oder in 4 Zonen enthalten ist. Dieser Fall wird offenbar zu den sel-

tenen gehören. Von den 42, 4mal beobachteten Sternen gehören nur 16 diesem Falle an, vorausgesetzt, dass nicht eine Zone doppelt beobachtet ist; indem die übrigen 26 Sterne entweder in 2 Zonen, in jeder 2mal, oder in 3 Zonen und zwar in einer 2mal vorkommen. Von acht 5mal beobachteten Sternen kommt einer in 4 Zonen vor, (in einer 2mal), die übrigen 7 liegen aber wirklich in 5 verschiedenen Zonen. Diese 7 Sterne sind: Nr. 23557, 23599, 23616, 23625, 23637, 23642 und 24505 des Kataloges.

Um die Anzahl der wirklich verschiedenen Sterne zu erhalten, ist von der Zahl der Beobachtungen die Menge der

2mal beobachteten 1mal,
3 „ „ 2 „
4 „ „ 3 „
5 „ „ 4 „

abzuziehen, so dass man erhält

$$26425 - 1.3353 - 2.418 - 3.42 - 4.8 = 22078.$$

Bei dieser Zählung wurden nur die Beobachtungen als demselben Sterne angehörig betrachtet, welche bis auf die Grösse der Beobachtungsfehler übereinstimmten. Da sich aber später manche Fehler in den Beobachtungen ergaben, die früher als verschieden angenommene Sterne zu identischen machten, so vergrösserte sich hierdurch, so wie vielleicht durch eine grössere Sorgfalt bei der zweiten Zählung, bei welcher aber die 2-, 3-, 4- und 5mal beobachteten Sterne nicht besonders aufgezeichnet wurden, die Anzahl der mehrfach beobachteten Sterne, so dass sich nur noch 22020 verschiedene vorfanden, welche Zahl als sehr genau zu betrachten ist. Auf die 24 Stunden der Rectascension vertheilen sie sich folgendermassen:

Stunde.	Beob.	Sterne.	Stunde.	Beob.	Sterne.
0	1137	1020	12	969	815
1	1282	1085	13	947	794
2	1088	964	14	818	706
3	1017	840	15	793	706
4	1051	888	16	903	778
5	996	833	17	1033	879
6	1035	903	18	1090	914
7	1057	888	19	1079	904
8	978	845	20	1648	1268
9	942	806	21	1742	1323
10	886	737	22	1768	1308
11	886	735	23	1280	1081
				26425	22020

Nach dieser Übersicht sind in den Stunden 20 bis 7 die meisten Beobachtungen angestellt, von 8—19 die wenigsten. Diese Vertheilung hängt offenbar mit dem Zuge der Milchstrasse am Himmel zusammen. Der Parallelkreis von 45° durchschneidet nämlich die Milchstrasse von etwa 20^h bis $21^h\ 20^m$, und von $3^h\ 10^m$ bis $4^h\ 50^m$ in den Sternbildern des Schwans und Perseus. Die Milchstrasse durchzieht die Zone von 20^h bis $4^h\ 50^m$ und hat in den verschiedenen Gegenden folgende Ausdehnung im Sinne der Declinationskreise (natürlich nur von 45° an gerechnet):

für	20	Uhr Rectascension	0 Grad
„	21	„ „	14 „
„	22	„ „	10 „
„	23	„ „	8 „
„	0	„ „	5 „
„	1	„ „	6 „
„	2	„ „	11 „
„	3	„ „	14 „
„	4	„ „	11 „
für 4 U.	50 M.	„ „	0 „

Von den Bessel'schen Zonenbeobachtungen ist für den Theil zwischen — 15° und + 15° Declination eine gleiche Übersicht schon in dem Katalog von Weisse enthalten, für den Theil von + 15° bis + 45° Declination ist aber eine solche noch nicht vorhanden. Ich finde für die einzelnen Stunden der Rectascension folgende Anzahl der Beobachtungen und der in ihnen enthaltenen Sterne

0^h	1533	Beob.	1310 St.	12^h	1201	Beob.	988 St.
1	1499	„	1267 „	13	1370	„	1099 „
2	1495	„	1288 „	14	1343	„	1097 „
3	1322	„	1137 „	15	1552	„	1150 „
4	1500	„	1175 „	16	1821	„	1394 „
5	2070	„	1667 „	17	1965	„	1596 „
6	1942	„	1634 „	18	1938	„	1632 „
7	1682	„	1446 „	19	2083	„	1833 „
8	1557	„	1222 „	20	2068	„	1805 „
9	1339	„	1103 „	21	1727	„	1459 „
10	1243	„	1007 „	22	1590	„	1337 „
11	1243	„	947 „	23	1529	„	1244 „

Diese Zahlen sind einem behufs anderer Zwecke entworfenen auf die gemeinschaftliche Epoche 1800 reducirten Kataloge entnommen. Die Grenzen von 15 und 45 Grad Declination sind dabei nahe-

zu festgehalten, und es sind nur sehr wenige Sterne aufgenommen, welche diese Grenzen überschreiten. Wenn also auch die gegebenen Zahlen etwas zu gross sind, so ist der Unterschied von den genauen Werthen keinesfalls von Bedeutung. Die Anzahl aller Beobachtungen wird 38612, die Anzahl der Sterne 31837. Die dichtesten Stunden 5 und 6, so wie 19 und 20 sind zugleich diejenigen, welche in die Milchstrasse fallen. Für die Zone — 15 bis + 15 Grad werden diese Zahlen 36201 und 31085.

Zur Abkürzung des Ausdruckes werde in Folgendem

die Bessel'sche Zone -15^0 bis $+15^0$ mit B_1
„ „ „ $+15$ „ $+45$ „ B_2
„ Argelander'sche „ $+45$ „ $+80$ „ A_1
„ „ „ -15 „ -31 „ A_2 bezeichnet.

In der Zone B_1 fallen auf einen Quadratgrad

$$\frac{31085}{10677 \cdot 0} = 2.911 \text{ Sterne}$$

„ „ „ B_2 $\frac{31837}{9246 \cdot 6} = 3.443$ „

„ „ „ A_1 $\frac{22020}{5780 \cdot 8} = 3.809$ „

Für die Zone A_2 gibt Argelander die Zahl 3·263 an.

Der Unterschied dieser Zahlen ist nicht unbedeutend. Würde z. B. eine volle Halbkugel nach Art der Zone B_1 und A_1 durchmustert, so würden bei der letztern 18500 Sternpositionen mehr hervorgehen als bei der erstern. Dass die Zahlen bei zunehmender Declination grösser werden, hat zunächst darin seinen Grund, dass die Breite der einzelnen Zonen nicht in dem Verhältnisse vergrössert wurde, wie es zur Hervorbringung gleicher Flächenräume nöthig gewesen wäre. Die Zone von 2 Grad Breite unter dem Äquator enthält nahe so viel Fläche, wie eine von der Ausdehnung 2 *sec.* δ Grade unter der Declination δ, also z. B. wie 2° 50′ Breite unter 45° Declination, wie 4° unter 60°. Wird also die Zone unter 45° Declination auch nur 2° breit genommen, so wird dadurch der Flächenraum bedeutend kleiner, die Anzahl der Sterne aber wird sich nicht ändern, da die Menge der am Himmel wirklich befindlichen Sterne noch immer grösser ist, als dass sie bei der Art der Beobachtung

ganz erschöpft werden könnte, und es daher dem Zonenbeobachter nie an Sternen zur Bestimmung fehlen wird. Die Dichtigkeit der beobachteten Sterne wird nothwendig dadurch grösser werden. Argelander hat die nördlichen Zonen nun freilich breiter genommen als 2°, aber immer noch nicht so breit, als zur Hervorbringung gleicher Flächenräume nöthig war. Die Verschiedenheit der Zahlen kann noch einen andern Grund haben, nämlich den der ungleichen Zeitdauer, welche beide Beobachter durchschnittlich zur Anstellung einer Beobachtung gebraucht haben. Die genauere Ermittlung dieser Zeiten zeigt aber keinen erheblichen Unterschied, indem sie für A_1 und A_2 nahe 43.5, für B 41.7 Secunden ergibt.

Bessel hat die Zonen 6′, Argelander 10′ zu beiden Seiten erweitert, so dass sich an jeder Grenze bei Bessel ein Raum von 12′, bei Argelander von 20′ Ausdehnung findet, der doppelt beobachtet ist. Bei Argelander müssen desshalb mehr Wiederholungen vorkommen als bei Bessel. Es finden sich nun in der Zone

B_1	unter	1000	Beob.	859	Sterne	oder 141	Wiederholungen
B_2	„	1000	„	825	„	„ 175	„
A_1	„	1000	„	833	„	„ 167	„
A_2	„	1000	„	757	„	„ 243	„

Die Anzahl der Wiederholungen in A_1 ist allerdings grösser als in B_1, wird aber noch etwas kleiner als in B_2. Dies scheint daher zu rühren, dass die Zonen B_2 in ihren östlichen und westlichen Grenzen weit mehr über einander greifen, als die Zonen A_1, wodurch natürlich eine neue Quelle für Wiederholungen gegeben ist. Im Allgemeinen werden daher bei Argelander die Wiederholungen mehr in über einander liegenden, bei Bessel in neben einander liegenden Zonen vorkommen.

Addirt man die einzelnen auf jede Zone verwendeten Zeiten zusammen, so müsste 24 Stunden hervorgehen, wenn sich die östlichen und westlichen Grenzen nicht gegenseitig bedeckten. Der Überschuss über 24 Stunden gibt denjenigen Theil zu erkennen, welcher als doppelt beobachtet zu betrachten ist.

Um eine Bestätigung der eben ausgesprochenen Vermuthungen durch Zahlenwerthe zu liefern, lasse ich hier die auf die einzelnen Zonen verwendete Zeit, sowie deren Überschuss über 24^h folgen.

Für die Argelander'schen nördlichen Zonen.

Zone				Zeit			Überschuss über 24ʰ			
„	45°	bis „	47° 28	Stunden	16	Minuten	4	St.	16	M.
„	47	„	49 28	„	55	„	4	„	55	„
„	49	„	51 31	„	20	„	7	„	20	„
„	50	„	52 0	„	38	„	—	„	—	„
„	51	„	54 30	„	54	„	6	„	30	„
„	54	„	57 30	„	55	„	6	„	55	„
„	57	„	60 28	„	3	„	4	„	3	„
„	60	„	63 30	„	55	„	6	„	55	„
„	63	„	66 25	„	35	„	1	„	35	„
„	66	„	70 30	„	38	„	6	„	38	„
„	70	„	74 27	„	24	„	3	„	24	„
„	74	„	80 25	„	27	„	1	„	27	„
		Summe	319	„	0	„	53	„	58	„

Für die Bessel'schen Zonen.

Zone										
„	—	15°	1	Stunden	35	Minuten	—	St.	—	M.
„	—	14	27	„	14	„	3	„	14	„
„	—	12	28	„	28	„	4	„	28	„
„	—	10	27	„	4	„	3	„	4	„
„	—	8	29	„	33	„	5	„	33	„
„	—	6	25	„	4	„	1	„	4	„
„	—	4	27	„	12	„	3	„	12	„
„	—	2	26	„	45	„	2	„	45	„
		0	28	„	50	„	4	„	50	„
„	+	2	26	„	24	„	2	„	24	„
„	+	4	29	„	20	„	5	„	20	„
„	+	6	25	„	49	„	1	„	49	„
„	+	8	27	„	14	„	3	„	14	„
„	+	10	28	„	41	„	4	„	41	„
„	+	12	27	„	6	„	3	„	6	„
„	+	14	26	„	8	„	2	„	8	„
„	+	16	36	„	40	„	12	„	40	„
„	+	18	28	„	9	„	4	„	9	„
„	+	19	1	„	3	„	—	„	—	„
„	+	20	27	„	4	„	3	„	4	„
„	+	22	31	„	7	„	7	„	7	„
„	+	24	31	„	35	„	7	„	35	„
„	+	26	35	„	46	„	11	„	46	„
„	+	28	28	„	10	„	4	„	10	„
„	+	30	27	„	53	„	3	„	53	„
„	+	32	29	„	24	„	5	„	24	„
„	+	34	27	„	43	„	3	„	43	„
„	+	36	30	„	31	„	6	„	31	„
„	+	38	26	„	58	„	2	„	58	„
„	+	40	34	„	36	„	10	„	36	„
„	+	42	30	„	8	„	6	„	8	„
„	+	44	27	„	54	„	3	„	54	„
„	+	45	2	„	10	„	.	„	.	„
		Summe	868	Stunden	18	Minuten	144	St.	30	M.

Für die südlichen Argelander'schen Zonen.

Zone	— 16°	39	Stunden	0	Minuten.	15	St.	0 M.
„	— 18	35	„	31	„	11	„	31 „
„	— 20	34	„	8	„	10	„	8 „
„	— 22	35	„	56	„	11	„	56 „
„	— 24	35	„	32	„	11	„	32 „
„	— 26	32	„	10	„	8	„	10 „
„	— 27	1	„	26	„	—	„	— „
„	— 28	35	„	50	„	11	„	50 „
„	— 30	32	„	12	„	8	„	12 „
		Summe 281	Stunden	45	Minuten	88	St.	19 M.

Der durchschnittliche Überschuss über 24 Stunden wird also für eine Zone um den ganzen Himmel

für B_1 3 St. 23 M.
„ B_2 6 „ 15 „
„ A_1 4 „ 54 „
„ A_2 11 „ 2 „

Zahlen, die in ihrer Aufeinanderfolge dieselbe Ordnung zeigen, wie die der oben gegebenen Wiederholungen.

Aus diesen Zahlen in Verbindung mit andern ergeben sich noch einige Vergleichungen.

Die durchschnittliche Dauer der Beobachtung einer Zone ist gleich der Summe aller Zeiten, dividirt durch die Anzahl der Zonen, also

für die nördlichen Zonen von Argel. $= \frac{319^h\ 0^m}{204} = 1^h\ 34^m$

„ „ südlichen „ „ „ $\frac{281^h\ 45^m}{200} = 1^h\ 25^m$

für die Zonen von Bessel ..... $= \frac{868^h\ 18^m}{536} = 1^h\ 37^m$

Die mittlere Anzahl der in einer Zonennumer enthaltenen Beobachtungen ist gleich der Anzahl aller Beobachtungen dividirt durch die Anzahl der Zonen und wird

für Argelander = 130 und 116
„ Bessel = 140.

Dieselben Zeiten dividirt durch die Anzahl der Beobachtungen gibt die durchschnittliche Zeit, welche zur Anstellung einer einzelnen Beobachtung erforderlich war, man findet:

für A_1 $\frac{319^h\ 0^m}{26425} = 43{\cdot}6$ Secunden
„ A_2 $\frac{281.\ 45}{23250} = 43{\cdot}5$ „
„ B $\frac{868.18}{75011} = 41{\cdot}7$ „

Die nördlichen Argelander'schen Zonen sind angestellt vom 27. Mai 1841 bis 12. April 1844 oder während eines Zeitraumes von 1052 Tagen.

Die südlichen vom 21. Mai 1849 bis 7. Mai 1852 oder während 1103 Tagen.

Die Bessel'schen vom 19. August 1821 bis 21. Januar 1833, oder während 4174 Tagen.

Daraus folgt noch, dass bei Argelander im Mittel auf 5·2 und 5·5 Tagen eine Zonen-Beobachtung fällt, sowie, dass man annehmen kann, er habe täglich 25·1 und 21·1 Bestimmungen gemacht. Die ersten Zahlen gelten für die nördlichen, die zweiten für die südlichen Zonen. Für Bessel werden dieselben Werthe 7·8 Tage und 18 Bestimmungen. Es ist bekannt, dass Argelander sich mehr ausschliesslich mit diesen Beobachtungen beschäftigt hat, während Bessel gleichzeitig noch die Anstellung mancher anderen Beobachtung oblag. Unsere Zahlen bestätigen dies, wenn nicht eine Ursache der Verschiedenheit auf das Klima zu schieben ist.

Bei dieser Gelegenheit wollen wir noch den Versuch machen, die Menge derjenigen Sterne zu ermitteln, welche vom Nordpol an bis zum 31. Grade der südlichen Declination, als der Grenze, über welche hinaus wir unter unsern Breiten nicht mehr erwarten können, zuverlässige Bestimmungen zu erhalten, als ihrem Orte nach festgelegt zu betrachten sind. Dazu bedürfen wir nur noch der Kenntniss der in andern Quellen als in den Zonen vorkommenden Bestimmungen. Für die Zonen B_2 und A_1 habe ich behufs anderer Arbeiten alle die Sterne notirt, welche sich in den Katalogen der *Histoire céleste française*, von Piazzi, Bradley, Groombridge, Rümker 1836 und 1850 (0^h und 1^h) Argelander 1830 und Struve 1830 finden, ohne in den Zonenbeobachtungen vorzukommen. Es findet sich

für B_2 7521 oder 0·813 auf einen Quadratgrad
„ A_1 3485 „ 0·603 „ „ „

Dass diese Zahl für A_1 kleiner ausfällt, als für B_2 hängt einmal damit zusammen, dass die Zonen A_1 schon mehr Sterne auf einem Quadratgrade enthalten, dann aber noch mit dem besonderen Umstande, dass die *Histoire céleste* in dieser Gegend bedeutende Lücken hat, indem die 5000 Beobachtungen in den Memoiren der Pariser Akademie von 1789 und 1790 noch nicht mit zu Rathe gezogen werden

konnten, wegen Mangels bequemer Reductionstafeln, oder eines geordneten Kataloges; die Zone B_2 hat aber keine solchen Lücken in der *Histoire céleste* aufzuweisen. Nach einem rohen Überschlage könnte sich dadurch die Zahl 0.603 leicht in etwa 0.7 ändern. Für die Zone B_1 wird man wohl nicht viel irren, wenn man die gleiche Zahl wie für B_2 annimmt, für A_2 aber muss die Zahl beträchtlich kleiner ausfallen, wegen der vielen in denselben vorkommenden Wiederholungen, und man wird nicht mehr als 0.5 dafür nehmen dürfen. Für den Theil 80 bis 90 Grad ist die Hauptquelle die noch wenig benützten Beobachtungen von Schwerd in den Jahren 1826, 1827 und 1828. Sie enthalten etwa 847 Sterne über 80 Grad Declination. Rechnet man dazu noch die bei Struve in den Dorpater Beobachtungen 1815 und wenige in anderen Katalogen, so erhält man für diese Gegend mindestens 1000 Sterne oder 3.2 auf einen Quadratgrad:

Wir haben früher gefunden:

Sterne in A_2	17600
„ „ B_1	31085
„ „ B_2	31837
„ „ A_1	22020
Summe..	102542

und haben jetzt dieser Summe noch hinzuzufügen:

Zone A_2	2697
„ B_1 u. B_2	7518
„ A_1	4001
„ über 80°	1000
Summe....	15216

finden also die Anzahl aller bekannten Sterne etwa 118000, auf einem Raume, der $= 0{\cdot}76$, oder nahe $^3/_4$ der ganzen Himmelskugel einschliesst. Auf die Oberfläche des Vollmondes würden hiernach $^3/_4$ oder auf die 4fache Fläche desselben etwa drei bekannte Sterne entfallen. Lamont's Zonen-Beobachtungen mussten hierbei unberücksichtigt bleiben, wegen der Unmöglichkeit sich jetzt schon über die Anzahl wirklich neuer Bestimmungen, die in denselben vorkommen, eine auch nur genäherte Kenntniss zu verschaffen.

Eine bestimmte Annahme über das Verhältniss der beobachteten Sterne zu den wirklich am Himmel stehenden, würde daraus zu einer genäherten Kenntniss dieser letztern führen.

Schlüsslich wollen wir noch eine Vergleichung anstellen, die sich auf die Benützung der Zonen-Beobachtungen bezieht. Eine Hauptanwendung, und für die Gegenwart wohl die wichtigste, ist die, dass die in ihnen niedergelegten Bestimmungen als Anhaltspunkte dienen für die Festlegung der Örter der Wandelsterne. Die Beobachtung des Unterschiedes der Rectascension und Declination zwischen Wandelstern und Fixstern führt zur Kenntniss des Ortes der erstern. Der Unterschied der Rectascension wird am leichtesten, und unmittelbar erhalten durch die Zeit, welche verfliesst, bis das eine Gestirn in den festen Stundenkreis des andern gelangt. Diese Zeit soll nie bedeutend sein, wenn man nicht andere Vortheile opfern will. Die scheinbare Bewegung wird mit zunehmender Declination langsamer in dem Verhältnisse der Secante der Declination; zwei Sterne z. B. die in gleicher Poldistanz unter dem Äquator 1 Grad des grössten Kreises von einander abstehen, folgen in 4 Zeitminuten aufeinander, unter 60° Declination in 8 Min. Hier müsste also die Anzahl der bekannten Sterne doppelt so gross sein, wenn man verlangt, dass sie einander eben so schnell folgen wie unter dem Äquator.

Schneiden wir jetzt unter verschiedenen Parallelkreisen eine Zone von 1° Breite aus, und denken uns den Flächenraum eines Quadratgrades gebildet, so wird dieser oder der Bogen des Parallelkreises die in der 2. Columne in Minuten angeführte Zeit gebrauchen, um sich durch einen bestimmten Stundenkreis durchzuschieben. Diese ist $= \frac{4^m}{\cos \delta}$. Dividirt man diese Zeiten durch die durchschnittliche Anzahl Sterne auf einem Quadratgrade, so erhält man die Zahlen der dritten Columne, oder diejenigen Zeiten, innerhalb der man erwarten kann, dass zwei in den Zonen bestimmte Sterne auf einander folgen.

0°	Decl.	4m00	1m37	aus B_1
+ 15	„	4·14	1·42	„ „
—	„	—	1·20	„ B_2
25	„	4·41	1·28	„ „
35	„	4·88	1·42	„ „
45	„	5·66	1·64	„ „
.	„	—	1·48	„ A_1
55	„	6·97	1·83	„ „
60	„	8·00	2·10	„ „
65	„	9·47	2·48	„ „
70	„	11·69	3·07	„ „
75	„	15·45	4·06	„ „
76	„	16·54	4·34	„ „
77	„	17·78	4·67	„ „
78	„	19·24	5·05	„ „
79	„	20·96	5·50	„ „
80	„	23·03	6·04	„ „

Nimmt man die Breite der Zone halb so gross, so verdoppeln sich natürlich die Zahlen der 3. Columne. Die Breite der Zone ist aber wie der Durchmesser eines Gesichtsfeldes zu betrachten. Bei der Grösse desselben von 30 Minuten z. B. wird man daher unter dem Äquator in je 2^m 44^s einen Bessel'schen Stern im Declinationskreise des Centrums haben, bei 80 Grad Declination in je 12^m 5^s einen Argelander'schen. Wollte man es für die nördlicheren Declinationen dahin bringen, dass die bekannten Sterne einander ebenso rasch folgen, wie in der Nähe des Äquators, so würde man natürlich auch die kleineren Sterne der Beobachtung unterwerfen müssen, dabei aber bald an eine Grössenclasse kommen, welche sich auch mit den grössten Instrumenten nicht mehr wird erkennen lassen.

Über die Verbreitung der Laubmoose von Unter-Österreich.

Von **Alois Pokorny,**

Professor der Naturgeschichte am k. k. akademischen Gymnasium zu Wien.

Die Laubmoosflora von Unter-Österreich ist gegenwärtig schon ziemlich erschöpfend bekannt. Sie enthält bereits 304 Arten, also mehr als die Hälfte aller deutschen Laubmoose, wenn sich diese (nach Rabenhorst) auf 539 Arten belaufen. Nach diesen Zahlen stehen die Laubmoose von Unter-Österreich zu jenen Deutschlands in dem Verhältnisse von 1 : 1·77; was sogar noch etwas günstiger ist, als das Verhältniss der Phanerogamen beider Landstriche, da sich dieses nur wie 1 : 1·89 herausstellt. Unter-Österreich erscheint demnach ebenso reich an Moosen (und wahrscheinlich auch an anderen Kryptogamen), wie bezüglich seiner Phanerogamenflora. Es ist dies um so merkwürdiger, als sonst die Anzahl der Phanerogamen und Kryptogamen eines Landes im umgekehrten Verhältnisse zu stehen pflegt

Zu der genauen Erforschung der Laubmoosflora von Unter-Österreich haben die Bemühungen vieler Botaniker beigetragen. Von den älteren haben sich in dieser Beziehung insbesondere N. Jacquin, Gebhardt, Fröhlich und Host verdient gemacht. In neuerer Zeit wurde die heimische Mooswelt theilweise sehr speciell von Welwitsch, Garovaglio, Putterlick, Sauter und von

mir selbst einer genaueren Beachtung unterzogen. Welwitsch und Garovaglio lieferten bereits Aufzählungen der niederösterreichischen Laubmoose mit Angabe der speciellen Standorte. Ersterer zählt 194, letzterer 266 Arten (also 38 weniger, als jetzt bekannt sind) auf. Obwohl diese Arbeiten gegenwärtig nicht mehr ganz complet und genau sind, schien es doch überflüssig, ein neues systematisches Verzeichniss mit detaillirter Angabe der Wohn- und Standorte der einzelnen Arten zu entwerfen. Dagegen machte es eben die genaue Erforschung der Laubmoosflora von Unter-Österreich wünschenswerth, die bereits gewonnenen zahlreichen Daten einer pflanzengeographischen Betrachtung zu unterziehen, um hierdurch zur Kenntniss der Verbreitungsgesetze der Laubmoose in unseren Gegenden zu gelangen.

Ich erlaube mir nun im Folgenden die horizontale Verbreitung der Laubmoose von Unter-Österreich darzustellen und habe zu diesem Ende eine Tabelle entworfen, aus welcher die Verbreitung derselben nach den grösseren natürlichen Florenbezirken, in welche Unter-Österreich zerfällt, ersichtlich gemacht wird. Die grosse Mannigfaltigkeit der Moosflora erscheint durch eine solche Untersuchung als Resultat der sehr verschiedenartigen Vegetationsbedingungen in den einzelnen Bezirken Unter-Österreichs. Von diesen werden hier (wie bei der Verbreitung der Lebermoose) nur folgende, in geognostischer, orographischer und klimatologischer Beziehung sehr von einander abweichende, muskologisch genauer bekannte 6 Bezirke unterschieden: 1. Das Wiener-Becken, und zwar besonders die südliche Bucht desselben mit den nächsten Umgebungen von Wien und Neustadt; 2. das Sandsteingebirge des Wiener-Waldes, namentlich des Kahlengebirges und die Waldschluchten bei Dornbach; 3. das niedere Kalkgebirge in den Umgebungen von Kalksburg, Mödling und Baden; 4. die Kalkalpen Nieder-Österreichs (Schneeberg 6676′, Raxalpe 6338′, Ötscher 5969′ und Dürrenstein 5922′); 5. die aus krystallinischen Gesteinen bestehenden Ausläufer der Centralalpenkette mit dem 5553′ hohen Wechsel, endlich 6. das gleichfalls aus krystallinischen Gebilden bestehende böhmisch-mährische Gebirge im Viertel ober dem Mannhartsberge.

Die angeschlossene Tabelle stellt die Verbreitung der Laubmoose Unter-Österreichs nach den eben unterschiedenen natürlichen Florenbezirken dar.

Übersichtstafel der Verbreitung der Laubmoose von Unter-Österreich nach natürlichen Florenbezirken.

Namen der Arten.	I. Wiener-Becken.	II. Sandstein-gebirge.	III. Kalkgebirge.	IV. Kalkalpen.	V. Centralkette der Alpen.	VI. Böhm.-mähr. Gebirge.
1. Andreaeaceae.						
1. Andreaea rupestris Hedw.	.	.	.	.	1	1
2. Sphagnaceae.						
2. Sphagnum cymbifolium Dill.	.	.	.	.	1	1
3. „ squarrosum Pers.	.	.	.	.	.	1
4. „ cuspidatum Ehrh.	.	.	.	.	.	1
5. „ acutifolium Ehrh.	.	.	.	1	1	1
6. „ compactum Brid. c. rigidum .	.	.	.	.	.	1
7. „ subsecundum Nees	.	.	.	.	.	1
3. Phascaceae.						
8. Pleuridium subulatum Rabenh.	1	1	.	.	.	1
9. „ nitidum Rabenh.	.	1	.	.	.	.
10. Bruchia palustris C. Müller	.	.	.	.	.	1
11. Phascum Flörkeanum Web. et M.	1	.	.	.	.	.
12. „ muticum Schreb.	1	.	.	.	.	.
13. „ crispum Hedw.	1	1	.	.	.	?
14. „ cuspidatum Schreb. c. varietatibus	1	1	1	.	.	1
15. „ curvicollum Hedw.	1	.	.	.	.	.
16. „ bryoides Dicks.	1	1	.	.	.	.
17. Ephemerum serratum Hampe	1	1	.	.	.	.
18. „ cohaerens Hampe	1	.	.	.	.	.
19. „ patens Hampe	1	.	.	.	.	.
20. „ sessile C. Müll.	1	.	.	.	.	.
21. „ pachycarpum Hampe	1	.	.	.	.	.
4. Funariaceae.						
22. Physcomitrium sphaericum Brid.	.	1	.	.	.	1
23. „ pyriforme Brid.	1	1	1	1	.	1
24. Entosthodon fascicularis C. Müll.	1	1	?	.	.	.
25. Funaria Mühlenbergii Hedw.	.	.	1	.	.	.
26. „ hygrometrica Hedw.	1	1	1	1	1	1
5. Splachnaceae.						
27. Tetraplodon mnioides Bryol. eur.	.	.	.	1	.	.
28. Tayloria serrata Bryol. eur.	.	.	.	1	.	.
29. „ Rudolphiana Bryol. eur.	.	.	.	1	.	.
30. Dissodon Fröhlichianus Grev. et W. A. .	.	.	.	1	.	.
31. Splachnum sphaericum Hedw.	.	.	.	1	.	.
32. „ ampullaceum L.	.	.	.	.	1	1
6. Pottiaceae.						
33. Fiedleria subsessilis Rabenh.	1	.	?	.	.	.
34. Pottia cavifolia Ehrh.	1	1	1	.	.	1

Namen der Arten.	I. Wiener-Becken.	II. Sandsteingebirge.	III. Kalkgebirge.	IV. Kalkalpen.	V. Centralkette der Alpen.	VI. Böhm.-mähr. Gebirge.
34.[b] Pottia cavifolia Ehrh. var. incana N. et H.	.	.	1	.	.	.
35. „ minutula Bryol. eur.	1	.	.	.	.	.
36. „ truncata Bryol. eur.	1	1	1	.	.	1
37. „ eustoma Ehrh.	1	1	.	.	.	1
38. Anacalypta lanceolata Roehl.	1	1	1	.	.	.
39. „ latifolia N. et H.	.	.	1	.	.	.
7. Trichostomeae.						
40. Barbula rigida Schultz	1	.	.	.	.	.
41. „ unguicalata Hedw.	1	1	1	.	.	1
42. „ paludosa Schw.	.	.	.	1	.	.
43. „ gracilis Schw.	1	.	.	.	.	.
44. „ fallax Hedw.	1	1	.	.	.	.
45. „ inclinata Schw.	?	.	?	1	.	.
46. „ tortuosa W. et H.	.	1	1	1	.	.
47. „ Hornschuchiana Schultz	1	.	.	.	.	.
48. „ flavipes Bryol. eur.	.	.	.	1	.	.
49. „ convoluta Hedw.	1	.	1	1	.	.
50. „ muralis Timm	1	1	1	.	.	1
„ „ var. incana	.	.	1	.	.	.
51. „ subulata Brid.	1	1	1	1	.	1
52. „ mucronifolia Garov.	.	.	.	1	.	.
53. „ aciphylla Bryol. eur.	.	.	.	1	.	.
54. „ ruralis Hedw.	1	1	1	1	1	1
55. Trichostomum tophaceum Brid.	.	1	.	.	.	.
56. „ rigidulum Sm.	.	1	1	1	.	.
57. „ rubellum Rabenh.	1	1	1	.	.	1
58. „ tortile Schrad.	.	.	.	.	1	1
59. „ homomallum Bryol. eur.	.	1	.	.	?	1
60. „ flexicaule Bryol. eur.	.	.	1	1	.	.
61. „ pallidum Hedw.	.	1	.	.	.	.
62. „ glaucescens Hedw.	.	.	.	.	.	1
8. Distichiaceae.						
63. Distichium capillaceum Bryol. eur.	1	1	1	1	.	.
64. „ inclinatum Bryol. eur.	.	.	.	1	?	.
9. Leucobryaceae.						
65. Leucobryum vulgare Hampe	.	1	1	1	1	1
10. Weissiaceae.						
66. Gymnostomum calcareum N. et H.	.	.	.	1	.	.
67. „ curvirostrum Hedw.	.	.	.	1	.	.
68. Hymenostomum microstomum R. Brown	.	1	1	1	.	.
69. „ tortile Fürnr.	.	.	1	.	.	.
70. Weissia viridula Brid.	.	1	.	.	.	.
71. „ apiculata N. et H.	1	.	.	.	.	.
72. „ cirrhata Hedw.	.	.	.	.	1	.
73. „ crispula Hedw.	.	.	.	.	1	1

Namen der Arten.	I. Wiener-Bekken.	II. Sandsteingebirge.	III. Kalkgebirge.	IV. Kalkalpen.	V. Centralkette der Alpen.	VI. Böhm.-mähr. Gebirge.
74. Rhabdoweissia fugax Bryol. eur.	.	.	.	.	1	?
75. Eucladium verticillatum Bryol. eur.	.	1	1	1	.	.
76. Seligeria pusilla Bryol. eur.	.	.	.	1	.	.
77. „ recurvata Bryol. eur.	.	1	.	.	.	.
78. Blindia acuta Bryol. eur.	.	.	.	.	1	.
11. Dicranaceae.						
79. Ceratodon purpureus Brid.	1	1	1	1	1	1
80. „ cylindricus Bryol. eur.	.	1	.	.	.	.
81. Trematodon ambiguus Schwaegr.	.	.	.	.	1	.
82. Dicranum polycarpum Ehrh.	.	.	.	1	?	1
83. „ virens Hedw.	.	.	.	1	.	.
84. „ pellucidum Hedw.	1	.	.	.	1	.
85. „ squarrosum Schrad.	.	.	.	.	1	.
86. „ Schreberi Hedw.	1	.	.	1	.	.
87. „ varium Hedw.	1	.	.	.	.	.
88. „ rufescens Turn.	.	1	.	.	.	1
89. „ cerviculatum Hedw.	.	.	.	.	.	1
90. „ subulatum Hedw.	.	.	.	.	.	1
91. „ heteromallum Hedw.	.	1	.	1	.	1
92. „ falcatum Hedw.	.	.	.	.	1	.
93. „ montanum Hedw.	1	.	.	1	1	1
94. „ Scottianum Turn.	.	.	1	1	.	.
95. „ longifolium Ehrh.	.	.	.	1	1	1
96. „ Sauteri Bryol. eur.	.	.	.	1	.	.
97. „ scoparium Hedw.	1	1	1	1	1	1
98. „ congestum Brid.	.	.	.	1	.	.
99. „ Schraderi W. et M.	.	.	.	1	.	.
100. „ undulatum Ehrh.	.	1	1	1	1	1
101. Dicranodontium longirostre Bryol. eur.	.	.	.	1	.	1
102. Thysanomtrion flexuosum Rabenh.	.	.	.	1	.	.
12. Grimmiaceae.						
103. Hedwigia ciliata Hedw.	.	.	.	.	1	1
104. Anodon ventricosus Rabenh.	.	.	1	.	.	.
105. Schistidium confertum Bryol. eur.	.	.	1	.	.	.
106. „ apocarpum Brid.	.	1	1	1	1	1
107. Racomitrium aciculare Brid.	.	.	.	.	1	1
108. „ sudeticum Bryol. eur.	.	.	.	.	1	.
109. „ heterostichum Brid.	.	.	.	.	.	1
110. „ microcarpum Brid.	.	.	.	.	.	1
111. „ lanuginosum Brid.	.	.	.	.	1	1
112. „ canescens Brid.	.	1	.	.	1	1
113. Grimmia pulvinata H. et T.	.	1	1	1	1	1
114. „ funalis Bryol. eur.	.	.	.	.	1	.
115. „ uncinata Kaulf.	.	.	.	.	1	.
116. „ ovata W. et M.	.	.	.	.	.	1
117. Gümbelia orbicularis Hampe	.	.	1	.	.	.
118. „ elliptica Hampe	.	.	.	.	.	1

Namen der Arten.	I. Wiener-Becken.	II. Sandstein-gebirge.	III. Kalkgebirge.	IV. Kalkalpen.	V. Centralkette der Alpen.	VI. Böhm.-mähr. Gebirge.
13. Encalypteae.						
119. Encalypta vulgaris Hedw.	1	1	1	.	.	1
120. „ commutata N. et H.	.	.	.	1	.	.
121. „ ciliata Hedw.	.	.	.	1	.	1
122. „ streptocarpa Hedw.	1	.	1	1	.	.
14. Orthotrichaceae.						
123. Coscinodon pulvinatus Spreng.	.	.	.	.	.	1
124. Orthotrichum cupulatum Hoffm.	.	.	1	1	.	.
125. „ anomalum Hedw.	.	.	1	.	.	1
126. „ Ludwigii Schwaegr.	.	.	.	1	.	.
127. „ obtusifolium Schrad.	1	1	.	.	.	.
128. „ pumilum Schwaegr.	1	1	.	.	.	.
129. „ tenellum Bruch.	.	1	.	.	.	.
130. „ patens Bruch.	.	.	.	1	.	.
131. „ affine Schrad.	1	1	1	.	.	1
132. „ fastigiatum Bruch.	.	1	.	.	.	.
133. „ rupestre Schw.	.	.	.	.	1	?
134. „ speciosum Nees	.	.	.	1	.	1
135. „ crispum Hedw.	.	.	.	1	.	.
136. „ crispulum Hedw.	.	1	.	1	.	.
137. „ stramineum Hornsch.	.	1	.	.	.	.
138. „ pallens Bruch.	.	1	.	1	.	.
139. „ diaphanum Schrad.	1	.	.	.	.	.
140. „ leiocarpum Bryol. eur.	.	1	1	.	.	1
15. Bartramiaceae.						
141. Bartramia ithyphylla Brid.	.	1	.	1	.	?
142. „ Oederi Sw.	.	.	.	1	.	.
143. „ pomiformis Hedw.	.	.	.	.	1	1
144. „ crispa Sw.	.	1	1	1	.	1
145. „ Halleriana Hedw.	.	.	.	1	1	.
146. „ fontana Sw.	.	1	1	1	1	1
147. „ calcarea Bryol. eur.	.	.	.	1	.	.
16. Meesiaceae.						
148. Paludella squarrosa Brid.	.	.	.	.	1	.
149. Meesia uliginosa Hedw. c. var.	.	.	.	1	.	1
150. „ longiseta Hedw.	?	.	.	.	1	?
151. „ tristicha Bryol. eur.	.	.	.	.	1	?
17. Bryaceae.						
152. Bryum inclinatum Bryol. eur.	.	.	.	1	.	.
153. „ uliginosum Bryol. eur.	1	.	.	.	.	.
154. „ polymorphum Bryol. eur.	.	.	.	1	.	.
155. „ Zierii Dicks.	.	.	.	1	.	.
156. „ elongatum Dicks.	.	.	.	.	1	.
157. „ nutans Schreb.	.	1	1	1	1	1

Namen der Arten.	I. Wiener-Becken.	II. Sandsteingebirge.	III. Kalkgebirge.	IV. Kalkalpen.	V. Centralkette der Alpen.	VI. Böhm.-mähr. Gebirge.
158. Bryum crudum Schreb.	.	.	.	1	1	.
159. „ carneum L.	1	.	.	.	.	.
160. „ Wahlenbergii Schwaegr.	1	.	.	.	.	.
161. „ pyriforme Hedw.	1	.	1	.	.	1
162. „ pallescens Schwaeg.	.	.	.	1	.	.
163. „ pseudotriquetrum Hedw.	.	1	.	1	.	.
164. „ pallens Sw.	.	.	.	1	.	.
165. „ turbinatum Schw.	.	1	.	1	.	.
166. „ capillare Hedw.	1	1	1	1	1	1
167. „ caespititium L.	1	1	1	1	1	1
168. „ erythrocarpum Schwaegr.	1	.	.	.	.	.
169. „ atropurpureum W. et M.	1	.	.	.	.	.
170. „ argenteum L.	1	1	1	1	1	1
171. „ roseum L.	.	.	1	.	.	1
18. Mniaceae.						
172. Mnium punctatum Hedw.	1	1	1	1	1	1
173. „ undulatum Hedw.	1	1	1	1	1	1
174. „ hornum L.	.	.	.	.	.	1
175. „ orthorhynchum Brid.	.	.	.	1	.	.
176. „ spinosum Schwaegr.	.	.	1	1	.	?
177. „ spinulosum Bryol. eur.	.	.	.	.	.	1
178. „ rostratum Schwaegr.	1	1	1	.	.	1
179. „ cuspidatum Hedw.	1	1	1	.	.	1
180. „ affine Bland.	.	.	.	.	.	1
181. „ stellare Hedw.	.	1	1	1	.	.
182. Aulacomnion palustre Schwaegr.	.	.	.	1	1	1
183. „ androgynum Schwaegr.	.	.	.	1	1	1
184. Georgia pellucida Rabenh.	.	1	.	1	1	1
185. Timmia austriaca Hedw.	.	.	.	1	.	.
19. Polytrichaceae.						
186. Catharinea Callibryum Ehrh.	1	1	1	1	1	1
187. „ tenella Rochl.	.	.	.	.	.	1
188. „ hercynica Ehrh.	.	.	.	.	1	.
189. Polytrichum nanum Hedw.	.	?	.	.	?	1
190. „ aloides Hedw.	.	1	.	.	1	1
191. „ urnigerum L.	.	?	?	.	1	1
192. „ alpinum Hedw.	.	.	.	1	.	.
193. „ formosum Hedw.	.	1	1	1	1	1
194. „ gracile Menz.	.	.	.	.	.	1
195. „ piliferum Schreb.	.	1	.	.	.	1
196. „ juniperinum Wild.	1	1	.	.	1	1
197. „ alpestre Hoppe	.	.	.	1	1	.
198. „ commune L.	.	.	.	.	1	1
20. Buxbaumiaceae.						
199. Buxbaumia aphylla L.	.	?	.	.	.	1
200. „ indusiata Brid.	.	.	.	1	.	.
201. Diphyscium foliosum W. et M.	1!	1	.	1	.	1

Namen der Arten.	I. Wiener-Bekken.	II. Sandsteingebirge.	III. Kalkgebirge.	IV. Kalkalpen.	V. Centralkette der Alpen.	VI. Böhm.-mähr. Gebirge.
21. Riparlaceae.						
202. Cinclidotus aquaticus Bryol. eur.	.	.	1	1	.	.
203. „ fontinaloides P. de B.	.	.	.	1	.	.
204. „ riparius W. A.	1	.	.	.	.	.
22. Fontinaleae.						
205. Fontinalis antipyretica L.	1	1	1	1	.	1
23. Fabroniaceae.						
206. Anacamptodon splachnoides Brid.	.	1	.	.	.	.
24. Leskeaceae.						
207. Leptohymenium repens Rabenh.	.	?	.	1	.	1
208. „ striatum Rabenh.	.	.	.	1	.	.
209. „ filiforme Hüben.	.	1	.	1	1	1
210. Anomodon viticulosus H. et T.	1	1	1	1	.	.
211. „ curtipendulus H. et T.	.	.	.	.	.	1
212. Leskea complanata Hedw.	.	1	1	1	.	.
213. „ trichomanoides Hedw.	.	1	1	1	.	1
214. „ sericea Hedw.	.	1	1	1	.	.
215. „ polyantha Hedw.	1	1	1	1	1	1
216. „ polycarpa Hedw.	1	1	.	.	.	.
217. „ paludosa Hedw.	1	.	.	.	.	.
218. „ subtilis Hedw.	1	1	.	1	1	.
219. „ attenuata Hedw.	.	1	1	1	.	.
220. „ nervosa Rabenh.	.	1	.	1	.	.
221. „ longifolia Rabenh.	.	.	.	1	.	.
222. „ rostrata Hedw.	.	.	1	1	.	.
223. Climacium dendroides W. et M.	.	1	.	.	?	?
224. Hypnum julaceum Schwaegr.	.	.	.	1	1	.
225. „ catenulatum Brid.	.	.	1	1	.	.
226. „ dimorphum Brid.	.	1	.	1	.	.
227. „ atrovirens Sm.	.	.	.	1	.	.
228. „ abietinum L.	1	1	1	1	1	1
229. „ recognitum Hedw.	.	1	1	1	.	.
230. „ tamariscinum Hedw.	.	.	1	1	1	1
231. „ Alopecurum L.	.	.	1	.	.	.
232. „ splendens Hedw.	.	1	1	1	1	1
233. „ aduncum L.	.	.	1	1	1	1
234. „ fluitans L.	1	.	.	.	.	1
235. „ rugosum Ehrh.	.	1	1	1	.	.
236. „ scorpioides L.	1	.	.	.	?	1
237. „ palustre L.	.	1	.	1	.	.
238. „ subsphaericarpon Spreng.	.	.	.	1	.	.
239. „ molle Dicks.	.	.	.	1	1	.
240. „ cupressiforme L. c. var.	1	1	1	1	1	1
241. „ silesiacum P. de B.	.	1	.	1	1	.
242. „ pallescens P. de B.	.	.	.	1	.	.

Namen der Arten.	I. Wiener-Bekken.	II. Sandsteingebirge.	III. Kalkgebirge.	IV. Kalkalpen.	V. Centralkette der Alpen.	VI. Böhm.-mähr. Gebirge.
243. Hypnum pulchellum Dicks.	.	.	.	1	1	.
244. „ incurvatum Schrad.	1	.	.	.	.	.
245. „ uncinatum Hedw.	.	.	.	1	1	1
246. „ crinale Schleich.	.	.	.	1	.	.
247. „ Crista castrensis L.	.	1	1	1	1	1
248. „ molluscum Hedw.	1	1	1	1	1	1
249. „ filicinum L.	.	1	1	.	.	.
250. „ commutatum Hedw.	.	1	1	1	.	.
251. „ squarrosum L.	.	1	1	1	1	1
252. „ triquetrum L.	.	1	1	1	1	1
253. „ longirostre Ehrh.	.	1	1	1	.	1
254. „ loreum L.	.	.	.	1	1	.
255. „ polymorphum H. et T. c. var.	.	1	1	1	?	.
256. „ stellatum Schreb.	.	.	.	.	1	1
257. „ Halleri L. fil.	.	.	.	1	.	.
258. „ umbratum Ehrh.	.	.	.	1	1	.
259. „ reflexum Stark	.	.	.	1	.	.
260. „ praelongum L.	1	1	1	.	.	1
261. „ Schleicheri Hedw. F.	.	1	.	.	.	.
262. „ strigosum Hoffm.	.	1	.	1	1	1
263. „ denticulatum L.	.	1	.	.	.	.
264. „ sylvaticum L.	1	.	.	1	.	1
265. „ undulatum L.	.	.	.	.	1	.
266. „ ruscifolium Neck.	.	1	1	1	1	.
267. „ murale Neck.	1	1	.	.	.	.
268. „ depressum Bruch.	.	1	.	.	.	.
269. „ tenellum Dicks.	.	1	.	.	.	.
270. „ confertum Dicks.	.	1	.	.	.	.
271. „ purum L.	1	1	1	.	.	1
272. „ Schreberi Willd.	.	1	1	1	1	1
273. „ cordifolium Hedw.	1	.	.	.	.	1
274. „ cuspidatum L.	.	1	1	.	.	1
275. „ stramineum Dicks.	.	.	.	.	1	1
276. „ trifarium W. et M.	.	.	.	.	1	.
277. „ curvatum Sw.	.	1	1	1	1	1
278. „ myosuroides L.	.	.	1	.	.	.
279. „ serpens L.	1	1	1	1	.	1
280. „ confervoides Brid.	.	1	.	.	.	.
281. „ fluviatile Sw.	.	.	1	.	.	.
282. „ riparium L.	1	1	.	.	.	1
283. „ subenerve Rabenh.	.	.	.	1	.	.
284. „ albicans Neck.	.	1	.	.	.	.
285. „ populeum Hedw.	.	1	1	.	.	.
286. „ plicatum Schl.	.	.	.	1	.	.
287. „ salebrosum Hoffm.	1	1	1	.	.	1
288. „ lutescens Hedw.	1	1	1	.	.	1
289. „ nitens Schreb.	.	.	.	.	1	.
290. „ rufescens Dicks.	.	.	.	1	.	.
291. „ piliferum Schreb.	.	1	1	.	.	.

Namen der Arten.	I. Wiener-Bekken.	II. Sandsteingebirge.	III. Kalkgebirge.	IV. Kalkalpen.	V. Centralkette der Alpen.	VI. Böhm.-mähr. Gebirge.
292. Hypnum pseudopiliferum Br. et Sch. . .	.	.	1	.	.	.
293. „ velutinum L.	1	1	1	.	.	1
294. „ Starkii Brid.	.	.	.	1	.	.
295. „ rutabulum L.	.	1	1	.	.	1
25. Leucodonteae.						
296. Leucodon sciuroides Schwaegr.	1	1	1	1	1	1
26. Neckeraceae.						
297. Neckera pennata Hedw.	.	1	1	1	1	1
298. „ crispa Hedw.	.	1	1	1	1	.
299. „ Sendtneriana Bryol. eur. . . .	.	.	1	.	.	.
300. Conomitrium Julianum Mont.	.	.	.	.	.	1
27. Fissidenteae.						
301. Fissidens incurvus Schwaegr.	.	1	.	.	.	.
302. „ bryoides Hedw.	.	1	.	.	.	.
303. „ taxifolius Hedw.	.	1	1	.	.	1
304. „ adianthoides Hedw.	.	1	1	.	.	.
Summe . . .	85	129	103	147	87	126

Diese tabellarische Zusammenstellung lehrt, dass nur verhältnissmässig wenige Laubmoose sich einer allgemeinen Verbreitung durch das ganze Gebiet erfreuen, da unter 304 Arten nur 15 den 6 unterschiedenen Florenbezirken gemeinschaftlich sind. Dagegen findet man fast die Hälfte (nämlich 141 Arten) nur in einem, 66 Arten oder mehr als ein Fünftheil nur in 2 Bezirken. Überdies kommen 33 Arten in 3, 31 Arten in 4 und 18 Arten in 5 Bezirken vor. Man sieht hieraus, dass die in einem Gebiete allgemein verbreitete Artenzahl mit der Grösse des Verbreitungsbezirkes rasch abnimmt.

Unter den 15 bei uns allgemein verbreiteten Laubmoosen gibt es einige, welche die verschiedenartigste Beschaffenheit des Wohn- und Standortes vertragen, ohne hierbei wesentlich verändert zu werden. So trifft man *Funaria hygrometrica*, *Ceratodon purpureus*, *Begum argenteum* eben sowohl an Wegen, auf Mauern und Dächern der Stadt, wie auf den Plateaux unserer Alpen. Andere scheinen nur insofern allgemein verbreitet zu sein, als die für sie passenden Localitäten, wie schattiger Waldboden, die glatte oder rissige Rinde der Bäume u. dgl., sich allenthalben vorfinden. Hierher

gehören: *Barbula ruralis*, *Dicranum scoparium*, *Bryum capillare* und *caespititium*, *Mnium punctatum* und *undulatum*, *Catharinea Callibryum*, *Leskea polyantha*, *Hypnum abietinum*, *cupressiforme* und *molluscum*, *Leucodon sciuroides*.

Unter den mehreren Bezirken gemeinschaftlichen Laubmoosen sind besonders einige erd- oder felsenbewohnende Arten hervorzuheben, welche, da sie auf sehr verschiedenen Unterlagen (als: Sandstein, Kalk und krystallinischem Schiefer) gedeihen, als bodenvag bezeichnet werden müssen. Solche Arten sind: *Barbula muralis* und *subulata*, *Dicranum polycarpum*, *Schistidium apocarpum*, *Grimmia pulvinata*, *Encalypta ciliata*, *Orthotrichum anomalum*, *Bartramia crispa*, *Hypnum uncinatum*, und *curvatum*. Die Mehrzahl der allgemeiner verbreiteten Arten verdankt jedoch die grössere Verbreitung auch nur dem Umstande, dass geeignete Standorte für dieselben fast in allen Bezirken vorkommen. Dies gilt besonders von den im oder am Wasser, auf Bäumen, Holz, schattigem Waldboden u. s. w. wohnenden Arten.

In jedem der 6 unterschiedenen natürlichen Florenbezirke findet man ausser den allgemein verbreiteten und den jedem Bezirke ausschliesslich zukommenden Arten noch einige, welche gleichzeitig einem zweiten Bezirke eigen sind. So theilt das Wiener-Becken (in merkwürdig übereinstimmender Analogie mit den Phanerogamen) einzelne Laubmoose mit den Kalkbergen, andere mit dem böhmisch-mährischen Gebirge. Das Sandsteingebirge besitzt mehrere Arten, welche sonst auch auf Kalk oder auf krystallinischen Schiefern gedeihen; ebenso haben die Kalkberge und Kalkalpen aber auch die Centralalpenkette und das böhmisch-mährische Gebirge trotz der grossen Entfernung bei gleicher geognostischer Unterlage, mehrere nur ihnen gemeinsame Laubmoose.

Aus der vergleichenden Betrachtung dieser weniger verbreiteten Arten mit den nur einzelnen Bezirken angehörenden resultirt der sehr verschiedenartige muskologische Charakter eines jeden Florenbezirkes.

Die 141 nur in einzelnen Bezirken vorkommenden Laubmoose vertheilen sich so, dass dem Wiener-Becken 23 Arten, dem Sandsteingebirge 19, den Kalkbergen 12, den Kalkalpen 48, der Centralkette der Alpen 20 und dem böhmisch-mährischen Gebirge 19 Arten ausschliesslich zukommen. Den grössten Reichthum an eigenthüm-

lichen Laubmoosen besitzen daher die Kalkalpen (wohl vorzüglich ihrer bedeutenden Elevation wegen), während die geringste Zahl derselben auf das niedere Kalkgebirge entfällt.

Das Wiener-Becken besitzt nach den bisherigen Erfahrungen die geringste absolute Anzahl von Laubmoosen (85 Arten), darunter aber viele (23 Arten) eigenthümlich. Insbesondere herrschen hier die *Phascaceen* und gewisse den Flusssand liebende *Bryaceen* vor. Von den 14 unterösterreichischen Phascaceen fehlen blos 2 dem Wiener-Becken und 7 Arten davon (nämlich *Phascum Flörkeanum*, *muticum* und *curvicollum*, *Ephemerum cohaerens*, *patens*, *sessile* und *pachycarpum*) kommen ihm ausschliesslich zu. Zu den erwähnten Bryen gehören: *Bryum uliginosum*, *carneum*, *Wahlenbergii*, *erythrocarpum* und *atropurpureum*. Sonst sind noch charakteristisch: *Fiedleria subsessilis*, *Pottia minutula*, *Barbula rigida*, *gracilis* und *Hornschuchiana*, *Weissia apiculata*, *Dicranum varium*, *Orthotrichum diaphanum*, *Cinclidotus riparius*, *Leskea paludosa* und *Hypnum incurvatum*.

Das Sandsteingebirge beherbergt in seinen schattigen Waldschluchten eine bedeutende Menge (129 Arten) von Laubmoosen; besonders charakteristisch für dasselbe sind einige kleine Weisiaceen (wie *Weissia viridula* und *Seligeria recurvata*), so wie mehrere seltene Hypnen, welche ausschliesslich auf Sandsteinen vorkommen (wie *Hypnum Schleicheri*, *depressum*, *tenellum*, *confertum* und *confervoides*) und die *Fissidenteae*, besonders *Fissidens incurvatus* und *bryoides*. Überdies finden sich als eigenthümlich: *Pleuridium nitidum*, *Trichostomum pallidum*, *Ceratodon cylindricus*, *Hypnum denticulatum* und *albicans*; ferner die baumbewohnenden *Orthotrichum tenellum*, *fastigiatum* und *straminеum* und der nur einmal aufgefundene *Anacamptodon splachnoides*.

Auf den kalksinterhältigen Stellen des Wiener-Sandsteines bildet sich eine ganz besondere Moosflora aus. Sie enthält *Trichostomum tophaceum*, *Eucladium verticillatum*, *Bryum turbinatum* und *pseudotriquetrum*, *Hypnum commutatum*. Meist sind aber diese zur Hälfte incrustirten Moose steril. Mit dem böhmisch-mährischen Gebirge theilt das Sandsteingebirge mehrere *Trichostomeen* und *Polytrichaceen*.

Das niedere Kalkgebirge hat unter seinen 103 Laubmoosen verhältnissmässig nur wenig Eigenthümliches. Am auffallend-

sten sind noch gewisse in dichten stark behaarten Polstern vorkommende Moose der Kalkfelsen, wie *Anodon ventricosus*, *Schistidium confertum*, *Gümbelia orbicularis* und die sonderbaren Varietäten: *Pottia cavifolia var. incana*, *Barbula muralis var. incana*, *Bryum argenteum b. lanatum*. Überdies kommen diesen Kalkbergen folgende seltene Arten ausschliesslich zu: *Funaria Mühlenbergii*, *Anacalypta latifolia*, *Hymenostomum tortile*, *Hypnum myosuroides*, *fluviatile* und *pseudopiliferum*, und die für Deutschland neue *Omalia Besseri Lobarzewski* (*Neckera Sendtneriana Bryol. eur.*). — Das niedere Kalkgebirge theilt noch mit den Kalkalpen folgende bei uns kalkstete Arten: *Trichostomum flexicaule*, *Dicranum Scottianum*, *Orthotrichum cupulatum*, *Cinclidotus aquaticus*, *Leskea rostrata* und *Hypnum catenulatum* (?).

Die Kalkalpen Unter-Österreichs enthalten verhältnissmässig die meisten und eigenthümlichsten Laubmoose. Unter 147 bisher daselbst beobachteten Arten kommen ihnen 48 ausschliessend zu. Unter letzteren sind besonders die *Splachnaceen* und die alpinen Arten von *Barbula*, *Bryum* und *Hypnum* charakteristisch. Die eigenthümliche Laubmoosflora daselbst besteht aus folgenden Arten: *Tetraplodon mnioides*, *Tayloria serrata* und *Rudolphiana*; *Dissodon Fröhlichianus*, *Splachnum sphaericum*, *Barbula paludosa*, *inclinata*, *flavipes*, *mucronifolia* und *aciphylla*; *Distichium inclinatum*, *Gymnostomum calcareum* und *curvirostre*; *Seligeria pusilla*; *Dicranum virens*, *Sauteri*, *congestum* und *Schraderi* (?); *Thysanomitrion flexuosum*; *Encalypta commutata*, *Orthotrichum Ludwigii* und *patens*, *Bartramia Oederi* und *calcarea*, *Bryum inclinatum*, *polymorphum*, *Zierii*, *pallescens* und *pallens*: *Mnium orthorhynchum*, *Timmia austriaca*, *Polytrichum alpinum*, *Buxbaumia indusiata*, *Cinclidotus fontinaloides*, *Leptohymenium striatum*, *Leskea longifolia*, *Hypnum atrovirens*, *subsphaericarpon*, *pallescens*, *crinale*, *Halleri*, *reflexum*, *subenerve*, *plicatum*, *rufescens* und *Starkii*. Die Mehrzahl dieser Moose kommt den Kalkalpen gemeinschaftlich oder wenigstens dem Schneeberge zu; nur *Tayloria Rudolphiana*, *Barbula paludosa*, *inclinata*, *Distichium inclinatum*, *Seligeria pusilla*, *Hypnum pallescens*, *crinale*, und *subenerve* wurden bisher ausschliesslich auf dem Ötscher und Dürrensteine beobachtet.

Die Ausläufer der Centralalpenkette, in sofern sie Unter-Österreich berühren, sind bisher muskologisch noch nicht so genau untersucht, wie die übrigen Bezirke. Doch sind bereits auch aus diesem Bezirke 87 Laubmoose, darunter 20 eigenthümliche, bekannt. Als besonders charakteristisch muss hier das Vorkommen der schiefersteten oder kieseldeutenden Racomitrien hervorgehoben werden. Die meisten der sogleich aufzuzählenden Arten sind in dem weitläufigen Gebirgsstocke des Wechsels beobachtet worden. Es sind: *Weissia cirrhata, Rhabdoweissia fugax, Blindia acuta, Trematodon ambiguus, Dicranum squarrosum* und *falcatum, Racomitrium sudeticum, heterostichum* und *microcarpum, Grimmia funalis* und *uncinata, Orthotrichum rupestre, Paludella squarrosa, Meesia longiseta* und *tristicha, Bryum elongatum* (?), *Catharinea hercynica, Hypnum undulatum, trifarium* und *nitens.* Noch theilt die Centralkette der Alpen in Unter-Österreich mit dem entfernten böhmisch-mährischen Gebirge folgende (schieferstete oder kieseldeutende Arten): *Andreaea rupestris, Sphagnum cymbifolium, Splachnum ampullaceum, Trichostomum tortile, Weissia crispula, Hedwigia ciliata, Racomitrium aciculare* und *lanuginosum, Bartramia pomiformis, Polytrichum urnigerum* und *commune, Hypnum stellatum* und *stramineum.*

Das böhmisch-mährische Gebirge kommt an Reichhaltigkeit und Eigenthümlichkeit der Laubmoosflora fast dem Sandsteingebirge gleich, da es unter 126 bisher bekannten Arten 19 eigenthümlich besitzt. Muskologisch ist dieser Bezirk durch das massenhafte Auftreten der *Sphagnaceen, Mnioideen* und *Polytrichaceen* sehr ausgezeichnet. Zu den charakteristischen Arten dieses Bezirkes gehören: Die Torfmoose *Sphagnum cuspidatum, compactum* und *subsecundum, Bruchia palustris, Dicranum cerviculatum, Catharinea tenella, Polytrichum gracile;* ferner *Trichostomum glaucescens, Dicranum subulatum, Grimmia ovata, Gümbelia elliptica, Coscinodon pulvinatus, Mnium hornum, spinulosum* und *affine, Buxbaumia aphylla, Anomodon curtipendulus* und *Conomitrium julianum.*

Vortrag.

Über die Nervation der Blätter und blattartigen Organe bei den Euphorbiaceen, mit besonderer Rücksicht auf die vorweltlichen Formen.

Von dem c. M., **Dr. C. v. Ettingshausen.**

(Mit VIII Tafeln.)

Die Untersuchungen und das Studium, der in den Erdschichten begrabenen Reste früherer Schöpfungen der Pflanzenwelt müssen sich auf Vorarbeiten und Hilfsmittel stützen, welche nur durch das vergleichende Studium der jetzt lebenden Gewächse geliefert werden können. Da die Mehrzahl der vegetabilen Fossilreste aus Blättern oder blattartigen Organen besteht — von den meisten vorweltlichen Pflanzenarten aus der Abtheilung der Dicotyledonen kennt man blos Blätter —; so ist es vorzüglich die genaue Kenntniss der Formen und des Baues dieser Organe, welche eine wesentliche Grundlage der pflanzenpaläontologischen Forschungen bilden soll.

Wie Weniges und Mangelhaftes aber bis jetzt die Naturgeschichte des Pflanzenreiches in diesem Gebiete aufzuweisen hat, erkennen alle jene zu Genüge, welche sich mit der Interpretation der vorweltlichen Pflanzenreste beschäftigen. Leopold von Buch, diesem Zweige der Forschung stets ein lebhaftes Interesse widmend, sprach sich über das Bedürfniss einer das gesammte Pflanzenreich umfassenden Morphologie der Blätter, namentlich mit Berücksichtigung der Nervation, in einer eigenen Schrift über die Blattnerven und ihre Vertheilung (Sitzungsber. der Berliner Akademie d. Wiss. Jän. Hft. 1852) umständlich aus, und es muss Staunen erregen, wie treffend er, in diesem Fache doch mehr fremd, manche Bezeichnung der Nervenanordnung und die Eintheilung der von ihm aufgeführten Blätter vorgenommen. Buch's Schrift hatte jedoch nur den Zweck, die Aufmerksamkeit der Botaniker auf einen so vernachlässigten Zweig zu lenken und zur Abhilfe dieses Bedürfnisses anzuregen. Das Gleiche kann auch für Bianconi's Arbeit über das Gefäss-System der Blätter, und für einige andere unbedeutendere Versuche gelten.

In den genannten Schriften wird auf die Durchführung eines Systems der Dicotyledonen-Blätter, etwa nach Anhaltspunkten, welche die Nervation bietet, als ein noch anzustrebendes Ziel hingedeutet.

Nach der Ansicht Vieler, der auch ich beipflichte, ist eine derartige Durchführung, selbst wenn sie nur einzelne Unterabtheilungen der Dicotyledonen umfassen soll, aus dem Grunde unmöglich, da fast jede Ordnung derselben den Formenkreis der Blätter erschöpft und ein und derselbe Typus der Nervation in mehreren Ordnungen zugleich vorkommt. Ich erinnere nur an die in der Form und Nervation so übereinstimmenden Blätter mehrerer Arten von *Ficus* und *Vochysia, Cinnamomum* und *Strychnos, Mertensia* und *Ceanothus* oder *Zizyphus*, von *Fagus* und *Dipterocarpus*, von *Salix* und einigen *Lythrarien*, *Jacaranda* und *Mimoseen*, *Nyssa-Diospyros-* und *Pittosporum*-Arten, von *Santalum* und *Sapotaceen* u. v. a. In solchen im Systeme zerstreuten Fällen lassen sich oft nur durch die genaueste Vergleichung Unterschiede finden, die meist auf dem subtilen Merkmale der Nervation allein beruhen. Andererseits treffen wir die heterogensten Blattformen in einer und derselben Ordnung, ja selbst Gattung an, wie z. B. bei den *Bignoniaceen*, *Saxifragaceen*, *Büttneriaceen*, *Euphorbiaceen*, bei *Ficus*, *Sterculia*, u. v. a.

Es kann daher von einer einzelne höhere Abtheilungen oder mehrere Ordnungen durchgreifenden Classification der Blätter, ohne unpassende Zusammenstellung des weit Entfernten und verwirrende Zersplitterung des Zusammengehörigen, keine Rede sein.

Die Forderung, welche die Erforschung der Geschichte der Pflanzen an die Botanik zu stellen hat, beschränkt sich hauptsächlich auf Vervollkommnung der Physiographie; vor Allem sollen die Stämme und Blätter der Dicotyledonen einer sorgfältigeren Durchprüfung als bisher unterzogen und die Charaktere derselben durch Beschreibungen mit möglichst naturgetreuen Zeichnungen erläutert, festgestellt werden Dass dies am zweckmässigsten durch die monographische Bearbeitung der einzelnen Ordnungen in der angegebenen Richtung erzielt werden kann, bedarf meines Erachtens keiner ausführlichen Beweisführung.

Es wurde hier der Versuch gemacht, die unterscheidbaren Blattformen bei den *Euphorbiaceen*, einer in dieser Richtung wenig

bekannten Familie zu classificiren, und derselbe mit auf das Vollkommenste der Natur entsprechenden Abbildungen begleitet, die nach der neuen höchst schätzbaren in der k. k. Hof- und Staatsdruckerei erfundenen Methode des „Naturselbstdruckes" dargestellt wurden. Bei der Schwierigkeit eine vollständige Bearbeitung der Blätter aller bekannten Arten dieser umfangreichen Familie zu liefern, darf meine Arbeit nur als ein kleiner Beitrag hiezu angesehen werden und findet ihre eigentliche Rechtfertigung in dem Ziele, welches sie sich setzte. Es wurden nämlich nur solche Arten in nähere Betrachtung gezogen, deren Blätter mit vorweltlichen Blatt-Überresten so grosse Ähnlichkeit darbieten, dass sie als denselben nahestehend hervorgehoben werden müssen, oder doch bei der Bestimmung und Erklärung der letzteren nicht übersehen werden können. In einigen Fällen ist die Repräsentation dieser Familie in der Flora der Vorwelt ausser Zweifel gesetzt. Meine Angaben stützen sich auf die Sammlungen von fossilen Pflanzenresten des Museums der k. k. geologischen Reichsanstalt, und des kaiserlichen Hof-Mineralien-Cabinetes, welche zusammengenommen, wohl alle derzeit in anderen Museen bestehenden Sammlungen dieser Art an Vollständigkeit und Reichhaltigkeit übertreffen dürften.

Es möge daher vorliegende Schrift zugleich als eine Vorarbeit zur Bestimmung und Beschreibung der zahlreichen neuen oder bisher noch nicht genügend erklärten Fossilreste der erwähnten Sammlungen aufgenommen werden.

Eintheilung der Blätter der Euphorbiaceen.

A. Einfache Blätter.

1. Mit randläufiger Nervation *(n. craspedodroma)*.

Secundärnerven einfach, meist genähert, geradlinig oder in nur sehr wenig gekrümmten Bogen dem Rande zulaufend, an welchem sie sogleich endigen.

Diese Abtheilung von Blättern, welche wir vorzugsweise bei den *Cupuliferen* und *Ulmaceen* entwickelt finden, ist hier sowie bei den meisten höheren Dicotyledonen-Ordnungen nur spärlich vertreten. Mit Ausnahme der blattartigen Inflorescenzformen von *Phyl-*

lanthus, bei welchen der bezeichnete Nervationstypus vorherrscht, können wir nur wenige Arten der Geschlechter *Omalanthus* und *Bridelia* als hieher gehörig angeben. Aus letzterem Geschlechte können *Bridelia spinosa* Willd. und einige nahe verwandte asiatische Arten der Analogie ihrer Blätter mit fossilen Formen wegen näher betrachtet werden.

2. Mit spitzläufiger Nervation *(n. acrodoma)*.

Zwei oder mehrere untere Nerven laufen im Bogen zwischen dem Mittelnerv und dem Rande der Spitze des Blattes zu.

Diese Nervationsform, welche im Gewächsreiche der Gegenwart ziemlich vereinzelt, auf mehrere im Systeme weit von einander entfernte Ordnungen vertheilt erscheint, tritt bei den Euphorbiaceen in den Geschlechtern *Jatropha*, *Alchornea*, *Hippomane* und *Sarcococca* auf. Die Blätter der hierher zu rechnenden Arten, besonders der beiden letzteren Geschlechter zeigen mehr oder weniger den Typus gewisser *Laurineen*- oder *Rhamneen*-Formen.

3. Mit bogenläufiger Nervation *(n. camptodroma)*.

Secundärnerven stark, in einem Bogen dem Rande zulaufend, um erst da mit den zunächst liegenden oberen Nerven zu anastomosiren, in meist grösseren Abständen von einander entspringend.

Eine Nervationsform, welche im Systeme sehr verbreitet, bei den höheren Dicotyledonen verhältnissmässig häufiger als bei den Apetalen entwickelt ist. Unter den Euphorbiaceen finden wir dieselbe vorzüglich bei Arten der Geschlechter *Styloceras*, *Dactylostemon*, *Hura*, *Stillingia*, *Plucknetia*, *Botryanthe*, *Hecatea*, *Mabea* und *Gelonium*.

4. Mit schlingläufiger Nervation *(n. brochidodroma)*.

Secundärnerven fein, ziemlich entfernt, unter wenig spitzen Winkeln entspringend und fast geradlinig bis zur Mitte der Blatthälfte oder nur wenig über dieselbe hinaus verlaufend, um mit beiden zunächst liegenden gleichnamigen Nerven Schlingen zu bilden, aus deren dem Blattrande zugekehrter Seite Tertiärnerven oder stärkere Netznerven hervorgehen.

Diese Nervationsform zeigt sich in unserer Ordnung ziemlich verbreitet; wir zählen hierher Arten der Geschlechter *Maprounea*, *Excoecaria*, *Sebastiania*, *Sarothrostachys*, *Stylingia*, *Mabea*, *Baloghia* und *Phyllanthus*.

5. Mit netzläufiger Nervation *(n. dictyodroma)*.

Secundärnerven fein, meist genähert, mehr oder weniger schlängelig, nach kurzem Verlaufe in ein zartes Blattnetz übergehend.

Unstreitig die am häufigsten vorkommende Nervation der Dicotyledonen, welche in unserer Familie mit den Bogenläufern und Schlingläufern die vorherrschenden Typen bildet. Besonders charakteristische Formen derselben bieten Arten von *Euphorbia*, *Anthostema*, *Adenopeltis*, *Colliguaja*, *Excoecaria*, *Styloceras*, *Hippomane*, *Omalanthus*, *Stillingia*, *Gelonium*, *Phyllanthus* u. a.

6. Mit strahlenläufiger Nervation *(n. actinodroma)*.

Zwei oder mehrere an der Einfügungsstelle des Stieles in den Laminartheil entspringende Basalnerven laufen strahlenförmig divergirend den Spitzen der Einschnitte oder Lappen des Blattes zu.

Diese wohl charakterisirte und im Gewächsreiche sehr verbreitete Nervation kommt in einigen Fällen der spitzläufigen Nervationsform nahe. Hier ist sie bei Arten der Geschlechter *Dalechampia*, *Pachystemon*, *Tragia*, *Mappa*, *Macaranga*, *Aleurites*, *Elaeococca*, *Jatropha*, *Curcas*, *Cnidoscolus*, *Manihot*, *Ricinus* und *Andriana* vertreten.

7. Mit gewebläufiger Nervation *(n. hyphodroma)*.

Secundärnerven fehlend oder kaum hervortretend.

Bei Arten von *Pedilanthus*, *Euphorbia*, *Ricinocarpus*, *Amperea*.

B. Zusammengesetzte Blätter.

Arten mit gefiederten Blättern sind für die Euphorbiaceen ausnahmsweise Fälle und finden sich nur in den Geschlechtern *Siphonia* und *Anda*.

Beschreibung der Blätter.

Maprounea guianensis Aubl.

Taf. I, Fig. 1—3.

Guiana, Surinam, Brasilien.

Blätter eiförmig, gestielt, ganzrandig, an der Basis spitzlich, an der Spitze etwas vorgezogen; Nervation schlingläufig; Secundärnerven unter Winkeln von 60—70° aus dem verhältnissmässig ziemlich hervortretenden Mediannerven entspringend, fein, geradlinig, genähert, mit feineren und kürzeren untermischt, über der Mitte der Blatthälfte in geradlinige divergirende gabelspaltige Äste getheilt, in ein aus gröberen etwas länglichen Maschen bestehendes Netz übergehend.

Unter den Pflanzenfossilien der Eocen-Schichten von Sotzka in Untersteiermark kamen mir einige Blätter zu Gesichte, welche mit den eben beschriebenen besonders in der Nervation viele Ähnlichkeit zeigen. Ob jedoch dieselben in der That hieher gehören ist noch zweifelhaft. Die Blätter sind leicht mit Leguminosen-Blättchen zu verwechseln, von welchen sie nur durch den längeren Stiel und die fast gleichförmige Entwickelung der Blatthälften unterschieden werden können.

Adenopeltis Colliguaja Bert.

Taf. I, Fig. 7—8.

Chili.

Bl. länglich oder elliptisch, kurz gestielt, am Rande klein knorpelig gezähnt, an der Basis kaum verschmälert, stumpflich, an der Spitze abgerundet-stumpf: Nervation schlingläufig; Secundärnerven sehr fein, sich alsbald in ein wenig hervortretendes aus rundlichen Maschen bestehendes Netz auflösend.

In den Eocen-Schichten von Häring in Tirol fand sich ein Blatt, welches wahrscheinlich mit dieser und einigen anderen zunächst stehenden Formen nahe verwandt ist. Ich habe es unter das Geschlecht *Colliguaja* gestellt, woselbst es mit den Blättern einer noch nicht näher bestimmten Art aus Chili die grösste Ähnlichkeit zeigt. Die vorliegende Blattform kann leicht mit Blättern von *Myrsineen*, *Ericaceen* und *Celastrineen*, welche häufig im fossilen Zustande vorkommen, verwechselt werden.

Colliguaja brasiliensis Vil.

Taf. II, Fig. 5 [1]).

Brasilien.

Bl. lineallanzettlich oder lineal, am Rande sehr fein knorpelig-gezähnt, an der Basis in einen kurzen Stiel verschmälert, an der wenig spitzen Endspitze mit einem knorpeligen Dörnchen versehen; Nervation netzläufig, Secundärnerven fein, zahlreich, genähert, aus dem verbreiterten Mediannerven unter Winkeln von 40—50° entspringend, wellig, an der Spitze gabelspaltig.

Mit der beschriebenen Blattform ziemlich ähnliche kommen in den Tertiärschichten hin und wieder vor, daher ich dieselbe hier abbilde. Die feine Zähnelung des Randes kann im fossilen Zustande leicht unbemerkbar sein, und man wird sodann ein solches Blatt eher für eine *Apocynee* ansprechen, wozu der breite, milchsaftführende Mittelnerv einladet. Mit einer *Salicinee* lässt sich dasselbe wohl nicht so leicht verwechseln.

Excoecaria serrulata Miq.

Taf. I, Fig. 9.

Brasilien.

Bl. eiförmig oder eilänglich, gestielt, an der Basis abgerundet, an der Spitze verschmälert, am Rande entfernt und unregelmässig gezähnelt; Nervation schlingläufig, Secundärnerven ziemlich fein, entfernt, aus dem nur um Weniges mächtigeren Mediannerven beiläufig unter dem Winkel von 70° abgehend. Tertiärnerven spärlich, aus dem Mediannerven unter nahe rechtem, aus den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, in ein wenig entwickeltes, aus länglichen Maschen gebildetes Netz übergehend.

Ein sehr ähnliches Blatt fand ich unter den Pflanzenfossilien von Sagor in Krain.

Excoecaria lucida Swartz.

Taf. III, Fig. 3.

Jamaica.

Bl. länglich verkehrt-eiförmig, kurz gestielt, an der Basis verschmälert, an der Spitze stumpflich, am Rande entfernt gezähnelt; Nervation netzläufig, Secundärnerven fein, genähert, gabelspaltig, aus dem hervortretenden, starren Mediannerven unter Winkeln von 40—50° entspringend, in das kleinmaschige, hervortretende Netz sich auflösend.

Die Blätter dieser Art sehen *Myrica*-Blättern täuschend ähnlich; und da solche in den Tertiärschichten nicht selten gefunden werden, so möchte ich die Aufmerksamkeit der Paläontologen auf dieselbe hinlenken.

---

[1]) Bei diesem Abdrucke ist die äussert feine Zähnelung des Blattrandes nicht sichtbar, da der Rand sich etwas eingerollt hat.

Excoecaria tinifolia Swartz.

Taf. IV, Fig. 5.

Jamaica.

Bl. breit-eiförmig oder elliptisch, kurz gestielt, an der Basis und an der Spitze wenig spitz oder stumpflich, ganzrandig, von derber lederartiger Textur; Nervation schlingläufig; Mediannerven schwach hervortretend, die Secundärnerven ziemlich fein, mit kürzeren untermischt, die schlingenbildenden entfernt, die unteren unter Winkeln von 70—80°, die oberen unter Winkeln von 50—60° abgehend.

An diese Blattform mahnen einige von Unger zum Geschlechte Pyrus gestellte Blattfossilien von Radoboj, Parschlug und Sotzka.

Sebastiania foveata Klotzsch

Fig. II, Taf. 2—4.

Brasilien.

Bl. eiförmig, gestielt, an der Basis spitz, an der Spitze vorgezogen, stumpflich, am Rande stumpf-gekerbt oder gezähnelt; Nervation bogenläufig, Secundärnerven sehr fein, entfernt, unter Winkeln von 40—50° entspringend, an der Spitze gabelspaltig, tertiäre spärlich, querläufig.

Eine Blattform, die sich einer zu Sotzka aufgefundenen Form, welche auch mit mehreren *Celastrineen* (besonders mit Arten von *Elaeodendron*) und *Hippocrateaceen* verglichen werden kann, sehr nähert.

Sebastiania divaricata Klotzsch.

Taf. III, Fig. 6.

Brasilien.

Bl. eiförmig, elliptisch oder länglich, kurzgestielt, an beiden Enden spitz, am Rande klein gezähnt oder gekerbt, von dünner Textur; Nervation schlingläufig; Secundärnerven aus dem feinen unter der Spitze fast verschwindenden Mediannerven unter Winkeln von 40—50° entspringend, sehr fein, etwas wellig, entfernt, an der Spitze gabelspaltig in ein grossmaschiges Netz übergehend.

Mit Blättern von Parschlug und Sotzka ähnlich.

Dactylostemon angustifolius Klotzsch.

Taf. II, Fig. 7.

Brasilien.

Bl. lanzettförmig, zugespitzt, gestielt, ganzrandig; Nervation bogenläufig; Secundärnerven unter Winkeln von 50—60° entspringend, ungleich entfernt, tertiäre unter denselben Winkeln abgehend in ein lockeres aus rundlichen oder querovalen Maschen gebildetes Netz sich auflösend.

Mit Blattfossilien von Radoboj und Sagor in Form und Nervation sehr ähnlich.

Sarothrostachys Luschnathiana Klotzsch.

Taf. II, Fig. 6.

Brasilien.

Bl. lanzettförmig, kurz gestielt, ganzrandig, an der Basis wenig zusammengezogen, stumpf, an der Spitze verschmälert; Nervation schlingläufig; Secundärnerven aus dem unten ziemlich starken, nach der Spitze schnell fein werdenden primären Nerven unter Winkeln von 50—60° entspringend, entfernt, nur an der Spitze gabelästig; Blattnetz wenig entwickelt; tertiäre Nerven vom primären unter rechtem, von den secundären Nerven unter spitzem Winkel abgehend.

Sehr übereinstimmende Blattformen finden wir in den fossilen Floren von Radoboj, Sagor und Sotzka. Ob nun dieselben geeigneter hierher zu ziehen sind oder unter den bisherigen Bestimmungen als *Banisteria*, *Diospyros* und *Anona* zu verbleiben haben, werden spätere Erörterungen darlegen.

Styloceras laurifolia Kunth.

Taf. V, Fig. 2.

Tropisches America.

Bl. eiförmig oder elliptisch, ganzrandig, gestielt, an der Basis und Spitze wenig verschmälert, von derber lederartiger Textur; Nervation bogenläufig, primärer Nerv stark, hervortretend, Secundärnerven stark, die unteren fast gegenständig unter Winkeln von 30—40°, die oberen unter 50—60° entspringend, entfernter von einander gestellt als die unteren, wechselständig, tertiäre Nerven spärlich, fast querläufig.

Diese Blattform ist mir zwar noch nicht unter den Fossilen vorgekommen, ich habe sie aber aus dem Grunde hier aufgenommen, da sie mit mehreren Blattformen vorweltlicher *Laurineen* viele Ähnlichkeit zeigt und leicht mit denselben verwechselt werden könnte.

Omalanthus populifolia A. Juss.

Taf. II, Fig. 1.

Ostindien, Neuholland.

Bl. deltaförmig, langgestielt, ganzrandig, spitz, an der Basis fast abgestutzt oder nur wenig vorgezogen. Stiel rundlich; Nervation unvollkommen randläufig, Secundärnerven fein, aus dem allmählich feiner werdenden, an der Spitze fast verschwindenden Mediannerven unter Winkeln von 60—65°, die untersten fast grundständigen nach aussen ästigen unter 50° entspringend, alle an der Spitze ästig; tertiäre Nerven fast querläufig, gabelspaltig, ein feines lockeres, aus rundlichen Maschen bestehendes Netz bildend. Blatt-Textur dünnhäutig.

Von den zahlreichen pappelähnlichen Blattformen der Vorwelt dürfte vielleicht eine zu Sotzka in Untersteiermark aufgefundene zu dem Geschlechte *Omalanthus* gehören.

Omalanthus spec. nov. Friedrichsthal, n. 1245.

Taf. III, Fig. 1—2.

Guatemala.

Bl. rundlich, lang gestielt, an der Basis abgerundet, an der Spitze vorgezogen, am Rande klein gesägt oder gezähnelt, Zähne nach vorne gekehrt, Stiel rundlich, so lang oder länger als die Lamina; Nervation netzläufig, primärer Nerv stark, ziemlich hervortretend; secundäre Nerven fein, genähert, etwas geschlängelt, unter Winkeln von 70—90° entspringend, an der Spitze ästig; tertiäre Nerven unter rechtem Winkel abgehend, gabelspaltig, Äste divergirend in ein zartmaschiges, gedrängtes Netz sich auflösend.

Zu dieser interessanten und charakteristischen Blattform einer wahrscheinlich neuen *Omalanthus*-Art fand sich, wie ich an einem anderen Orte zeigen werde, eine Analogie in der fossilen Flora von Sotzka.

Hippomane . . . . . Blanchet, n. 3657.

Taf. I, Fig. 4—5.

Brasilien.

Bl. eiförmig oder eilänglich, kurz gestielt, an der Basis abgerundet oder stumpflich, an der Spitze verschmälert-vorgezogen, am Rande stumpf- oder wellig klein gekerbt: Nervation spitzläufig, Basilarnerven fein, gegen die Spitze zu geschlängelt, übrige Secundärnerven sehr fein, fast querläufig, genähert, in das zarte Blattnetz übergehend.

Die feine Kerbung des Randes, die genäherten, unter sich gleichen, fast querläufigen Secundärnerven unterscheiden diese eigenthümliche Blattform von den ähnlichen Spitzläufern in der Familie der *Rhamneen*. Ich habe dieselbe wegen der auffallenden Übereinstimmung ihrer Form und Nervation mit den zu Sotzka sehr häufig und am Monte Promina nicht selten vorkommenden Blättern, welche Unger *Melastomites Druidum* benannte, hier abgebildet.

Stillingia sylvatica Linn.

Taf. III, Fig. 4—5.

Louisiana, Florida.

Bl. länglich, elliptisch oder lanzettförmig, kurz gestielt, an beiden Enden spitz, am Rande fein gesägt-gekerbt; Stiel an der Basis der Blattfläche mit zwei Drüsenpunkten; Nervation netzläufig, Secundärnerven sehr fein, aus dem ziemlich starken Mediannerven unter Winkeln von 50—60° entspringend, geschlängelt, nicht genähert, fast einfach; Blattnetz nicht entwickelt.

Vorliegende Blattform dürfte unter den zahlreichen fossilen *Salicineen*-Formen sich hin und wieder entdecken lassen. Ich habe ein sehr ähnliches Blatt in den Schiefern von Fohnsdorf in Steiermark gefunden.

Stillingia . . . . . Friedrichsthal, n. 1315.

Taf. IV, Fig. 1.

Guatemala.

Bl. länglich elliptisch oder lanzettförmig, lang gestielt, an der Basis etwas verschmälert, spitzlich, an der Spitze stumpflich, ein wenig vorgezogen, am Rande fein-wellig gekerbt; Stiel an der Basis der Blattfläche mit zwei hervorragenden Drüsen besetzt; Nervation bogenläufig, Secundärnerven genähert, mit kürzeren untermischt, stark bogig, unter Winkeln von 60—70° entspringend; tertiäre Nerven zahlreich, fast querläufig, ästig, in ein aus länglichen Maschen bestehendes Netz übergehend.

Einer in den Eocen-Schichten von Sagor in Krain aufgefundenen Blattform ausserordentlich ähnlich.

Stillingia spec. nov. Cumming, n. 1100.

Taf. IV, Fig. 2.

Philippinen-Inseln.

Bl. deltaförmig, zugespitzt, lang gestielt, an der Basis abgestutzt, an der Spitze etwas vorgezogen, am Rande entfernt und stumpflich wellig-gezähnt Blattstiel verhältnissmässig stark, fast so lang als die Lamina, an deren Insertionsstelle auf ihrer obern Fläche zwei rundliche Drüschen sitzen; Nervation unvollkommen randläufig, Secundärnerven etwas bogig, ziemlich hervortretend unter Winkeln von 45—60° entspringend, die untersten entfernter, fast grundständig, nach aussen ästig, die oberen mehr genähert, oft einfach, bis zu den Zähnen verlaufend, aber an diesen nicht endigend, sondern parallel dem Rande dem nächst obern Nerven zulaufend und sich mit demselben verbindend; tertiäre Nerven meist einfach; Netznerven zahlreich aus den secundären und tertiären Nerven unter rechtem Winkel abgehend, nicht genähert, noch zartere und ebenso gestellte quinternäre Nerven absendend, welche ein zierliches, aus beinahe quadratischen Maschen bestehendes Netz bilden.

Wir haben eine derartige Blattform zwar noch nicht fossil gefunden, stellen jedoch dieselbe ihrer Ähnlichkeit wegen mit den bei *Omalanthus* betrachteten Formen gleichfalls hierher.

Sapium oppositifolium Klotzsch.

Taf. I, Fig. 10—11.

Brasilien.

Bl. länglich verkehrt eiförmig, wenig spitz, an der Basis keilförmig verschmälert, kurz gestielt, am Rande entfernt klein-gezähnt; Nervation netzläufig, Secundärnerven aus den schwachen, unter der Spitze fast verschwindenden primären unter verschieden spitzen Winkeln entspringend, etwas schlängelig, an der Spitze gabelspaltig, untere Äste parallel, dem Rande nach abwärts laufend; Netz aus sehr zarten, in die Länge gezogenen Maschen gebildet.

Mit *Myriceen*, *Ericaceen* und *Celastrineen* leicht zu verwechseln. Sie gehören jedenfalls in den Formenkreis der mit vorweltlichen Blattresten in Vergleich zu stellenden Blätter der jetzigen Flora.

Sapium laurocerasum Desf.

Antillen.

Bl. länglich-elliptisch oder breit-lanzettlich, gestielt, an beiden Enden stumpflich, am Rande fein wimperig-gezähnelt; Nervation netzläufig, Secundärnerven aus dem verbreiterten, viele Milchsaftgefässe führenden primären unter Winkeln von 80—90° entspringend, etwas geschlängelt, genähert, einfach oder gabelästig, Äste fast parallellaufend; tertiäre Nerven spärlich, ziemlich entfernt, unter verschiedenen Winkeln abgehend, ein lockeres Netz bildend.

Ein ähnliches Blatt erhielt ich aus den Schichten von Sagor. Da die Blätter des *Sapium laurocerasum* leicht aus Gewächshäusern erhalten werden können, so wurde hier nichts davon in die Tafeln aufgenommen.

Caelebogyne sp. nov.

Taf. V, Fig. 3—5.

Neuholland.

Bl. rundlich, sehr kurz gestielt oder sitzend, ausgeschweift-dornig-gezahnt, von derber lederartiger Textur; Nervation netzläufig, primärer Nerv stark hervortretend, an der Spitze mit einem Dörnchen endigend, Secundärnerven unter Winkeln von 80—90° entspringend, ästig, in ein eigenthümlich geformtes strahlenläufiges Netz übergehend.

Diese Form nähert sich der *Quercus aspera* Ung. von Parschlug ebenso als *Quercus coccifera* L. Übrigens unterscheidet sich die genannte fossile Form von beiden wesentlich durch eine spitzläufige Nervation.

Botryanthe discolor Klotzsch.

Taf. IV, Fig. 3—4.

Brasilien.

Bl. eilanzettförmig, an der Basis stumpflich oder wenig spitz, kurz gestielt, an der verschmälerten Spitze lang vorgezogen, am Rande gezähnt; Nervation bogenläufig, Secundärnerven aus dem stark entwickelten Mediannerven unter Winkeln von 45—60° entspringend, ziemlich hervortretend, tertiäre Nerven aus dem primären unter rechten, aus den secundären unter spitzen Winkeln abgehend, fast querläufig, etwas entfernt, meist einfach, zahlreiche kleine, ein regelmässiges rundmaschiges Netz bildende Netznerven aussendend.

Ich will diese Form keineswegs mit einigen zu Sotzka in Untersteiermark, Parschlug, Radoboj, Öningen, in der niederrheinischen

Braunkohlen-Formation u. a. O. vorkommenden juglans-artigen Fragmenten vergleichen, muss jedoch angeben, dass derselben besonders die als *Juglans hydrophila* Ung. bezeichneten Fossilien in einigen zu Sotzka erschienenen Formen ihren Merkmalen nach ziemlich nahe kommen.

Alchornea nemoralis Mart

Taf. VIII, Fig. 2.

Brasilien.

Bl. eiförmig, kurz gestielt, an der Basis abgerundet, an der stumpfen Spitze etwas vorgezogen, am Rande entfernt stumpflich gezähnt, Textur lederartig; Nervation spitzläufig, Secundärnerven mächtig, die grundständigen unter dem Winkel von 20°, die übrigen unter Winkeln von 60—70° entspringend, entfernt, bogig; tertiäre Nerven aus dem primären und secundären Nerven unter rechtem Winkel abgehend, etwas schlängelig, einfach oder ästig, die äusseren der grundständigen Nerven stärker entwickelt; Blattnetz fein, aus feinen, ungleichen, rundlichen Maschen bestehend.

Diese Blattform zeigt viele Übereinstimmung mit der gezähnten den *Laurineen* beigezählten *Daphnogene paradisiaca* Ung. Letztere scheint die Mitte zu halten zwischen der genannten und der folgenden Art. Unter den zahlreichen *Laurineen* der Jetztwelt gibt es keine einzige Form mit gezähnten Blättern.

Alchornea Hermesia Swartz.

Taf. VIII, Fig. 1.

Brasilien.

Bl. länglich-eiförmig, gestielt, an der Basis abgerundet oder etwas verschmälert, an der Spitze vorgezogen, am Rande stumpf gezahnt, Nervation spitzläufig, secundäre Nerven hervortretend, die grundständigen nach aussen ästig, unter Winkeln von 20—30°, die übrigen unter 50—70° entspringend, entfernt, bogig; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter spitzen Winkeln abgehend, fast querläufig, gerade, meist einfach, ein feines aus rundlichen Maschen gebildetes Netz einschliessend.

Jatropha n. sp.

Taf. VI, Fig. 4.

Neuseeland.

Bl. rhombisch-eiförmig, eilänglich oder verkehrt eiförmig, grobgezähnt, an der keilförmig verschmälerten Basis ganzrandig; Nervation spitzläufig, secundäre Nerven fein, wenig hervortretend, die grundständigen, nach aussen ästig unter Winkeln von 10—20°, die übrigen unter 30—45° entspringend, entfernt, alle ästig; tertiäre Nerven unter verschiedenen Winkeln abgehend, geschlängelt, ästig, in ein lockeres grossmaschiges Netz übergehend.

Eine weniger der oben erwähnten *Laurineen*-Form, als vielmehr einer *Acerinee* der Vorwelt analoge Blattbildung. Wir werden bei einer anderen Gelegenheit auf dieselbe zurückkommen.

Baloghia lucida Endl.

Taf. V, Fig. 1.

Insel Norfolk.

Bl. länglich-elliptisch oder verkehrt-eilanzettförmig, kurz gestielt, ganzrandig, an der Basis mehr oder weniger spitz, an der Spitze etwas vorgezogen oder abgerundet-stumpf; Textur lederartig; Nervation schlingläufig, primärer Nerv stark, an der Spitze wenig verfeinert, wie abgebrochen, secundäre Nerven fein, gerade, unter Winkeln von 70—80° entspringend, mit zahlreichen kürzeren in das Netz übergehenden gemischt, tertiäre unter sehr verschiedenen Winkeln abgehend, ein lockeres Netz von Quermaschen bildend.

Mit einigen von den Palaeontologen zu *Ficus*- und den Apocyneen gestellten Blättern der Vorwelt vergleichbar.

Gelonium bifarium Sw.

Taf. VII, Fig. 3.

Ostindien.

Bl. eiförmig-rundlich oder elliptisch, gestielt, ganzrandig oder an der Spitze entfernt-gezähnt; Nervation bogenläufig, Secundärnerven unter Winkeln von 45—50° entspringend, an der Spitze ästig, tertiäre Nerven aus dem primären und den secundären unter rechtem oder wenig spitzem Winkel entspringend, bogig, in ein zartes aus rundlichen Maschen bestehendes Netz übergehend.

Eine ähnliche Blattform fand sich bei Sagor.

Bridelia spinosa Willd.

Taf. VI, Fig. 1—3; Taf. VII, Fig. 1.

Ostindien.

Bl. eiförmig oder eilanzettlich, kurz gestielt, ganzrandig; Nervation unvollkommen randläufig, Secundärnerven unter Winkeln von 50—60° entspringend, genähert, an der Spitze ästig oder gabelspaltig, fast gerade; tertiäre Nerven sehr fein, zahlreich genähert, von den secundären unter rechtem Winkel abgehend, einfach oder gabelspaltig, diese senden abermals unter rechtem Winkel äusserst feine, dem freien Auge kaum sichtbare, genäherte, ein Quadratnetz bildende Netznerven ab.

Sehr ähnliche Blattformen, welche nur noch mit *Rhamneen*-Blättern zu vergleichen sind, fanden sich in den Schichten von Sotzka und Sagor vor.

Phyllanthus nutans Swartz.

Taf. VII, Fig. 4—5.

Jamaica.

Bl. rundlich oder elliptisch, kurz gestielt, ganzrandig; Nervation schlingläufig, Secundärnerven aus dem feinen etwas geschlängelten Mediannerven unter Winkeln von 30—60° entspringend, sehr fein, geschlängelt, an der Spitze ästig, in ein zartes, aus ziemlich grossen vieleckigen oder rundlichen Maschen gebildetes Netz übergehend.

Diese und viele andere Arten aus der Untergattung ***Euphyllanthus*** zeichnen sich durch den feinen etwas hin- und hergebogenen Mediannerven und das eigenthümliche aus ziemlich grossen im Umrisse rundlichen Maschen zusammengesetzte Blattnetz aus. Zu Sagor in Krain kamen ganz ähnliche Formen zum Vorschein.

Phyllanthus lucens Poir.

Taf. VII, Fig. 6.

China.

Bl. rundlich, kurz gestielt, an der Basis spitz, ganzrandig; Nervation netzläufig, Secundärnerven aus dem feinen Mediannerven unter Winkeln von 40—45° entspringend, gekrümmt, sehr fein, an der Spitze ästig in ein wenig entwickeltes Netz übergehend.

Eine analoge Blattform kommt in den Miocen-Schichten von Parschlug in Steiermark vor.

Phyllanthus angustifolius Pers.

Taf. VIII, Fig. 3.

Jamaica.

Blattartig erweiterte Ästchen lineallanzettlich oder lineal, sitzend oder in einen sehr kurzen Stiel allmählich verschmälert, am Rande entfernt und klein wimperiggezähnt; Nervation randläufig, Secundärnerven haarfein, unter Winkeln von 5—15° aus dem schwachen primären entspringend, einfach, gerade ein äusserst feines aus linealen Längsmaschen bestehendes Netz zwischen sich fassend.

Phyllanthus elongatus Steud.

Taf. VIII, Fig. 4—5.

Ostindien.

Blattartig erweiterte Äste lanzettförmig, kurz gestielt, an der Basis breit keilförmig, nach der Spitze allmählich verschmälert, am Rande gezähnt, Zähne, genähert, nach vorne gekehrt; Nervation randläufig, Secundärnerven fein, unter Winkeln von 10—20° aus dem starken Mediannerven entspringend, einfach, gerade, ein sehr feines, aus etwas kürzeren linealen Maschen bestehendes Netz einschliessend.

Eine zwischen beiden hier beschriebenen Formen die Mitte haltende Art fand sich in den Eocen-Schichten von Sagor in Krain.

Erklärung der Tafeln.

Taf. I.

Fig. 1—3. *Maprounea guianensis* Aubl. aus Surinam.
„ 4—6. *Hippomane*-Art, noch unbestimmt, von Friedrichsthal in Guatemala gesammelt.
„ 7—8. *Adenopeltis Colliguaja* Bert. von Chili.
„ 9. *Excoecaria serrulata* Miq. aus Brasilien.
„ 10—11. *Sapium oppositifolium* Klotzsch aus Brasilien.

Sämmtlich im Herbarium des k. k. botanischen Museums in Wien aufbewahrt.

Taf. II.

Fig. 1. *Omalanthus populifolia* A. Juss. (*Carumbium populifolium* Reinwardt) in Java einheimisch; cultivirt im kais. Hofgarten zu Schönbrunn.
„ 2—4. *Sebastiania foveata* Klotzsch. aus Brasilien. In der Sammlung des k. k. botanischen Museums.
„ 5. *Colliguaja brasiliensis* Vil. von Brasilien. In der genannten Sammlung.
„ 6. *Sarothrostachys Luschnathiana* Klotzsch. aus Brasilien. In der genannten Sammlung.
„ 7. *Dactylostemon angustifolius* Klotzsch. aus Brasilien. In der genannten Sammlung.

Taf. III.

Fig. 1—2. *Omalanthus*-Art, noch unbestimmt, von Friedrichsthal in Guatemala gesammelt und mit Nr. 1245 versehen. In der Sammlung des k. k. botanischen Museums.
„ 3. *Excoecaria lucida* Swartz von Jamaica.
„ 4—5. *Stillingia sylvatica* Linn. aus Louisiana. In der Sammlung des k. k. botanischen Museums.
„ 6. *Sebastiania divaricata* Klotzsch. aus Brasilien. In der genannten Sammlung.

Taf. IV.

Fig. 1. *Stillingia*-Art, noch unbestimmt, von Friedrichsthal in Guatemala gesammelt, unter Nr. 1315 im k. k. botanischen Museum aufbewahrt.
„ 2. *Stillingia*-Art, neu, von Cumming auf den Philippinen gesammelt und unter Nr. 1100 im k. k. botanischen Museum aufbewahrt.
„ 3—4. *Botryanthe discolor* Klotzsch. aus Brasilien.
„ 5. *Excoecaria tinifolia* Swartz von Jamaica. Beide Arten in der Sammlung des genannten Museums.

Taf. V.

Fig. 1. *Baloghia lucida* Endl. von der Insel Norfolk.
„ 2. *Styloceras laurifolia* Kunth. von Neu-Granada.
„ 3—5. *Caelebogyne*-Art, noch unbenannt, von Herrn Bar. Hügel in Neu-Holland gesammelt.

Sämmtlich in der Sammlung des k. k. botanischen Museums.

Taf. VI.

Fig. 1—3. *Bridelia spinosa* Willd. aus Ostindien. In der Sammlung des k. k. botanischen Museums.
„ 4. *Jatropha*-Art, noch unbestimmt, aus Neu-Seeland. Cultivirt im kais. Hofgarten zu Schönbrunn.

Taf. VII.

Fig. 1. *Bridelia spinosa* Willd. aus Ostindien. In der Sammlung des k. k. botanischen Museums.
„ 2. *Sarcococca pruniformis* Lindl. aus Ostindien. Cultivirt im kais. Hofgarten zu Schönbrunn.
„ 3. *Gelonium bifarium* Sw. aus Ostindien. Cultivirt im genannten Hofgarten.
„ 4—5. *Phyllanthus nutans* Swartz. von Jamaica. In der Sammlung des k. k. botanischen Museums.
„ 6. *Phyllanthus lucens* Poir. aus China. In der genannten Sammlung.

Taf. VIII.

Fig. 1. *Alchornea Hermesia* Swartz aus Brasilien. In der Sammlung des k. k. botanischen Museums.
„ 2. *Alchornea nemoralis* Mart. aus Brasilien. In der genannten Sammlung.
„ 3. *Phyllanthus angustifolius* Pers. von Jamaica. Cultivirt im kais. Hofgarten zu Schönbrunn.
„ 4—5. *Phyllanthus elongatus* Steud. aus Ostindien. Cultivirt im genannten Hofgarten.

VERZEICHNISS

DER

EINGEGANGENEN DRUCKSCHRIFTEN.

(JÄNNER.)

Académie de Médecine. Mémoires T. 17, 18. Paris 1852—53; 4°.

Akademie, k., der Wiſſenſchaften zu Stockholm. Ueberſicht ihrer Verhandlungen im Jahre 1852; 8°. (In ſchwediſcher Sprache.)

Annalen der Chemie und Pharmacie. Bd. 88, Hft. 1; Bd. 89, Hft. 1.

Anzeiger für Kunde der deutschen Vorzeit. 1853, Nr. 5, 6; 1854, Nr. 1.

Auer, A., Die Entdeckung des Naturselbstdruckes etc. (Mit einem Portefeuille Tafeln in Folio.)

— Dasselbe in französischer, italienischer und englischer Sprache.

Berättelse om framstegen i Vertebrerade djurens Naturalhistoria och Ethnografia 1845—50 of C. J. Sundevall. Stockholm 1853; 8°.

Berger, Adolf Franz, Felix Fürſt zu Schwarzenberg, k. k. Miniſter-Präſident ꝛc. Ein biographiſches Denkmal. Leipzig 1853; 8°.

Carlini, Franc., Intorno le misure per la determinazione della differenza di altezza fra il Mar Nero ed il Carpio. Milano 1853; 4°.

Cialdi, Alessandro, Delle Barche a vapore e di alquante proposizioni per rendere più sicura e più agevole la Navigazione del Tevere ecc. Roma 1845; 8°.

— Risultati di studij idrodinamici ecc. sul Porto di Livorno. Firenze 1853; 8°.

Caroni, G., Estratto di un ragguaglio, letta all' I. R. Istituto Veneto intorno ad un' opera inedita del Sig. Aless. Cialdi nella Navigazione del Tevere. Venezia 1846; 8°.

Cramer, A., Het Accomodationsvermogen der Oogen physiolog. toegelicht. (Von der Haarlemer Gesellschaft der Wissenschaften 1852 gekrönte Preisschrift.) Haarlem 1853; 4°.

Dana, James, Structure and Classification of Zoophytes. Philadelphia 1846; 4°.

Erinnerung an die erste Säcularfeier der k. k. orientalischen Akademie am 3. Jänner 1854. Wien 8°.

Faridh Ibnol Táijet, Das arabische hohe Lied der Liebe. In Text und Übersetzung zum ersten Male zur ersten Säcularfeier der k. k. orientalischen Akademie herausgegeben von Hammer-Purgstall. Wien 1854; 8°.

Festrede bei der Säcularfeier der k. k. orientalischen Akademie. Wien 1854; 8°.

Flora 1853. Nr. 41—48. Titel und Inhalt.

Gerlach, F. Dor., Von den Quellen der ältesten römischen Geschichte. Basel 1853; 4°.

Hansen, P. A. et Olufsen O. F. R., Tables du soleil. Copenhagen 1853; 4°.

Jahrbuch des naturhistorischen Landesmuseums von Kärnten. 2. Jahrgang. Klagenfurt 1853; 8°.

Instituto di correspondenza Archaeologica, Annali. 1852. Roma 8°.

— Bullettino 1852. Roma 8°.

— Monumenti inediti 1852. Roma Fol.

Istituto I. R. Lombardo di scienze etc. Giornale, fasc. 25, 26.

Journal, monthly, of medical science. Nr. 156. Edinburgh 1853; 8°.

Lancet, nederlandsch. Jahrg. II. Nr. 11, 12; III. Nr. 1, 2.

Lotos, 1853. Nr. 12 und Titel.

Mohl, J., Rapport annuel fait à la société Asiatique dans la séance générale du 13 Juin 1853. Paris 1853; 8°.

Mortara, Marco, Sull' Armonia delle più recenti teorie cosmiche colla narrazione della genesi. Mantova 1853; 8°.

Mulder, L., Histor.-Krit. Overzigt van de Bepalingen der Äquivalent-Gewigten van 24 Metalen. Utrecht 1853; 8°.

Museum, Francisco-Carolinum. 13. Jahresbericht. Linz 1853; 8°.

Register öfver de till k. Vetensk. Akademien of J. E. Wikström afgifra Års-Berättelser i Botanik 1820—38 of N. J. Anderson. Stockholm 1852; 8°.

Reumont, Alfredo, Delle relazioni della Letteratura italiana con quella di Germania. Firenze 1853; 8°.

— Supplem. terzo alle Notizie bibliograf. dei Lavori pubbl. in Germania sulla storia d'Italia. s. l. et d.

— Italieniſche Diplomaten und diplomatiſche Verhältniſſe. Vom 13. bis zum 16. Jahrhundert. s. l. et d.

Reuter, Jakob, Dritter und vierter Vortrag über Leinen-Induſtrie in Oeſterreich. Wien 1853; 8°.

Romanin, S., Storia document. di Venezia. T. I, p. 2, 3. Venezia 1853; 8°.

Schweigger, J. C. C., Über die Umdrehung der magnetischen Erdpole und ein davon abgeleitetes Gesetz des Trabanten- und Planeten-Umlaufs. Halle 1853; 4°.

Selbskabs, K., Danske Videnskabernes. Skriften, Naturvidensk. Ofdeling. Vol. III. Kjobenh. 1853; 4°.

Société des Antiquaires de Picardie. Programme du concours pour la construction du Musée Napoléon à Amiens. Amiens 1853; 8°.

Ural, der nördliche, und das Küstengebirge Pai-Choi. Untersucht und beschrieben von einer in den J. 1847, 48 und 1850 durch die kaiserl. russische geographische Gesellschaft ausgerüsteten Expedition. Mit Taf. u. Kart. Band I. St. Petersburg 1853, 4°.

Vauquelin, F., De l'application de la suture enchevillée à l'opération de l'entropion spasmodique. Paris 1853; 8°.

Verein, geognoſtiſch-montaniſtiſcher für Steiermark. Dritter Bericht. Graz 1853; 8°.

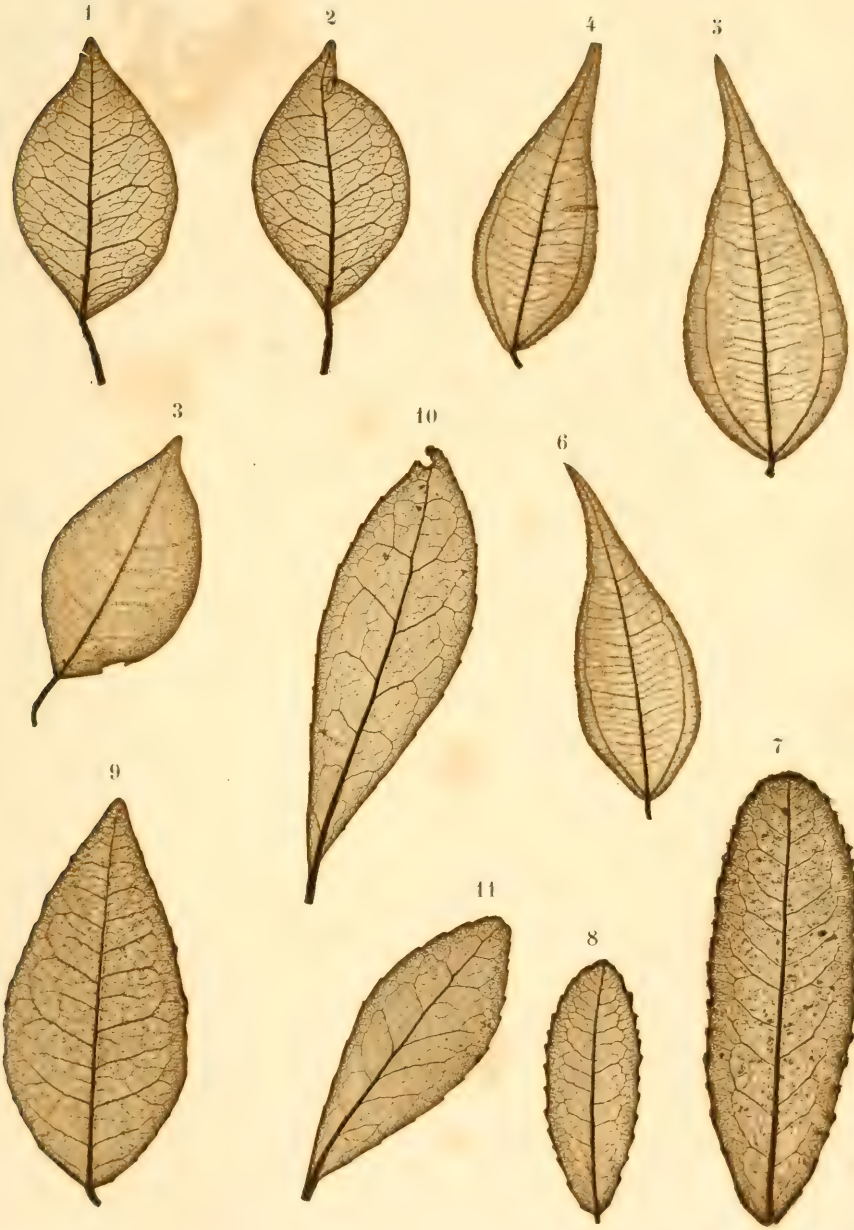
Verein, hiſtoriſcher, für Niederbayern. Verhandlungen. Band III, Heft 2 und 3 in duplo.

Verein, hiſtoriſcher, von und für Oberbayern. Jahresbericht 1852. Archiv für vaterländiſche Geſchichte. Band 14, Heft 1.

Berichtigungen.

Im Bande IX. dieser Sitzungsberichte ist zu lesen:

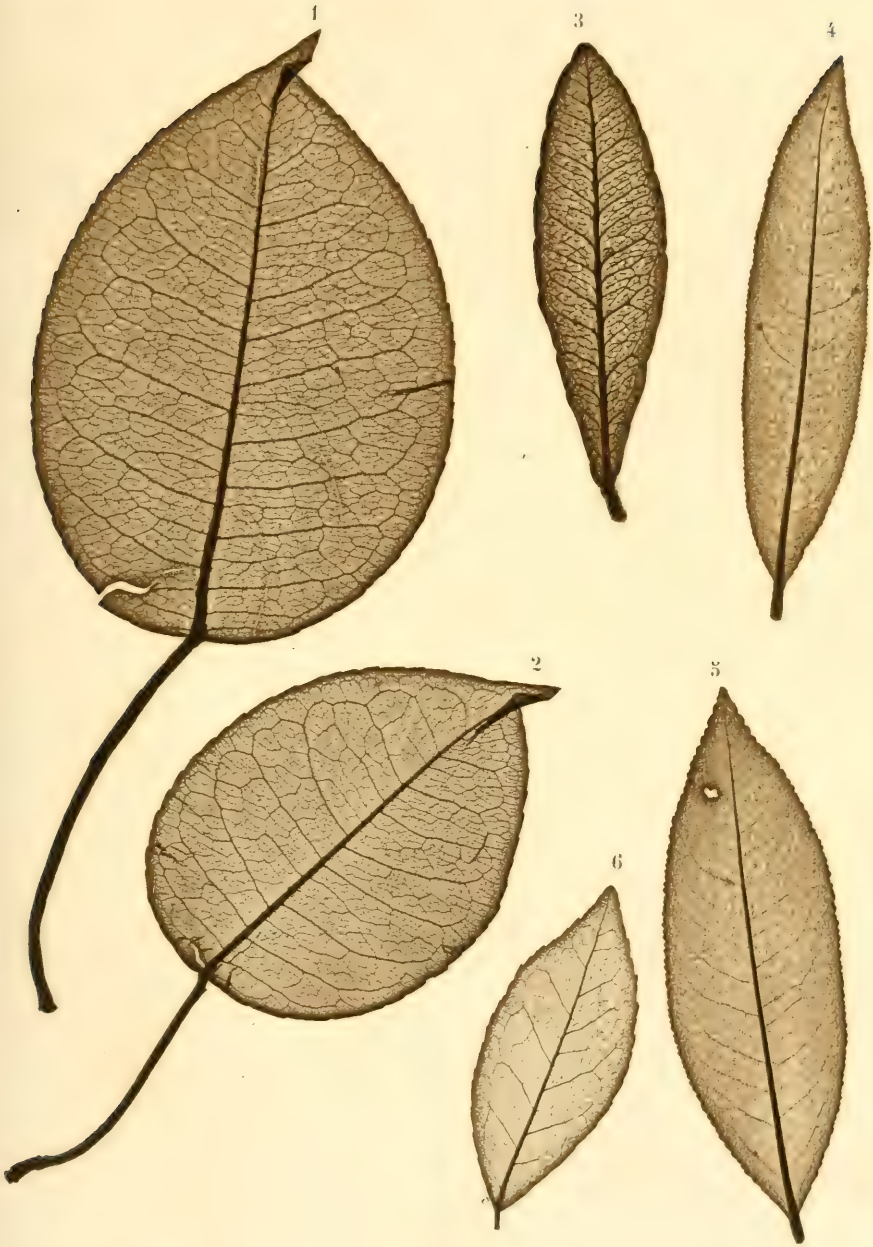
Seite 506 statt 3,3534 Tagen lies: 4,3534 Tagen
„ 508, Zeile 13 v. u. statt 0,993625 < *Perih.* lies: 0,993625 > *Perih.*
„ „ „ 6 „ „ 9,903742 < *M.* „ 9,903742 > *M.*
„ „ „ — „ „ 19,807484 < *M.* „ 19,807484 > *M.*
„ „ „ 5 „ „ 10,03815 > *Aph.* „ 10,03815 < *Aph.*
„ 510 „ 9 „ „ 31″ lies: 32″
„ 512 „ 5 „ „ aber „ eben
„ 514 im vorletzten Absatz Z. 4 v. u. statt 29″ lies: 20″



Naturselbstdruck aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

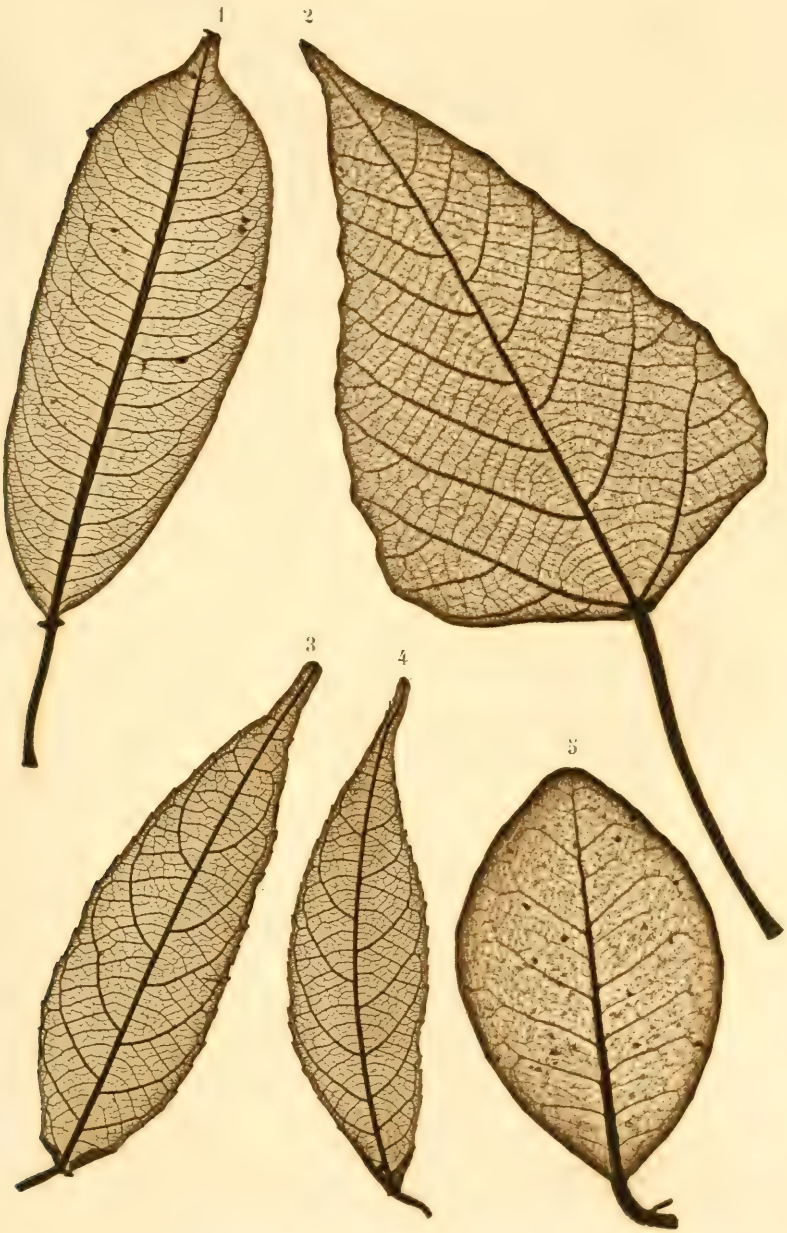
Naturselbstdruck aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. mathem.-naturw. Cl. XII. Bd. I. Hft. 1854.



Naturselbstdruck aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. mathem.-naturw. Cl. XII. Bd. I. Hft. 1854.



Naturselbstdruck aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. mathem.-naturw. Cl. XII. Bd. I. Hft. 1854.

Aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. mathem.-naturw. Cl. XII. Bd. I. Hft. 1854.

Aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. mathem.-naturw. Cl. XII. Bd. I. Hft. 1854.

Aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

Aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. mathem.-naturw. Cl. XII. Bd. I. Hft. 1854.

Übersicht der Witterung in Österreich im December 1853.

Beobachtungsort.	Mittlere Temperatur Reaumur	Maximum Tag	Maximum Temp.	Minimum Tag	Minimum Temp.	Mittlerer Luftdruck. Par. Lin.	Maximum Tag	Maximum Luftdr.	Minimum Tag	Minimum Luftdr.	Dunstdruck Par. Lin.	Niederschlag Par. Lin.	Herrschender Wind	Anmerkungen.
Ragusa[1])	+ 8°72	22·6	+ 13°2	13·3	+ 2°4	334‴49	5·9	337‴20	27·9	330‴13	2‴90	171‴60	NO.	14. 15. 17. 18. Blitze; 28. Gewitter.
Triest	+ 3·20	20·6	+ 9·0	29·3 / 30·9	— 2·2	335·57	15·4 / 25·4	339·30	14·9	328·00	1·81	104·80	ONO.	10. 14. 27. 28. Schnee. [stronger Frost.
Venedig	+ 1·85	8·6	+ 6·6	31·	— 8·9	334·95	1·3	338·85	14·9	327·24	1·92	14·67	NO.	9. 14. 27. St.; 27. Hochwasser u. gr. Schneefall dann
Mailand	— 0·06	1· / 12·	+ 4·2	29·	— 9·6	330·77	1·5	335·33	14·9	324·40	1·80	27·30	SW.	15. ganzen Tag Schneef.; 20. ganzen Tag Regen.
Meran	— 0·92	3·6	+ 5·2	31·3	— 10·0	324·00	1·9	328·18	14·9	317·95	—	14·66	NW.	21. grosser Schneefall. [14. — 10°2).
Kronstadt	— 1·63	22·9	+ 7·3	31·3	— 11·4	315·09	1·9	320·64	28·6	309·92	—	6·39	—	16. VM. Regenbogen; 15. NM., 22. Abends Sturm (am
Alt-Gradisca[2])	— 2·05	2·6	+ 1·7	31·3	— 13·9	334·14	1·3	338·51	15·3	327·88	1·55	32·46	O.	
Hermannstadt[3])	— 2·10	22·6	+ 7·2	31·9	— 11·6	321·26	1·6	326·11	22·9	316·21	1·37	3 80	SO.	15. 7h Fr. St. u. SO., Temp. stieg von —7 auf +1.
Adelsberg	— 2·13	21·6	+ 4·2	26·3 / 31·3	— 8·2	315·01	1·9	318·49	15·3	310·38	—	—	ONO.	11. 25. Bora (14. — 7°0).
Szegedin	— 2·14	21·6	+ 3·9	31·3	15·3	335·05	1 9	340·15	15·3	328·96	—	21·38	—	
Pesth	— 2·30	2·6	+ 2·6	31·3	— 10·6	333·67	1·6	339·00	17·6	328·82	1·48	15·21	NW.	
Laibach	— 2·58	2·6	+ 1·6	30·9	— 15·9	—	—	—	—	—	—	87·62	N.	
Bregenz	— 2·64	17·6	+ 1·3	28·9 / 30·3	— 10·3	320·89	1·3	325·06	15·3	311·81	1·83	5·90	SO.	
Debreczin	— 3·02	21·6	+ 5·8	26·3 / 31·3	— 11·2	333·33	1·6	338·14	15·9	322·33	1·10	36·20	N.	
Wallendorf	— 3·04	1·6	+ 5·8	31·9	— 17·5	323·12	1·9	328·21	22·9	317·16	1·42	28·44	NO.	
Gran	— 3·10	2·6	+ 3·8	31·3	— 12·8	—	—	—	—	—	—	4·18	N.	31. die Donau mit Eis bedeckt.
Obir I.	— 3·17	9·6	+ 6·0	31·3	— 14·5	—	—	—	—	—	—	—	—	
Pressburg	— 3·24	1·6 / 31·3	+ 2·0	25·3 / 31·3	— 11·0	332·32	1·3	337·58	15·3	325·90	1·45	22·00	NO u. NW.	
Markt Aussee	— 3·47	3·6	+ 2·4	30·9	— 14·0	—	—	—	—	—	—	—	SO.	Vom 10. bis 15. stürmisch.
Cilli	— 3·47	21·6	+ 1·6	31·4	— 22·4	328·37	1·8	332·96	15·6	322·62	1·49	40·58	N.	
Wien	— 3·48	3·6	+ 2·5	25·9	— 14·0	330·19	1·5	335·61	15·6	323·46	1.34	11·41	NW. u. SO.	
Brünn	— 3·51	3·6	+ 2·7	28· / 31·	— 17·0	329·46	1·6	335·51	15·6	322·53	1·55	19·48	S. u. N.	14. Sturm aus SO.
Linz	— 3·58	2·9	+ 3·0	26·3	— 16·7	326·64	1·3	331·74	15·3	318·17	1·31	10·08	W.	Seit 28. die Donau theilweise gefroren.
Bodenbach	— 3·65	2·6	+ 3·3	26·9	— 15·8	332·62	1·3	337·93	15 6	324·00	1·29	3·47	SO.	
Holitsch	— 3·70	2·6	+ 5·0	26·3	— 15·0	331·23	1·9	336·25	15·6	324·12	1 28	16·09	S.	14. 15. 31. Stürme aus SO.
Olmütz	— 3·81	15·6 / 31·3	+ 2·0	26·3	— 14·3	329·47	1·6	336·44	15·6	322·81	1 30	—	—	
Jolsva	— 3·83	3·6	+ 4·0	31·9	— 16·0	—	—	—	—	—	—	26·49	N.	
Leutschau	— 3·98	18·6	+ 2·8	26·3	— 13·9	324·83	1·6	330·04	29·3	320·43	1·27	8·31	SO.	Am 30. 2h bis 4h Ab. iridisirende Sonnensäulen.
Salzburg	— 4·00	2·	+ 8·0	27·	— 13·0	319·18	1·	324·19	15·	310·26	1 25	12·20	SO.	
Klagenfurt	— 4·01	22·	+ 2·2	31·	— 18·6	319·79	1·9	324·70	15·9	314·05	1·35	25·91	NO.	Ungewöhnlich trübe.
Alt-Aussee	— 4·03	2·6	+ 3·5	27·4	— 12·6	299·60	1·4	304·31	15·4	292·69	1·20	7·10	W.	10. Sturm aus W.
Rzeszow	— 4·04	4·6	+ 4·4	25·9	— 15·7	330·20	1·6	336·06	13·7	325·52	1·33	17·71	O.	
Stanislau	— 4·14	4·6	+ 2·1	31·3	— 19·0	328·56	1·6	334·66	29·3	322·53	1·25	14·43	SO. u. N.	
Gratz	— 4·16	22·6	+ 3·2	31·3	— 16 8	323·06	1·9	327·80	30·6	314·91	1·35	—	—	
Plan	— 4·19	2·6	+ 3·5	30·3	— 14·5	271·83	2 8	275·37	15·3	266·16	—	—	—	
St. Jakob	— 4·27	22 6	+ 0·5	30·9	— 10·4	300·16	1·9	304·89	15·6	295·05	1·30	45·65	NW.	9. und 10. Schneesturm aus O.
Kremsmünster[4])	— 4·27	2·6	+ 2·2	26·3	— 16·8	321·90	1·4	327·08	15·4	313·30	1·29	10·20	O.	
Oderberg	— 4·32	4·6	+ 1 2	25·9	— 18·3	—	—	—	—	—	—	12·33	NO.	
St. Paul	— 4·32	22·6	+ 2·1	31·3	— 19·4	320·32	1·6	325·91	15·3	314·66	1·26	14·87	SO.	
Prag	4 52	2·	+ 1·9	26·	— 19·8	329·35	1·	334·85	15·	321·86	1·24	7·12	S.	
Saybusch[3])	— 4·52	16·6	+ 5·2	26·3	— 20·2	324·06	1·6	329·65	15·6	318·24	1·19	10·51	SO.	10. 4 Uhr Ab. Sonnensäule; 31. Ab. Sturm a. SW.
Leipa	— 4·59	2·6	+ 2·8	26·3	— 18·7	327·62	1·3	333·01	15·6	320·21	1·17	4 98	S.	Vom 14. auf 15. Sturm aus SO.
Mallnitz	— 4·59	22·6	+ 0·5	30·3	— 13·1	—	—	—	—	—	—	—	—	
Althofen	— 4·69	21·6	+ 1·8	31·9	— 15·6	—	—	—	—	—	1·18	21·60	NO.	
Innsbruck	— 4·71	15·6	+ 5·3	30·3	— 16·4	—	—	—	—	—	—	10·24	NW.	
Krakau	— 4·77	16·	+ 2·4	30·	— 18·7	329·88	1·6	335·67	15·6	324·37	1·27	24·25	O.	13. Sturm aus ONO.; vom 14. auf 15. aus O.
Seuftenberg[5])	— 4·83	18·	+ 2·2	26·3	— 18·8	320·68	1·5	326 36	15·6	314·01	1·22	17·82	O.	
Mürzzuschlag	— 4·86	22·6	+ 1·3	19·9 / 31·3	— 14·4	310·06	1·6	316·06	15·6	303·65	1·25	—	N.	
Schemnitz	— 4·91	1·6	+ 2·8	30·9	— 14·4	314·52	2·6	318·64	22·8	309·51	—	34·30	N.	

[1]) Ragusa, 11. 4h 5′ Ab. wellenförmiger sehr lang dauernder Erdstoss, der von NO. kam.

[2]) Alt-Gradisca, vom 22. 9h Ab. bis 23. 7h früh Regen (18‴19 Paris Lin.). Am 28. von 5h bis 9h Ab. Schneefall, um 6h 30′ Wetterleuchten durch 10′ im Westen.

[3]) Hermannstadt, am 22. 9h Ab. wurde am südlichen Himmel eine Windhose bemerkt; dieselbe zog in Gestalt einer kegelförmigen Wolke nach Norden rotirend und unter einem eigenthümlichen Brausen fort, worauf ein Blitzstrahl folgte und die Erscheinung verschwand. Temp. + 3·5, Luftdruck nahe dem monatlichen Minim. 316‴21; der Wind schlug in der folgenden Nacht von SSO. nach NW. um.

[4]) In Kremsmünster wird bemerkt, dass wegen geringen atmosphärischen Niederschlägen in den letzten Monaten in der Umgebung Wassermangel herrsche, gleiches wird aus Saybusch berichtet, wo viele Brunnen austrockneten.

[5]) Seuftenberg, am 21. Abends und 22. früh Blitze, dann Sturm aus NO. Am 24. 10h Ab. helles Segment eines Nordlichtbogens. Am 14. Nachts Sturm aus SO.

Beobachtungsort.	Mittlere Temperatur Reaumur	Maximum		Minimum		Mittlerer Luftdruck. Par. Lin	Maximum		Minimum		Dunstdruck Par. Lin.	Niederschlag Par. Lin.	Herrschender Wind	Anmerkungen.
		Tag	Temp.	Tag	Temp.		Tag	Luftdr.	Tag	Luftdr.				
Lemberg[1])	— 4°92	15·6 22·6	0°0	25·3 3·4	—15°0	325‴85	1·9	332‴01	15·6	317‴04	—	15‴44	NO.	Am 14. und 18. ebenfalls 0°
Deutschbrod	— 4·95	3·6	+ 1·2	25·4	—22·5	—	—	—	—	—	—	3·01	NO.	Vom 14. auf 15. Sturm aus SO.
Admont	— 5·02	2·6	+ 2·2	31·3	—16·0	310·70	1·6	315·57	15·6	303·61	1‴31	12·00	NW.	
Trautenau	— 5·13	3·6	+ 1·8	26·3	—16·4	320·95	1·6	326·33	15·6	314·09	1·25	4·54	NW.	
Tröpelach	— 5·14	22·6	+ 1·6	31·9	—22·0	313·45	1·9	318·20	15·6	307·94	1·17	53·50	O.	
Lienz	— 5·15	15·6 22·6	+ 1·0	31·9	—16·0	310·82	—	—	15·6	306·65	1·07	32·36	NW.	Fast beständiger Nebel.
St. Magdalena b. Idria[2])	— 5·23	21·6	+ 1·5	30·9	—11·6	303·86	1·9	307·84	15·3	298·42	1·25	58·73	NO.	
Schössl	— 5·37	2·6	+ 0·4	26·9	—18·7	324·77	1·6	330·17	15·6	317·51	1·17	6·91	NO.	Verheerender Sturm im Erzgebirge.
Saifnitz	— 5·41	22·6	+ 0·1	30 3	—17·0	—	—	—	—	—	1·15	43·90	O.	
Pilsen	— 5·47	2·6	+ 1·9	26·3	—21·3	—	—	—	—	—	—	—	—	
Ohir II.	— 5·50	22·6	+ 2·0	30·3	—15·0	—	—	—	—	—	—	—	—	
Kremsalpe	— 5·56	22·6	+ 1·3	30·	—14·7	—	—	—	—	—	—	—	—	
Obervellach	— 5·72	22·	+ 1·4	30·9	—18·6	310·89	1·9	315·38	15·6	305·69	1·10	11·32	NW.	
Kesmark	— 5·77	18·6	+ 3·1	28·1 10·3	—19·2	313·08	1·7	318·23	31·6	308·44	—	14·68	N.	
St. Peter	— 5·82	22·6	— 0·3	31·3	—14·0	289·15	1·6	293·68	15·6	283·27	0·96	11·32	NW.	Am 25. 7h früh —19°0.
Pürglitz	— 5·88	21·6	+ 0·3	26·3	—21·0	324·20	1·3	329·84	15·3	316·36	1·22	9·55	W.	14. Schneesturm aus NO.
Raggaberg	— 6·06	22·6	0·0	30·9	—16·0	—	—	—	—	—	—	—	—	31. Schneesturm.
Strakonitz	— 6·26	21·6	+ 0·7	25·9	—21·4	321·52	1·3	326·85	15·3	313·75	1·10	16·87	O. u. W.	
Ohir III.	— 6·46	22·6	— 0·5	30·9	—19·5	—	—	—	—	—	—	—	—	
Udine	—	—	—	—	—	331·94	1·3	336·61	28 3	327·12	—	—	SSO.	
Fünfkirchen	—	—	—	—	—	331·85	1·6	336·46	15·3	325·55	—	20·55	N.	

Folgende Beobachtungen sind nachzutragen:

Pilsen	April	+ 4·40	7·6	+13·0	17·3	— 3·0	—	—	—	—	—	23·15	WSW.	7. Ab. Gewitter in SO.
	Mai	+ 9·74	26·6	+19·0	9·3	+ 3·3	—	—	—	—	—	17·71	ONO.	21. 27. 29. 31. Gewitter; 21. 31. Hagel.
	October	+ 7·09	1·6	+12·7	5·3	— 0·3	—	—	—	—	—	5·10	W.	
	November	+ 2·27	1·6	+ 6·8	30·3	— 4·0	—	—	—	—	—	—	NNO.	14. erster Schnee.
Deutschbrod, Jänner.		+ 0·44	13·6	+ 6·2	7·9	— 5·2	—	—	—	—	—	15·36	NW.	Vom 7. auf 8. Sturm aus SO.
Zavalje, September..		+12·34	1·6	+24·0	29·3	+ 4·5	—	—	—	—	—	23·30	N.	Am 8. Ab. Gewitter a. SW.
Brünn	Jänner	+ 1·03	14·	+ 6·1	7·	— 6·0	329·00	1·6	334·27	17·6	324·96	2·00	27·49	NW.	
	Februar	— 0·73	10·	+ 7·5	23·	—13·8	325·03	1·3	331·26	10·6	317·74	1·62	14·53	NW.	10. 5h Ab. Blitz und Donner in WNW.
	Marz	— 0·05	15·	+ 8·6	23·	— 9·0	328·63	10·9	333·96	17·3	321·87	1·64	15.26	NW.	Vom 20. bis 22. Schneestürme; 29. Sturm aus NNW.
	Juli	+14·17	10·6	+24·7	22·3	+ 8·9	327·72	3·9	329·86	14·6	324·35	5·02	30·65	WNW.	10. 29. Gewitter.
Leipa	August	+13·08	23·6	+24·7	31·3	+ 5·2	327·47	10·3	330·07	18·3	323·88	4·79	20·94	NNW.	2. 27. in der Nacht vom 24. auf 25. Gewitter.
	September	+10·15	23·6	+17·9	17·3	+ 2·4	327·39	5·9	330·77	26·6	320·35	3·83	35·11	NW.	Vom 6. auf 7. Gewitter; 7. und 25. Ab. Gew.
	October	+ 6·52	10·6	+12·6	5·3	— 1·4	326·97	23·9	332·55	18·6	321·28	3·13	17·60	S.	
Meran	September	+13·09	3·6	+21·8	28·3	+ 3·8	325·61	29·3	328·66	26·6	320·91	5·03	—	N.	24. Gew.; 26. 1h NM. gr. Gew.–Sturm a. NO.; 28. 7h Ab.
	November	+ 5·31	9·6	+13·2	30·3	2·2	326·31	7·6	329·44	16·9	320·55	—	6·40	—	[Feuerkugel v. O.—W.
Krakau. November		+ 0·85	1·6 10·6	+ 5·8	28·	— 4·3	331·53	30·9	335·32	17·4	325·93	1·96	6·79	O.	10. Erster Schnee; ungewöhnlich trübe; am 9. auch +5°8.
Pürglitz. November		+ 1·82	1·6	+ 6·8	30·9	— 3·6	326·22	30·6	329·82	16·8	320·08	2·29	8·45	O.	
Schemnitz. November		+ 1·08	17·6	+ 7·3	—	—	315·79	3·4	318·53	17·4	311·85	—	19·46	N.	
Trautenau. November		+ 0 96	1·6	+ 9·0	29·4	— 5·0	321·48	29·4	325·51	17·4	316·44	1·98	11·22	W.	
Hermannstadt Nov...		+ 2·08	18·6	+11·5	15·3	— 6·4	322·65	7·	325·85	11·	318·50	1·91	8·52	O. SO.	Den 2. —4°2.

Verbesserungen:

In den Meteorologischen Mittheilungen soll die Seehöhe von Triest 7.5 Toisen statt 75 heissen.

In der Übersicht für Juli soll es bei Cilli heissen: Mittlerer Luftdruck 328‴19 statt 321‴19; Salzburg: Niederschlag 6‵‵68 statt 77‴70; in der Übersicht für August, bei St. Paul Tag des Maximum der Temperatur 25·6 statt 25·2; Pressburg mittlerer Luftdruck 331‴67 statt 333‴67; Salzburg, Niederschlag 64‴76 statt 47‴20; in der Übersicht für September soll es heissen bei Czernowitz: Minimum des Luftdruckes 323‴67 statt 333‴76; Bregenz Minimum des Luftdruckes 318‴65 statt 325‴65; bei Klagenfurt Maximum des Luftd. 323‴05 statt 305‴05.

In der Übersicht für November soll es in den Anmerkungen heissen: 23 Nebeltage, 26 vollkommen trübe Tage, 24 ganz trübe Tage, nicht 23. 26. 24.

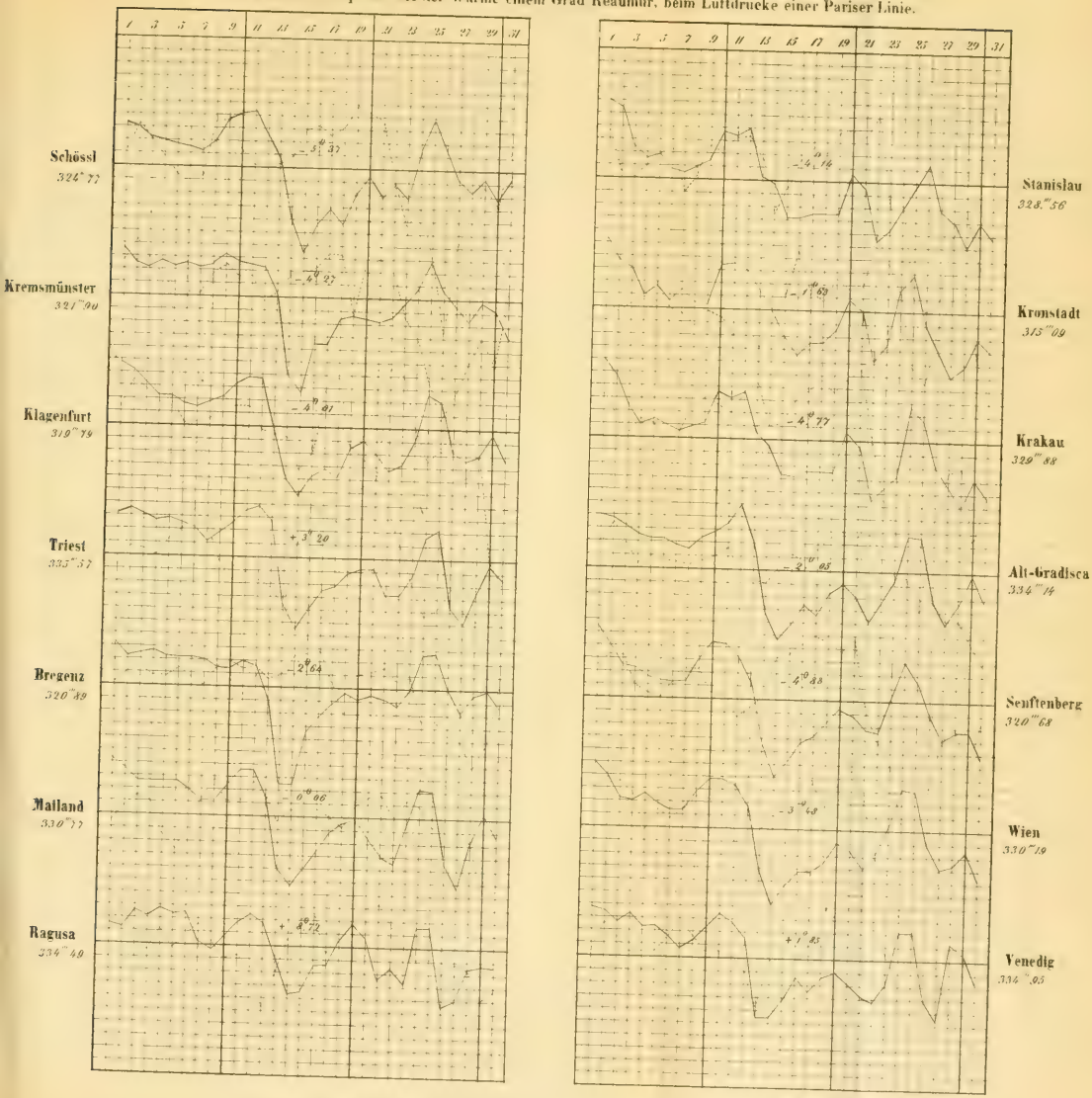
In den Zusätzen bei der Übersicht für November, Zeile 1 soll es statt: daher ist mit; heissen: daher ist im; der corrigirte Dunstdruck daselbst für Juli 4‵‵93 statt 4‵‵43.

[1]) Wo dieselben Extreme der Temperatur und des Luftdruckes an mehr als 2 Tagen beobachtet wurden, sind, um die Anhäufung zu vieler Zahlen zu vermeiden, jene Tage eingetragen worden, welche das kleinste oder grösste Tagesmittel geben, bei gleichen Tagesmitteln wurden auch die vorhergehenden und nachfolgenden Tage berücksichtiget. Die Tage, in welchen dies der Fall war, sind durch Sternchen bezeichnet, und wo es nöthig ist mit Anmerkungen versehen.

[2]) In St. Magdalena wird bemerkt, dass vom 20. Nov. bis Ende December die Temperatur nur an einem Tage (21. Dec.) über 0° gestiegen sei.

Gang der Wärme und des Luftdruckes im December 1853.

Die punctirten Linien stellen die Wärme, die ausgezogenen den Luftdruck dar.
Die beigeschriebenen Zahlen sind Monatmittel, denen die stärkeren Horizontallinien entsprechen
Ein Netztheil entspricht bei der Wärme einem Grad Réaumur, beim Luftdrucke einer Pariser Linie.



Aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

XII. BAND.

II. HEFT. — FEBRUAR.

JAHRGANG 1854.

SITZUNG VOM 3. FEBRUAR 1854.

Eingesendete Abhandlung.

Mineralogische Notizen.

(Zehnte Folge.)

Von **Dr. A. Kenngott.**

1. Unghwarit, eine selbstständige Species.

Obgleich man dieses Mineral oft als eine Abänderung des Opal betrachtet findet, wesshalb es auch Chloropal genannt worden ist, so ist nicht zu läugnen, dass seine Eigenschaften von der Art sind, dass es als eine selbstständige Species angesehen werden muss. Die Exemplare desselben von Unghwar und von Munkacz in Ungern, welche sich in den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinetes befinden, lassen wenigstens darüber keinen Zweifel. Er ist amorph, muschlig bis splittrig im Bruche, gras- bis zeisiggrün, schwach wachsartig glänzend bis schimmernd, an den Kanten schwach durchscheinend. Der Strich ist lichter, grünlichweiss. Die Härte = 2·5 — 3·0; das specifische Gewicht = 2·10 — 2·16. Er ist nur wenig spröde, aber leicht zerbrechlich, hängt schwach an der feuchten Lippe. Durch den Einfluss der Luft verändert sich die Farbe, indem das Eisenoxydulhydrat seiner Mischung sich höher oxydirt und dadurch eine braune Farbe erzeugt wird, wesshalb man den Unghwarit auch braun gefleckt oder ganz braun gefärbt, selten schwarz gefleckt, findet.

Vor dem Löthrohre ist er unschmelzbar. Im Glasrohre bis zum Glühen erhitzt, wird er braun bis schwarz und gibt reichlich Wasser aus. In Salzsäure ist er löslich und scheidet die Kieselsäure als Pulver aus. Da man jedoch in Stücken die Löslichkeit nur als eine sehr geringe beobachten kann und bei Anwendung des gepulverten Minerals die Löslichkeit nur eine unvollständige sein kann, so liegt die Annahme nahe, dass durch die Säure nur das Eisenoxydulhydrat ausgezogen wird und der Rest ungelöst bleibt.

Da den Eigenschaften gemäss der Unghwarit in meiner Bearbeitung des Mohs'schen Mineralsystems, Seite 40, in die Ordnung der Steatite und in das Geschlecht der Opalin-Steatite gestellt wurde, auch die aus früheren Analysen hervorgehende Zusammensetzung bei der Annahme von Eisenoxydul zu der Formel $FeO.HO+HO.SiO_3$ führt, welche mit denen anderer Opalin-Steatite übereinstimmt, so veranlasste ich zur Bestätigung dieser Formel eine neue Untersuchung desselben durch Herrn Ritter C. v. Hauer, welcher meiner Aufforderung freundlichst entsprach. Das zur Analyse verwendete Material wurde sorgfältig ausgesucht, so dass dazu nur Proben verwendet wurden, welche keine Veränderung durch den Einfluss der Luft zeigten.

Nach Herrn C. v. Hauer enthält nun das lufttrockene Mineral:

a.	*b.*	
58·12	57·40	Kieselsäure,
21·27	20·44	Eisenoxydul,
0·66	2·88	Kalkerde,
20·27	19·28	Wasser,
100·32	100·00.	

Als Gewichtsverluste durch Glühen wurden directe in *a.* 17·92 in *b.* 16·93 Procent gefunden und zu diesen so viel Gewichtsprocente hinzu addirt, als die gefundenen Mengen Eisenoxydul bei der Umwandlung in Eisenoxyd beim Glühen an Sauerstoff aufnahmen.

Die aus den Analysen berechneten Äquivalentzahlen sind folgende:

a.	*b.*	
12·83	12·67	Äquiv. Kieselsäure,
5·91	5·68	„ Eisenoxydul,
0·24	1·03	„ Kalkerde,
22·52	21·42	„ Wasser,

woraus im Mittel, wenn man die Kalkerde als vicarirenden Bestandtheil in Rechnung bringt

$$12{\cdot}75\ SiO_3 \quad 6{\cdot}42\ Fe, Ca\ O \quad 21{\cdot}97\ HO$$

folgen. Bei der Reduction unter der Annahme von 1 Äquiv. Fe, Ca O ergeben sich

$$1{\cdot}99\ Si\ O_3 \quad 1\ Fe, Ca\ O \quad 3{\cdot}42\ HO.$$

Hieraus kann man als entsprechende Formel des Unghwarit

$$Fe\ O.\ HO + 2\ (HO.\ Si\ O_3)$$

annehmen, denn, wenn auch 3·42 Äquivalente Wasser vorhanden sind, so kann der Überschuss von 0·42 Äquivalenten sehr gut als hygroskopisches Wasser angenommen werden.

Gehen wir auf die Resultate zurück, welche Brandes und Biewend gewannen, so enthält nach Brandes der muschlige Unghwarit die unter *a.*, nach demselben der erdige die unter *b.* und nach Biewend der erdige die unter *c.* angegebenen Bestandtheile:

a.	*b.*	*c.*	
46·00	45·00	41·10	Kieselsäure,
35·30	32·00	37·30	Eisenoxyd,
1·00	0·75	—	Thonerde,
2·00	2·00	—	Talkerde,
—	Spur	—	Kali,
—	—	Spur	Kalkerde und Manganoxyd,
18·00	20·00	21·56	Wasser.

Hieraus ergeben sich die Äquivalentzahlen wie folgt:

a.	*b.*	*c.*	
10·15	9·93	9·07	Äquiv. Kieselsäure,
4·41	4·00	4·66	„ Eisenoxyd.
1·00	1·00	—	„ Talkerde,
20·00	22·22	23·95	„ Wasser.

Bei der Annahme, dass Eisenoxydul anstatt Eisenoxyd in Rechnung zu bringen sei und die Talkerde als vicarirender Bestandtheil eintrete, so folgen die Äquivalente

	SiO_3	Fe, Mg O	HO
a)	10·15	9·82	20·00
b)	9·93	9·00	22·22
c)	9·07	9·32	23·95

woraus die Formel $FeO . HO + HO . SiO_3$ entnommen wurde, welche den gefundenen Zahlen annähernd entspricht, ohne dass es nöthig ist, auf den etwas höheren Wassergehalt der erdigen Abänderung einen besonderen Werth zu legen, da bekanntlich erdige Substanzen mehr hygroskopisches Wasser enthalten als feste.

Dass diese Formel von der, welche sich aus der Analyse C. v. Hauer's ergibt, abweicht, stört die Übereinstimmung nicht, da wir bei einem Minerale wie das vorliegende nicht irren, wenn wir ihm die allgemeine Formel $FeO . HO + m\,(HO . SiO_3)$ vindiciren.

Vergleichen wir noch schlüsslich die Bestandtheile, welche v. Kobell in dem von Saar bei Passau in Baiern *a.* und in dem ungarischen *b.* fand (Übersicht der Resultate mineralogischer Forschungen in den Jahren 1844—1849, Seite 262)

a.	*b.*	
70·00	80·66	Kieselsäure,
14·25	9·74	Eisenoxyd,
0·75	1·03	Thonerde,
15·00	5·33	Wasser,
—	2·66	unzersetzter Rückstand und Spur von Talkerde,

so zeigen die berechneten Äquivalente bei der Annahme von Eisenoxydul

	SiO_3	FeO	HO
a)	15·45	3·56	16·67
b)	17·80	2·44	5·92

dass man in dem ersteren $FeO . HO + 4 (HO . SiO_3)$

„ „ zweiten $FeO . HO + 1\frac{1}{2} (HO . SiO_3)$

mit einem Überschusse von Kieselsäure habe, welche letztere als Beimengung zu betrachten ist.

Die Beschaffenheit des Unghwarit in seinen verschiedenen Abänderungen, die man ihm wegen der Farbe beizuzählen pflegt, wenn sie auch, namentlich in der Härte, abweichen, macht es sehr wahrscheinlich, dass äussere Agentien nach und nach denselben sehr umändern, indem nicht allein das Eisenoxydul sich in Eisenoxyd umändert, sondern auch das Eisenoxydulhydrat theilweise fortgeführt werden kann, wodurch sowohl überschüssige Kieselsäure als Beimengung erscheinen wird, als auch nach Verlust des gesammten Eisengehaltes opalartige oder quarzige Massen erzeugt werden können.

2. Funkit, eine Abänderung des Augit.

Das mit dem Namen Funkit belegte und für eine eigene Species gehaltene Mineral von Bocksäter in Ost-Gothland gleicht im Aussehen zu sehr der mit dem Namen Kokkolith belegten Abänderung des Augit und veranlasste mich, dasselbe genauer zu untersuchen, um über seine Geltung sicheren Aufschluss zu erlangen. Es bildet wie der Kokkolith abgerundete körnige Krystalloide, welche in einem weissen körnigen Calcit eingewachsen sind und bisweilen

deutliche Spaltungsflächen zeigen. Da die Körner klein bis sehr klein sind und nur Spuren der äusseren Krystallflächen zu sehen sind, so war es nicht möglich, die Lage der Spaltungsflächen näher fest zu stellen. An einzelnen konnte man die äussere Krystallgestalt, trotz der Abrundung, als auf die des Augit zurückführbar erkennen.

Die Körner sind lauch- oder pistaziengrün, licht bis dunkel, durchsichtig bis an den Kanten durchscheinend, aussen und auf den muschligen Bruchflächen glasartig glänzend, während auf den Spaltungsflächen der Glanz ein perlmutterartiger Glasglanz ist. Der Strich ist weiss. Härte = 5·5. Spröde. Specifisches Gewicht = 3·325.

Von Salzsäure wird das Mineral in Körnern kaum angegriffen, als Pulver und erwärmt ist es merklich löslich. Vor dem Löthrohre ist es für sich zu dunklem Glase schmelzbar und zeigt mit Borax und Phosphorsalz starke Reaction auf Eisen, wie schon aus der Farbe des Minerals zu ersehen ist.

Da das Mineral in einem weissen körnigen Calcit eingesprengt ist und nebenbei als nicht sichtbarer Begleiter ein weisses krystallinisches Mineral in demselben vorkommt, wie man aus der Behandlung mit Salzsäure ersehen konnte, in welcher das letztere mit dem Augit ungelöst blieb, so trennte ich mechanisch die Körner aus dem Calcit und befreite sie durch Essigsäure von dem anhängenden Calcit. Das auf diese Weise rein erhaltene Mineral übergab ich dem Herrn Ritter K. v. Hauer zur quantitativen Bestimmung, welcher sie auf mein Ansuchen freundlichst übernahm und in 100 Theilen nachfolgende Bestandtheile fand:

53·81	Kieselsäure,
10·01	Eisenoxydul,
27·50	Kalkerde,
8·00	Talkerde,
0·29	Glühverlust,
99·61.	

Die daraus berechneten Äquivalentzahlen ergaben sich, wie folgt:

11·8786 Äquiv. SiO_3	2·7806	Äquiv. FeO
	9·8214	„ CaO
	4·0000	„ MgO
	16·6020	Äquiv. RO

oder, wenn man anstatt 11·8786 Äquivalenten Kieselsäure 2 Äquivalente setzt,

$$2{\cdot}0000\ SiO_3 : 2{\cdot}7953\ RO$$

wofür man ohne Bedenken das Verhältniss 2 : 3 annehmen kann und woraus sich mithin für das, Funkit genannte Mineral die Formel

$$3\ Ca, Mg, FeO.\ 2\ SiO_3$$

ergibt.

Aus Allem geht daher mit Bestimmtheit hervor, dass der Funkit keine eigene Species ist, sondern eine Abänderung des Augit, wie der ihm ganz ähnliche Kokkolith.

Der geringe Glühverlust ist ohne alle Bedeutung, weil das körnige Mineral mit Essigsäure von dem Carbonat befreit worden war und daher nach dem Trocknen leicht durch Glühen austreibbare Substanz vorhanden sein konnte, welche in die feinen Sprünge eingedrungen war.

Hätte man das körnige Gemenge nur für ein Gemenge von Calcit und Augit gehalten, wie der Augenschein anzudeuten schien, so wäre ein ganz falsches Resultat hervorgegangen, wie nachfolgende Probe zeigte. Ein Stück des körnigen Gemenges wurde nämlich durch verdünnte Salzsäure zerlegt und dadurch das Carbonat vollständig aufgelöst. Als Rest blieb eine Menge eines weissen krystallinischen Minerals mit deutlichen Spaltungsflächen und Perlmutterglanz neben dem Funkit und einzelne runde Körner, welche Quarz zu sein schienen. Das specifische Gewicht dieses Gemenges betrug 2·684, woraus wenigstens hervorgeht, dass die beigemengten Minerale ansehnlich leichter als der Funkit sind.

Herr Ritter C. v. Hauer machte eine Analyse dieses Gemenges und fand in 100 Theilen:

64·46 Kieselsäure,
8·12 Thonerde,
21·07 Kalkerde,
1·66 Talkerde,
2·34 Eisenoxydul,
0·96 Glühverlust,
98·61.

Der Glühverlust musste im Gegensatz zu dem Funkit etwas bedeutender ausfallen, weil die weissen Mineraltheile mit Sprüngen

reichlich durchzogen waren und das Gemenge nur bei 15° getrocknet wurde.

Berechnet man aus obigen Zahlen die Äquivalentzahlen, so sind diese folgende:

14·230 Äquiv. Kieselsäure,
1·580 „ Thonerde,
7·525 „ Kalkerde,
0·830 „ Talkerde,
0·650 „ Eisenoxydul.

Mit 10 multiplicirt sind sie:

142·30 15·80 75·25 8·30 6·50

und durch 2 dividirt

71·15 7·90 37·62 4·15 3·25,

woraus man ungefähr entnehmen kann, wie viel Funkit in Abzug zu bringen ist. Ziehen wir aus diesem Grunde 18 Äquivalente R O = (Ca, Mg, Fe O) und 12 Äquivalente Kieselsäure ab, so bleiben

59·15 Äquiv. Kieselsäure,
7·90 „ Thonerde,
27·02 „ Kalkerde,

oder

7·487 Äquiv. Kieselsäure,
1·000 „ Thonerde,
3·420 „ Kalkerde,

welche Verhältnisse keiner bekannten Species entsprechen, jedoch selbst bei der Annahme von etwas freiem Quarz auf ein kieselreiches Silikat von Kalkerde und Thonerde hinweisen, woraus sich auch erklärt, dass bei der Analyse des Funkit etwas mehr Kieselsäure als die Formel $3R\,O\,.\,2\,Si\,O_3$ fordert, gefunden wurden, indem sichtlich und unter der Loupe erkennbar noch weisse Partikelchen dem grünen Minerale anhingen, die durch Essigsäure nicht entfernt werden konnten, wenn auch im Ganzen ihre Quantität äusserst gering war.

Eine Formel aus dem zuletzt erhaltenen Verhältnisse der Äquivalentzahlen aufzustellen, wäre zu hypothetisch, da die Menge des freien Quarzes nicht zu bestimmen ist, jedenfalls ist es aber ein Silikat der Formel $3\,(Ca\,O\,.\,Si\,O_3) + Al_2\,O_3\,.\,m\,Si\,O_3$, worin man m bei gleichem Sauerstoffverhältnisse in beiden Theilen von Basis zur Säure = 3 setzen könnte.

Diese Andeutungen mögen genügen, um auf dieses Mineral hinzuweisen, dessen Natur bei reichlicherem Material als dem vorhandenen leicht dargethan werden könnte, wozu wohl in andern Sammlungen Gelegenheit geboten werden dürfte.

3. Heteromerit, eine Abänderung des Vesuvian. — Zusammensetzung des Vesuvian, als einer einzigen Species.

Da R. Hermann sich veranlasst gefunden hat, eine Trennung bei denjenigen Mineralen vorzunehmen, welche gewöhnlich unter dem gemeinschaftlichen Namen Vesuvian oder Idokras und unter der Formel 3 Ca, FeO . $Si O_3$ + Al_2, Fe_2 O_3 . $Si O_3$ begriffen werden, weil die Zusammensetzung abweichend befunden wurde, (vergl. meine Übersicht mineralogischer Forschungen in den Jahren 1844—49, Seite 179) und nach seiner Ansicht zwei Species aufzustellen sind, von denen er die eine Heteromerit nannte, für die andere den Namen Vesuvian beibehielt und verschiedene Formeln aufstellte, so gab mir ein Exemplar des Heteromerit von der Schischimskaja Gora im District von Slatoust am Ural in den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinetes Gelegenheit, die nöthigen Untersuchungen zu veranstalten, in Folge welcher die vorhandenen Resultate sorgfältig geprüft wurden und sich der Schluss ergab, dass eine Trennung nicht nothwendig sei und dem Vesuvian eine andere, als die oben angegebene Formel zukomme.

Das Heteromerit genannte Mineral, für welches im Augenblicke dieser Name beibehalten wird, bildet kleine, ziemlich scharf ausgebildete, in einem dichten mit dem Namen Granat belegten Minerale eingewachsene quadratische Krystalle. Sie bilden die Combination $\infty P . \infty P\infty$ mit einer stumpfen quadratischen Pyramide in normaler und einer in diagonaler Stellung, welche sich wegen der verbrochenen Flächen bei ihrer Kleinheit nicht genau bestimmen liessen und vielleicht P und $P\infty$ sind. Die quadratische Basisfläche oP wurde auch bisweilen bemerkt. Spaltbarkeit wurde nicht wahrgenommen, die Krystalle auch nicht darauf besonders geprüft. Der Bruch ist muschlig bis uneben. Ölgrün, auf den Krystallflächen wachsartiger Glasglanz, auf den Bruchflächen Glasglanz, durchsichtig bis halbdurchsichtig. Strich weiss, spröde, specifisches Gewicht = 3·380, Härte = 7·0 und etwas darüber.

In Säuren wird er etwas angegriffen. Vor dem Löthrohre ist er für sich ziemlich leicht mit Schäumen zu graulichgrünem Glase

schmelzbar, mit Borax zu einem auf Eisen reagirenden klarem Glase, welches kalt farblos ist, mit Phosphorsalz zu einem gleichen, welches kalt trübe und weiss wird.

Herr Ritter K. v. Hauer übernahm die quantitative Bestimmung, wozu ich ihm sorgfältig ausgewähltes Material übergab. Er fand in 100 Theilen nachfolgende Bestandtheile:

a.	*b.*	
36·59	36·30	Kieselsäure,
22·25		Thonerde,
34·81	35·15	Kalkerde,
Spur	?	Talkerde,
4·56		Eisenoxydul,
0·55		Glühverlust,
98·76.		

Die unter *b.* gemachten Bestimmungen wurden an einer zweiten Probe gemacht, um die unter *a.* gemachten zu controliren. Der Glühverlust rührt wahrscheinlich daher, dass die zur Untersuchung gegebene Probe vorher zur Bestimmung des specifischen Gewichts verwendet und bei 20° getrocknet wurde. Die Anwesenheit einer Spur von Talkerde nachzuweisen, gelang bei der zweiten Probe nicht, und Herr C. v. Hauer glaubt, dass die Spur in der ersten Probe vielleicht auch in der That nicht vorhanden sei, wie auch die Analyse des den Heteromerit einschliessenden Minerals wegen des gänzlichen Mangels an Talkerde zeigt und wahrscheinlich macht. Bei einer grossen Menge von Kalkerde, wie sie der Heteromerit enthält, kann leicht, wenn solche nicht auf das vollständigste ausgefällt worden ist, eine Reaction mit phosphorsaurem Natron entstehen, welche bei sehr geringen Mengen schwierig zu erkennen ist.

Der Eisengehalt wurde als Oxydul berechnet, weil die Farbe des Minerals dazu veranlasste, doch ist es möglich, dass neben dem Eisenoxydul auch ein wenig Eisenoxyd vorhanden sein konnte. Beim Glühen wurden die grünen Krystalle gelb und nach dem Erkalten kam die frühere Farbe wieder.

Wenn aus den unter *a* angegebenen Zahlen die Äquivalentzahlen berechnet werden, so erhält man

8·077	Äquiv.	Kieselsäure,
4·329	„	Thonerde,
12·432	„	Kalkerde,
1·267	„	Eisenoxydul,

woraus, wenn man sie auf zwei Äquivalente Kieselsäure reducirt, um sie mit der gewöhnlich aufgestellten Formel des Vesuvian 3 Ca, Fe O . $SiO_3 + Al_2$, $Fe_2 O_3$. SiO_3 zu vergleichen

2·000 Äquiv. Kieselsäure,
1·072 „ Thonerde,
3·078 } 3·392 { Kalkerde,
0·314 } { Eisenoxydul

folgen, welche wie schon früher bemerkt worden ist, zu wenig Kieselsäure ergeben, um die angeführte Formel zu construiren, sobald man nicht, was in der nachfolgenden Betrachtung begründet werden wird, wenig annähernde Werthe nehmen will. Die Analyse wurde auch in Rücksicht auf die bekannten Abweichungen mit grösstmöglicher Sorgfalt ausgeführt, weil es sich hier darum handelte, die chemische Constitution des Vesuvians aufzuhellen. Verdreifacht man die oben aufgefundenen Äquivalentzahlen, so ergeben sich für

SiO_3	Al_2O_3	Ca, Fe O
6·000	3·216	10·176
oder 6	3	10

woraus die Formel 2 (5 Ca, Fe O . 2 SiO_3) + 3 $Al_2 O_3$. 2 $Si O_3$ folgt, welche den gefundenen Zahlen am besten entspricht.

Weil der Heteromerit als eine Abänderung des Vesuvians, für welchen bis zu der Trennung Hermann's allgemein die Formel 3 Ca, Fe O . $Si O_3 + Al_2$, $Fe_2 O_3$. $Si O_3$ aufgestellt wurde, in einem Granat genannten Minerale eingewachsen ist, und die allgemeine Formel aller mit dem Namen Granat im Allgemeinen benannten Minerale 3 RO . $Si O_3 + R_2 O_3$. $Si O_3$ ist, der Vesuvian als dimorphe Substanz der Mischung 3 Ca, Fe O. $SiO_3 + Al_2$, $Fe_2 O_3$. $Si O_3$ angesehen wird und es hier auffallend erscheinen musste, dass in einem Minerale gleicher chemischer Constitution der Vesuvian sich als gesonderte Species ausgeschieden habe, während die umgebende gleich constituirte Substanz eine andere in überwiegender Masse vorhandene Species sein soll, so untersuchte auch Herr Ritter C. v. Hauer diese gleichzeitig.

Das den Vesuvian einschliessende Mineral, welches der Untersuchung gemäss ein sogenannter Kalkthongranat (Grossular) ist, ist dicht mit splittrigem Bruche, röthlichgrau, schimmernd, an den Kanten durchscheinend, im Striche weiss, von gleicher Härte wie der Vesuvian und hat das specifische Gewicht = 3·543. Vor dem

Löthrohre ist er mässig schwer schmelzbar zu dunklen braunem Glase.

Herr K. v. Hauer fand bei zwei Proben in 100 Theilen:

a.	*b.*	
38·39	38·36	Kieselsäure,
17·00	26·60	Thonerde,
8·86		Eisenoxyd,
33·75	33·67	Kalkerde,
Spur	Spur	Mangan,
0·94	0·61	Glühverlust,
98·94	99·24.	

Die mit Soda geschmolzene Masse zeigte neben Eisen auch geringe Manganreaction. Der Glühverlust rührt wahrscheinlich auch davon her, dass das zur Analyse bestimmte, klein zerstückelte, splittrige Mineral zur Bestimmung des specifischen Gewichts gebraucht wurde.

So wie schon die Zahlen der dem Vesuvian entsprechenden Bestandtheile zeigen, sind beide Minerale bestimmt unterschieden und die Berechnung ergibt die bekannte Formel $3\,CaO\,.\,SiO_3 + Al_2, Fe_2\,O_3\,.\,SiO_3$. Der auffallende Unterschied in der Farbe zeigt auch, wie die Annahme des Eisenoxyds in dem einen, die des Eisenoxyduls in dem andern vollkommen gerechtfertigt ist.

Die aus den Zahlen der ersten Analyse berechneten Äquivalentzahlen sind:

8·475 Äquiv. Kieselsäure,
3·317 } 4·424 { Thonerde,
1·107 } { Eisenoxyd,
12·054 Äquiv. Kalkerde.

zufolge deren man, trotz der geringen Differenz diese Substanz der allgemeinen Formel $3R\,O\,.\,SiO_3 + R_2\,O_3\,.\,SiO_3$ subsummiren kann und die entschiedene Abweichung von der Substanz des Vesuvians hervorgeht. Dazu genügten vollständig die erlangten Resultate, obgleich es möglich ist, dass andere Proben geringe Differenzen ergeben könnten, weil der Vesuvian durch die ganze Masse verstreut ist und bei der sorgfältigsten Auswahl leicht kleine Theilchen des Vesuvians in den kleinen Bröckchen eingeschlossen sein dürften, die bei der Zerstückelung dem Auge entgehen. Die ausgeschiedenen Kryställchen des Vesuvians konnten entschieden rein erhalten werden.

Was nun die allgemeine Formel des Vesuvians und die Trennung Hermann's in zwei Species betrifft, so ist schon längst die Beobachtung gemacht worden (vgl. C. Rammelsberg's Handwörterbuch des chemischen Theiles der Mineralogie, zweite Abtheilung, Seite 257), dass der Sauerstoff der Kieselsäure immer etwas weniger beträgt, als der der Basen, während beide, der Formel $3RO . SiO_3 + R_2O_3 . SiO_3$ gemäss, einander gleich sein sollten. Wahr ist es, dass man dabei zu berücksichtigen hat, dass die Differenz meist nur unbedeutend ist, und die Menge der Basen leicht vermehrt, die der Kieselsäure aber dadurch vermindert sein kann, dass etwas der letzteren bei jenen oder in der Flüssigkeit blieb, wie dies wohl immer der Fall ist, und diese Gründe bewogen Rammelsberg vorläufig die angeführte Formel beizubehalten, doch, wenn man erwägt, dass diese an sich unerhebliche Differenz als constant sich ergibt, so muss ein Grund dafür vorhanden sein.

Übrigens zeigte Rammelsberg, wie C. F. Naumann in seinen Elementen der Mineralogie Seite 244 der zweiten Auflage und ebenso in der dritten angibt, dass die Formel $3RO . SiO_3 + R_2O_3 . SiO_3 = 3RO . 2SiO_2 + R_2O_3 . SiO_2$ (wie Naumann sie schreibt) für die betreffenden Vesuviane nur in der Voraussetzung passt, dass alles Eisen als Oxyd vorhanden ist. Dass aber keineswegs alle Vesuviane dieser Formel entsprechen, dies hat Hermann durch mehrere Analysen dargethan, welche beweisen, dass viele Varietäten nach der Formel $3 (3RO . SiO_2) + 2 (Al_2O_3 . 2SiO_2)$ zusammengesetzt sind, wobei das Eisen gleichfalls fast nur als Oxyd auftritt. Merkwürdig ist es, wie Naumann bemerkt, dass sich dagegen die ersteren Vesuviane auch unter diese Formel bringen lassen, wenn man in ihnen alles Eisen als Oxydul voraussetzt.

Unter solchen Umständen erschien es mir nützlich, bei dem reichen Material, welches die Chemiker zur Entscheidung über die Formel des Vesuvians geliefert haben, dasselbe von Neuem zu vergleichen und auf die Lösung des Widerspruchs bedacht zu sein. Zu diesem Zwecke berechnete ich die Äquivalentzahlen aus 26 bekannt gewordenen Analysen, die ich der Kürze wegen hier nicht wiederhole, sondern nur, wie folgt, angebe: 1. Klaproth, vom Vesuv; 2. derselbe, aus Sibirien; 3. Berzelius, von Gökum in Schweden; 4. Nordenskiöld, von Frugurd in Finnland; 5. v. Kobell, von der Mussa-Alpe in Piemont; 6. derselbe, vom Monzoniberge in Tyrol;

7. Magnus, von Slatoust im Ural (nach Hermann von der Schischimskaja Gora); 8. derselbe, von Cziklowa im Banat; 9. derselbe, von Egg bei Christiansand; 10. derselbe, vom Vesuv; 11. Karsten, vom Vesuv; 12. derselbe, aus Piemont; 13. derselbe, aus dem Saaser Thal; 14. derselbe, von Haslau bei Eger; 15. Hermann, bräunlichgrüner, vom Flusse Wilui in Ost-Sibirien; 16. derselbe, pistaziengrüner, von Achmatowsk im Districte von Slatoust; 17. derselbe, spargelgrüner, von Poläkowsk im Districte von Slatoust; 18. Varrentrapp, grüner, von der Schischimskaja Gora im Districte von Slatoust; 19. desgleichen; 20. Iwanow, von unbekanntem Fundorte, aus dem Districte von Slatoust; 21. Hermann, apfelgrüner, von der Barsowska bei Kyschtym; 22, 23 und 24. Rammelsberg, von Königsberg; 25. Sismonda, von der Mussa-Alpe im Alathale; 26. v. Hauer, von der Schischimskaja Gora.

Nachfolgende Übersicht enthält die gefundenen Äquivalentzahlen für jede untersuchte Abänderung nach den laufenden Numern und zwar stehen bei jeder einzelnen Numer in der ersten Reihe die direct gefundenen Äquivalentzahlen, darunter die aus der Reduction der Kieselsäure auf 2 hervorgehenden, darunter unter der Rubrik der Thonerde die summirten Äquivalente des Eisenoxyds, Manganoxyds und der Thonerde; unter der Rubrik der Kalkerde die summirten Äquivalente der Kalkerde, der Talkerde, des Natrons, des Kali, des Eisen- und des Manganoxyduls, aus welcher Summirung gleichzeitig das Verhältniss des Sauerstoffes in der Kieselsäure und des Sauerstoffes in den Basen RO und R_2O_3 gemäss den erhaltenen Resultaten ersichtlich ist. Zu diesem Zwecke ist, da die relative Sauerstoffmenge der Kieselsäure immer = 6 ist, in der Klammer die entsprechende Summe des Sauerstoffes in den Basen RO und R_2O_3 hinzugefügt, welche Zahlen daher nicht mit den Äquivalentzahlen zu verwechseln sind.

	SiO_3	Al_2O_3	CaO	Fe_2O_3	Mn_2O_3	MgO	FeO	MnO	NaO
1.	7·837	4·329	11·786	0·937	0·032	—	—	—	—
	2·000	1·105	3·008	0·239	0·008	—	—	—	—
	2·000	1·352	3·008	(7·064)					
2.	9·271	3·161	12·143	0·688	—	—	—	—	—
	2·000	0·682	2·620	0·148	—	—	—	—	—
	2·000	0·830	2·620	(5·110)					

	SiO_3	Al_2O_3	CaO	Fe_2O_3	Mn_2O_3	MgO	FeO	MnO	NaO
3.	7·918	3·477	12·257	0·844	0·039	1·390	—	—	—
	2·000	0·878	3·096	0·213	0·009	0·351	—	—	—
	2·000	1·100	3·447	(6·747)					
4.	8·506	3·385	9·893	—	0·042	5·300	1·083	—	—
	2·000	0·796	2·326	—	0·009	1·246	0·255	—	—
	2·000	0·805	3·827	(6·242)					
5.	7·693	4·030	12·717	—	—	—	1·500	—	—
	2·000	1·048	3·307	—	—	—	0·390	—	—
	2·000	1·048	3·697	(6·841)					
6.	8·310	3·012	13·657	—	—	—	1·783	—	—
	2·000	0·725	3·287	—	—	—	0·431	—	—
	2·000	0·725	3·718	(5·893)					
7.	8·207	3·523	12·782	—	—	0·386	1·297	0·419	—
	2·000	0·858	3·115	—	—	0·094	0·316	0·102	—
	2·000	0·858	3·627	(6·201)					
8.	8·503	3·903	11·575	—	—	1·493	1·221	0·005	—
	2·000	0·918	2·722	—	—	0·351	0·287	0·001	—
	2·000	0·918	3·361	(6·115)					
9.	8·313	3·443	11·391	—	—	2·268	1·803	0·140	—
	2·000	0·828	2·752	—	—	0·545	0·434	0·034	—
	2·000	0·828	3·765	(6·249)					
10.	8·247	4·578	10·600	—	-	2·604	1·109	—	—
	2·000	1·110	2·573	—	--	0·631	0·269	—	—
	2·000	1·110	3·473	(6·803)					
11.	8·278	3·599	12·039	0·781	—	1·550	—	0·028	—
	2·000	0·869	2·909	0·189	—	0·374	—	0·007	—
	2·000	1·058	3·290	(6·464)					
12.	8·664	3·521	12·089	0·537	—	1·350	—	0·211	—
	2·000	0·813	2·791	0·124	—	0·427	—	0·049	—
	2·000	0·937	3·267	(6·078)					
13.	8·477	3·512	13·114	0·387	—	0·750	—	0·182	0·290
	2·000	0·829	3·094	0·092	—	0·177	—	0·043	0·068
	2·000	0·921	3·382	(6·145)					
14.	8·764	3·687	12·457	0·362	—	—	—	0·269	0·678
	2·000	0·843	2·844	0·083	—	—	—	0·061	0·155
	2·000	0·926	3·060	(5·838)					
15.	8·439	2·786	12·214	0·668	—	3·185	0·286	0·140	—
	2·000	0·660	2·895	0·158	—	0·755	0·068	0·033	—
	2·000	0·818	3·751	(6·205)					
16.	8·305	2·578	13·011	0·890	—	1.895	0·167	0·140	—
	2·000	0·621	3·133	0·214	—	0·456	0·040	0·034	—
	2·000	0·835	3·663	(6·168)					

	SiO_3	Al_2O_3	CaO	Fe_2O_3	Mn_2O_3	MgO	FeO	MnO	NaO
17.	8·429	2·791	11·671	0·658	—	3·100	0·170	0·590	—
	2·000	0·662	2·769	0·156	—	0·735	0·040	0·140	—
	2·000	0·818	3·684	(6·138)					
18.	8·290	3·479	12·700	—	—	1·310	1·761	—	—
	2·000	0·839	3·064	—	—	0·316	0·425	—	—
	2·000	0·839	3·805	(6·322)					
19.	8·353	3·500	12·564	—	—	1·405	1·792	—	—
	2·000	0·838	3·008	—	—	0·336	0·429	—	—
	2·000	0·838	3·773	(6·287)					
20.	8·185	2·755	11·030	—	—	0·929	4·449	—	—
	2·000	0·673	2·695	—	—	0·227	1·087	—	—
	2·000	0·673	4·009	(6·028)					
21.	8·653	3·222	12·404	0·150	—	2·000	0·083	—	0·535 [1]
	2·000	0·745	2·867	0·035	—	0·462	0·019	—	0·123
	2·000	0·780	3·471	(5·811)					
22.	8·221	3·268	12·000	0·901	—	2·630	—	—	—
	2·000	0·795	2·919	0·219	—	0·639	—	—	—
	2·000	1·014	3·558	(6·600)					
23.	8·446	2·944	12·193	1·047	—	1·840	—	—	—
	2·000	0·697	2·887	0·248	—	0·436	—	—	—
	2·000	0·945	3·323	(6·158)					
24.	8·475	2·693	12·057	1·247	—	1·905	—	—	—
	2·000	0·635	2·845	0·294	—	0·450	—	—	—
	2·000	0·929	3·295	(6·082)					
25.	8·728	2·140	12·175	—	0·896	—	2·222	—	—
	2·000	0·490	2·789	—	0·205	—	0·509	—	—
	2·000	0·695	3·298	(5·383)					
26.	8·077	4·329	12·432	—	—	—	1·267	—	—
	2·000	1·072	3·978	—	—	—	0·314	—	—
	2·000	1·072	3·392	(6·608)					

Wir ersehen aus dieser Zusammenstellung der gefundenen Äquivalentzahlen und der Sauerstoffverhältnisse deutlich genug, dass weder die früher allgemein angenommene Formel des Vesuvians die entsprechende ist, noch dass die von Hermann in Vorschlag gebrachte Trennung gerechtfertigt wird, denn die Schwankungen der Äquivalentzahlen für die Basen RO und R_2O_3 innerhalb der respectiven Werthe 2·620 und 4·009 einerseits, 1·352 und 0·673 andererseits

[1] Hier ist Kali mit Natron von Hermann gefunden, aber beide nicht getrennt worden, wesshalb das Mittel aus beiden genommen wurde. Da aber sonst Kali nicht vorkommt, so wurde keine eigene Rubrik dafür ausgeworfen.

sind zu bedeutend, um sie für zufällige zu halten. Durch die beiderlei Formeln Hermann's wird nur den Schwankungen eine engere Grenze gesetzt und durch die Trennung in zwei isomorphe, verschieden constituirte Species der Übelstand scheinbar beseitigt.

Man könnte zwar den Grund der Schwankungen in dem Umstande suchen, dass die Bestimmung des Eisenoxyduls und Eisenoxyds, des Manganoxyduls und Manganoxyds eine schwankende ist und in den Resultaten der Analyse diese Bestandtheile oft verwechselt worden seien, weil dadurch das Verhältniss der basischen Theile unter einander und des Sauerstoffs in Basen und Säure beeinflusst wird, ich bin jedoch weit entfernt, zu diesem bequemen Auskunftsmittel die Zuflucht zu nehmen, wenn ich auch überzeugt bin, dass nicht immer die Oxydationsstufen so angegeben worden sind, wie sie in dem Minerale vorhanden waren und dadurch Schwankungen hervorgebracht, durch entsprechende Berechnung beseitigt werden können.

Wir dürfen nur, um den Einfluss der vier Bestandtheile: Eisen- und Mangan-Oxyd, Eisen- und Mangan-Oxydul zu beurtheilen, die aus den Analysen gefundenen und auf die Kieselsäure = 2 reducirten Äquivalentzahlen so ordnen, dass die Zahlen der Thonerde nach der Abnahme auf einander folgen und anderseits die Äquivalentzahlen der Kalkerde, Talkerde, des Natrons und Kali summiren, so werden wir sofort ersehen, dass eine andere Ursache vorliegen muss. Der Vergleichung wegen sind in der nachfolgenden Reihe die Zahlen der ersten beigefügt, damit man herausfinden kann, welcher Vesuvian es sei.

Al_2O_3	$Fe_2.Mn_2O_3$	Fe.MnO	Ca,Mg,Na,KO	
1·110	—	0·269	3·204	10.
1·105	0·247		3·008	1.
1·072	—	0·314	3·078	26.
1·048	—	0·390	3·307	5.
0·918	—	0·288	3·073	8.
0·878	0·222	—	3·447	3.
0·869	0·189	0·007	3·283	11.
0·858	—	0·418	3·209	7.
0·843	0·083	0·061	2·999	14.
0·839	—	0·425	3·370	18.
0·838	—	0·429	3·344	19.
0·829	0·092	0·043	3·339	13.
0·828	—	0·068	3·297	9.
0·813	0·124	0·049	3·218	12.

Al_2O_3	$Fe_2.Mn_2O_3$	Fe.MnO	Ca.Mg.Na.K$_2$	
0·796	0·009	0·255	2·572	4.
0·795	0·219	—	3·358	22.
0·745	0·035	0·019	3·452	21.
0·725	—	0 431	3·287	6.
0·697	0·248	—	3·323	23.
0·682	0·148	—	2·620	2.
0·673	—	1·087	2·922	20.
0·662	9·156	0·280	3·504	17.
0·660	0·158	0·101	3·650	15.
0·635	0·294	—	3·295	24.
0·621	0·214	0·074	3·589	16.
0·490	0·205	0·509	2·789	25.

Hier sehen wir auf der Stelle, dass die Formel $3\,RO\,.\,SiO_3 + R_2O_3\,.\,SiO_3$ nicht der allgemeine Ausdruck der Zusammensetzung der Vesuviane sein kann, da nicht allein die Summe der Basen Kalkerde, Talkerde, Natron, Kali fast durchgehends an sich schon höher als dazu nöthig ist, sondern dieselbe durch Eisen- oder Manganoxydul noch vermehrt wird, wenigstens da, wo über die Annahme dieser kein Zweifel ist, dass der Gehalt an Eisen und Mangan in den verschiedenen Oxydationsstufen, selbst bei willkürlicher Entscheidung über dieselben, wo die Beschaffenheit des Minerals und die Analyse es anders erfordern, nicht ausreicht, um bei abnehmender Thonerde den Ausfall zu decken, dass endlich auch die Hermann'sche Trennung in Verbindung mit einer zweiten Formel nicht ausreicht und man bald genöthigt sein würde, eine dritte oder vierte isomorphe Species mit verschiedener chemischer Constitution anzunehmen.

Das aus den angestellten Berechnungen hervorgehende und allgemein befriedigende Resultat ist eine neue Formel des Vesuvian, aber auch nur eine, welche bereits schon oben als dem Resultate der von Herrn C. v. Hauer ausgeführten Analyse entsprechend angeführt wurde und über deren allgemeine Gültigkeit es nur noch weniger Bemerkungen bedarf. — Es ist schon jetzt mehrfach die Erfahrung gemacht worden, dass in zusammengesetzten Verbindungen, wie eine solche auch der Vesuvian darstellt, die beiden Theile, welche auf zweierlei Basen begründet sind, nicht in dem Verhältnisse wie Basis zur Säure stehen und daher unveränderlich sein müssten. Je häufiger ein derartiges Mineral vorkommt und je mannigfaltiger die vicarirenden Bestandtheile einer Species oder einer Gruppe gleich constituirter Species

sind, um so öfter werden wir Gelegenheit haben zu beobachten, dass ein Schwanken der beiden Hauptttheile einer Verbindung der dritten Ordnung vorhanden ist, und dass die Zahl der Species ohne Grund vermehrt wird, wenn man auf das mehr oder minder stark hervortretende Schwanken begründete Formeln aufstellt, wodurch wohl einzelne Analysen repräsentirt werden, der allgemeine Ausdruck aber verloren geht.

Wenn wir daher in dem besonderen Falle, welchen der von Herrn C. v. Hauer analysirte Vesuvian von der Schischimskaja-Gora darbietet, die Formel $2\ (5\ Ca.\ FeO\ .\ 2\ SiO_3) + 3\ Al_2\ O_3\ .\ 2\ SiO_3$ als entsprechenden Ausdruck der chemischen Beschaffenheit aufstellten, so wird darum nicht dieses Verhältniss das für alle Vesuviane gültige sein, die allgemeine Formel aber stets diese beiden Silikate enthalten müssen. Wird nur in der Formel neben den Hauptbestandtheilen Kalkerde, Thonerde und Kieselsäure, das Eisenoxyd und Oxydul als vicarirender Bestandtheil aufgenommen, weil alle Vesuviane Eisen, wenn auch theilweise nur in sehr geringer Menge enthalten, so ist die allgemeine Formel des Vesuvians

$$m\ (5\ Ca,\ FeO\ .\ 2\ SiO_3) + 3\ Al_2,\ Fe_2\ O_3\ .\ 2\ SiO_3$$

und die bis jetzt bekannten Analysen haben gezeigt, dass der Werth *m* sich auf die Nähe der Zahl 2 beschränkte und noch nicht so auffallende Ausdehnung erreichte, wie sie andere Species aufweisen. Eine specielle Ausführung der den einzelnen Analysen entsprechenden Werthe *m* oder die Aufstellung der speciellen Formeln ist nicht nothwendig, da die Werthe von *m* sich aus den bereits angeführten Äquivalenten mit Leichtigkeit entnehmen lassen.

Dass durch die neue Formel von selbst die Geltung des Vesuvians als einer dimorphen Species wegfällt, versteht sich ohne weitere Rücksprache über diesen Punkt.

Vorträge.

Über den Zusammenhang der Geschlechts- und Harnwerkzeuge bei den Ganoiden.

Von dem w. M., **Prof. Dr. Hyrtl.**

(Aus einer für die Denkschriften bestimmten Abhandlung.)

Der wesentliche Inhalt dieser Abhandlung besteht in Folgendem:

1. Bei den weiblichen Spatularien münden die Trichter der Eileiter in eine *Vesica urinaria bicornis*, — nicht in die Ureteren. Die Trichter verliefen eine lange Strecke zwischen den Häuten der Blase, waren auf beiden Seiten symmetrisch, einfach und offen. Nicht so bei den Männchen. Hier sind die Trichter asymmetrisch, indem einer derselben, der linke, sich in zwei Zweige theilte, welche in der äusseren Wand des Blasenhornes über einander verliefen, der untere in die Blase einmündete, der obere aber blind abgeschlossen endigte. Der rechte Trichter war einfach und offen.

2. Bei Lepidosteus-Weibchen eine ähnliche Asymmetrie, wie bei männlichen Spatularien. Der linke Eileiter mündet mit einer elliptischen Erweiterung in das entsprechende Horn einer *Vesica urinaria bicornis*, hat aber über dieser elliptischen Erweiterung noch zwei seitliche Diverticula, welche, wie die Erweiterung, in der unteren Wand der Harnblase eingeschlossen sind. Die Diverticula enden blind. Sollten sie vielleicht Nachschübe eines sich nur einmal durch eine Öffnung in die Blase entleerenden Eileiters sein, welche bei fernerem Zunehmen und in späterer Zeit sich in die Blase öffnen, worauf die alte Öffnung verwächst, und das ihr angehörige Stück des Eileiters verödet? — Der rechte Eileiter hatte die elliptische Erweiterung in der Blasenwand mit grosser Endmündung, und über dieser ging ein langer, hakenförmig gekrümmter Ast weiter zwischen den Blasenhäuten fort, und mündete gleichfalls in die Blase ein.

3. Bei *Acipenser sturio*, *A. brevirostris*, *A. ruthenus* und *A. huso* fanden sich nur symmetrische Verhältnisse, und einfache, bei allen Individuen in die Harnblase offene Trichter, welche lange

Strecken zwischen den Blasenhäuten verlaufen, und, weil sie weder eingeblasene Luft noch Flüssigkeiten aus der Blase herauslassen, und ihrer Feinheit wegen (*A. ruthenus*) auch von ihrem Bauch-Ende aus nicht leicht aufzublasen sind, für blind abgeschlossen gehalten werden könnten. — *Scaphirhynchus platyrhinus* stimmt mit den Sturionen vollkommen überein.

4. Bei *Polypterus* vollkommene Symmetrie. Der Geschlechtsweg mündet nicht in die Blase. Diese fehlt. Dagegen münden die vereinigten Ureteren in die vereinigten Eileiter (bei einem während des Laichens gefangenen Weibchen). Bei Männchen scheinen ausführende Geschlechtswege zu fehlen, und dieselben durch die Peritoneal-Canäle ersetzt zu werden. (Man weiss wie schwer es ist, die Geschlechtsorgane der Fische, wenn sie nicht der Laichzeit nahe sind, anatomisch zu untersuchen, und wie sehr die in der Laichzeit fingerdicken Canäle nachher zu feinen Fäden eingehen. Es wird desshalb das über die männlichen Lepidostei Gesagte nur mit einer gewissen Zurückhaltung geäussert.)

5. Bei Amia münden die Oviducte wieder in eine zweigespaltene Harnblase, deren rechte und linke Hälften asymmetrisch sind, indem die rechte Hälfte grösser, mit der langen Axe quer gerichtet, und ohne Diverticula ist; die linke mehr länglich, schmäler und mit zwei seitlichen Diverticula besetzt erscheint. Die Peritoneal-Canäle haben bei dieser Gattung mit den Geschlechtsverrichtungen keinen Verkehr.

Nachtrag zur eocenen Flora des Monte Promina in Dalmatien.

Von dem c. M., **Dr. C. v. Ettingshausen.**

(Auszug aus einer für die Denkschriften bestimmten Abhandlung.)

Im Laufe des verflossenen Jahres hatte ich die Ehre, der hohen kais. Akademie eine Abhandlung über die fossile Flora des Monte Promina vorzulegen. Eine reichhaltige Sammlung, welche Herr Rösler, k. k. Oberbergamts-Assessor, der k. k. geologischen Reichsanstalt zum Geschenke machte und die ich zu untersuchen Gelegenheit hatte, war die Veranlassung zu meiner Arbeit.

Bald darauf erhielt ich aber durch Herrn Schlehan, Director der adriatischen Kohlengewerkschaft zu Siverich, ein Schreiben

worin er mir die Zusendung seiner durch eine Reihe von Jahren sorgfältig angelegten Sammlung von Pflanzenfossilien ankündigte, die er an den Kohlen-Localitäten des in dieser Beziehung bis jetzt noch nicht untersuchten Monte Promina zu Stande gebracht.

Die Untersuchung dieser zweiten, mindestens eben so reichhaltigen Sammlung setzte mich in die Lage, theils Bestimmungen einer nicht geringen Anzahl von neuen Pflanzenfossilien für diese Flora festzustellen, theils auch einige Zweifel über jene Bestimmungen, welche sich nur auf unvollkommnere Reste stützen konnten, zu beseitigen oder solche zu berichtigen.

Dies veranlasste mich, die Abhandlung, von der übrigens ein Auszug im X. Bande der Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissensch. Classe, S. 424 sqq., erschien, vorläufig noch zurückzuhalten und jene Ergänzungen nachträglich einzuschalten. Eine dritte Sendung, welche ich durch die Gefälligkeit des Herrn. Dr. Lanza, Professors der Naturgeschichte in Zara, erhielt, schien anzudeuten, dass das Material, welches die fossile Flora des Monte Promina der Forschung bietet, so ziemlich als ausgebeutet zu betrachten sein dürfte.

Die nachzutragenden, in dem erwähnten Auszuge nicht enthaltenen Arten sind in beifolgender Tabelle mit Angabe ihres anderweitigen Vorkommens zusammengestellt.

Aufzählung der Arten.

	Eocen-Localitäten			Neogen-Localitäten.
	Häring.	Sotzka.	Sagor.	
Ord. Florideae.				
Confervites capilliformis Ettingsh.	Häring	—	—	
Delesserites sphaerococcoides Ettingsh.	—	—	—	
Ord. Sphenopterideae.				
Adiantites Schlehani Ett.	—	—	—	
Ord. Polypodiaceae.				
Blechnum Braunii Ettingsh.	—	—	—	
Ord. Najadeae.				
Caulinites articulatus Ett.	Häring	—	—	
Ord. Typhaceae.				
Typhaelopium haeringianum Ettingsh. . . .	Häring	—	Sagor	
„ *maritimum* Ung. , . .	Häring	—	Sagor	Radoboj. Bilin. Fohnsdorf.

	Eocen-Localitäten			Miocen-Localitäten.
	Häring.	Sotzka.	Sagor.	
Ord. Artocarpeae.				
Artocarpidium Ephialtae Ettingsh.	—	—	—	
Ord. Nyctagineae.				
Pisonia eocenica Ettingsh. .	Häring	Sotzka	Sagor	
Ord. Laurineae.				
Laurus pachyphylla Ett. .	—	—	—	
Ord. Santalaceae.				
Santalum acherontiacum Ettingsh.	Häring	Sotzka	Sagor	Parschlug, Radoboj,
„ *salicinum* Ettingsh. .	Häring	Sotzka	Sagor	Erdöbénye b. Tokay.
„ *osyrinum* Ettingsh. .	Haring	Sotzka	—	
Ord. Proteaceae.				
Banksia Ungeri Ettingsh. .	Häring	Sotzka	—	
Ord. Sapotaceae.				
Sapotacites Daphnes Ett.	—	—	—	Parschlug, Schemnitz.
„ *vaccinioides* Ettings. .	Häring	Sotzka	—	Parschlug.
„ *ambiguus* Ettingsh. .	Häring	Sotzka	—	
Ord. Nelumbonae.				
Nelumbium nymphaeoides Ettingsh.	—	—	—	
Ord. Büttneriaceae.				
Dombeyopsis grandifolia Ung.	—	—	—	Bilin, Leoben, Kainberg, Prevali, Wildshuth, Bonn.
Ord. Sterculiaceae.				
Sterculia Labrusca Ung. .	—	Sotzka	Sagor	
Celastrus Andromedae Ung.	—	Sotzka	—	
„ *oreophilus* Ung. . . .	Häring	Sotzka	—	
Ord. Rhamneae.				
Ceanothus zizyphoides Ung.	Häring	Sotzka	—	
Ord. Euphorbiaceae.				
Euphorbiophyllum Druidum Ettingsh.	—	Sotzka	—	
Ord. Myrtaceae.				
Callistemophyllum diosmoides Ettingsh.	Häring	Sotzka	—	
„ *melaleucaeforme* Ett.	Häring	Sotzka	Sagor	
Ord. Papilionaceae.				
Caesalpinia Haidingeri Ett.	Häring	—	—	
Cassia Zephyri Ettingsh. .	Häring	—		
„ *Diones* Ettingsh. . .	—	—		

SITZUNG VOM 9. FEBRUAR 1854.

Eingesendete Abhandlungen.

Über den Felsőbányt, eine neue Mineralspecies.

Von dem w. M. **W. Haidinger.**

In dem Märzhefte 1853 der Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, Band X, Seite 294, erklärt Herr Dr. Kenngott den Felsőbányt für identisch mit dem Hydrargillit, und gibt damit auch zugleich die erste gedruckte Nachricht über jenen.

Herr Dr. Kenngott hatte denselben vorläufig sehr gut charakterisirt, soweit es nämlich die ihm zu Gebote stehenden Stücke erlaubten; aber es fehlt Einiges in der Geschichte dieser Exemplare so wie der Species überhaupt, und durch das, was mir davon bekannt ist, fühle ich mich besonders verpflichtet, sowohl die Ergänzungen hier nachzutragen, als auch neuere Arbeiten bekannt zu machen, welche sich auf die chemische Zusammensetzung desselben beziehen.

Die Exemplare nämlich stammen ursprünglich aus der für die damalige Sammlung der k. k. Hofkammer im Münz- und Bergwesen, noch als unser verewigter Mohs derselben vorstand, angekauften Mineralien-Sammlung des nun ebenfalls verewigten k. k. Oberstkammergrafen zu Schemnitz, Gabriel von Svaiczer. Der Fundort ist unzweifelhaft Felsőbánya. Die Sammlung der k. k. geologischen Reichsanstalt besitzt nämlich, nebst der aus zusammengehäuften Kugeln bestehenden Varietät, welche Hr. Dr. Kenngott beschreibt, auch eine sehr schöne Druse des bekannten Felsőbányaer Barytes in niedrigen rhombischen Prismen, von der Grösse von zwei bis drei Zoll, auf welchen die Kugeln des Felsőbányts einzeln und mehrere zusammen gruppirt aufgewachsen sind, also auch das Vorkommen auf den dortigen Gängen erläutern.

Bei der Aufstellung der Sammlung in den Jahren 1841 und 1842 musste ich wohl auf diese wirklich sehr auffallenden Exemplare

aufmerksam werden. Einige Untersuchungen wurden angestellt, sowohl in Bezug auf Form und Masse, als auch vorläufig auf den chemischen Bestand vor dem Löthrohre in dem Laboratorio des k. k. General-Landes- und Haupt-Münz-Probiramtes, wobei sich bereits Wasser und Alaunerde als Bestandtheile herausstellten. Die Aussicht bei einer neuen eben bevorstehenden Einsendung von Felsőbánya mehrere Exemplare zur Vergleichung und zur chemischen Analyse zu erhalten, war Ursache, die Bekanntmachung vorläufig zu verschieben, doch machte ich späterhin einstweilen von dem Namen „Felsőbányit" Gebrauch. Auch das Exemplar im k. k. Hof-Mineralien-Cabinete wurde von uns dahin übertragen.

Gustav Rose beschrieb [1]) damals auch den Hydrargillit von der Schischimskaya-Gora zu Achmatowsk bei Slatoust im Ural. Gerne hätte ich vor einer Bekanntmachung diesen mit dem Felsőbányit verglichen. Erst später erhielt ich kleine Krystalle von meinem hochverehrten Freunde Gustav Rose selbst, die von ihm beschriebenen regelmässig sechsseitigen Prismen von blassgrünen Farben, an welchen ich noch, am 15. December 1847, den Dichroismus beobachten konnte. Das obere Bild der dichroskopischen Loupe, in der Richtung der Axe der Krystalle polarisirt, zeigte die Krystalle blassapfelgrün, das untere, senkrecht auf die Axe polarisirt, blassspargelgrün. Der erste Farbenton doch etwas dunkler als der zweite, also mehr absorbirt, und dadurch mit allen Chloriten und Glimmern übereinstimmend.

Die Kugeln des Felsőbányit's sind aber keine Zusammenhäufungen regelmässig sechsseitiger Prismen oder überhaupt in das rhomboedrische Krystallsystem gehöriger Formen, sondern die Individuen, aus welchen sie bestehen, gehören, so weit sich dies unterscheiden lässt, in das orthotype Krystallsystem. Ich hatte schon damals die Beobachtungen angestellt, und habe sie nun sorgfältig revidirt. Die Kugeln liessen sich von einem der Stücke leicht in die kleinen Individuen trennen, die über eine halbe Linie lang sind, und selbst schon unter der Loupe sehr deutlich die freistehenden Krystallspitzen zeigen. Es sind Blättchen mit einem Endspitzenwinkel von etwa 68 Grad, nach beiläufiger Schätzung in dem Felde eines Mikroskops bei neunzigfacher Vergrösserung. Senkrecht auf die Flächen, welche

[1]) Poggendorff's Annalen XLVIII. 564.

diesen Winkel einschliessen, erfolgt die perlmutterglänzende Theilungsfläche, parallel der breiten Fläche der Blättchen. Auch im polarisirten Lichte zeigt sich deutlich, dass senkrecht auf die Blättchen keine absolut symmetrische Axe vorhanden sei, indem die Blättchen das Licht depolarisiren und bei gekreuzten Polarisirern in den um je 45° verschiedenen Lagen abwechselnd licht und dunkel, oder complementär-farbig erscheinen. Bei der Kleinheit der Krystalle konnte ich nicht unterscheiden, ob die Endkanten nicht etwa einen schiefen Winkel mit der breiten Fläche einschliessen, wodurch ein noch geringerer Grad von Symmetrie, etwa das augitische Krystallsystem, bezeichnet würde. Schon diese Bestimmungen schliessen die Möglichkeit aus, den Felsőbányit mit dem Hydrargillit zu vereinigen.

Der Name Hydrargillit war zuerst von Davy [1]) dem Wavellit aus Devonshire gegeben worden, in welchem später Fuchs [2]) erst die Phosphorsäure auffand, die er kurz vorher in dem, von ihm sogenannten Lasionit von Amberg entdeckt hatte. Hausmann [3]) nannte den Wavellit früher strahligen, den Kalait dichten Hydrargillit, hat aber nun ebenfalls den neuen Namen Hydrargillit für Gustav Rose's neue, Wavellit für die alte Species angenommen. In chemischer Beziehung ist nun aber auch der Gibbsit von Richmond in Massachusetts zu erwähnen, der nach Torrey 64·8 Thonerde und 34·7 Wasser enthält, was der Formel $Al_2 O_3 + 3 H_2 O$ entspricht, gerade wie dies Kenngott [4]) für den Felsőbányit annimmt, indem der Glühverlust 32·4 beträgt. Aber Hermann [5]) findet den Gibbsit theils aus einem Hydrat von phosphorsaurer Thonerde, theils aus Thonerde-Hydrat in wandelbaren Verhältnissen bestehend. B. Silliman d. j. fand in einigen Stücken nur ganz wenig (0·59 pCt.), oder gar keine Phosphorsäure. Dagegen fand v. Kobell keine Phosphorsäure in dem sogenannten Wavellit von Villarica in Brasilien (Thonerde 67·26, Wasser 32·39 auf 99·65), dem er nun ebenfalls obige Formel gibt, genau so wie Hermann [6]) die Mischung des Hydrargillits findet, nur dass letzterer noch eine kleine

[1]) Phil. Trans. 1805. I. 133.
[2]) Schweigger's Journal. XVIII. 288; XXIV. 121
[3]) Handbuch I. 443, 444; II. 349. 1088.
[4]) Mineralogische Forschungen. 1844—49. 88. 91
[5]) Fünftes Supplement u. s. w. S. 113
[6]) Erdmann. T. XLI

Menge (1·43 pCt.) Phosphorsäure enthält. Rammelsberg schlägt vor [1]), das Thonerdehydrat $Al_2 O_3 + 3 H O$ überhaupt Hydrargillit zu nennen; der Name Gibbsit bliebe dann für das zuweilen demselben beigemengte Phosphat.

Bei einer Vergleichung von Exemplaren von Gibbsit von Richmond und von Villarica, die wohl sehr genau an einander anschliessen, in dem k. k. Hof-Mineralien-Cabinete, zeigte sich, dass das getropftem Wachse ähnliche Ansehen des ersteren doch keinen amorphen Zustand verrathe, im Gegentheil ist die Oberfläche deutlich krystallinisch, ähnlich manchem Wavellit, wenn auch sehr fein. Die Varietäten von Villarica bestehen aus abwechselnd mehr oder weniger dichten nierenförmigen Lagen, wie dies oft am braunen Glaskopf vorkommt. Man kann durch Zerdrücken leicht Krystallfragmente — bis ½ Linie lang — absondern, die, mit dem Mikroskope untersucht, ähnlich wie die kleinen einzelnen Felsőbányt-Krystalle, das Licht depolarisiren, und daher gewiss nicht wie die sibirischen rhomboedrisch, sondern wohl wahrscheinlicher orthotyp sind, wie etwa der Wavellit. Die Härte des Gibbsits ist = 2·5 — 3·0, wenig unter der des Calcits; die des Felsőbányts ist viel geringer = 1·5.

Während ich einige der Formen- und Massenverhältnisse näher untersuchte, und sich doch immer ein sehr weit von allen Alaunerdehydraten abweichender Habitus herausstellte, hatte der k. k. Hauptmann, Herr Karl Ritter v. Hauer, eine vollständige chemische Analyse eingeleitet; ihm verdanke ich das Ergebniss, das ich mich freue hier mittheilen zu können.

„Felsőbányt. Es wurden zur Analyse Stücke gewählt, welche gänzlich frei von Eisenoxydhydrat waren, welches dasselbe überkleidet. Das Mineral ist in Salzsäure wenig löslich; die einzelnen Krystallblättchen werden beim Kochen mit dieser Säure aus ihren kugelförmigen Aggregaten getrennt und bleiben unzersetzt in der Flüssigkeit suspendirt. Auch in Schwefelsäure ist es nur theilweise zu einer milchigen Flüssigkeit auflöslich. Mit Soda geschmolzen, wird es in Wasser fast ganz, in verdünnter Chlorwasserstoffsäure aber vollkommen auflöslich. Vor dem Löthrohre gibt er mit Kobaltsolution die Reaction auf Thonerde. Mit Soda auf der Kohle in der Reductionsflamme geschmolzen, gibt er mit Nitroprussidnatrium die bekannte

[1]) Erdmann, T. XL. 32. XLVII. 4.

violette Färbung. Phosphorsäure konnte mit molybdansaurem Ammoniak keine nachgewiesen werden.

Die qualitative Untersuchung ergab: Wasser, Schwefelsäure, Thonerde.

Im Glaskolben erhitzt, gibt es viel Wasser, welches sauer reagirt; es entweicht nämlich, wie in den meisten Verbindungen der Schwefelsäure mit schwachen Basen, ein Theil dieser Säure.

Bei 100° erhitzt, wurden in zwei Versuchen 11·59 und 11·57% Gewichtsverlust gefunden, das ist 3 Äquivalente. Das so getrocknete Mineral unter eine Glasglocke neben einer Schale mit Wasser gestellt, ergab nach 24 Stunden eine Gewichtszunahme von 12·65%. Es hatte mithin nicht nur die bei 100° entwichene Wassermenge, sondern auch 1·07% an hygroskopischem Wasser aufgenommen, da es sich im fein gepulverten Zustande befand. Es dürfte hierin ein Beweis liegen, dass jene Menge des Wassers, welche bei 100° entwich, wirklich zur Constitution des Minerals gehört.

Durch Glühen lässt sich fast auch die ganze Menge der Schwefelsäure austreiben; doch bedarf es heftigen und anhaltenden Glühens. Als Gesammtglühverlust wurden gefunden: 53·12%.

Bezüglich der quantitativen Analyse wurde das Mineral mit dem Fünffachen an kohlensaurem Natron gemengt und geschmolzen, die geschmolzene Masse in verdünnter Chlorwasserstoffsäure gelöst, die Schwefelsäure durch Chlorbaryum, und nach Entfernung des überschüssigen Barytes die Thonerde mit Ammoniak und Schwefelammonium gefällt. Die Menge des Wassers wurde in besonderen Proben des Minerals durch Glühen mit Bleioxyd bestimmt.

Gefunden wurden in 100 Theilen des lufttrockenen Minerals:

		Im Mittel
Schwefelsäure	16·13 16·82	16·47
Thonerde ...	45·15 45·91	45·53
Wasser.....	37·18 37·37	37·27
		99·27

Die Berechnung ergibt nachfolgende Verhältnisszahlen der Äquivalente:

Schwefelsäure	0·41	oder	1	oder	1
Alaunerde....	0·88	„	2·14	„	2
Wasser	4·14	„	10·09	„	10

Hieraus folgt die Formel: $2Al_2O_3 . SO_3 + 10HO$, und es ergeben sich die gefundenen und berechneten Werthe, wie folgt:

In 100 Theilen:

		Berechnet.	Gefunden.
Schwefelsäure (SO_3)...	40	17·18	16·47
Alaunerde ($2 Al_2 O_3$)..	102·8	44·15	45·53
Wasser (10 HO)	90	38·66	37·27
	232·8	99·99	99·27

Das Mineral gehört sonach zu dem Geschlechte der Websterite (Alaun-Haloide) und dürfte, vermöge seiner chemischen Zusammensetzung am nächsten dem Paraluminit stehen, mit welchem Namen C. Steinberg [1]) eine Abänderung des Aluminites aus der Umgebung von Halle bezeichnet hat, welcher zufolge der Analyse von Märtens und Schmid nach der Formel $2Al_2O_3 . SO_3 + 15HO$ zusammengesetzt ist, und bei 100° 4 Atome Wasser — 25% verliert."

Durch die Ergebnisse von Hrn. v. Hauer's vorstehender Untersuchung war nun plötzlich das Feld der Vergleichung ein sehr verschiedenes, nicht mehr Hydrargillit und Gibbsit — die Alaunerde-Hydrate, sondern vielmehr Websterit, Aluminit, Paraluminit — die Hydrate —, der schwefelsauren Alaunerde-Verbindungen. Aber auch von den bisher bekannt gewordenen unterscheidet sich der Felsőbányt hinreichend, denn selbst der ihm am nächsten stehende Paraluminit enthält

Schwefelsäure	14·039	— 14·54
Alaunerde ...	35·961	— 36·17
Wasser	50·000	— 49·03

Der Aluminit oder Websterit hat nach den Arbeiten von Stromeyer, Schmid, Marchand und Dufrénoy die Formel $Al_2O_3 . SO_3 + 9HO$, die charakteristischen nierenförmigen Varietäten von Halle und Newhaven sind nach Stromeyer zusammengesetzt aus

Schwefelsäure .	23·37	— 23·37
Alaunerde	30·26	— 29·87
Wasser	46·37	— 46·76

[1]) Erdmann, Journal für praktische Chemie. XXXII. 495.

Man kennt eigentlich das Individuum der unorganischen Natur des Mineralreiches erst, wenn man vollständig mit den Verhältnissen der Form, der Masse und der Materie bekannt ist. Bei den im Vorhergehenden betrachteten Varietäten ist zwar unsere Kenntniss noch in mancher Beziehung mangelhaft, aber doch nicht mehr als bei manchen längst beschriebenen Species, und ich stehe daher nicht an, auch diese, und zwar unter dem bereits vorläufig unter uns angewendeten Namen Felsöbányt als neue in die Systeme aufzunehmende Species den Mineralogen vorzuschlagen, und ich füge nur noch zur Vervollständigung das Schema derselben bei.

Form. Orthotyp. Längliche sechsseitige Blättchen mit zwei Winkeln von 68° zu kugelförmigen Gestalten gruppirt. Den Winkel von 68° bilden die Flächen des Längsprismas $\breve{D}$ in ihrem Durchschnitte mit der Theilungsquerfläche $\infty \bar{D}$. Der Querbruch durch Massen zusammengehäufter Kugeln von etwa einer Linie Durchmesser zeigt einige Ähnlichkeit mit dem Bruche des Pyrophyllits.

Masse. Weiss, die Krystalle durchsichtig, optisch zweiaxig. Perlmutterglanz auf der Querfläche $\infty \bar{D}$. Die Kugeln schneeweiss, im Ganzen undurchsichtig, öfters an der Oberfläche von Eisenoxydhydrat gelb gefärbt. Sehr milde; Härte = 1·5; Gewicht = 2·33 nach Dr. Kenngott.

Materie. Gewässerte schwefelsaure Alaunerde in dem Verhältnisse der Formel $2\,Al_2\,O_3\,.\,SO_3 + 10\,HO$, mit 17·18 Schwefelsäure, 44·15 Alaunerde und 38·66 Wasser, nach Hrn. Karl Ritter v. Hauer.

Die Geschichte der Species ist ausführlich in dem Vorhergehenden gegeben, nur schien es wünschenswerth, aus dem Ganzen dasjenige auszulesen, was das Bild der Species in den drei Richtungen darstellt.

Die systematische Stellung ist gewiss am natürlichsten in der Nähe der übrigen analogen Verbindungen, neben Aluminit und Paraluminit, die ebenfalls in kugeligen Krystalloiden gruppirt erscheinen, wenn auch aus noch viel kleineren Individuen bestehend, deren Form noch gar nicht bekannt ist. Aber die Ähnlichkeit mit dem Gibbsit, die mit dem Wavellit, der ja selbst in der That zu vielen Verwechslungen mit Gibbsit Anlass gab, ist unverkennbar. Der Wavellit steht wie der Aluminit in der Ordnung der Haloide, aber der Gibbsit mit dem Hydrargillit in der Ordnung

der Glimmer. Er würde sich besser an die ersten anschliessen, wie dies bereits Herr Dr. Kenngott [1]) bemerkt, aber vielleicht dann noch andere Veränderungen zweckmässig nach sich ziehen.

Über die Einwirkung doppeltschwefeligsaurer Alkalien auf organische Substanzen.

Von **Fr. Rochleder** und Dr. **R. Schwarz.**

I. Amalinsäure.

Der Eine von uns hat vor mehreren Jahren unter dem Namen Amalinsäure ein Oxydationsproduct des Kaffeïn beschrieben, welches mit mehreren daraus hervorgehenden Zersetzungsproducten, dem Cholestrophan und dem Murexoïn eine den Abkömmlingen der Harnsäure homologe Reihe bildet (Sitzungsb. der kais. Akademie, Juliheft, 1850). Wir haben das Product der Einwirkung des doppeltschwefeligsauren Ammoniaks auf die Amalinsäure analysirt. Wird Amalinsäure mit einer concentrirten Lösung des doppelt-schwefeligsauren Ammoniaks im Überschusse übergossen, so löst sie sich beim Erwärmen in einigen Augenblicken vollkommen auf. Die Lösung ist sehr blassgelb gefärbt. Steigt die Temperatur der Lösung bis zu ihrem Siedepunkte, so wird die Farbe dunkler gelb und es erscheinen einige nadelförmige Krystalle, deren Menge beim Sieden der Lösung rasch sich vermehrt, so zwar, dass nach wenigen Minuten die Flüssigkeit ganz davon erfüllt ist und breiartig wird. Wird die Flüssigkeit vom Feuer entfernt, so dauert das Kochen in derselben noch einige Minuten fort, die gelbe Farbe verschwindet und das Ganze erstarrt zu einer Masse weisser, seidenglänzender Nadeln, welche die Mutterlauge wie ein Schwamm einsaugen, so dass das Gefäss umgekehrt werden kann, ohne dass der Inhalt herausfällt.

Man bringt diese Masse auf ein Filter und wäscht sie mit kaltem Wasser, presst sie zwischen erneutem Löschpapier und trocknet sie im leeren Raume über Schwefelsäure.

Die Substanz gab bei der Analyse folgende Resultate:

I. 0·3755 Substanz gaben 0·600 Kohlensäure und 0·183 Wasser.

I. 0·3760 Substanz gaben 0·542 Platin.

[1]) Das Mohs'sche Mineralsystem u. s. w. 1853; S. 19.

II. 0·3980 Substanz gaben 0·630 Kohlensäure und 0·192 Wasser.

II. 0·324 Substanz gaben 0·458 Platin.

Die Amalinsäure, die zur Darstellung verwendet wurde, stammte von zwei Bereitungen her, und die Übereinstimmung der Resultate scheint uns eine Bürgschaft für die Richtigkeit derselben.

Die erhaltenen Zahlen geben auf 100 Theile berechnet folgende Zusammensetzung:

				Berechnet.	Gefunden. I.	Gefunden. II.
20	Äquiv.	Kohlenstoff	= 120	43·17	43·31	43·16
14	„	Wasserstoff	= 14	5·04	5·41	5·35
4	„	Stickstoff	= 56	20·14	20·47	20·07
11	„	Sauerstoff	= 88	31·65	30·81	31·42
			278	100·00	100·00	100·00

Schwefel ist in der Substanz nicht enthalten, wir haben uns davon durch mehrere Versuche überzeugt. Der etwas zu hoch gefundene Wasserstoff rührt von dem kalten Mischen im Mörser her; eine erhöhte Temperatur liess eine Zersetzung der Substanz befürchten, das Mischen in der Röhre vermittelst des gewundenen Drathes ging nicht an, da die faserige Structur der Substanz eine genaue Mengung auf diese Weise nicht zuliess.

Dieser Zusammensetzung nach ist die Substanz eine Verbindung von der Oxalursäure der Kaffer-Eiche mit dem Murexan dieser Reihe, weniger einem Äquivalente Wasser.

$C_{20}\ H_{14}\ N_4\ O_{11} + HO = C_{10}\ H_7\ N_2\ O_7 + C_{10}\ H_8\ N_2\ O_5$

$C_{10}\ H_7\ N_2\ O_7 = C_4 H_4, C_6 H_3 N_2 O_7$. [$C_6\ H_3\ N_2\ O_7$ ist Oxalursäure.]

$C_{10}\ H_8\ N_2\ O_5 = C_4 H_4, C_6 H_4 N_2 O_5$. [$C_6\ H_4\ N_2\ O_5$ ist Murexan.]

In feuchtem Zustande der Luft ausgesetzt, färbt sich die Substanz in Folge des Ammoniakgehaltes der Atmosphäre bald rosenroth, erhitzt wird sie zersetzt und stösst einen aus deutlich erkennbaren Krystallflittern bestehenden, zum Theil farblosen, zum Theil purpurfarbenen Rauch aus. In allen Lösungsmitteln ist dieser Körper sehr schwer oder unlöslich, nur in Säuren löst er sich mit grosser Leichtigkeit. Mit Platinchlorid versetzt, gibt die salzsaure Lösung weder für sich noch auf Zusatz von Alkohol und Äther einen Niederschlag, die Substanz ist daher weder eine Base noch ein Ammoniaksalz. Wird die Substanz mit wässerigem Platinchlorid übergossen und längere Zeit

sich selbst überlassen, so geht eine Zersetzung vor sich, in Folge deren eine chlor- und stickstoffhaltige Platinverbindung in schönen lichtgelben Krystallen sich ausscheidet, die in Alkohol unlöslich sind. Diese Krystalle hinterliessen geglüht 58·77 pCt. metallisches Platin. Die Verbindung $N_2 H_6 Pt Cl$ von Reiset fordert 58·68 pCt. Platin.

Die Zersetzung, welche hier vorgehen muss, lässt sich durch folgendes Schema darstellen:

$$C_{20} H_{14} N_4 O_{11} + OH + Pt Cl_2 = C_{20} H_{14} N_4 O_{12}, HCl, Pt Cl.$$
$$C_{20} H_{14} N_4 O_{12} + Pt Cl = N_2 H_6 Pt Cl + C_{20} H_8 N_2 O_{12}.$$

Der Körper $C_{20} H_8 N_2 O_{12}$ ist aber seiner Zusammensetzung nach wasserfreie Parabansäure der Kaffer-Eiche mehr wasserfreier Mesoxalsäure derselben Reihe.

$$C_{20} H_8 N_2 O_{12} = C_4 H_4, \underbrace{C_6 O_8}_{\text{Mesoxalsäure.}} + C_4 H_4, \underbrace{C_6 N_2 O_4}_{\text{Parabansäure.}}.$$

Ob die gepaarte Parabansäure (i. e. Cholestrophan) und die der Mesoxalsäure entsprechende Verbindung unter Aufnahme von je zwei Äquivalenten Wasser sich in der Flüssigkeit über der Platinverbindung aufgelöst befinden, zu untersuchen, hinderte uns die geringe Menge der zur Disposition stehenden, kostspieligen Substanz.

II. Stearopten aus Cassiaöl.

In Gemeinschaft mit Herrn Prof. Hlasiwetz hat Einer von uns einen krystallinischen Körper unter dem Namen Stearopten aus Cassiaöl beschrieben. Herr Apotheker Dittrich, dessen Güte wir damals das Material zu danken hatten, hat durch eine neue Quantität dieses Stoffes uns in den Stand gesetzt, einige weitere Versuche darüber anzustellen.

Es wurde in der erwähnten Arbeit (Sitzungsb. der kais. Akademie, Juniheft 1850) die Vermuthung ausgesprochen, dass das durch Umkrystallisiren gereinigte Stearopten eine Verbindung zweier Körper sein könne, wofür die Zusammensetzung des flüchtigen Öles sprach, das durch Einwirkung von wässeriger Kalilauge auf das Stearopten sich bildet. Diese Vermuthung ist zur Gewissheit geworden.

Wenn das Stearopten mit einem Überschusse von doppeltschwefeligsaurem Natron (in Wasser gelöst) übergossen wird, wirken beide Körper bei gewöhnlicher Temperatur nicht auf einander ein.

Wird das Gemisch zum Sieden erhitzt, so schmilzt das unreine Stearopten zu einem bräunlichen Öle, während die schwefeligsaure Natronlösung sich gelblich färbt. Lässt man, nachdem das Sieden fünf Minuten gedauert hat, die Flüssigkeit langsam abkühlen, so löst sich plötzlich beim Umschütteln das Stearopten gänzlich auf, unter Zurücklassung eines schmierigen, braunen Harzes, welches das rohe Stearopten verunreinigte. Man filtrirt die Lösung schnell von dem Harze ab und lässt sie weiters sich abkühlen. Es zeigen sich nach einiger Zeit einzelne Krystalle am Boden der Flüssigkeit. Rührt man die Flüssigkeit durch einander und reibt an den Wänden mit einem Glasstabe, so trübt sie sich und setzt eine Menge von krystallinischen Flocken ab, die man auf einem Filter sammelt. Die abfiltrirte Lösung erstarrt nach dem völligen Erkalten zu einer Krystallmasse von schneeweisser Farbe, welche die Mutterlauge in sich einsaugt. Man presst die Krystalle zwischen feiner Leinwand, wäscht sie mit etwas Alkohol ab und presst sie von Neuem.

Auf diese Weise zerlegt sich das Stearopten in einen sich zuerst ausscheidenden, krystallisirten Körper und in einen zweiten, der mit doppeltschwefeligsaurem Natron in Verbindung tritt. Wir wollen den Ersten Benzhydrolsäure, den Zweiten Benzhydrol nennen. Das Stearopten ist demnach eine Verbindung von Benzhydrolsäure und Benzhydrol. Das Benzhydrol verbindet sich wie Bittermandelöl oder alle Aldehyde nach den Versuchen von Bertagnini mit zwei Äquivalenten schwefeliger Säure und einem Äquivalente Natron, während die Benzhydrolsäure frei wird.

So leicht es gelingt, die Benzhydrolsäure zu erhalten, so unmöglich ist es, das Benzhydrol rein darzustellen. Aus der Verbindung mit schwefeliger Säure und Natron abgeschieden, nimmt es so rasch Sauerstoff auf, dass man stets Producte einer weiter oder weniger weit fortgeschrittenen Oxydation des Benzhydrol erhält, wenn man dieses darzustellen versucht. Der Wasserstoffgehalt nimmt in diesen Producten ab, der Sauerstoffgehalt zu, je länger sie der Atmosphäre ausgesetzt sind.

Die Krystalle der Benzhydrolsäure, so wie sie sich bei der oben angegebenen Bereitungsweise ausscheiden, sind gelblich gefärbt. Diese Farbe ist ihnen nicht eigenthümlich, sie rührt von einer Spur färbender Materie her, die übrigens auf das Resultat der Analyse ohne Einfluss ist.

0·1475 Substanz gaben 0·3940 Kohlensäure und 0·0830 Wasser. Die Substanz wurde im Vacuum getrocknet.

Dies entspricht folgender procentischer Zusammensetzung:

				Berechnet.	Gefunden.
42	Äquiv.	Kohlenstoff	= 252 —	73·04 —	72·84
21	„	Wasserstoff	= 21 —	6·09 —	6·25
9	„	Sauerstoff	= 72 —	20·87 —	20·91
			345 —	100·00 —	100·00

Um die Spur fremdartiger Materie wegzuschaffen, welche die gelbliche Färbung der Säure bedingt, genügt es, dieselbe mit Kalkwasser zu schütteln, die Lösung zu filtriren und aus der filtrirten Flüssigkeit durch eine Säure die Benzhydrolsäure zu fällen. Sie erscheint in voluminösen, schneeweissen Flocken, die mit kaltem Wasser gewaschen werden, worin die Säure sehr schwer löslich ist.

Wird Benzhydrolsäure in Kalkwasser gelöst, durch einige Tropfen sehr verdünnter Salpetersäure etwas von der Säure ausgefällt, um sicher zu sein, dass kein überflüssiger Kalk vorhanden sei, so erfolgt auf Zusatz von salpetersaurer Silberlösung ein weisser, flockiger Niederschlag, der bei 100° C. getrocknet einen Stich ins Violette bekömmt. Über 100° C. erhitzt, schmilzt das Silbersalz und erstarrt beim Erkalten zu langen Nadeln.

0·2350 des Salzes gaben 0·4755 Kohlensäure und 0·097 Wasser

0·2615 Salz hinterliessen 0·0555 metallisches Silber oder 21·22 pCt. metallisches Silber.

Dies entspricht folgender Formel:

				Berechnet.	Gefunden.
42	Äquiv.	Kohlenstoff	=	55·07 —	55·14
21	„	Wasserstoff	=	4·59 —	4·58
10	„	Sauerstoff	=	17·46 —	17·50
0·9	„	Silberoxyd	—	22·85 —	22·78
				100·00 —	100·00

Es enthält eine kleine Menge freier Säure beigemengt. Ferner hat die Säure $C_{42}\ H_{21}\ O_9$ ein Äquivalent Sauerstoff aus der Luft aufgenommen, während das Salz getrocknet wurde. So viel geht aus der Analyse des Salzes hervor, dass das Atomgewicht der Säure dreimal so gross ist, als ihrer einfachsten Formel $C_{14}\ H_7\ O_3$ entspricht.

Wird die Verbindung des Benzhydrols mit doppeltschwefeligsaurem Natron mit Schwefelsäure übergossen, die mit viel Wasser

verdünnt ist, so scheidet sich unter Entwickelung von schwefeliger Säure ein farbloses, ätherisches Öl aus, das nach mehreren Stunden zu Krystallen erstarrt. Das Öl so wie die Krystalle besitzen den starken Zimmtgeruch des Stearopten. Aus wasserfreiem Alkohol umkrystallisirt und im Vacuo getrocknet, gaben sie bei der Analyse folgende Zahlen:

0·2330 Substanz gaben 0·6380 Kohlensäure und 0·1355 Wasser.

Auf 100 Theile berechnet:

					Berechnet.		Gefunden.
42	Äquiv.	Kohlenstoff	=	252 —	74·77 —		74·63
21	„	Wasserstoff	=	21 —	6·23 —		6·45
8	„	Sauerstoff	=	64 —	19·00 —		18·92
				337 —	100·00 —		100·00

Die Formel $C_{42}\ H_{21}\ O_8$ drückt die Zusammensetzung eines Gemenges von $C_{14}\ H_7\ O_2$ und $C_{14}\ H_7\ O_3$ oder $C_{42}\ H_{21}\ O_9$ aus. Die Substanz, welche in der schwefeligsauren Verbindung enthalten ist, oxydirt sich sowohl in dieser Verbindung, als noch viel lebhafter, wenn sie aus derselben ausgeschieden wird.

Wird die Verbindung des zweifachschwefeligsauren Natrons mit Benzhydrol mit Wasser zum Sieden erhitzt, so scheidet sich aus der Flüssigkeit eine Menge von Öltröpfchen aus, die sich an der Oberfläche zu einem, dem Cinnamylwasserstoffe ähnlichen Öle sammeln, das bei Berührung mit einem festen Körper zu einer Krystallmasse erstarrt. Durch Umkrystallisiren aus siedendem Alkohol werden reine, glänzende, farblose Krystalle gewonnen, die lufttrocken zur Analyse verwendet wurden.

0·266 dieser Krystalle gaben 0·7380 Kohlensäure und 0·1545 Wasser.

Dies entspricht folgender procentischer Zusammensetzung und Formel:

					Berechnet.		Gefunden.
28	Äquiv.	Kohlenstoff	=	168 —	75·6 —		75·66
14	„	Wasserstoff	=	14 —	6·3 —		6·45
5	„	Sauerstoff	=	40 —	18·1 —		17·89
				222 —	100·0 —		100·00

$C_{28}\ H_{14}\ O_5$ ist der Ausdruck für ein Gemenge von $C_{14}\ H_7\ O_2$ und $C_{14}\ H_7\ O_3$ zu gleichen Äquivalenten. Auch hier hat die Oxydation schon bedeutende Fortschritte gemacht.

Eine auf dieselbe Weise bereitete Substanz wurde nach dem Umkrystallisiren aus Alkohol mehrere Stunden auf 100° C. erwärmt, wobei sie als gelbes Öl erscheint, das nach dem Erkalten zu einer krystallinischen Masse erstarrt.

Die Analyse gab folgendes Resultat:

0·322 Substanz gaben 0·8575 Kohlensäure und 0·1840 Wasser.

				Berechnet.	Gefunden.
42	Äquiv.	Kohlenstoff	= 252 —	73·04 —	72·57
21	„	Wasserstoff	= 21 —	6·09 —	6·34
9	„	Sauerstoff	= 72 —	20·87 —	21·09
			345 —	100·00 —	100·00

Es ist ein Körper von nahe derselben Zusammensetzung, welche der Benzhydrolsäure zukömmt, durch Oxydation des Benzhydrols gebildet worden.

Die fortschreitende Oxydation, welche das Benzhydrol in Berührung mit dem Sauerstoffe der Luft erleidet, zeigt sich durch die Veränderungen, welche das Benzhydrol nach längerer Aufbewahrung in seiner Farbe und anderen Eigenschaften darbietet. Reine, farblose Krystalle wurden nach mehrmonatlicher Aufbewahrung unter einer Glasglocke gelb, an manchen Stellen zimmtbraun. Einige waren schwarz gefärbt.

Wenn die Verbindung des Benzhydrol mit doppeltschwefeligsaurem Natron mit Kalilauge übergossen wird, scheidet sich das Benzhydrol ebenfalls in Öltröpfchen aus.

Wir führen hier die Analyse der doppeltschwefeligsauren Natronverbindung des Benzhydrol an, bemerken aber, dass es unter vier Darstellungen nur einmal gelang, die Substanz so schnell trocken zu erhalten, dass sie nicht durch Oxydation verändert war.

0·4400 gaben 0·5230 Kohlensäure und 0·1285 Wasser.

0·3750 gaben 0·1730 schwefelsaures Natron, i. e. 20·13 pCt. Natron.

Zieht man das Natron als zweifachschwefeligsaures Natron ab, so bleibt für die organische Substanz, das Benzhydrol, folgende Zusammensetzung:

				Berechnet.	Gefunden.
14	Äquiv.	Kohlenstoff	= 84 —	84·00 —	83·92
8	„	Wasserstoff	= 8 —	8·00 —	8·39
1	„	Sauerstoff	= 8 —	8·00 —	7·69
			100 —	100·00 —	100·00

Die Verbindung selbst ist aus einem Äquivalente des Benzhydrol, zwei Äquivalenten schwefeliger Säure und einem Äquivalente Natron ohne Wassergehalt zusammengesetzt.

Die Formel $C_{28}\ H_{15}\ O_5$, welche der Eine von uns in Gemeinschaft mit Prof. Hlasiwetz für das Stearopten aus Cassiaöl aufstellte, stimmt mit den Analysen des Stearopten nicht besser als die folgende Formel, welche mit den Zersetzungsproducten im besten Einklange steht.

		Berechnet.		Gefunden.	
56 Äquiv. Kohlenstoff	= 336	75·51	75·35	75·24
29 „ Wasserstoff	= 29	6·52	6·86	6·83
10 „ Sauerstoff	= 80	17·97	17·79	17·93
	445	100·00	100·00	100·00

$$\underbrace{C_{56}\ H_{29}\ O_{10}}_{\text{Stearopten.}} = \underbrace{C_{42}\ H_{21}\ O_9}_{\text{Benzhydrolsäure.}} + \underbrace{C_{14}\ H_8\ O}_{\text{Benzhydrol.}}$$

Das Product, welches aus dem Stearopten durch Einwirkung von Kalihydratlösung in der Siedhitze entsteht, hat eine der Formel $C_{42}\ H_{22}\ O_{11}$ entsprechende Zusammensetzung. Seine Bildung beruht auf der Aufnahme von Wasser und Sauerstoff: $C_{42}\ H_{21}\ O_9 + HO + O = C_{42}\ H_{22}\ O_{11}$.

Die Entstehung einer Säure, die isomer, vielleicht identisch mit Nitrobenzoësäure ist, bei Behandlung des Stearopten mit Salpetersäure, erklärt sich aus der Zusammensetzung der Benzhydrolsäure, die sich nur durch einen etwas grösseren Wasserstoffgehalt von der Benzoësäure unterscheidet, während das Benzhydrol um ein Äquivalent Wasserstoff mehr enthält als der Äther der Benzoësäure.

Die Benzhydrolsäure ist eine sehr schwache Säure, darum erhält man sie leicht wasserfrei und nur schwierig als Hydrat. Das Äquivalent Hydratwasser, das sie enthält, geht leicht in der Wärme hinweg, aber auch im luftleeren Raume über Schwefelsäure entlässt die Säure dasselbe. Um das Hydrat darzustellen wurde Benzhydrolsäure in Kalkwasser gelöst, die Lösung filtrirt, durch Salzsäure die Säure in weissen krystallinischen Flocken gefällt, auf einem Filter mit Wasser gewaschen und dann lufttrocken zur Analyse verwendet, welche folgende Zahlen gab.

0·1800 Säure gaben 0·4705 Kohlensäure und 0·1020 Wasser.

Dies entspricht folgender Zusammensetzung:

				Berechnet.	Gefunden.
42	Äquiv.	Kohlenstoff	= 252 —	71·19 —	71·28
22	„	Wasserstoff	= 22 —	6·21 —	6·23
10	„	Sauerstoff	= 80 —	22·60 —	22·49
			354 —	100·00 —	100·00

$$C_{42}\,H_{22}\,O_{10} = C_{42}\,H_{21}\,O_9 + HO.$$

Da die Masse des Materiales, das zu unserer Verfügung stand, eine beschränkte war, lag es ausser dem Bereiche der Möglichkeit, einige Reactionen näher zu studiren, die wohl das Studium werth gewesen wären.

Das Stearopten wird durch Ammoniak in eine stickstoffhaltige Substanz verwandelt. Mit doppeltschwefeligsaurem Ammoniak erhitzt, tritt eine heftige Reaction ein. Die Flüssigkeit vom Feuer genommen fährt fort zu kochen, so dass sie leicht aus den Gefässen geschleudert wird. Nach dem Erkalten hat man eine gelbliche, klare Flüssigkeit, in welcher ein stickstoff- und schwefelhaltiger Körper enthalten ist; der Stickstoff ist in demselben nicht in der Form von Ammoniak, der Schwefel nicht als schwefelige Säure enthalten.

Die Benzhydrolsäure löst sich in erwärmter englischer Schwefelsäure mit anfangs rothbrauner, bald beim Erhitzen grün werdender Farbe auf. Auf Zusatz von Wasser fallen dunkelgrünblaue Flocken nieder. Alle diese Metamorphosen konnten aus Mangel an Material nicht näher studirt werden.

In kurzer Zeit werden wir die Resultate einer Untersuchung über die Einwirkung des schwefeligsauren Ammoniaks auf Äsculetin vorlegen, die, wie wir glauben, von Interesse sein werden. An die Versuche über das Äsculetin schliessen sich die über Kaffeegerbsäure an.

Gasverdichtungs - Versuche.

Von **Dr. J. Natterer.**

Die Resultate der über die Verdichtung der Gase unter sehr hohem Drucke angestellten Versuche, welche ich schon in meinen früheren Berichten [1]) bekannt machte, haben es beinahe zur Gewissheit gemacht, dass man durch die blosse Anwendung des mechanischen Druckes kaum das gewünschte Ziel, nämlich die permanent ausdehnsamen Gase in den flüssigen und festen Zustand überzuführen, je erreichen wird. Die Hindernisse, welche der ferneren Fortsetzung der Versuche in dieser Richtung hemmend entgegentraten, habe ich in denselben Berichten bereits erwähnt.

Da ich aber nun in dem Besitze des mit so viel Mühe und Geldopfern verfertigten Apparates war, so wollte ich, führte er auch nicht zur Erzielung der erwünschten Resultate, doch mit ihm noch fernere Versuche anstellen, welche, wenn sie auch wegen der grossen angewandten Kräfte auf scharfe wissenschaftliche Genauigkeit keinen Anspruch haben machen können, immerhin Wissenswerthes genug zu liefern vermögen. Auch dürfte kaum ein zweiter ähnlicher Apparat vorhanden sein, und es sind nicht nur persönlicher Muth, sondern hauptsächlich praktische mechanische Kenntnisse erforderlich, um derlei Untersuchungen durchzuführen. In meinem zweiten Berichte habe ich schon auf ein Verfahren hingewiesen, die Atmosphären-Zahl bei so bedeutendem Drucke annäherungsweise bestimmen zu können, jedoch konnte man dadurch nur eine bestimmte Anzahl Atmosphären und diese nur sehr ungenau ermitteln.

Meine früheren Versuche lehrten schon, dass die Gase bei sehr hohem Drucke dem Mariotte'schen Gesetze nicht mehr folgen, sondern sich in einem weit geringeren Verhältnisse zum ausgeübten Drucke verdichten lassen und dass bei gleichem Drucke die Dichte der einzelnen Gase verschieden sei. Es war daher erforderlich, den Apparat so einzurichten, dass man das Verhältniss des angewandten

[1]) Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften. mathem.-naturw. Classe Bd. V, S. 351, 1850 und Bd. VI, S. 557, 1851.

Druckes zur Dichte der Gase bei sehr verschiedener Pression ermitteln konnte.

Zu diesem Ende stellte ich den Apparat so her, dass man während des Comprimirens immer den Druck im Recipienten erkennen und durch Rechnung die Atmosphären-Anzahl bestimmen konnte. Ich brachte daher an jenem stählernen Stücke, womit der Recipient am oberen Ende verschraubt ist und zwar in jener Bohrung, worin sich die Ausströmungs-Öffnung befindet, eine stählerne Schraube an, welche durch zwei konische Flächen in luftdichte Verbindung mit dem Recipienten gesetzt werden konnte und worin sich eine sehr genaue cylindrische Bohrung, von $1\frac{1}{2}$ Zoll Länge und 1.445 Wiener Linien im Durchmesser, befand. In dieser Bohrung kann sich ein gehärteter Stahlstift von einem Zoll Länge, welcher mit der grössten Genauigkeit eingeschliffen ist, auf- und nieder bewegen. Das eine Ende dieses Stiftes geht in eine stumpfe Spitze aus, während in dem unteren Ende mittelst einer kleinen Schraube eine Lederkappe befestiget werden kann. Das spitze Ende dieses Stiftes steht eine Linie aus der cylindrischen Bohrung hervor und drückt hier auf einen Hebel-Apparat.

Es kann nämlich an der stählernen Schraube ein $12\frac{1}{2}$ Zoll langes Eisen befestiget werden, welches einem Hebel-Apparate zur Stütze dient. Es sind zwei einarmige Hebel so in Verbindung gebracht, dass einer auf den andern wirkt. Der kürzere Hebel, auf welchen der Stahlstift drückt, hat eine Länge von 11 Zollen. Vom Unterstützungspunkte zum Angriffspunkte ist eine Länge von 1 Zoll. Der längere Arm dieses Hebels geht in eine nach auswärts gebogene stumpfe Spitze aus, welche in eine entsprechende kleine Vertiefung des zweiten Hebels passt. Dieser zweite längere Hebel hat 16 Zoll Länge; der Angriffs- und ein Unterstützungspunkt sind ebenfalls einen Zoll von einander entfernt. Am Ende dieses Hebelarmes ist eine Wagschale aufgehängt zur Aufnahme der Gewichte. Beide Hebel und der längere sammt der Wagschale sind durch angebrachte Gegengewichte so belastet, dass der Schwerpunkt durch den Unterstützungspunkt geht und daher das Gewicht der Hebel ganz ausser Acht gelassen werden kann. — Wird nun im Recipienten ein Gas verdichtet, so drückt der kleine Stahlstift gegen den kürzeren Hebel und dessen spitzes Ende auf den längeren Hebel, wodurch die Wagschale gehoben wird. Da die Länge des kürzeren Hebels

11 Zoll, die des längeren 16 Zoll beträgt, die beiden Unterstützungspunkte von den Angriffspunkten nur 1 Zoll entfernt sind, so wird ein in die Wagschale gelegtes Gewicht einem auf die untere Fläche des Stahlstiftes ausgeübten Drucke, welcher dem 176fachen jenes aufgelegten Gewichtes entspricht, das Gleichgewicht halten.

Da der Durchmesser des Stahlstiftes 1·445 Wiener Linien beträgt, so ist die Fläche, worauf das Gas drücken kann, 1·6412 Quadrat-Linien gross. Eine Atmosphäre übt daher auf die untere Fläche des Stahlstiftes einen Druck von 81.377 Grammen. Für jede Atmosphäre ist daher ein Gewicht von 0.462 Grammen in der Wagschale erforderlich. Man ist mit dieser Vorrichtung im Stande den Druck im Recipienten jeden Augenblick mit ziemlicher Genauigkeit anzugeben. Nur muss man auf die Reibung des Stahlstiftes immer Rücksicht nehmen, indem zu dessen Bewegung eine directe Belastung von beiläufig 800 Grammen, daher ein Druck von nahe 10 Atmosphären erforderlich ist.

Es war nun noch eine Vorrichtung anzubringen, um das im Recipienten enthaltene Gas-Volumen ermitteln zu können. Zu diesem Behufe brachte ich einen Schraubenhahn mit einer Ausströmungs-Öffnung an, woran ein Kautschuk-Schlauch befestiget wurde, dessen Ende in eine pneumatische Wanne ging. Der Schraubenhahn war so eingerichtet, dass damit ein sehr langsames Entweichen des Gases möglich gemacht werden konnte.

Wird die Schraube des Hahnes etwas zurückgedreht, so kann das Gas durch den Kautschuk-Schlauch in die pneumatische Wanne gelangen, in welcher eine Glasglocke derart mittelst Räder und einem angebrachten Gegengewichte aufgehängt ist, dass sie sich in dem Masse hebt, als Gas in selbe einströmt, so dass der Druck des zu messenden Gases immer gleich ist dem Drucke der Atmosphäre. Die Glasglocke ist in 80 gleiche Raumtheile getheilt, dessen jeder den Rauminhalt des Recipienten nämlich 60 Kubik-Centimeter enthält. — Sauerstoff konnte nur bis zu einem Druck von 1350 Atmosphären verdichtet werden, indem es sich schon bei meinen früheren Versuchen zeigte, dass das Öl, womit das Ventil-Leder befeuchtet ist, bei höherem Druck sich entzündete, wodurch ein Entzünden des Stahles und eine Zertrümmerung des Recipienten hätte herbeigeführt werden können. Der Verschluss des Stahlstiftes mittelst der Lederkappe in der cylindrischen Bohrung hat allen Anforderungen entsprochen.

Es wurde unmittelbar an die Lederkappe ein Gemenge von Öl und Talg gegeben, welche zähe Masse nicht so leicht durch die Poren des Leders gepresst werden konnte. Der gefüllte Recipient liess selbst, wenn er mehrere Tage hindurch stehen blieb, kein Gas entweichen.

Mit diesem Apparate wurde das Gas im Recipienten so weit verdichtet, bis ein Gewicht von 1290 Grammen in der Wagschale gerade noch gehoben wurde. Es war dann im Recipienten ein Druck von beiläufig 2790 Atmosphären enthalten. Nun wurde mit der Bestimmung des Verhältnisses des Druckes zum Volumen begonnen. Würde das Mariotte'sche Gesetz bei so hohem Drucke noch richtig sein, so müsste, wenn man 10 Raumtheile Gas aus dem Recipienten entweichen lässt, auch der Druck in demselben um 10 Atmosphären geringer werden. Die Erfahrung hat aber gelehrt, dass dies in einem weit grösseren und bei den einzelnen Gasen in einem sehr verschiedenen Verhältnisse geschieht. Denn, wie aus den angehängten Tabellen zu ersehen ist, sinkt der Druck bei 2790 Atmosphären, wenn 10 Volumina Gas entwichen sind, nicht um 10 Atmosphären, sondern bei Wasserstoffgas um 101, bei Stickgas um 136, bei atmosphärischer Luft um 131 und bei Kohlenoxydgas um 163 Atmosphären.

Aber auch das Volumen ist bei den verschiedenen Gasen nicht dasselbe, welches sich durch den gleichen Druck von 2790 Atmosphären in den Recipienten pressen lässt. Denn es waren unter diesem Drucke bei Wasserstoffgas 1008, bei Stickgas 705, bei atmosphärischer Luft 726 und bei Kohlenoxydgas 727 Volumina im Recipienten enthalten. Es ist daher Wasserstoffgas am meisten und Stickgas am wenigsten zusammendrückbar.

Nun wurden wieder 10 Raumtheile Gas aus dem Recipienten in die Glasglocke gelassen und das gehobene Gewicht in der Wagschale bestimmt und dieses Verfahren so lange wiederholt, bis der Recipient leer war.

Es wurden die Versuche mit jedem Gase mehrere Male vorgenommen und zwar immer bei ziemlich gleichem Barometerstande und derselben Temperatur. Die Zahlen der folgenden Tabellen sind Mittel aus den einzelnen Versuchen. Die Ziffer in der ersten Spalte ist die Anzahl der Grammen, welche in der Wagschale noch gehoben wurden, die in der zweiten zeigt die im Recipienten enthaltenen Volumina an. Die Ziffer der dritten Spalte zeigt den Druck

in Atmosphären ausgedrückt und die der vierten Spalte die Differenz je zweier über einander stehender Zahlen der dritten Spalte, aus diesen letzteren Zahlen sieht man das Abnehmen des Druckes, wenn 10 Raumtheile Gas entwichen sind. Um z. B. in einen Raum 1008 Volumina Wasserstoffgas zu pressen, ist ein Druck von 2790 Atmosphären erforderlich, für 998 Volumina aber nur 2689, daher um 101 Atmosphären weniger, für 808 Volumina desselben Gases sind 1623 und für 798 sind 1584 daher um 39 Atmosphären weniger erforderlich. —

Zur Bestimmung des Druckes in den Flaschen, welche ich zur Verdichtung der Kohlensäure und des Stickstoffoxyduls benütze, habe ich einen Manometer construirt, welcher auf demselben Principe beruht, wie jene, welche nun bei den Locomotiven in Anwendung sind. Es ist nämlich eine spiralförmig gewundene, etwas abgeflachte, 3 Schuh lange Röhre aus Messingblech so mittelst einer verzahnten Stange und Zahnräder mit einem Zeiger in Verbindung gebracht, dass, wenn dieses Manometer an die Flasche geschraubt wird, man den Druck bis 140 Atmosphären abzulesen im Stande ist.

Wasserstoffgas.

Grammen.	Volumina.	Atmosphären.	Differenz.	Grammen.	Volumina.	Atmosphären.	Differenz.
1290	1008	2790	—	316	498	685	21
1244	998	2689	101	307	488	665	20
1200	988	2594	95	298	478	646	19
1158	978	2505	89	290	468	627	19
1120	968	2423	82	282	458	608	19
1085	958	2347	76	274	448	590	18
1053	948	2277	70	266	438	573	17
1024	938	2213	64	258	428	556	17
996	928	2154	59	250	418	539	17
970	918	2098	56	242	408	522	17
945	908	2044	54	234	398	505	17
922	898	1995	49	226	388	488	17
900	888	1948	47	218	378	471	17
880	878	1904	44	210	368	454	17
861	868	1862	42	203	358	438	16
843	858	1821	41	196	348	423	15
824	848	1781	40	189	338	408	15
805	838	1741	40	182	328	393	15
786	828	1701	40	175	318	379	14
768	818	1662	39	169	308	365	14
750	808	1623	39	165	298	352	13
732	798	1584	39	157	288	339	13
715	788	1546	38	151	278	326	13
697	778	1508	38	145	268	313	13
679	768	1471	37	139	258	300	13
663	758	1434	37	133	248	287	13
646	748	1398	36	127	238	274	13
630	738	1362	36	121	228	261	13
613	728	1326	36	115	218	248	13
597	718	1292	34	109	208	235	13
582	708	1259	33	103	198	222	13
567	698	1226	33	97	188	209	13
552	688	1194	32	91	178	196	13
538	678	1164	30	85	168	183	13
525	668	1134	30	79	158	170	13
512	658	1104	30	74	148	158	12
498	648	1074	30	68	138	146	12
484	638	1044	30	62	128	134	12
470	628	1015	29	56	118	122	12
456	618	986	29	51	108	111	11
443	608	958	28	46	98	100	11
430	598	930	28	41	88	89	11
417	588	903	27	36	78	78	11
404	578	876	27	31	68	68	10
392	568	850	26	26	58	58	10
380	558	824	26	21	48	48	10
368	548	799	25	17	38	38	10
357	538	775	24	12	28	28	10
346	528	751	24	8	18	18	10
336	518	728	23	4	8	8	10
326	508	706	22	—	0	0	8

Sauerstoffgas.

Grammen.	Volumina.	Atmosphären.	Differenz.	Grammen.	Volumina.	Atmosphären.	Differenz.
626	657	1354	—	154	317	334	12
594	647	1284	70	149	307	322	12
564	637	1218	66	143	297	310	12
537	627	1160	58	138	287	298	12
512	617	1106	54	133	277	287	11
489	607	1056	50	127	267	276	11
467	597	1010	46	122	257	265	11
446	587	966	44	117	247	254	11
426	577	923	43	112	237	243	11
407	567	881	42	107	227	232	11
388	557	840	41	101	217	221	11
370	547	800	40	97	207	210	11
353	537	764	36	92	197	199	11
337	527	731	33	87	187	188	11
323	517	700	31	82	177	177	11
309	507	670	30	77	167	167	10
296	497	641	29	73	157	157	10
284	487	614	27	68	147	147	10
272	477	588	26	63	137	137	10
260	467	563	25	59	127	127	10
249	457	539	24	54	117	117	10
239	447	517	22	50	107	107	10
230	437	497	20	45	97	97	10
222	427	479	18	41	87	87	10
215	417	463	16	36	77	77	10
207	407	448	15	31	67	67	10
201	397	434	14	27	57	57	10
194	387	420	14	22	47	47	10
188	377	407	13	17	37	37	10
182	367	394	13	13	27	27	10
177	357	382	12	8	17	17	10
172	347	370	12	4	7	7	10
166	337	358	12	—	0	0	7
160	327	346	12				

Stickgas.

Grammen.	Volumina.	Atmosphären.	Differenz.	Grammen.	Volumina.	Atmosphären.	Differenz.
1290	705	2790	—	195	345	423	21
1227	695	2654	136	186	335	403	20
1166	685	2522	132	178	325	384	19
1106	675	2394	128	170	315	367	17
1050	665	2272	122	162	305	351	16
997	655	2156	116	155	295	336	15
946	645	2046	110	148	285	321	15
897	635	1940	106	142	275	306	15
850	625	1838	102	135	265	292	14
804	615	1738	100	128	255	278	14
758	605	1640	98	122	245	265	13
715	595	1546	94	117	235	252	13
674	585	1458	88	111	225	240	12
636	575	1376	82	106	215	228	12
601	565	1300	76	101	205	217	11
567	555	1228	72	95	195	206	11
536	545	1159	69	90	185	195	11
507	535	1095	64	85	175	184	11
479	525	1035	60	80	165	173	11
453	515	980	55	75	155	162	11
429	505	928	52	70	145	151	11
408	495	882	46	64	135	140	11
388	485	840	42	59	125	129	11
370	475	801	39	54	115	118	11
353	465	764	37	49	105	107	11
337	455	729	35	44	95	96	11
321	445	695	34	39	85	85	11
306	435	662	33	34	75	75	10
292	425	630	32	30	65	65	10
278	415	600	30	25	55	55	10
264	405	570	30	20	45	45	10
251	395	542	28	16	35	35	10
238	385	515	27	11	25	25	10
226	375	489	26	6	15	15	10
215	365	466	23	3	5	5	10
205	355	444	22	—	0	0	5

Atmosphärische Luft.

Grammen.	Volumina.	Atmosphären.	Differenz.	Grammen.	Volumina.	Atmosphären.	Differenz.
1290	726	2790	—	195	356	420	19
1230	716	2659	131	186	346	401	19
1170	706	2531	128	177	336	383	18
1112	696	2405	126	170	326	367	16
1055	686	2283	122	162	316	352	15
1000	676	2165	118	156	306	338	14
948	666	2051	114	150	296	325	13
898	656	1943	108	144	286	312	13
852	646	1843	100	139	276	300	12
808	636	1747	96	133	266	288	12
766	626	1656	91	127	256	276	12
725	616	1570	86	122	246	264	12
688	606	1490	80	117	236	252	12
654	596	1413	77	111	226	240	12
620	586	1340	73	106	216	228	12
589	576	1273	67	101	206	217	11
561	566	1212	61	96	196	206	11
535	556	1156	56	90	186	195	11
510	546	1101	55	85	176	184	11
485	536	1047	54	80	166	173	11
459	526	993	54	75	156	162	11
435	516	941	52	70	146	151	11
412	506	891	50	65	136	140	11
389	496	843	48	60	126	129	11
368	486	796	47	55	116	118	11
348	476	753	43	50	106	107	11
329	466	713	40	45	96	96	11
312	456	676	37	40	86	86	10
296	446	642	34	35	76	76	10
282	436	610	32	30	66	66	10
269	426	580	30	26	56	56	10
256	416	553	27	21	46	46	10
245	406	528	25	16	36	36	10
234	396	504	24	12	26	26	10
223	386	481	23	7	16	16	10
212	376	459	22	3	6	6	10
203	366	439	20	—	0	0	6

Kohlenoxyd-Gas.

Grammen.	Volumina.	Atmosphären.	Differenz.	Grammen.	Volumina.	Atmosphären.	Differenz.
1290	727	2790	—	182	357	394	14
1215	717	2627	163	176	347	381	13
1145	707	2477	150	170	337	368	13
1082	697	2339	138	164	327	355	13
1021	687	2209	130	159	317	343	12
965	677	2088	121	153	307	331	12
912	667	1974	114	147	297	319	12
863	657	1867	107	141	287	307	12
817	647	1767	100	136	277	295	12
775	637	1674	93	131	267	283	12
732	627	1584	90	125	257	271	12
690	617	1498	86	120	247	259	12
655	607	1416	82	115	237	248	11
618	597	1338	78	110	227	237	11
584	587	1264	74	105	217	226	11
554	577	1196	68	100	207	215	11
525	567	1133	63	95	197	204	11
496	557	1073	60	89	187	193	11
470	547	1016	57	84	177	182	11
445	537	962	54	79	167	171	11
422	527	911	51	74	157	160	11
398	517	861	50	69	147	149	11
376	507	814	46	64	137	138	11
356	497	771	43	59	127	127	11
338	488	732	39	54	117	117	10
321	477	695	37	50	107	107	10
305	467	661	34	45	97	97	10
291	457	629	32	41	87	87	10
277	447	599	30	36	77	77	10
264	437	570	29	31	67	67	10
251	427	542	28	27	57	57	10
238	417	515	27	22	47	47	10
226	407	489	26	17	37	37	10
215	397	465	24	13	27	27	10
205	387	443	22	8	17	17	10
197	377	424	19	4	7	7	10
189	367	408	16	—	0	0	7

Beiträge zur Entwickelung des Gehirnes.

Von **Prof. Engel** in Prag.

(Mit II Tafeln.)

Ein höchst einfaches Entwickelungsgesetz wurde bisher in der Entwickelung des ganzen Organismus sowohl als auch einzelner Theile desselben nachgewiesen. An demselben Gesetze hält die Natur auch bei der Bildung des Kopfes und aller übrigen Theile fest, ohne hiervon eine Ausnahme zu machen. Jeder Bildung geht erst eine Theilung der kugelichen Blastemmassen, eine Spaltung oder eine Furchung voraus; jedes Organ entwickelt sich schichtenweise von aussen nach innen; immer erfolgt die Ausbildung der äussern Lagen früher als jene der mehr gegen die Mitte befindlichen. Dieses für den Kopf und seine Organe zu beweisen, wird die Aufgabe der nachfolgenden Zeilen sein.

Präparirt man sich den Kopf eines sehr jungen Vogel- oder Säugethier-Embryos dadurch, dass man ihn, wie es gewöhnlich geschieht, durch Weingeist härtet, so wird an allen den vielen Keimen, die hier neben einander liegen, nur die periphere Schicht fest und weiss, während jedes Blastem in seinem Innern durchsichtig und flüssig bleibt. So werden durch die Präparationsmethode öfters Formen erhalten, die oft nur vorübergehend sind, das Studium der Entwickelung dieser Theile nicht wenig erschweren, und eine häufige Quelle von Täuschungen werden. Man darf daher, um diese zu vermeiden, nicht vergessen, dass dasjenige, was an gehärteten Durchschnitten als Haut und festes Gebilde sich darstellt, hautartig, fest erst durch Weingeist geworden ist, im frischen Zustande dagegen ein ganz weiches, jeder Formveränderung zugängliches Gebilde ist, das übrigens nicht blos zufällig von seinem noch flüssigen Innern sich abtrennte, sondern in der That genetisch von demselben verschieden ist.

Ich habe zwar bereits die Entwickelung des Säugethier- (und Vogel-) Kopfes in flüchtigen Umrissen gezeichnet, so weit es zu einer allgemeinsten Darstellung nothwendig war, und so weit dies auch in den gewöhnlichen Beschreibungen über Entwickelung geschieht; dagegen habe ich jedes genauere Eingehen ins Einzelne

vermieden, um den Zusammenhang der Thatsachen in den ersten Tagen der Entwickelung nicht zu unterbrechen. Ich nehme daher das Detailstudium in dem Folgenden wieder auf, muss aber hierbei auch auf die ersten Entwickelungsformen zurückgreifen.

Die erste Form des Säugethierkopfes ist ein kugeliges Blastem (Fig. 1), das bald durch Spaltung in vier paarweis über einander liegende Blastemkugeln (Fig. 2) zerfällt, die sich durch gegenseitige Berührung etwas abplatten, in Peripherie und Inhalt scheiden und zwar so, dass ihre Peripherie zugleich als Peripherie des ganzen Blastemes 1 erscheint. Jedes dieser Blasteme entwickelt später abermal in seinem Innern zwei neue von einander getrennte Kugelmassen (Fig. 3), so dass nun jede Seitenansicht des Fötus 4 solcher ungleich grosser neben einander liegender Kugelmassen zeigt, die bereits von mir in einer früheren Abhandlung entsprechende Namen erhalten haben. Wo 4 dieser Kugeln zusammenstossen, bilden sie eine vierseitige trichterförmige Mulde (*c d e f*, Fig. 3), welche mit einem ganz durchsichtigen Blasteme vollgefüllt ist, das übrigens bei der Betrachtung des Gegenstandes von oben her seiner Durchsichtigkeit wegen leicht übersehen werden kann. Während aber von aussen die Grenzen der einzelnen Blasteme recht wohl beobachtet werden können, sind sie im Innern bereits wieder verschwunden, und die ganze Blastemspaltung war daher ein vorübergehender Act, der nur einige Theile ins Leben rief. Es erhalten sich nämlich nur die peripheren Lagen aller 8 Furchungskugeln mit den theilweisen Andeutungen jener Mulden. Macht man sich daher in dieser Entwickelungsperiode einen Schädeldurchschnitt nach der Linie *a b*, Fig. 3, so erhält er die in der 4. Figur abgebildete Gestalt, in der man noch die Abtheilung in eine vordere und hintere Furchungskugel und bei *c g e* die Durchschnittsfigur der Mulde *c d e f*, Fig. 3, erblickt. Nach geschehener Verschmelzung der transitorischen Furchungskugeln erscheint ein Schädeldurchschnitt nach der Linie *a b*, Fig. 3, in der Form der 5. Figur; im Profilschnitte dagegen würde er die in Fig. 6 dargestellte Gestalt darbieten. In dem Raume *g e* entwickelt sich das Auge (Fig. 5); der Raum *A* ist mit flüssigem Blasteme vollgefüllt; die ihn allseitig umgrenzende Schicht oder Wand bildet sich später zu den allgemeinen Decken und den Knochen des obern Theiles vom Kopfe um, und zwar erfolgt diese Umbildung in folgender Weise: Die den Raum *A* wandartig umschliessende Blastemschicht spaltet sich

(Fig. 7) in eine äussere und eine innere Lage, welche Spaltung aber durch die gewöhnliche Behandlung mit Weingeist meist undeutlich wird und nur über den beiden Augenkeimen *a* etwas deutlicher hervortritt; die äusserste Lage wird zu den allgemeinen Decken des Kopfes; die innere dagegen, wenn man sich den Durchschnitt horizontal über der Ebene der Linie *b a*, Fig. 3, denkt, wird zu den Knochen des Hirnschädels. An einem in der angegebenen Richtung geführten Schnitte (Fig. 7) treten daher folgende genetisch verschiedene Theile des knöchernen Hirnkapsel hervor. 1. Das Stück *b c d*, aus 2 Hälften bestehend, die bei dem Punkte *c* unter einem leicht einspringenden Winkel — dem Horizontalschnitte des senkrechten Schenkels der spätern *Eminentia cruciata interna* — sich vereinigen. Ferner 2. die beiden symmetrisch liegenden Theile *d e e'* und *b f f'*, welche nach vorne beide unter einem Winkel sich öffnen. Von diesen Theilen stellt *d e* und *b f* die Horizontalprojection des künftigen Jochbogens, *d e'* und *b f'* die horizontale Durchschnittsfigur des künftigen Schuppentheiles vom Schläfebeine dar; das zwischen diesen beiden Theilen befindliche nach der Präparation mit Weingeist aber selten deutlich genug abgegrenzte Blastem stellt die horizontale Durchschnittsfigur des künftigen Schläfemuskels dar. Der an der innern Seite des Augenblastems *a* zurückgebliebene Streif *f' g* wird zum grossen Keilbeinsflügel; von *g* nach *h* verschmilzt das Augenblastem mit dem an seiner innern Seite anliegenden Blastemstreifen; von *h* nach *h'* ist 4. die horizontale Projection eines Durchschnittes des Stirnbeines, das gleichfalls aus zwei gekrümmten Hälften besteht, die sich bei *k* unter einem kleinen nach einwärts einspringenden Winkel — der Durchschnittsfigur der künftigen *Crista ossis frontalis* — vereinigen. Es ergeben sich hiermit alle Einzelheiten der verwickelten Gliederung der knöchernen Hirnkapsel mit aller nur wünschenswerthen Genauigkeit. Nicht minder einfach gestalten sich die Verhältnisse, wenn man einen senkrechten Längenschnitt untersucht, der an dem Schädel in der Mitte von vorne nach hinten verläuft. In der 8. Figur sieht man die Höhle eines solchen Längenschnittes. Man hat Fig. 6 von *a* bis *b* die Projection des Stirnbeins das von *a* nach *f* eine kleine Einstülpung — die künftige *Crista ossis frontis* — bildet. Von *b* nach *c* ist die grosse oder 4seitige Fontanelle im Durchschnitte dargestellt, von *c* nach *d* und *g* ist die Durchschnittsfigur des Hinterhauptbeines, das aus zwei Theilen besteht, dem obern von *c* nach *d*, der künftigen

Schuppe des Hinterhauptbeines, dem untern von *d* nach *g* gelegenen Stücke; diese beiden Stücke vereinigen sich von *d* nach *e* unter einem kleinen einspringenden Winkel – dem senkrechten Durchschnitte des horizontalen Astes der künftigen *Eminentia cruciata interna*. Sieht man in dieser Entwickelungsperiode an einem horizontalen Schädeldurchschnitte von oben nach unten auf die Schädelbasis, so bemerkt man (Fig. 7) in der Mitte der Schädelbasis einen von hinten nach vorne verlaufenden leicht erhabenen Streif, der bei einer kleinen ungleich vierseitigen Öffnung *m* (Fig. 7) endet. Diese Öffnung entspricht der Stelle *c*, Fig. 8, im Aufrisse, der Stelle nämlich, wo die zweite Hirnblase mit der dritten oder der Nackenblase zusammenhängt. Eine andere, mehr rundliche Vertiefung *(o)* gewahrt man dort, wo die 8 grossen Furchungskugeln des ganzen Kopfes zusammenstossen (Fig. 4, *o*). Diese rundliche Vertiefung wird bleibend und dient zum Theile der *Glandula hypophysis* zur Bildungsstätte. In der Seitenansicht entspricht die Stelle *m n*, Fig. 8, dem künftigen *Foramen occipitale magnum*, die Stelle *o* dagegen der Bildungsstätte für die *Glandula hypophysis*.

Eben so einfache Ergebnisse erhält man, wenn man die äussere Fläche des Schädels berücksichtigt. In der 9. Figur ist die obere Schädelfläche dargestellt; wo man die beiden Stirnbeine als Flächen *a*, die beiden künftigen Seitenwandbeine als die Flächen *b*, die grosse 4eckige Fontanelle als Fläche *c*, die künftige Schuppe des Hinterhauptbeines als Fläche *d* erblickt. An der hintern Fläche des Schädels (Fig. 10) stellen sich die Verhältnisse nicht minder einfach hervor. Man sieht hier bei *b* die hinteren Theile beider Seitenwandbeine, bei *d* die Umrisse der künftigen Hinterhauptbeins-Schuppe; *e* sind die beiden unter der *Protuberantia occipitalis* liegenden Theile der Schuppe des Hinterhauptbeines. Eine Ansicht des Schädels von seiner vordern Seite habe ich bereits in meiner frühern Abhandlung gegeben.

Dies im Allgemeinen über die erste Vertheilung und Abgrenzung der vorhandenen Räumlichkeiten. Schon in dieser ersten Entwickelung offenbart sich übrigens ein Unterschied nach der Thiergattung. Die verschiedenen Blastemkugeln, in welche das ganze Kopfblastem nach und nach zerfällt, haben nämlich bald verschiedene Grössenverhältnisse; bald überwiegt das Vorderhirn, bald das Mittelhirn, bald ist mehr die Längen-, bald die Höhen-Dimension in dieser oder jener

Blastemmasse ausgebildet — Unterschiede übrigens, welche den ganzen Gang der Entwickelung im Wesentlichen nicht verrücken können.

Aus dieser ganzen sachgemässen Darstellung erhellt zugleich, dass diejenigen blasenartigen Gebilde, welche man bisher als Vorderhirn, Mittelhirn und Nachhirn bezeichnet, noch gar nicht die Bedeutung eines Hirntheiles haben; ich werde daher an die Stelle dieser Ausdrücke die Benennungen Vorderkopfblase, Mittel- und Hinterkopfblase substituiren.

Für die weiteren Untersuchungen werden die Figuren 7, — eine Horizontalprojection der Innenfläche des nun gebildeten Hirnschädels — und 8, ein senkrechter Durchschnitt desselben, benützt werden.

Nach der ersten Blastemfurchung entsteht in Innern des so gebildeten Hirnschädels eine abermalige Blastemfurchung, wodurch anfangs 3 Blastemmassen — (Fig. 12) in der Seitenansicht —, und durch eine symmetrische Spaltung derselben 6 Blastemmassen entstehen — (Fig. 11), welche die Blastempaare 1 und 2 in der Ansicht von oben zur Anschauung bringt. Dann wiederholt sich die Erscheinung, dass die einander berührenden Blasteme sich abplatten, an den Berührungsstellen theilweise mit einander verschmelzen und, nachdem sich Peripherie und Inhalt von einander geschieden haben, ein System von reihenweise hinter einander liegenden Blättchen darstellen, die theilweise mit einander communiciren, aber auch noch an stellenweisen Einschnürungen die Gegenden erkennen lassen, wo die ursprüngliche Theilung eingetreten war. So entsteht nun aus der Figur 11 die Figur 13, aus der Figur 12 die Figur 15, welche, um verstanden zu werden, nur weniger Bemerkungen bedürfen. Die ganze von mehrfach geschichteten Wänden umschlossene Höhle *A* in beiden Figuren ist nun Höhle der *Dura mater cerebralis;* der diese Höhle zunächst begrenzende Streif ist die *Dura mater* selbst. Sieht man von oben in die geöffnete Schädelhöhle, so liegt bei einem Schnitte, der nach der Linie *a b*, Fig. 12, geführt worden, die Basis der 2. Hirnblase tiefer als jene der ersten. Während ferner an jedem der Blastempaare die ursprüngliche Trennungsstelle grösstentheils schwindet, bleiben nur kleine winkelige Einstülpungen der *Dura mater* zurück, und zwar: im horizontalen Schnitte die Winkel *a b* und *c d*, Fig. 11 und 13; in der Verticalansicht der Winkel *a b* und *c d*, Fig. 12 und 14. Hiervon ist *a b* und *c d*, Fig. 13, die horizontale Durchschnittsfigur der grossen

Hirnsichel, welche dann senkrecht nach unten bis zur Spalte *o* verläuft, an der, wie sich später zeigen wird, grosses und kleines Hirn an einander stossen. Ebenso sieht man am senkrechten Durchschnitte (Fig. 12 und 14) die seitliche Ansicht des *Tentorium cerebelli* von *a* nach *b*; die Seitenansicht der grossen Hirnsichel ist durch die die Höhle *A* zunächst umgebende Blastemlage *a b* dargestellt. Sieht man von oben gegen den Schädelgrund (Fig. 13), so ist die 2. Kopfblase an einer ungleich vierseitigen Öffnung *o* durchbrochen, welche im senkrechten Schnitte dem Raume *b m*, Fig. 14, entspricht. Die ganze untere Wand der 2. Kopfblase bildet bis zur Öffnung *o* die obere Fläche des *Tentorium cerebelli*, welches in dieser Entwickelungsperiode von verhältnissmässig grosser Ausdehnung ist; die Öffnung *o* aus dem Zusammentreffen von 4 ungleich grossen Blastemmassen entstanden (Fig. 11), hat auch eine ungleich vierseitige Form (Fig. 13) und entspricht der Öffnung des *Tentorium cerebelli*, wo das Grosshirn mit dem Pons und durch diesen mit dem Kleinhirn und der Medulla sich verbindet. Zugleich geht aus der seitlichen Ansicht (Fig. 14) auch der Grund zur Genüge hervor, aus welchem die Vertiefung des Türkensattels von einem Zuge der *Dura mater* bei *p* überbrückt wird.

Betrachtet man einen unversehrten Fötuskopf in dieser Entwickelungsperiode, so scheinen sich die früheren Verhältnisse, trotzdem, dass ganz neue Theile entstanden sind, nicht verändert zu haben. Man sieht wieder nur das Vorderhirn, das Mittelhirn, das Hinterhirn oder glaubt diese Theile zu sehen; denn ich wiederhole es, was man bisher in dieser Weise deutet, hat eine ganz andere Bedeutung für die Entwickelungsgeschichte. Nur die Wände der einzelnen Flächen scheinen dicker und daher auch minder durchsichtig geworden zu sein, was sich übrigens durch die endogene Schichtenanbildung von selbst versteht.

Zu gleicher Zeit ist aber auch die Entwickelung von Blutgefässen erfolgt, und diese verlaufen, einem bereits ausgesprochenen Gesetze zufolge, in den Furchungsmulden, mithin in der Art wie sie in Fig. 15 dargestellt worden, welche Figur eine Seitenansicht des Schädels zeigt. Hier sieht man von *a* nach *b* ein venöses Gefäss — den spätern *Sinus transversus*, welcher nur an der hintern Seite des Gesichtsblastems bei *b* mithin hinter dem künftigen Unterkiefer in die Jugularvene einmündet; von *c* dagegen nach *d* eine

Arterie, welche rasch in mehrere Äste zerfällt, je nachdem sich die Furchungen mehren. Diese Arterie ist die spätere *Carotis communis* mit den aus ihrer Theilung hervorgehenden Ästen. Es wäre mir ein Leichtes, die Entwickelungsgeschichte aller Kopfgefässe aus theoretischen Betrachtungen zu geben; doch glaube ich, wird es hier genügen, den Gang angedeutet zu haben, der bei solchen Untersuchungen eingehalten werden muss; die genauere Ausführung dagegen behalte ich mir für eine spätere Zeit vor.

Dass mittlerweile auch die Blastemmasse *R*, Fig. 8, welche für Gesicht und Hals bestimmt ist, einer mehrfachen Quertheilung und jede neue Blastemmasse, in welche *R* zerfällt, einer Längenfurchung unterworfen ist, wurde bereits in meinen früheren Abhandlungen gezeigt; verfertigt man sich daher eine nach der Linie *a b*, Fig. 8, verlaufende, senkrecht auf der Ebene des Papieres stehende Durchschnittsfläche, so bietet sie die in der 16. Figur angegebene Gestalt dar; in der man bei *A* den vordern Abschnitt der Schädelhöhle mit dem Durchschnitte der *Dura mater* und dem Querschnitte der grossen Hirnsichel, bei *B* den Durchschnitt des bereits sehr entwickelten Bulbus, bei 1, 2, 3, die drei Kiemenbogen findet. Der von den Kiemenbogen beiderseits begrenzte Raum ist mit plastischer Flüssigkeit gefüllt, die übrigens durch Weingeist wenig von ihrer Flüssigkeit verliert und daher bei der Präparation meistens herausfliesst.

Nimmt man einen der eben angegebenen Richtung parallelen, jedoch mehr der Stirne genäherten Schnitt, der mithin vor die Augen, aber in die bereits entwickelte Kiemengaumenmasse fällt, so erhält man die in der 17. Figur verzeichnete Gestalt, in welcher *C* den Durchschnitt des Kiefergaumenblastems (des Fortsatzes vom ersten Kiemenbogen) bedeutet. Die übrigen Verhältnisse sind aus der vorhergegangenen Figur verständlich.

Den weiteren Untersuchungen über diesen Gegenstand werden die beiden Figuren 13 und 14 zu Grunde gelegt; nur wird der horizontale Durchschnitt, den die 13. Figur darstellt, in etwas grösserer Höhe, etwa in der Höhe der Linie *r s*, Fig. 14, gedacht.

In den Innenräumen *A* dieser Figuren, den Räumen nämlich, welche von dem eben ausgeschiedenen Blasteme der *Dura mater* umschlossen werden, entstehen neue Furchungskugeln, zwei obere 1, 2 und eine untere 3 (Fig. 18 und 19), von denen jede wieder in 2 Theile zerfällt, in denen abermal eine Abtheilung in eine periphere, haut-

artige Schicht, die durch Weingeist fest und undurchsichtig wird, und eine innere mehr flüssige Masse erfolgt, wie ich dies in der 18. Figur darzustellen bemüht war. In den Raume *a*, welcher zwischen dem vordern Paare der Furchungskugeln und dem Raume *b*, Fig. 19, welcher zwischen Mittel- und Hinterhirn frei bleibt, entsteht von neuem ein rundliches Blastem, welches bald eine namhafte Grösse erlangt, gleichfalls einer Spaltung und hierauf wieder einer Scheidung in Peripherie und Inhalt unterliegt. Indem dann die Wandschichten aller dieser Furchungsmassen an den sich berührenden Stellen allenthalben verschwinden, an allen übrigen Stellen aber als hautartige Lagen zurückbleiben, entstehen die Fig. 20 und 21 und in diesen ist zu den bereits früher vorhandenen Stratificirungen eine neue Schicht hinzugetreten. Mit Beibehaltung der früheren Bezeichnungen sieht man an den Figuren 20 und 21 in das Innere desjenigen blasenartigen Blastemes 1, das bisher unter dem Namen des Vorderhirns bekannt war; bei *a* in das Innere des blasenartigen Blastemes, welches gewöhnlich in der Entwickelungsgeschichte unter dem Namen des Zwischenhirns oder der Sehhügelblase vorkommt; bei 2 sieht man in die Höhle der als Mittelhirn gedeuteten Blastemmasse; während 3 das Innere des Nachhirns mit dem obenaufliegenden Blasteme *b* (das man fälschlich für das Blastem des Kleinhirns deutet) der Untersuchung blosslegt. Diese hautartige aus 4 (respective 8) hinter und neben einander liegenden Blastemmassen entstandene Schicht, ist noch immer nicht die Anlage des Gehirnes, sondern die Arachnoidea; und erst, wenn diese Haut in der benannten Weise sich ausgeschieden hat, ist die Bildung des Gehirnes in dem so entstandenen Arachnoideal-Sacke ermöglicht.

Betrachtet man den Schädel von seinen äussern Flächen, so zeigen sich in dieser Entwickelungsperiode die Grössenverhältnisse der einzelnen sogenannten Hirnblasen und dadurch auch die Formverhältnisse des ganzen Kopfes auffallender verändert und zu gleicher Zeit ist das meist stark hervorragende Zwischenhirn sammt dem sogenannten Kleinhirn schon durch die Schädelwandungen von aussen her sehr deutlich zu erkennen. Der Schädel bietet daher von seiner obern Fläche aus die in der 22., von hinten dagegen betrachtet die in der 23. Figur aufgenommene Ansicht dar.

Zusatz von Weingeist pflegt übrigens häufig eine so bedeutende Trübung und Gerinnung der älteren ausgeschiedenen Schichten zu

veranlassen, dass ihre Grenzen oft mehr, oft minder verschwimmen; nur die zuletzt abgeschiedene hautartige Blastemschicht hebt sich von den ältern Schichten in der Regel leicht und vollkommen ab, und erlaubt nicht allein eine genauere Untersuchung der Form, sondern auch eine sehr genaue Massbestimmung.

Es dürfte hier nicht am unrechten Orte sein, noch einen tiefer liegenden, nach der Linie *p g*, Fig. 8, geführten horizontalen Schädeldurchschnitt aus der Entwickelungsperiode darzustellen, in welcher bereits die weitere Ausbildung des Hörblastems erfolgt ist. Ein solcher Durchschnitt ist in der 24. Figur dargestellt, in der man bei *a* die Durchschnittsfigur des Arachnoidealblastems für das sogenannte Hinterhirn oder Nachhirn; bei *b* die Durchschnittsfigur des bereits in zwei Theile gespaltenen Hörblastems, bei *c* den in einer fortgesetzten Theilung begriffenen ersten Kiemenbogen erblickt.

Bevor ich die Entwickelung des Gehirnes und seiner Umhüllungen weiter verfolge, dürfte noch eine kurze Erwähnung desjenigen transitorischen Gebildes in der Schädelhöhle am Platze sein, welches unter dem Namen des unpaaren Balkens in der Entwickelungsgeschichte bekannt ist. Geht man wieder auf die senkrechten Schädeldurchschnitte (Fig. 3 und 8) zurück, so findet man an denselben eine dreiseitige Spalte *c d e*, Fig. 3, in die Schädelhöhle an der Stelle hineinragen, an welcher das sogenannte Vorderhirn mit dem Mittelhirne zusammenstösst. Das in dieser Spalte befindliche Blastem bleibt zurück, selbst dann noch, wenn bereits die Vierhügel und das grosse Hirn wirklich entstanden sind, bildet eine fast knorpelartige Masse von der Form *c d e*, Fig. 8, und geht erst später allmählich zu Grunde. Dieses knorpelartige Blastem ist der unpaare Balken, dem sonach in der Entwickelungsgeschichte eine ähnliche Rolle angewiesen ist, wie dem Meckel'schen Fortsatze, oder der *Membrana capsulo-pupillaris*.

Je nach den verschiedenen Thierspecies werden in dieser Entwickelungsperiode allerdings die Verhältnisse der einzelnen Blasteme, was deren Grösse betrifft, verschieden sein; der Entwickelungsgang ist aber im Wesentlichen bei den verschiedenen Arten der Säugethiere derselbe und auch von jenem der Vögel nicht verschieden.

Nachdem sich die Hüllen des Gehirnes in der angegebenen Weise entwickelt haben, beginnt erst die Bildung des Gehirns; das formlose, fast flüssige Blastem spaltet sich in eine Reihe hinter-

und neben einander liegender Furchungskugeln, welche durch Weingeist leicht gehärtet und undurchsichtig gemacht werden können, daher Längen- und Querschnitte erlauben, und mithin eine genaue Darstellung des Entwickelungsganges ermöglichen.

Die Entwickelung beginnt zuerst und ist auch am frühesten in den dem Rückenmarke zunächst liegenden Theilen vollendet, daher es zweckmässig sein dürfte, die Entwickelungsgeschichte von jenem Theile zu beginnen, der unter dem Namen „Nachhirn" bekannt ist. Zum Behufe dieser Darstellung gehe ich von den Figuren 20 und 21 aus, welche Horizontal- und Verticaldurchschnitte durch den Schädel des Fötus nach Ausscheidung des Arachnoideal-Blastems darstellen.

In der 21. Figur ist eine senkrechte Durchschnittsfigur des Schädels (Schaffötus), an welcher man die Blastemräume 1, 2, 3, 4 (Vorderhirn, Mittel-, Hinterhirn, Nachhirn) mit den beiden Ausbuchtungen *a* und *b* bemerkt. Das in dem Raume 3, 4 und *b* befindliche, anfangs formlose, flüssige Blastem nimmt bald die Gestalt einer ellipsoiden Blastemmasse an, welche aber wegen dieser ihrer regelmässigen Gestalt den ihm gebotenen, durch eine leichte Einkerbung in zwei Theile getrennten Raum nicht vollständig zu erfüllen vermag. In dem Raume *b* bildet sich daher ein rundliches Blastem und ein Schädeldurchschnitt zeigt nun, da mittlerweile auch der Raum 2 mit einer rundlichen Blastemmasse sich gefüllt hat, die in der 25. Figur abgebildete Gestalt. Die Blasteme 3, 4, welche später mit dem Blasteme 2 an der Berührungsstelle verschmelzen, entwickeln sich zur *Medulla oblongata* und zum *Pons*; das in dem Raume *b* abgelagerte, von den übrigen grösstentheils isolirte Blastem, wird zum kleinen Gehirn; das in dem Raume 2 befindliche Blastem bildet die Vierhügel.

In dem Blasteme 3, 4 erfolgt zunächst eine in der Mittelebene erscheinende Längentheilung und hierauf eine Quertheilung. Macht man sich eine Durchschnittsfigur nach der Linie *m n*, Fig. 25, so erhält man daher die Fig. 26 mit 4 Furchungskugeln. Von diesen bleibt aber das hintere Paar *a a'* in der Entwickelung bald zurück, während das vordere rasch einer besonderen Breitenzunahme entgegengeht, und ein Durchschnitt in einer späteren Epoche hat dann die in der 27. Figur abgebildete Gestalt. Durch das Auseinanderweichen der Furchungskugeln *a*, *a'* entsteht die Rautengrube, deren Querdurchschnitt in der 27. Figur bei *m* dargestellt ist; die beiden

Blastemmassen *a* und *a'* werden zu den *Corpora restiformia*, die Blastemmassen *c* und *c'* bilden den vordern Theil der *Medulla oblongata* und unterliegen später noch einer mehrfachen Furchung; höher nach oben dagegen bilden sie den grössten Theil des *Pons varoli* und an diesem bleibt die mittlere Furche *m'* an der Stelle zurück, an welcher die *Arteria basilaris* verläuft.

Nimmt man nun die Ansicht des Fötusschädels von rückwärts, so erscheint derselbe nach der Entwickelung des Arachnoidealsackes in der in der 28. Figur angegebenen Weise; die Bezeichnungen sind hierbei den in den früheren Figuren gebrauchten congruent. Nachdem in den hier bezeichneten Räumen die neuen Blasteme entstanden und sich nach der Längen- und Querrichtung gespalten haben, erhält man die in der 29. Figur angegebene Gestalt. Hier bedeuten 2 die Blastemmassen der Vierhügel. Bei *b* und *b'* hat man die hintere Ansicht des Kleinhirnblastems: *a* und *a'* entsprechen den gleichnamigen Furchungsmassen der 27. Figur, welche um so mehr aus einander weichen, je näher sie dem Vierhügelblasteme liegen; sie sind mithin die spätern *Corpora restiformia* des Kleinhirns, und der zwischen ihnen befindliche freie dreiseitige Raum ist die künftige Rautengrube. Nimmt man eine Seitenansicht des Gehirnes, so erhält man das in der 30. Figur gegebene Bild. Man hat hier bei *a* die Seitenansicht des künftigen *Corpus restiforme*, welches nach oben mit dem Blasteme *b* des Kleinhirns vollkommen verschmilzt, während es von dem Blasteme *c*, den übrigen Strängen der *Medulla oblongata* durch eine Furche getrennt bleibt.

An einer Durchschnittsfigur, welche in einer spätern Periode durch das Blastem 3, 4, Fig. 25, nach der Richtung der Linie *m n* geführt wird, sieht man bei *m'*, Fig. 31, noch ein kleines in zwei Theile gespaltenes Blastem, dieses entspricht der Lage nach der Stelle *m'* der 26. Figur und stellt die Durchschnittsfigur der beiden Pyramiden des verlängerten Markes dar.

Aus den gegebenen Zeichnungen so wie aus der ganzen Entwickelungsgeschichte wird es deutlich, dass die Arachnoidea von der hintern Fläche der Medulla zum kleinen Gehirne sich brückenartig hinüberspanne und die Rautengrube sonach nach unten abschliesse.

Nicht minder einfach zeigt sich die ganze Entwickelung des kleinen Hirnes. Nach der ersten Furchung seines Blastems besteht es anfänglich aus zwei kugeligen Massen *b*, *b'*, Fig. 29, (Ansicht von

rückwärts), die durch einen dünnen Querstreif mit einander verbunden sind. In einer Seitenansicht sieht man das Kleinhirnblastem bei *b*, Fig. 30, wo es in der Richtung der Furche, in der es sich entwickelt, in einen spitz zulaufenden Blastemstreif übergeht, den man anfangs nur eine Strecke weit, später aber durch die ganze Länge dieser Furche verfolgen kann. Dieser zugespitzte Blastemstreif wird zum *Crus cerebelli ad pontem*. Macht man in dieser Entwickelungsperiode einen Querschnitt nach der Linie *r s*, Fig. 29, durch die ganze Blastemmasse des Kleinhirns und des Pons, so erhält man die Durchschnittsfigur 32. In dieser haben die Kugeln *b*, *b'*, *c* und *c'* die bereits bekannte Bedeutung — Kleinhirn und Pons — und der zwischen ihnen befindliche ungleich vierseitige Raum ist nichts anderes als die Durchschnittsfigur der vierten Hirnhöhle. Zu den beiden ursprünglichen Blastemen des Kleinhirns treten aber bald zwei neue Blastemmassen *d* und *d'*, Fig. 33, hinzu. Die Stelle, wo die Ablagerung derselben erfolgt, ist die Furchungsmulde zwischen den erstgebildeten Blastemkugeln; durch Vergrösserung der beiden seitlich liegenden Blastemmassen *b* und neue horizontale Spaltung derselben entsteht nun die Fig. 34 und aus dieser, indem neue kugeliche Blasteme in der Mulde *r*, Fig. 34, entstehen und die einzelnen Blastemmassen ihre ursprünglichen Grössenverhältnisse gegen einander ändern, bildet sich die Figur 35. An dieser bedeuten nun die beiden Lappen *d* und *d'* den Ober- und Unterwurm; die beiden Lappen *m*, *m'* dann *n* und *n'* zeigen die Hemisphären des Kleinhirns, die durch eine horizontal verlaufende Furche in zwei obere Lappem *m* und *m'* und in zwei untere *n* und *n'* von einander geschieden werden. In dieser grossen horizontalen Furche erscheinen zu beiden Seiten die beiden in dieser Entwickelungszeit verhältnissmässig grossen Flocken *o*, *o'*.

Führt man einen horizontalen Schnitt durch das Kleinhirn und den Pons, nachdem diese beiden Theile in der Entwickelung weiter vorgerückt sind, so erhält man die Figur 36. Diese hat sich aus der 32. Figur offenbar dadurch gebildet, dass in den Muldenräumen *m* und *m'* dieser letztern zwei neue Blasteme *m'* und *m'* entstanden sind, von denen das eine den horizontalen Durchschnitt des Oberwurmes, das andere den Durchschnitt des Unterwurmes darstellt, während die beiden Blasteme *b* und *b'* in zwei neue Blastemmassen zerfallen sind, von denen das hintere Paar *p* und *p'* in seiner Entwickelung hinter dem vordern zurückgeblieben ist, wie aus der 36. Figur hervorgeht.

Die beiden Blastemlagen *r* und *r'*, durch welche das kleine Hirn mit der Brücke zusammenhängt, werden später zum *Crus cerebelli ad pontem*, sie sind in der Seitenansicht in der 30. Figur bei *r* zu sehen.

Über die Entwickelung der Vierhügel stehen mir folgende Thatsachen zu Gebote: Das anfangs rundliche Vierhügelblastem, Fig. 30, 2, unterliegt einer kreuzweisen Furchung. Von den hierdurch entstandenen Furchungskugeln entwickeln sich die beiden vordersten zuerst. Schneidet man daher das Vierhügelblastem nach der Richtung der Linie *m n*, Fig. 30, so erscheint die Fig. 37, in welcher *a a'* die vordern oder untern Furchungskugeln sind, welche bereits durch Weingeist in eine feste, isolirbare Masse erstarren, während die beiden hintern Furchungskugeln *b*, *b*. durch Weingeist noch flockig gerinnen und daher durch die Präparation meist in einem ganz unregelmässigen Zustande erhalten werden. Eine fast ähnliche Durchschnittsfigur erhält man nach der Linie *m' n'*, Fig. 30. Sie ist von einem Mäusefötus in der 38. Abbildung dargestellt. In ihr bedeutet der leere Raum *b, b'* wieder die flockig geronnene und durch Präparation entfernte obere Furchungsmasse; *a, a'* sind die beiden untern Furchungskugeln der Vierhügel, *c c* sind senkrechte Durchschnitte des Kleinhirns, *d* Durchschnitte eines Theiles der *Medulla oblongata* und *e* ist eine Durchschnittsfigur der vierten Hirnhöhle. Verfertigt man sich einen senkrechten Durchschnitt durch die Mittelebene des Schädels, so erhält man dadurch die 39. Figur. In dieser sieht man bei *a* den Längenschnitt des vordern Paares der Vierhügelblasteme, der von dem blasenartigen Gebilde *b* überragt wird, in welchem sich die hintern oder obern Furchungsmassen der Vierhügel entwickeln, *c* ist der Durchschnitt des Kleinhirns; *d* jener der *Medulla oblongata* mit der Brücke an der Umbeugungsstelle; bei *e* ist die dreiseitige Durchschnittsfigur der vierten Hirnhöhle. Die Bezeichnungen sind congruent in den Figuren 37, 38 und 39. Entwickeln sich nun die hintern oder obern Furchungsmassen *b*, so dass sie durch Weingeist in eine feste und isolirbare Form gebracht werden können, so erscheinen sie anfangs nur von geringer Grösse (Fig. 40) bei *b*; später überwachsen sie die beiden vordern Furchungskugeln *a a'* um ein bedeutendes (Fig. 41), und erreichen bei Vögeln eine namhafte Grösse, so dass das gegenseitige Verhältniss zwischen den vier Blastemkugeln durch die Durchschnittsfigur 42 ausgedrückt ist.

Von diesen vier Blastemmassen werden die beiden untern oder vordern Blasteme *a a'* zu den grossen Hirnschenkeln, zur Haube und den Bindearmen; die beiden hintern oder obern Blasteme *b, b'* dagegen zu den auf der Haube aufsitzenden Vierhügeln; der zwischen diesen vier Blastemen befindliche, ungleich vierseitige Raum *m* bildet die Sylvische Wasserleitung. Zu diesem Behufe findet neuerdings eine Furchung in dem Blastemstücke *r s*, Fig. 39, Statt, wodurch ein in demselben angebrachter Querschnitt die Form Fig. 43 erhält. Hier haben die Blastemmassen *a, a'* die frühere Bedeutung beibehalten, die Blasteme *d d'* dagegen sind die Durchschnitte der Bindearme; der sie verbindende Streif die Durchschnittsfigur des vordern Marksegels; endlich der ungleich vierseitige Raum *m* wieder der Durchschnitt des *Aquaeductus Sylvii*. Zur völligen Ausbildung des Vierhügelblastems *b* und *b'* ist zuerst wieder eine Umwandlung in Keime erforderlich, daher der Vierhügel nach der Präparation durch Weingeist als zwei grosse Hohlkugeln erscheint, Fig. 44, bei *b*. Erst nach dieser Bildung scheint noch eine transversale Furchung vor sich zu gehen, wodurch endlich die Vierhügel ihre bleibende Gestalt erhalten.

Aus dieser Darstellung und den Zeichnungen ist ersichtlich, dass das Arachnoidealblastem vom Kleinhirn unmittelbar zu den Vierhügeln aufsteigt, ohne in die Vertiefung der vierten Hirnhöhle sich einzusenken.

Vor dem Vierhügelblasteme befindet sich der unpaare Balken. Macht man einen senkrechten Durchschnitt durch den Schädel, wie dies in der 39. Figur dargestellt ist, so scheint sich die Hirnmasse um diesen unpaaren Balken hakenartig herumgebogen zu haben. Die Stelle, wo dies geschieht, bezeichnet man in der Entwickelungsgeschichte mit dem Namen der „Kopfbeuge". Dass hier von einer durch innere Gründe bedingten Umbeugung nicht die Rede ist, geht aus dem eben Gesagten deutlich genug hervor.

Die Entwickelung des Zwischenhirns wird am füglichsten mit jener des Vorderhirns, zu welchem das Zwischenhirn (die künftigen Sehhügel) dem Erörterten zufolge gehört, vorgenommen werden können.

Verfertigt man sich durch einen Fötusschädel einen nach der Richtung *p q* verlaufenden Schnitt zu einer Zeit, in welcher das Vierhügelblastem zwar entwickelt ist, aber die Arachnoidealhöhle des sogenannten Vorderhirns und des Zwischenhirns noch mit formlosen

Blasteme gefüllt sind, so erhält man hierdurch die in der 45. Figur angegebene Gestalt. In dieser ist der Raum 1 zur Entwickelung der grossen Hirnhemisphären, der Raum α zur Bildung der Sehhügel bestimmt, in dem Raume 2 sieht man bereits die Durchschnittsfigur der Vierhügel, der *Pedunculi magni* und der Sylvischen Wasserleitung. Einen Schritt in der Entwickelung weiter und man bemerkt in dem Raume α ein rundliches Blastem, das sich rasch in zwei seitliche Hälften, und dann in vier Massen furcht, wodurch die Fig. 46 in die Fig. 47 übergeht, in der man nun bei β den horizontalen Durchschnitt des 3. Hirnventrikels findet, während die beiden seitlichen Blastemmassen α die *Thalami optici* darstellen.

Es sei nun in der 48. Figur ein senkrechter und querliegender Durchschnitt durch das Blastem der Sehhügel, um welches herum das Arachnoidealblastem hüllenartig verläuft. Durch die erste, senkrecht vor sich gehende Furchung wird nun von dem Sehhügelblasteme α, Fig. 48, ein dreiseitiger Raum *a b c*, Fig. 49, abgeschnitten, der sich gewölbartig über jene Spalte hinüberzieht, welche als 3. Hirnhöhle bekannt ist. Dieser Blastemstreif *a b c* wird auch später zum Gewölbe oder dem Fornix und erhält, wenn die Entwickelung der dritten Hirnhöhle durch eine abermalige Furchung vollendet ist die in der 50. Figur bei *a b* angegebene Gestalt und Lage über dem dritten Hirnventrikel. Er ruht hier auf dem symmetrisch angeordneten Sehhügelblasteme α; über ihn wölbt sich das Blastem des Vorderhirns, das nun in der Entwickelung bedeutende Fortschritte gemacht hat.

Legt man sich durch das Vorderhirn einen Horizontalschnitt aber so, dass er die obere Fläche des Sehhügelblastemes nur berührt, nicht selbst aber schneidet, so erhält man die in der 51. Figur wiedergegebene Ansicht. In dieser hat man bei 1 den Durchschnitt des Vorderhirns, dessen Blastem noch eine formlose Flüssigkeit zu sein scheint, α ist die Ansicht des Sehhügelblastemes von der obern Seite her, der Streif *a b c d* dagegen, der sich von diesem Blasteme ablöst, ist der Fornix, dessen nach vorne mehr spitz zulaufende Gestalt durch die grössere Längenentwickelung der vordern Furchungskugeln des Sehhügelblastemes bedingt ist.

Endlich zeigt ein senkrechter von vorn nach hinten verlaufender und genau zwischen den beiden Sehhügeln liegender Schnitt die in Nr. 52 angegebene Form. Hier hat man bei 1 die Seitenansicht des Vorderhirns; bei 2 die Seitenansicht des Sehhügels, von dem sich

bei *a c* der Fornixschenkel lostrennt; 2 bedeutet hier den Durchschnitt der Vierhügel; die übrigen Theile sind aus den früheren Figuren bekannt. Ich habe dieser Entwickelung wenig Weiteres hinzuzufügen. Dass die Sehhügel von nun an in dem Wachsthume zurückbleiben, so dass sie von den nun mächtig emporstrebenden Grosshirnhemisphären bald überdeckt werden, ist eine allgemein bekannte Thatsache.

Bevor die Entwickelung der Sehhügel vollendet ist, hat auch jene der *Corpora candicantia* begonnen. Auch die Entwickelung dieser Theile hängt mit der Furchung des Sehhügelblastems auf das Innigste zusammen. Nach der Furchung der Sehhügelblasteme nämlich entsteht bei dem Punkte *m*, Fig. 49, eine kreuzförmige Furchungsmulde; in dieser entwickelt sich ein rundliches Blatstem, das nach unten etwas sich vergrössert (*m*, Fig. 53), einer abermaligen Furchung unterliegt und dann die *Corpora candicantia* darstellt. Seine Beziehung zu den Schenkeln des Fornix ist aus der 52. Figur, wo *m* das Blastem der *Corpora candicantia* bedeutet, hinreichend deutlich gemacht.

Erst wenn die Ausbildung der Sehhügel bedeutende Fortschritte gemacht hat, beginnen auch im Innern der Arachnoidealblase für das Vorderhirn aus dem ursprünglich ganz gleichartigen Blasteme Formen sich abzuscheiden. In dem Raume 1, Fig. 45, entstehen zwei längliche, an ihrem vordern Ende sich berührende Blasteme *A*, Fig. 54, in welchen wieder die periphere von der centralen Lage deutlich sich abhebt. Jedes von diesen Blastemen entwickelt in seinem Innern abermals 2 Furchungskugeln und es entsteht sonach aus der Fig. 54 die Fig. 55, in welcher der Deutlichkeit wegen die Arachnoidealumhüllung weggeblieben ist, die Bezeichnungen aber dieselbe Bedeutung wie in der vorhergehenden Figur haben. Zusatz von Weingeist bewirkt aber gewöhnlich nur eine Trübung der peripheren Lagen und des dreiseitigen Stückes *m n o*, Fig. 55, so dass nun das Blastem der Grosshirnhemisphären wie in der 56. Figur erscheint, wo die Wände der grossen Hirnblasen beiderseits einen dreiseitig geformten gegen der Höhle hineinragenden Fortsatz bilden und entweder bei *m* eine Unterbrechung zeigen wie in der angegebenen Figur bei *A*, oder auch ohne Unterbrechung fortlaufen. Das in dem Raume *a b c d e* Fig. 54, abgelagerte Blastem ist anfangs noch formlos und halbflüssig; allmählich wird es geformter und fester und tritt nun mit der

Wand der seitlichen Blasteme *A* und *A'* in eine innigere Verbindung (Fig. 56). Indem nun an der Durchschnittslinie die Innenwände der beiden sich berührenden Blasteme verschwinden, alles übrige in der Zeichnung Angegebene bleibt, gewinnt ein horizontaler Durchschnitt durch das Grosshirn und die Sehhügel die in der 57. Figur angegebene Gestalt. Hier trennt sich von den Wänden der Grosshirnblasteme eine Blastemlage, deren Horizontalschnitt in dem vordern Theile die Form *a b c*, in dem hintern Theile die Gestalt *d e* darbietet, wie ich an den Gehirnen von Mensch- und Maus-Embryonen mehreremale zu untersuchen Gelegenheit hatte. Nimmt man aber nur die obere Ansicht der Grosshirnblasteme, ohne einen Durchschnitt anzufertigen, so erhält man die Figur *a b c d*, welche sich von den beiden seitlichen Blastemen *A*, *A'*, Fig. 58, abhebt und diese Blasteme mit einander verbindet. Dieser verbindende Hirntheil ist der Balken, das *Corpus callosum*, dessen Entwickelung sonach in derselben Weise im Allgemeinen erfolgt wie jene des Fornix. Der Balken ist sonach früher fertig geworden, bevor die grossen Hirnhemisphären ihre Ausbildung erlangt haben, seine Entwickelung geht auch jener der Seitenhirnhöhle so wie des *Corpus striatum* voraus.

Man sieht übrigens aus der Zeichnung, dass ein senkrechter Querschnitt durch die Balkenmasse eine dreiseitige Figur besitzt, deren einer spitzer Winkel *c* zwischen die beiden Hirnhemisphären hinabragt, wie dies aus der 59. Figur, welche einen senkrechten Durchschnitt eines Mäusehirns darstellt, zu erkennen ist. Die Blastemmasse *a b c* ist daher für den Balken und für das *Septum pellucidum* zu gleicher Zeit bestimmt; die Spaltung in diese beiden Theile geht übrigens erst später vor sich.

Nimmt man in dieser Entwickelungszeit eine Ansicht der untern Fläche des Grosshirns, so zeigt sie sich in der unter Nr. 60 abgebildeten Gestalt. Man sieht hier die beiden nach hinten divergirenden Hemisphären *A* und *A'*, jede derselben in 2 Theile gefurcht. In der kreuzförmigen Furche, welche durch diese Spaltung gebildet worden ist, nämlich bei *m*, ist ein rundliches Blastem entstanden, das bei seiner weitern Entwickelung zum *Tuber cinereum* wird. An diesem und durch dieses Blastem wird aber auch das Balkenblastem bei *d* unterbrochen und der von *d* nach *e* an der untern Seite des Grosshirns verlaufende Theil des Balkens wird zum Schnabel des Balkens.

Verfertigt man sich nun einen nach der Richtung *r s* verlaufenden und auf der Ebene des Papieres senkrechten Schnitt, der mithin vor den Sehhügeln verläuft, so bietet er die in 61 dargestellte Figur, in der man bei *m* das aus zwei Theilen bestehende *Tuber cinereum* wahrnimmt. Dieses Tuber ist daher vor der Ausbildung der Seitenventrikel vorhanden.

Geht man wieder zur 57. Figur zurück, um die Verhältnisse des Balkens noch genauer zu prüfen, so sieht man, dass dieser Hirntheil an seinem hintern Theile von *d* nach *h* und von *e* nach *l* ohne Unterbrechung in die Markmasse des Hirnes zu beiden Seiten übergeht. Dieses Balken-Ende *k d e l* ist unter dem Namen der Zange bekannt.

So viel über die Entwickelung dieses Hirntheiles; ich werde nun die Ausbildung der grossen Hemisphären-Lappen *A* und *A'* genauer verfolgen.

Die auf einem Horizontalschnitte (Fig. 57) angegebeneSpaltung ist auch an der äussern Seite der Hemisphären-Lappen *A* und *A'* sichtbar und eine Seitenansicht einer Hirnhemisphäre erscheint daher unter dem bei 62 angegebenen Bilde. Doch bald ändert sich auch diese Figur. Führt man einen Durchschnitt nach der Linie *m n*, Fig. 57, und zwar in einer auf der Ebene des Papieres senkrechten Richtung, so erhält man (das Präparat stellt ein Mäusehirn dar) den in der 59. Figur abgebildeten Durchschnitt. Aus diesem ist ersichtlich, dass das Hemisphären-Blastem *A* wie der in eine obere *A''* und eine untere *A'''* Blastemmasse zerfallen ist.

Hierzu tritt aber bald ein anderes Gebilde. In der dreiseitigen Mulde, welche von den erst gebildeten Hirnlappen 1, 2, Fig. 62, gebildet worden ist, entsteht wieder ein rundliches Blastem, welches rasch nach unten sich vergrössert und den untern Lappen des Grosshirns darstellt. Das Lage- und Grössenverhältniss der drei Grosshirnlappen ist nun in einer Seitenansicht des Gehirns in der 63. Figur dargestellt, wo 1, 2, 3 die drei Lappen des Grosshirns darstellen. Auf einem senkrechten Längenschnitt sieht man den untern Lappen bei *n*, Fig. 52, auf einem senkrechten Querschnitte bei *α*, Fig. 65.

Der äussere Bau der Grosshirnhemisphären ist sonach vollendet und von nun beginnt auch im Innern eine grössere Thätigkeit; *Corpus striatum*, Hirnventrikel und *Plexus chorioidei* entstehen nun in rascher Aufeinanderfolge. Zum Behufe dieser Darstellung kehre

ich zu der 57. Figur, einem Horizontalschnitte durch die Grosshirnhemisphären, zurück.

Zuerst wird in jeder dieser Hemisphären der mit *r* bezeichnete Raum von einem rundlichen Blasteme erfüllt und aus der Fig. 57 entsteht nun die Fig. 64. Das in dem Raume *r* abgelagerte, mit einer Kugelfläche der künftigen Kammerscheidewand zugekehrte Blastem ist das spätere *Corpus striatum*. Um seine Lage ganz zu verstehen ist noch ein senkrechter Querschnitt nothwendig, der nach der Richtung *m n* geht und senkrecht auf der Ebene des Papieres steht. Ich habe ihn in der 65. Figur nach der Natur (Schafhirn) abgebildet. In dieser Figur erkennt man bei *α* die Querschnittsfigur der beiden untern Hirnlappen bei *r'* den senkrechten Querschnitt des *Corpus striatum*; der vor und oben von demselben befindliche Raum ist eine Durchschnittsfigur der Seitenkammer. Man sieht aus diesem Schnitte, dass das *Corpus striatum* in dem untern Raume *A'''* der 59. Figur sich entwickelt habe.

Legt man einen Querschnitt etwas hinter die Linie *m n* jedoch parallel mit derselben, daher mehr durch den hintern Lappen, so erhält man die in Nr. 66 abgebildete Figur, welche ganz geeignet ist das Verhältniss des *Corpus striatum* zum *Thalamus opticus* deutlich zu machen. Man sieht hier bei *m* den Querschnitt des *Corpus callosum*, bei r den Querschnitt des *Corpus striatum*, das nun eine so bedeutende Grösse erreicht hat, dass es selbst den überhalb gelegenen Raum *A''*, Fig. 59, bedeutend verengert; bei *S* sieht man den Querschnitt der beiden Sehhügel und zwischen *r* und *s* einen dünnen Blastemstreich, der Sehhügel und Streifenhügel trennt, und später zur *Stria cornea* wird. Führt man endlich den Schnitt noch weiter nach hinten, so erhält man die Figur 67 in der Balken und *Corpus striatum* bereits ihr Ende erreicht haben, so dass man in dieser Entwickelungszeit wieder nur die über einander liegenden Hohlräume *A''* und *A'''* findet.

Übergeht man von diesen senkrechten Querschnitten zu horizontalen Querschnitten, so lassen sich folgende Verhältnisse ermitteln:

Ein Schnitt nach der Linie *a b*, Fig. 65, geführt, bietet noch die in Nr. 57 abgebildete Form dar. Ein etwas tieferer, dem Vorhergehenden aber paralleler Schnitt trifft die Markmasse des Grosshirns in der breitesten Gegend, zeigt mithin die Hohlräume, welche im Innern des Gehirns sich finden an der schmälsten Stelle, und hat die

Fig. 68. Hier entspricht die Blastemmasse *r* dem Blasteme *r* der 57. und 64. Figur, jenem Blasteme nämlich aus dem das *Corpus striatum* entsteht; der ganz verjüngte Hohlraum *a b* dagegen ist die horizontale Durchschnittsfigur des Vorder- und des Hinterhornes der künftigen Seitenventrikel. Bei dem Punkte *c*, welcher dem Punkte *c* der 66. Figur—einem Aufrisse des Gehirnes — entspricht, communiciren die beiden Seitenhirnhöhlen und die unter dem Balken-Blasteme (Fig. 66) befindliche Communicationstelle wird zum künftigee *Foramen monroi*. Von *a* nach *m* (Fig. 68) bildet sich das Vorderhorn, dessen äussere Grenze das *Corpus striatum* ist, von *m* nach *n* oder nach *b* das Hinterhorn. Da sich zuerst die periphere Lage der Hirnmasse mit dem Balken entwickelt (Fig. 51) und zuerst im Innern dieses anfänglichen Hirnblastems neue Furchungskugeln entstehen (Fig. 54), so ist die äussere Wand der Seitenventrikel fast nochmal so dick als die innere Wand derselben.

Untersucht man frische Embryonen, so sieht man übrigens den von *m* nach *n* (Fig. 68) verlaufenden Theil des Seitenventrikels nicht leer, sondern er zeigt meist einen dunkelblutrothen Streif, den *Plexus chorioideus lateralis*. Geht man nochmal auf die Fig. 57 oder 64 nämlich einen horizontalen Schnitt durch das Grosshirn zurück, so sieht man mit dem Balkendurchschnitte *d e* bei *o*, *o'* eine stärkere Blastemanhäufung, welche der ursprünglichen Furchungsmulde *p*, Fig. 55, entspricht; diese Blastemanhäufung, welche mit dem Balken in unmittelbarem Zusammenhange steht, und an der Innenwand jedes Seitenventrikels verläuft, wird später zum *Cornu ammonis*.

Zur genauen Orientirung ist natürlich noch eine dritte Durchschnittsebene nothwendig, welche auf den beiden bisherigen senkrecht steht. Solche Durchschnittsfiguren geben ein sehr einfaches Bild. Fig. 63 gibt die Seitenansicht einer in der Entwickelung begriffenen Grosshirnhemisphäre. So lange das *Corpus striatum* noch nicht entwickelt ist, enthalten die beiden obern Lappen eine grosse in der Mitte etwas verengte Höhle (Fig. 69) deren Entstehung durch Furchung aus der beigegebenen schematischen Figur 70 leicht verständlich ist. Bildet sich nun in dem Raume 1 der 69. Figur das Blastem des *Corpus striatum* Fig. 71, so zeigt die Seitenhirnhöhle wenn man ihre äusere Wand wegbricht, die in der Fig. 72 abgebildete Gestalt. Aber auch hier ist der Seitenventrikel nicht leer,

sondern er ist seiner ganzen Breite nach von einer tief blutrothen Masse erfüllt, welche schon durch die Wände der Ventrikel durchschimmert. Diese blutrothe Masse bildet später den *Plexus chorioideus lateralis*, dessen Lage sonach durch die beiden angegebenen Projectionen vollkommen bestimmt ist. Der von *m* nach *n* verlaufende Theil des Seitenventrikels wird zum Unterhorne. Lauf und Richtung der Seitenkammern sind durch die dargestellten Durchschnitte nun aufs Genaueste bestimmt und ihre erste Entstehung mit hinreichender Schärfe ermittelt; der eigenthümliche gekrümmte Verlauf der 3 Hörner, aus denen die Seitenhirnhöhlen bestehen hat in der Entwickelungsgeschichte seine Begründung.

Man sieht nun welchen Einfluss die genannte Darstellung der Hirnentwickelung auf die Lehre von den angebornen Missbildungen des Gehirnes, von dem angebornen Hydrocephalus, seiner verschiedenen Formen u. s. w. haben wird; hierauf genauer einzugehen erlaubt der Plan der gegenwärtigen Arbeit nicht.

Auch die Bildung der Hirngyri scheint mit dem Spaltungsprocesse in innigem Zusammenhange zu stehen. Es stelle die 73. Figur die obere Fläche der beiden Grosshirnhemisphären vor. Der ersten Furchung in einen vordern und hintern Lappen folgt eine Längenfurchung des hintern Lappens. Lässt man die so entstehenden Furchungslinien gegen ihre Enden hin allmählich verschwinden, so entsteht dadurch die 74. Figur. Nimmt man in jedem der neu erzeugten Felder eine abermalige Längen- oder Querfurchung an und lässt die hierdurch entstandenen Furchen abermal gegen die Enden hin allmählich verschwinden, so entsteht aus der 74. und 75. Fig. die Fig. 76 und diese gibt eine Ansicht der obern Fläche eines Schafhirns bald nach dem Auftreten der ersten Hirngyri. Durch eine fortgesetzte Furchung könnte jede mögliche Oberflächenform erzeugt werden, wie sie beim Menschen vorkommt und dem Anscheine nach jeder Berechnung spottet.

Diese Theorie der Entwickelung der Hirngyri wäre auch mit der Erfahrung im Einklange, dass die Furchung an der Hirnoberfläche um so deutlicher und häufiger erscheint je mehr die Ausbildung des Gehirnes vorschreitet, weil mit der Vergrösserung des Gehirnes auch eine fortwährende Blastemfurchung verbunden ist. Nach der bisher gangbaren Ansicht über die Bildung der Hirngyri klebt diesen das Merkmal der Zufälligkeit an, indem sie das Resultat eines raschen

Wachsens in einem verhältnissmässig engen Raum darstellen sollen; nach meiner eben gegebenen Theorie ist die Bildung der Hirngyri im innigsten Zusammenhange mit allen Entwickelungsvorgängen der gesammten Hirnmasse.

Es wird nicht schwer fallen eine Entwickelungsgeschichte der andern Hirntheile wie jene des Linsenkerns, der *Comissuren* und dergl. zu geben; der Weg, auf welchem diese Fragen gelöst werden können, ist durch das Vorausgegangene klar vorgezeichnet.

Bewegung des Lichtes in optisch-einaxigen Zwillingskrystallen.

Von **Joseph Grailich,**
Eleven des k. k. physikalischen Seminariums.

(Mit I Tafel.)

II. Betrachtung eines Strahlenkegels beim Durchgange durch die Zwillingsebene.

In einer früheren Abhandlung [1]) sind die Formeln entwickelt, welche den Gang eines einzelnen Strahles durch einen Zwillingskrystall darstellen; die Aufgabe, welche in der vorliegenden gelöst wird, ist die Bestimmung der Modificationen, welche ein Strahlenkegel erfährt, wenn er von dem einen Krystall-Individuo in das zweite tritt. Es genügt vollkommen, die Betrachtung auf einen Strahlenkegel zu beschränken; denn obschon eine Linse z. B., die aus einem doppelbrechenden Krystalle geschliffen wird, im Allgemeinen einen auffallenden Lichtkegel nur in den ordentlichen Strahlen wieder kegelförmig bricht, während die ausserordentlichen die Gestalt eines Konoides 8. Grades annehmen, so ist es doch sehr leicht, jederzeit einen Kegel anzugeben, dessen Kanten den Konoidkanten parallel sind, und was nun in Bezug auf Brechung und Reflexion für diesen Kegel gilt, kann immer wieder leicht auf das Conoid zurückbezogen werden, wenn es nothwendig sein sollte. Um dies anschaulich zu machen, ist das Konoid für einen Fall berechnet worden, wo es ausserdem eine an sich höchst

[1]) Sitzungsberichte vom November vorigen Jahres, S. 817 ff.

Sitzungsb. d. k. Ak. d. W. math. naturw. Cl. XII. Bd. 2. Hft. Jahrg. 1853.

interessante Gestaltung zeigt, in dem Falle nämlich, wo man es mit einer Linse zu thun hat, die ein Rotationskörper ist und deren Rotationsaxe senkrecht steht auf der optischen Axe.

Um die Veränderungen zu erfahren, die ein Kegel bei seinem Gange durch die Zwillingsebene erfährt, kann man sich zweier Methoden bedienen, deren jede unter gewissen Bedingungen bedeutende Vortheile vor der anderen bietet. Die erste beruht auf der unmittelbaren Betrachtung des Fortschrittes einer ebenen Welle längs der Trennungsebene zweier Mittel. Es wird nämlich jede Kegelkante einer Welle angehören, deren Tracen vom Ursprunge der Coordinaten in der Zeiteinheit um so weiter rücken, je mehr dieselbe gegen das Einfallsloth geneigt und je geschwinder ihre Bewegung ist.

Sämmtliche Tracen dieser Wellen werden nach dem Verlaufe einer bestimmten Zeit eine Curve umschliessen, welche ich Isochrone des einfallenden Kegels nenne; legt man durch diese Curve eine Berührungsfläche an das Wellenellipsoid des zweiten Individuums, und verbindet die einzelnen Punkte der Berührungscurve mit dem Ursprunge der Coordinaten, so erhält man den gebrochenen Strahlenkegel.

Die zweite Methode ist weit einfacher, setzt aber voraus, dass die Cosinusse der einfallenden und gebrochenen Strahlen als reine Functionen von einander bekannt sind, in welchem Falle das ganze Problem eine einfache Coordinatentransformation wird.

Das erste Problem, das sich zur Lösung bietet, ist das der totalen Reflexion. Die Methode der Isochronen löst dasselbe in seiner allgemeinsten Form. Der Kegel der totalen Reflexion wird nämlich gefunden, wenn man den Kegel bestimmt, dessen Isochrone diejenige Curve ist, die durch den Durchschnitt der unteren Wellenfläche mit der Trennungsebene der beiden Mittel entsteht, die Natur der beiden Mittel sei nun welche immer.

Bei den Zwillingen gibt es aber keine totale Reflexion, wohl aber einen Kegel der einfachen Reflexion und Brechung, wie dies eine einfache Construction nachweist. Es gibt also Incidenzen unter denen ein Zwillingskrystall, der regelmässig jeden einfallenden Strahl 4fach bricht, nur 3 Strahlen durch Brechung liefert, und es ist dieser Fall wohl zu unterscheiden von dem von Brewster zuerst beobachteten und in

Radickes Optik näher beschriebenen Vorkommen, wo eine sehr dünne Zwillingsschicht sich in ein grösseres Krystall-Individuum einschiebt, und das Übereinanderfallen zweier mittlerer Bilder O und E' bewirkt, während die Bilder O' und E weiter auseinander treten, so dass bei einer Analyse mit der Turmalinzange das mittlere Bild nur schwächer und stärker wird, aber nie verschwindet, während die beiden seitlichen abwechselnd ausgelöscht werden. Bei dem hier erwähnten Falle müssen immer zwei Bilder zugleich verschwinden, oder ins Maximum der Intensität treten, wenn man sie mit der Turmalinplatte untersucht. Ob ein Krystallstück, in welchem sich eine deutliche Zwillingsebene befindet, aus zwei hemitropen Individuen oder aus einem einzigen mit Einschiebung einer ganz dünnen Zwillingsschicht bestehe, kann man am bequemsten mit Hülfe der Interferenzlinien untersuchen, welche man sieht, wenn man eine Spiritusflamme, die gelb gefärbt ist, an der dünnen Zwillingsschicht spiegeln lässt, und die nicht erscheinen, wenn zwei grössere Individuen hemitrop gelagert sind.

Der einfallende Strahlenkegel kann entweder in dem Hauptschnitte oder senkrecht darauf polarisirt sein.

I. Im ersten Falle wird er theils ungebrochen hindurchgehen, insofern nämlich die Schwingungen der ordentlichen Strahlen dies- und jenseits der Zwillingsebenen dieselben sind, theils aber wird er in ausserordentliche Strahlen gebrochen werden, und zwar finden sich hier folgende Gesetze, deren Geltung nicht allein auf Zwillingskrystalle beschränkt ist, sondern die überhaupt zwischen einfach und einaxig doppelbrechenden Substanzen stattfinden.

a) Ist der einfallende Kegel schief und vom 2ten Grade, so ist der gebrochene ebenfalls schief, jedoch allgemein vom 4ten Grade.

b) Die Neigung der Axe des gebrochenen Kegels hängt sowohl von der Neigung der Axe des einfallenden als auch von der Öffnung des letzteren im Hauptschnitte ab, und variirt daher, sobald eines dieser beiden Elemente sich ändert.

II. In dem zweiten Falle (Polarisations-Ebene senkrecht zum Hauptschnitte) kann der gebrochene Kegel entweder im Hauptschnitte oder senkrecht dagegen schwingen. Für den ersten lassen sich folgende Gesetze ableiten:

a) Die Gleichung des gebrochenen ausserordentlichen Strahlenkegels ist stets von demselben Grade, wie die des einfallenden.

b) Wenn der einfallende Strahlenkegel von constanter Geschwindigkeit ist, geht er in einen Kegel variabler Geschwindigkeit über.

c) Wenn der einfallende Strahlenkegel gerade ist, geht er in einen schiefen Kegel über, dessen Neigung mit der Öffnung des einfallenden im Hauptschnitte variirt, und zwar innerhalb des Winkels der grössten Brechung eines einfallenden Strahles.

Ist der gebrochene Kegel im Hauptschnitte polarisirt, so gelten: *a)* und *b)* des ersten Falles (I), wozu noch der Satz als Corollarium tritt:

c) Der gebrochene Lichtkegel kann ein Kegel des zweiten Grades werden, selbst wenn der einfallende vom 4. Grade ist.

Es folgt nun die analytische Ableitung der hier kurz zusammengefassten Sätze.

1. Ist $\frac{u}{w} = \varphi\left(\frac{v}{w}\right)$ die Gleichung des einfallenden Kegels, so erhält man die des gebrochenen, wenn man u, v, w durch die aus der allgemeinen Gleichung der Richtung eines einzelnen Strahles bekannten u', v', w', (die Parameter des gebrochenen Strahles) ausdrückt; es wird sodann, wenn

$$u = f_1(u'\ v'\ w') \qquad v = f_2(u'\ v'\ w') \qquad w = f_3(u'\ v'\ w')$$

die Gleichung des gebrochenen Kegels

$$\frac{f_1(u'\ v'\ w')}{f_3(u'\ v'\ w')} = \varphi\,\frac{f_2(u'\ v'\ w')}{f_3(u'\ v'\ w')}$$

oder

$$\frac{u'}{w'} = \psi\,\frac{v'}{w'}$$

Dies setzt voraus, dass die Richtungs-Elemente des gebrochenen Strahles als reine entwickelte Functionen des einfallenden bekannt seien. In dem Falle, wo sie in dieser Gestalt nicht vorhanden sind, wird das zweite allgemeinere, auf der Huyghens'schen Construction beruhende Verfahren zum Ziele führen.

Verfolgt man die Wellenebenen, welche einem Strahlenkegel angehören, bei ihrem Fortschritte auf der Trennungsebene zweier Mittel, so sieht man, dass ihre Tracen nach Verlauf einer gewissen Zeit auf dieser Ebene eine Curve berühren, deren Gestalt von der Beschaffenheit des Kegels und von der Geschwindigkeit abhängt, welche die Strahlen, deren Complex die Kegelfläche ist, besitzen. Die Gleichung derselben wird nicht in allen Fällen gleich einfach sein, im Gegentheile, sie wird leicht sehr verwickelt und von höherem Grade als die des zugehörigen Kegels, wobei aber immer, wenn der Kegel vom n^{ten}, die Curve dagegen vom k^{ten} Grade ist, $k-n$ imaginäre Wurzeln vorhanden sind; k wird daher auch immer gleich $n+2m$ sein, wo n und m ganze positive Zahlen sind. Bestimmt man die Gestalt und Gleichung dieser krummen Linie nach der Zeiteinheit, und legt sodann um diese und die Wellenfläche des zweiten Individuums eine Berührungsfläche, so liegen die Punkte der Berührungscurve dieser Fläche und der Wellenfläche auf dem Mantel eines Kegels, dessen Spitze in den Mittelpunkt der Wellenfläche an der Trennungsebene der beiden Mittel fällt. Statt die Einhüllungscurve sämmtlicher Wellentracen aufzusuchen, kann man sich meist mit derjenigen Gleichung begnügen, welche den geometrischen Ort sämmtlicher Fusspunkte der Normalen darstellt, die aus dem Mittelpunkte auf jene gefällt werden. Bezeichnet i den Einfallswinkel der Welle, W die Geschwindigkeit derselben, ρ die Distanz um welche die Trace auf der Trennungsebene in der Zeit Eins fortrückt, so ist letztere Gleichung

$$\rho = \frac{W}{\sin i} \tag{1}$$

welche ich der Kürze halber erste Isochrone des einfallenden Wellenkegels nennen werde; die daraus abgeleitete Isochrone ist die Eingehüllte sämmtlicher Tracen.

Totale Reflexion. Die Aufgabe, den Kegel der totalen Reflexion zu bestimmen, kann ganz allgemein mit Hilfe der Isochronen gelöst werden, die beiden angrenzenden Medien seien von welcher Beschaffenheit immer; es folgt nämlich unmittelbar aus der Definition derselben, dass

der Kegel der totalen Reflexion gefunden wird, wenn man den Kegel bestimmt, dessen zweite Isochrone mit jener Curve congruent ist, welche durch den

Schnitt der Trennungsebene der beiden Mittel und der Wellenfläche des zweiten Mittels erhalten wird.

So hat man, wenn beide angrenzende Mittel einfach brechend sind, c die Geschwindigkeit des Lichtes im ersten, c' die im zweiten bezeichnet, $c = W$, $c' = \rho$, folglich $sin\ i = \frac{c}{c'}$, und als Kegel der totalen Reflexion

$$(x^2 + y^2)\ (c'^2 - c^2) - c^2 z^2 = 0$$

Bei den Zwillingskrystallen, wo, wie es gezeigt wurde, der Brechungswinkel gleich ist dem Reflexionswinkel, kann begreiflicherweise totale Reflexion in dem gewöhnlichen Sinne nicht stattfinden; die Betrachtung der Isochronen zeigt dies noch deutlicher. Denn da der Schnitt des oberen und unteren Wellenellipsoides an der Zwillingsfläche derselbe ist, so fällt die Eingehüllte der Isochrone des Kegels der totalen Reflexion in den Schnitt der Wellenfläche selbst und der Kegel liegt in der Zwillingsebene, und es gibt keine Reflexion ohne Brechung und keine Brechung ohne Reflexion. Dagegen wird es möglich sein, dass, falls die ordentlichen Strahlen ungebrochen und unreflectirt der Wahrnehmung entschwinden, die zugehörigen Wellen ausserordentlich gebrochene und reflectirte Strahlen liefern und umgekehrt, und die Frage der totalen Reflexion verwandelt sich in Zwillingskrystallen in die Frage nach dem Grenzkegel der einfachen Brechung und Zurückwerfung.

Grenzkegel der einfachen ordentlichen Brechung und Reflexion. Die Gleichung der Wellenfläche des zweiten Individuums gibt für $z = 0$

$$\frac{1}{c^2}(x^2 + y^2) + \left(\frac{1}{o^2} - \frac{1}{c^2}\right) x^2\ cos\ \alpha^2 = 1$$

oder, wenn wir wieder

$$P = 1 + (q-1)\ sin\ \alpha^2$$
$$Q = (q-1)\ sin\ \alpha\ cos\ \alpha$$
$$R = 1 + (q-1)\ cos\ \alpha^2$$
$$q = \frac{o^2}{c^2},\ \alpha = \text{Neigungswinkel der optischen}$$

Axe gegen ihre Projection in der Zwillingsebene, setzen

$$\frac{P}{o^2} x^2 + \frac{q}{o^2} y^2 = 1 \qquad (2)$$

die Tangente daran ist

$$\frac{P}{o^2} \cdot xx' + \frac{q}{o^2} yy' = 1$$

die Normale auf diese

$$\frac{x'}{y'} = \frac{Px}{qy}$$

und durch Elimination von x und y aus diesen 3 Gleichungen

$$x'^2 \frac{o^2}{P} + y'^2 \cdot e^2 = (x'^2 + y'^2)^2$$

die Curve, welche sich zum Schnitte (2) verhält wie die Elasticitätsfläche zur Wellenfläche. Setzt man hier $x' = \rho \cos \lambda$, $y' = \rho \sin \lambda$, so erhält man

$$\rho^2 = \frac{o^2}{P} \cdot \cos \lambda^2 + e^2 \sin \lambda^2$$

und setzt man dies in die allgemeine Gleichung der Isochrone, wo $W = o$ ist, so findet man für den gesuchten Kegel die Gleichung

$$\sin i^2 = \frac{Pq}{q \cos \lambda^2 + P \sin \lambda^2} = \frac{Pq}{q + (P-q) \sin \lambda^2}.$$

Es ist ein gerader elliptischer Kegel, dessen Öffnung im Hauptschnitte und senkrecht darauf durch die beiden Relationen

$$\sin i^2 = P$$
$$\lambda = o$$
$$\sin i^2 = q$$
$$\lambda = \frac{\pi}{2}$$

gegeben ist; man sieht hieraus, dass derselbe nur in solchen Krystallen vorkommen kann, wo $q < 1$, also $o < e$, in negativen Krystallen.

Grenzkegel der einfachen ausserordentlichen Brechung und Reflexion. Damit die einfallenden ausserordentlichen Wellen keine ausserordentliche Brechung erleiden, ist nothwendig, dass ihre Tracen auf der Zwillingsebene den Kreis berühren, welcher durch den Schnitt der ordentlichen Wellenfläche (Kugel) des zweiten Individuums mit dieser Ebene entsteht. Es ist also $\rho = o$; und da die Geschwindigkeit $W^2 = e^2 + (o^2 - e^2)(u \cos \alpha + w \sin \alpha)^2$ variabel ist, so erhält man zur Ableitung dieses Kegels durch Substitution in (1)

$$o^2 \sin i^2 = e^2 + (o^2 - e^2)(u \cos \alpha + w \sin \alpha)^2. \tag{3}$$

Es ist ein schiefer Kegel, dessen Constanten am leichtesten zu berechnen sein werden, wenn wir für die Polarcoordinaten Punkt-

coordinaten einführen. Da dasselbe Verfahren noch öfter wiederkehren wird, so schicken wir die Transformations-Formeln voraus, in welchen u, v, w die Cosinusse der Wellennormale, λ das Azimuth, i den Einfallswinkel bezeichnen; es ist

$$\begin{aligned} &u = cos\,\lambda\,sin\,i\;;\quad w = cos\,i\;;\quad cos\,\lambda^2 = \frac{x^2}{x^2+y^2}\;,\; si\quad \lambda^2 = \frac{y^2}{x^2+y^2} \\ &sin\;i^2 = \frac{x^2+y^2}{x^2+y^2+z^2}\;;\; u^2 = \frac{x^2}{x^2+y^2+z^2}\;;\; v^2 = \frac{y^2}{x^2+y^2+z^2}\;; \\ &\qquad w^2 = \frac{z^2}{x^2+y^2+z^2}\;. \end{aligned} \tag{4}$$

Man erhält sonach die Gleichung des Kegels

$$x^2\,sin\,\alpha^2 + y^2 - z^2\left(\frac{1}{q-1} + sin\,\alpha^2\right) - 2xz\,sin\,\alpha\,cos\,\alpha = 0$$

dessen Constanten aus den Relationen

$$\begin{aligned} tg\,\psi_2{}^2\,(ctg\,\psi_1{}^2\,cos\,\beta^2 - \;\; sin\;\beta^2) &= sin\,\alpha^2 \\ tg\,\psi_2{}^2\,(ctg\,\psi_1{}^2\,sin\;\beta^2 - cos\,\beta^2) &= -\left(\frac{1}{q-1} + sin\,\alpha^2\right) \\ tg\,\psi_2{}^2\,(ctg\,\psi_1{}^2 + 1)\,sin\,\beta\,cos\,\beta &= sin\,\alpha\,os\,\alpha \end{aligned}$$

abgeleitet werden, wo β die Neigung der Kegelaxe gegen die Axe der Z, ψ_1 die Öffnung des Kegels im Hauptschnitte, ψ_2 die Öffnung des Kegels senkrecht dagegen bedeutet. Da wir stets solche Kegel behandeln werden, deren Axe in dem Hauptschnitte liegt, so geben die Werthe von ψ_1 und ψ_2 unter einem sogleich die Maxima und Minima der Kegelöffnung und das Verhältniss ihrer Tangenten ist das Axenverhältniss der Grund-Ellipse, um welche der Kegel sich construirt. Aus den angeführten Gleichungen erhält man

$$tg\,2\beta = \frac{2\,(q-1)\,sin\,\alpha\,cos\,\alpha}{1+2\,(q-1)\,sin\,\alpha^2}$$

der Kegel ist folglich immer schief, denn für $(q-1) = o$ hört der Krystall auf doppeltbrechend zu sein und für $\alpha = o = \frac{\pi}{2}$ ist er vom optischen Gesichtspunkte aus kein Zwilling mehr. Die Öffnung im Hauptschnitte ist

$$tang\,\psi_1 = -\frac{1-\sqrt{1+4\,q\,(q-1)\,sin\,\alpha^2}}{1+\sqrt{1+4\,q\,(q-1)\,sin\,\alpha^2}}$$

die senkrecht darauf

$$tg\,\psi_2 = \frac{1-\sqrt{1+4q(q-1)sin\alpha^2}}{\sqrt{(q-1)\left[(1-\sqrt{1+4q(q-1)sin\,\alpha^2})\right]^2-(1+\sqrt{1+4q(q-1)sin\,\alpha^2})^2}}$$

und das Verhältniss der Axen der Leitlinie

$$\frac{b^2}{a^2} = -(q-1)\left[\left(\frac{1-\sqrt{1+4\,q\,(q-1)\,\sin\alpha^2}}{1+\sqrt{1+4\,q\,(q-1)\,\sin\alpha^2}}\right)^2 - 1\right]$$

folglich kann dieser Kegel nur bei positiven Krystallen vorkommen. Sowohl der Kegel 2 als auch 3 wird durch die Normalen der Wellen gebildet; will man die Lage der zugehörigen Strahlen wissen, so genügt eine einfache Operation. Da jeder Kegel, dessen Spitze im Ursprung der Coordinaten liegt, von der Form $\frac{x}{z} = \varphi\left(\frac{y}{z}\right)$ ist und die Formeln gegeben wurden, mittelst deren der Zusammenhang zwischen Wellenfläche und Elasticitätsfläche hergestellt werden kann, und überall die Quotienten zweier Coordinaten der einen, lineare Functionen der entsprechenden Quotienten der an deren Fläche sind, so folgt dass Wellennormalen und zugehörige Strahlen stets Flächen desselben Grades geben. Im Kegel 2. fallen Normale und Strahlen zusammen, und es gelten daher die dort gegebenen Abmessungen auch für die Strahlenkegel; im Kegel 3. dagegen, dessen Kanten durch ausserordentlich gebrochene Strahlen gebildet werden, ist dies nicht der Fall, und sein zugehöriger Strahlenkegel ist

$$\begin{aligned}(5)\quad & x^2\left[(q-1)\,(P^2-[P\cos\alpha - Q\sin\alpha]^2) - Q^2\right] + y^2\,(q-1)\,q^2 \\ & + z^2\left[(q-1)\,(Q^2-[Q\cos\alpha - R\sin\alpha]^2 - R^2\right] \\ & - 2xz\left\{(q-1)\left[QP-(P\cos\alpha - Q\sin\alpha)\,(Q\cos\alpha - R\sin\alpha)\right]\right. \\ & \left. - QR\right\} = 0.\end{aligned}$$

Seine Mittellinie liegt in der xz Ebene, und ihre Neigung gegen z ist

$$tg\,2\beta = 2\,\frac{(q-1)\,[PQ-(P\cos\alpha - Q\sin\alpha)\,(Q\cos\alpha - R\sin\alpha)] - 2\,QR}{(q-1)\,[(Q^2-P^2)-(Q\cos\alpha - R\sin\alpha)^2 + (P\cos\alpha - Q\sin\alpha)^2] + (Q^2-R^2)}$$

und die Grenzwerthe der Kantenöffnung

$$tg\,\psi_1 = -\frac{A\sin\beta^2 - 2\,D\sin\beta\cos\beta + C\cos\beta^2}{A\cos\beta^2 + 2\,D\sin\beta\cos\beta + C\sin\beta^2}$$

$$tg\,\psi_2 = \frac{A\sin\beta^2 - 2\,D\sin\beta\cos\beta + C\cos\beta^2}{B}$$

wenn A, B, C, D die Coëfficienten der Gleichung 5. darstellen.

Für verschiedene Zwillinge nehmen die hier gefundenen Kegel verschiedene Lagen und Dimensionen an; die Grenzen aller möglichen Lagen und Dimensionen sind durch die Grenzwerthe von α gegeben, innerhalb welcher überhaupt Zwillingsgestalten möglich sind.

Beim Kegel 2 hat man

für $\alpha = 0^0$; $sin\ i_0 = 1$, $i = 90^0$; $sin\ i_{\frac{\pi}{2}} = \sqrt{q}$: das ist, der Kegel geht in eine Rinne, über deren Kante in der Axe der x liegt und deren Ebenen einen Winkel $2\,arc.\ sin\ \sqrt{q}$ einschliessen.

für $\alpha = 90^0$; $sin\ i_0^2 = q$, $sin\ i_{\frac{\pi}{2}}^2 = q$: das ist, ein Kreiskegel von der Öffnung $2arc.\ sin\ q$.

Sämmtliche in Zwillingen des rhomboedrischen und pyramidalen Systemes vorkommende Grenzkegel der einfachen ordentlichen Brechung und Reflexion liegen ihren Dimensionen nach zwischen einem geraden Kreiskegel und einer in der Projection der optischen Axe laufenden Rinne, welche jenen Kreiskegel berührt.

Beim Kegel 3 hat man ebenso

für $\alpha = 0$: $sin\ i_0^2 = 1$, $sin\ i_{\frac{\pi}{2}}^2 = \frac{1}{q}$; eine ähnliche Rinne wie beim ersten, der Winkel der beiden Ebenen ist $arc.\ sin\ 2\frac{e}{o}$;

für $\alpha = 90^0$: $sin\ i_0^2 = sin\ i_{\frac{\pi}{2}}^2 = \frac{q}{2q-1}$; ein gerader Kreiskegel von der Kantenöffnung $arc.\ sin\ \frac{2o}{\sqrt{2o^2 - e^2}}$.

Für den Strahlenkegel sind natürlich die Grenzen dieselben. Die beiden Kegel 2 und 3 lassen sich noch aus einem anderen Gesichtspunkte betrachten. Sie bezeichnen nämlich die Lage jener Einfallswinkel, jenseits welcher nur einfache Brechung und Reflexion stattfindet, und zwar unter Verschwinden der ungleichnamig polarisirten Wellen. Betrachten wir, um dies deutlicher zu machen, einen negativen Krystall, und in diesem einen ausserordentlich polarisirten Strahl, so wird dieser unter jeder Incidenz eine doppelt gebrochene und reflectirte Welle liefern, und es wird der ausserordentliche Strahl immer mehr vom Einfallslothe zurückweichen, bis seine Ablenkung endlich unter einer Incidenz, die nahezu streifend ist, nahezu 90^0 betragen wird; dann wird nur noch die ordentlich gebrochene und reflectirte Welle deutlich abgelenkte Strahlen liefern, und die Grenze, welcher sich diese unendlich nähern, ist der Kegel 2; sie werden diese Grenze weder erreichen noch überschreiten, weil schon im ersten Falle eine solche Incidenz vorausgesetzt wird, bei der der einfallende Strahl die Zwillingsebene gar nicht trifft, sondern längs derselben fortschreitet. — Betrachten wir dagegen

einen ordentlichen Strahl, so wird dieser bis auf eine gewisse Incidenz hin doppelt gebrochen und reflectirt, wobei der ausserordentliche Strahl der Trennungsebene immer näher rückt, bis er endlich für einen Einfallswinkel, der durch den Kegel 2 gegeben ist, gänzlich verschwindet; für alle grösseren Einfallswinkel wird er fortan nur noch ordentlich gebrochen und reflectirt (eigentlich schreitet er dann nur einfach durch den Zwilling hindurch). Bei positiven Krystallen, in denen die ordentlichen Wellen mehr abgelenkt werden als die ausserordentlichen, bezeichnet der Kegel 3 die Grenze, jenseits welcher die einfallenden extraordinären Strahlen nur noch ausserordentlich gebrochen und reflectirt werden können.

Es folgt nun die numerische Angabe der Constanten der verschiedenen Grenzkegel an den bisher beobachteten Zwillingen des Kalkspathes.

Tafel der Grenzkegel der einfachen Brechung und Reflexion.

Name des Minerals.	Zwillingsebene	Neigung derselben gegen die optische Axe	Neigung der Kegelaxe gegen das Einfallsloth	Öffnung des Kegels $\frac{a^2}{b^2}$ im Hauptschnitt	Öffnung des Kegels $\frac{a^2}{b^2}$ senkrecht zum Hauptschnitt	Axenverhältniss der Leitellipse, Kegelhöhe = 1
Kalkspath	$R-\infty$	90°	0°	126° 52′ 14″	126° 52′ 14″	1
R=105° 5′	$R-1$	63° 44′ 45″	0°	132° 48′ 40″	126° 52′ 14″	1·309
ω=1·66360	R	45° 23′ 26″	0°	142° 56′ 40″	126° 52′ 14″	2·225
ε=1·48868						
f. d. Strahl E	$R+1$ senkr.	26° 52′ 47″	0°	156° 21′ 50″	126° 52′ 14″	5·887
	RR	26° 15′ 14″	0°	157° 13′ 28″	126° 52′ 14″	6·162
	$R+\infty$	0°	0°	180° 0′ 0″	126° 52′ 14″	∞

Im Allgemeinen treten für jeden einfallenden Strahl 4 Strahlen aus einem Zwillingskrystalle; nur dann, wenn die Einfallsebene parallel ist zum Hauptschnitte, werden an der Zwillingsebene die eingetretenen Strahlen nicht weiter zerlegt (der ordentliche selbst auch nicht gebrochen), und es treten nur zwei Strahlen aus dem Krystalle, beide in der Einfallsebene. Die Existenz der Grenzkegel macht es nun auch möglich, dass von den 4 austretenden Strahlen der eine ausbleibt, und eine eintretende Welle verdreifacht den Zwilling verlässt.

Um zu erfahren, wann dies beim Kalkspathe eintritt, ist erstens die Lage einer Ebene anzugeben, welche das Krystallmedium von der Luft trennt, und bei der die Strahlen noch unter dem verlangten Winkel eintreten können (denn in den meisten Fällen wird wegen

der grösseren Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft die Totalreflexion zwischen Kalkspath und Luft hindernd dazwischen treten); zweitens das Azimuth, oder diejenige Folge von Azimuthen, unter denen die verlangte Erscheinung möglich ist. Fig. 2 [1]) stellt einen Fall dar, wo der Eintritt eines solchen Strahles möglich, Fig. 3, wo derselbe unmöglich ist.

Verwandeln wir die Polargleichung 2 in eine andere, wo die Variablen die Cosinusse $\xi\ \eta\ \zeta$ der Kegelkanten seien, so erhalten wir unter Berücksichtigung der Relationen 4 und der Proportion

$$\xi : \eta : \zeta = x : y : z$$

für den Kegel die Gleichung

$$\xi^2 \frac{P-1}{P} + \eta^2 \frac{q-1}{q} + \zeta^2 = 0.$$

Die Krystallebene, welche das doppelbrechende Medium gegen die Luft abgrenzt, werde nun, um überflüssige Allgemeinheiten zu ersparen, senkrecht gegen den Hauptschnitt angenommen, und sie habe gegen die Zwillingsebene die Neigung χ. Da die Brechung am Übergange aus der Luft in den Krystall betrachtet werden soll, wird es gut sein, die Gleichung des Kegels auf diese Ebene zu beziehen; dies geschieht einfach, indem wir dieselbe so transformiren, dass die Axe der z um den Winkel χ verschoben wird; man erhält dadurch eine neue Gleichung

$$\xi^2 \left(1 - \frac{1}{P} \cos \chi^2\right) + 2\xi\zeta \frac{\sin \chi \cdot \cos \chi}{P} + \zeta^2 \left(1 - \frac{1}{P} \sin \chi^2\right) + \eta^2 \frac{q-1}{q} = o$$

Nun hängt aber für die ordentlich gebrochenen Strahlen die Bewegung des Lichtes in der Luft und im Krystalle durch einfache Relationen zusammen; leitet man nämlich aus der Bedingung des constanten Brechungscoëfficienten, also aus der Gleichung

$$\frac{1-\zeta'^2}{1-\zeta^2} = \omega^2$$

(wenn die bestrichelten Buchstaben die Cosinusse des aus der Luft einfallenden und ω den Brechungscoëfficienten bezeichnen), ferner aus der Übereinstimmung der Einfalls- und Brechungsebene

$$\frac{\xi}{\eta} = \frac{\xi'}{\eta'}$$

[1]) Fig. 1 gehört zu dem Aufsatze im Novemberhefte der Sitzungsberichte von 1853, S. 817.

und aus der allgemeinen Cosinusgleichung $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = 1$ die Werthe von $\xi' \eta' \zeta'$ als Function von $\xi \eta \zeta$ ab, so erhält man

$$\xi^2 = \xi'^2 . \frac{\frac{1}{\omega^2}(1-\zeta'^2)}{\xi'^2 + \eta'^2} = \frac{\xi'^2}{\omega^2}$$

$$\eta^2 = \eta'^2 \frac{\frac{1}{\omega^2}(1-\zeta'^2)}{\xi'^2 + \eta'^2} = \frac{\eta'^2}{\omega^2}$$

$$\zeta'^2 = 1 - \frac{1}{\omega^2}(1-\zeta'^2),$$

und dies in der obigen Gleichung substituirt, gibt

$$\xi'^2\left(1-\frac{\cos\chi^2}{P}\right) + 2\xi'\sqrt{\omega^2-(1-\zeta'^2)}\,\frac{\sin\chi\cos\chi}{P} + (\omega^2-[1-\zeta'^2])\left(1-\frac{\sin\chi^2}{P}\right) + \frac{q-1}{q}\eta'^2 = 0.$$

Es wird daher darauf zu achten sein, ob dieser Kegel, oder der ihm identische

$$\sin i^2\left[\left(\cos\chi^2 - \frac{P}{q}\right)\sin\lambda^2 - \cos 2\chi\right] + \sin i\cos\lambda\sqrt{\omega^2-\sin i^2}\,\sin 2\chi + \omega^2(P-\sin\chi^2) = 0$$

möglich wird. Für $\chi = o$, d. i. wenn die Krystallebene parallel der Zwillingsebene wird, erhalten wir $\sin i = \omega\sqrt{\frac{Pq}{q-(q-P)\sin\lambda^2}}$ $= \omega\sqrt{\frac{Pq}{q\cos\lambda^2 + P\sin\lambda^2}}$. Dies ist nur möglich unter der Bedingung:

$$\sin\lambda^2 > \frac{q}{P-q}(P\omega^2-1)$$

dies aber ist unter keiner Annahme möglich; folglich darf χ auch nicht gleich Null werden. Für $\chi = 90^0$, wenn also die Krystallfläche senkrecht steht auf der Zwillingsebene, wird $\sin i = \omega\sqrt{\frac{1-P}{1-P\sin\lambda^2}}$. Dies wird möglich unter der Bedingung $\sin\lambda^2 < \frac{q(1-[1-P]\omega^2)}{P}$, was wieder die Möglichkeit von $1 - \frac{1}{\omega^2} < P$ postulirt; da aber bei allen Zwillingen $P > 0{\cdot}63867$ ist, so ist die Statthaftigkeit dieser Annahme nachgewiesen. Es werden also auch zwischen $\chi = 0$ und $\chi = 90^0$ intermediäre Lagen möglich sein; die allgemeine Auflösung der Gleichung wird zu complicirt und es genügt gezeigt zu haben, dass das Austreten von 3 Strahlen aus einem Kalkspathkrystalle für einen einzigen eintretenden allerdings möglich sei.

2. Wird eine Linse aus einer doppelbrechenden (einaxigen) Substanz geschliffen, und hat dieselbe, wie es wohl in der Regel geschieht, und wie wir hier der Kürze halber supponiren wollen, die Gestalt eines Rotationskörpers, so werden die auffallenden Strahlen im Allgemeinen nicht als Kegel in dieselbe gebrochen; sie nehmen vielmehr die Gestalt eines Konoides an, das auf die Gleichung

$$z = (\rho \pm \sqrt{x^2 + y^2})\, f\left(arc.\ tg \frac{y}{z}\right)$$

gebracht werden kann, und wo ρ einen beliebigen constanten oder variablen Radiusvector darstellt. Die Ableitung und Discussion dieser Gleichung muss auf eine spätere Gelegenheit aufgespart werden; ebenso der Beweis, dass es immer einen Kegel gibt, dessen Kanten in jedem Azimute den Kanten des Konoides parallel sind, und dessen Gleichung leicht aus der des Konoides abgeleitet werden kann, indem derselbe durch

$$z = \frac{\rho \pm \sqrt{x^2 + y^2}}{\rho}$$

dargestellt wird; oder wenn für z gesetzt wird $z + 1$, durch

$$z^2 \rho^2 = x^2 + y^2.$$

Man kann daher immer annehmen, dass ein auf eine Linse der erwähnten Art einfallender Strahlenkegel in derselben in eine solche Gestalt übergeht, welche für manche Fälle der Berechnung ohne weiters durch einen Kegel substituirt werden kann; die folgende Untersuchung setzt dies wirklich voraus, indem sie sich begnügt die Modification anzugeben, welche ein an die Zwillingsebene gelangter ordentlicher oder ausserordentlicher Strahlenkegel erfährt bei seinem Übergange in das zweite Individuum, indem wir die Reduction dieser Kegel auf die entsprechenden Konoide in jenem Abschnitte durchführen werden, der von den Linsen aus Zwillingskrystallen handelt. Hier wird es genügen, ein solches Konoid, das eine interessante Gleichung besitzt, etwas näher zu betrachten, und sodann zur allgemeinen Discussion der Strahlen des Wellenkegels zu schreiten.

Es sei Fig. 4 der Durchschnitt einer Linse aus einem doppelbrechenden Krystalle, TB die Rotationsaxe der Linse und senkrecht gegen diese in der Richtung MT die optische Axe des Krystalles.

Betrachten wir nun einen Kegel von convergirenden auffallenden Strahlen, SS, und es bilde die Tangente RB mit der Rotationsaxe

den Winkel $\vartheta = RBT$, der einfallende Strahl mit dem Einfallslothe den Winkel i. Führt man nun die Huyghens'sche Construction um den Punkt M aus (indem man die relative Länge der dabei vorkommenden Radien so wählt, dass, wenn c, o, e die Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft, parallel und senkrecht gegen die Axe des Krystalles bezeichnet,

$$KM : PM : EM = c : o : e$$

gemacht wird), so erhält man beiderseits zwei Wellennormalen Mo und Me, die sich in der Rotationsaxe der Linse schneiden; für jeden Punkt des Kreises auf der Oberfläche der Linse, der mit dem Halbmesser $TM = r$ beschrieben wird, bleibt To constant, Te aber variirt, je nachdem die Tangente RB bei ihrer Rotation um B verschiedene Azimuthe durchwandert, indem dabei der auffallende Strahl seine Lage gegen die optischen Constanten verändert und anderen brechenden Kräften begegnet; das Maximum seiner Ablenkung liegt im Hauptschnitte oder senkrecht darauf, je nachdem der Krystall ein negativer oder positiver ist, und zwar kömmt es zweimal vor in einer Azimuthdifferenz von 180°; das Minimum liegt ebenso in der gegen den Maximumschnitt um 90° verwendeten Ebene.

Wenn i die einfallenden, $\mathfrak{r}$ die gebrochene Wellennormale bezeichnet, so haben wir allgemein

$$\frac{\sin \mathfrak{r}^2}{\sin i^2} = \frac{e^2 + (o^2 - e^2) \cos \varphi^2}{c^2}$$

und da die optische Axe mit den Coordinaten-Axen die Winkel einschliesst, deren Cosinusse = 1, 0, 0 sind, und die Normale der gebrochenen das Azimuth der Normale der einfallenden Welle besitzt, so ist

$$\cos \varphi = \cos \lambda \sin \mathfrak{r}$$

und somit

$$\sin \mathfrak{r}^2 = \frac{e^2 \sin i^2}{c^2 - (o^2 - e^2) \cos \lambda^2 \sin i^2}.$$

und wenn man $\frac{e}{c} = \frac{1}{\varepsilon} = \varepsilon', \frac{o}{c} = \frac{1}{\omega} = \omega'$ setzt (wo also ε und ω die Brechungscoëfficienten des ausserordentlichen und ordentlichen Strahles sind), und zugleich durch $\sin i^2$ dividirt, so erhält man

$$\sin \mathfrak{r}^2 = \frac{\varepsilon'^2}{(\varepsilon'^2 - \omega'^2) \cos \lambda^2 + \cos ec\, i^2}$$

Das Konoid der Wellennormalen wird erhalten, wenn der geometrische Ort derselben für jedes Azimuth des einfallenden Strahles bestimmt wird. Ist in Fig 5 ψ der Neigungswinkel der Normale irgend einer gebrochenen Welle, so ist für einen Punkt M auf der Oberfläche des Konoides $MP = PQ\,tg\,\psi$ und $QP = r - \sqrt{x^2+y^2}$, folglich

$$z = \left(r - \sqrt{x^2+y^2}\right) tg\,\psi \tag{5}$$

und da $tg\,\psi = \frac{sin(\theta+r)}{cos(\theta+r)} = \frac{tg\,\theta\sqrt{(\varepsilon'^2-\omega'^2)\cos\lambda^2 - (\varepsilon'^2 - cos\,ec\,i^2)} + \varepsilon}{\sqrt{(\varepsilon'^2-\omega'^2)\cos\lambda^2 - (\varepsilon'^2 - cos\,ec\,i^2)} - \varepsilon'\,tg\,\theta}$ (6)

wo noch für $cos\,\lambda^2 = \frac{x^2}{x^2+y^2}$ zu substituiren ist; so wird die Gleichung des Conoides

$$z = (r - \sqrt{x^2+y^2})\,\frac{tg\,\theta\sqrt{(\varepsilon'^2-\omega'^2)\,x^2 - (\varepsilon'^2 - cos\,ec\,i^2)\,(x^2+y^2)} + \varepsilon'\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{(\varepsilon'^2-\omega'^2)\,x^2 - (\varepsilon'^2 - cos\,ec\,i^2)\,(x^2+y^2)} - \varepsilon'\,tg\,\theta\sqrt{x^2+y^2}} \tag{7}$$

Diese Gleichung soll nun, ihrer interessanten Eigenschaften wegen, näher betrachtet werden.

Setzt man $\varepsilon' = \omega'$, d. i. untersucht man ihre Gestalt für die ordentlich gebrochenen Wellen, so wird der zweite Factor des zweiten Theiles constant gleich

$$\frac{tg\,\theta\sqrt{cos\,ec\,i^2 - \omega^2 + \omega'}}{\sqrt{cos\,ec\,i^2 - \omega'^2 - \omega'\,tg\,\theta}} = K$$

und das Konoid verwandelt sich in einen Kegel

$$z = K\left(r - \sqrt{x^2+y^2}\right)$$

dessen Axe in die Rotationsaxe der Linse fällt, dessen Basis der Kreis $r^2 = x^2 + y^2$ und dessen Spitze in der Höhe Kr über der Ebene dieses Kreises liegt.

Wird das Konoid durch Ebenen geschnitten, die die Axe der z in sich enthalten, so erhält man immer ein System zweier Geraden, die sich in der Z-Axe unter gleichem Winkel gegen diese schneiden, ihre Neigung gegen die Basis ist ψ und da ψ eine periodische Function von $cos\,\lambda^2$ ist, so folgt, dass es zwei Maximum- und zwei Minimumwerthe für vier um je 90° von einander verschiedene λ haben werde, während ausserdem jedes andere ψ viermal wiederkehren wird für $\lambda = \pm\lambda'$ und $= 180 \pm \lambda'$. Dies liegt schon klar in den Bedingungen, nach welchen die krumme Fläche construirt wurde.

Nicht so einfach sind die Schnitte, welche durch horizontale (d. i. zur Axe der Z senkrechte) Ebenen erzeugt werden. $Z = 0$

gibt $r^2 = x^2 + y^2$, den Grundkreis; aber jedes andere z führt zu Gleichungen höheren Grades; man hat für ein bestimmtes $z = z'$

$$r - z' \, ctg \, \psi = \rho \tag{8}$$

wo $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ gesetzt ist. Um zu erfahren, wo die grössten und kleinsten Werthe von ρ liegen, substituiren wir $tg \, \psi$ den Werth aus (6) und differenziren ρ nach λ; man findet

$$\frac{d\rho}{d\lambda} = \frac{\varepsilon' \, z' \, sec \, \theta^2 \, (\varepsilon'^2 \omega'^2) \, cos \, \lambda \, sin \, \lambda}{\left[\varepsilon' + tg \, \theta \sqrt{(\varepsilon'^2 - \omega'^2) \, cos \, \lambda^2 - (\varepsilon'^2 - cos \, ec \, i^2)}\right]^2 \sqrt{(\varepsilon'^2 - \omega^2) \, cos \, \lambda^2 - (\varepsilon'^2 - cos \, ec \, i^2)}}$$

dies wird Null im Azimuth Null, 90°, 180°, 270°; ρ hat also allgemein die vier Grenzwerthe für diese λ; setzt man dieselben in die Formel $tg \psi$, so kann man daraus sogleich die Grösse der Radienvectoren für alle in der XZ und YZ-Ebene liegenden Punkte der Curven berechnen. Man erhält

$$tg \, \psi_{\lambda=0} = \frac{tg \, \theta \sqrt{cos \, ec \, i^2 - \omega'^2} + \varepsilon'}{\sqrt{cos \, ec \, i^2 - \omega'^2} - \varepsilon' \, tg \, \theta}$$

$$tg \, \psi_{\lambda=\frac{\pi}{2}} = \frac{tg \, \theta \sqrt{cos \, ec \, i^2 - \varepsilon'^2} + \varepsilon'}{\sqrt{cos \, ec \, i^2 - \varepsilon'^2} - \varepsilon' \, tg \, \theta} \tag{9}$$

Für diese Azimuthe werden übrigens nicht immer 2 der speciellen ρ ein Maximum, und 2 andere ein Minimum repräsentiren; es gibt eine gewisse Zone in dem Konoide, wo alle vier durch 9 gegebenen Radienvectoren Maxima sind. Diese Zone wird gefunden, wenn man in 8 $\rho = 0$ setzt, und hieraus z' bestimmt; man erhält, wenn man diese speciellen z' durch Z bezeichnet

$$Z = r \, tg \, \psi$$

Z wächst stätig mit $tg \, \psi$, und da dies (bei negativen Krystallen) von $\lambda = 0$ bis $\lambda = \frac{\pi}{2}$ selbst stätig abnimmt und dann wieder wächst ohne negativ zu werden, so ist die Zone eingeschlossen zwischen

$$Z_1 = r \, tg \, \psi_{\lambda=0} \quad \text{und} \quad Z_2 = r \, tg \, \psi_{\lambda=\frac{\pi}{2}}$$

und die Radienvectoren der zwischen diesen Grenzen liegenden Schnitte des Konoides werden im Allgemeinen in 4 symmetrisch gegen die X und Y-Axen liegenden Azimuthen gleich Null werden; diese Azimuthe werden sämmtlich zwischen $\lambda = o$ und $\lambda = 90°$ fallen, da für diese die Maximumwerthe von 9 stattfinden, und die Curven werden innerhalb Z_1 und Z_2 zwei senkrecht gegeneinander gestellten Schleifen gleichen. Betrachten wir ihre Gestalt näher.

Für $Z = Z_1$ wird

$$\rho = r\left(1 - \frac{tg\,\psi_{\lambda=0}}{tg\,\psi}\right)$$

Das Minimum liegt im Azimuth $\lambda = 0$ und $\lambda = \pi$; dann wird $tg\,\psi = tg\,\psi_{\lambda=0}$ und $\rho = 0$; das Maximum dagegen im Azimuth $\frac{\pi}{2}$, dann wird $tg\,\psi = tg\,\psi_{\lambda=\frac{\pi}{2}}$ und

$$\rho = r\left(1 - \frac{(tg\,\theta\sqrt{cos\,ec\,i^2 - \omega'^2} + \varepsilon')\,(\sqrt{cos\,ec\,i^2 - \varepsilon'^2} - \varepsilon'\,tg\,\theta)}{(\sqrt{cos\,ec\,i^2 - \omega'^2} - \varepsilon'\,tg\,\theta)\,(tg\,\theta\sqrt{cos\,ec\,i^2 - \varepsilon'^2} + \varepsilon')}\right)$$

Die Curve ist eine einfache Schlinge, Fig. 6, III.

Für $Z = r\,tg\,\psi_{\lambda=30}$ wird

$$\rho = r\left(1 - \frac{tg\,\psi_{\lambda=30}}{tg\,\psi}\right)$$

Diese Curve hat 4 Minima und eben so viele Maxima; die Minima liegen in den Azimuthen $\lambda = \pm 30^0$ und $\lambda = 180 \pm 30^0$, und in denselben ist $\rho = 0$. Die Maxima dagegen, welche in den Coordinaten-Axen liegen, sind

$$\rho_{\lambda=0} = \pm r\left[1 - \frac{(\sqrt{cos\,ec\,i^2 - \omega'^2} - \varepsilon'\,tg\,\theta)\,(tg\,\theta\sqrt{(\varepsilon'^2 - \omega'^2)^{\frac{3}{4}} - (\varepsilon'^2 - cos\,ec\,i^2)} + \varepsilon')}{(\sqrt{cos\,ec\,i^2 - \omega'^2} + \varepsilon')\,(\sqrt{(\varepsilon'^2 - \omega'^2)^{\frac{3}{4}} - (\varepsilon'^2 - cos\,ec\,i^2)} - \varepsilon'\,tg\,\theta)}\right]$$

$$\rho_{\lambda=\frac{\pi}{2}} = \pm r\left[1 + \frac{(\sqrt{cos\,ec\,i^2 - \varepsilon'^2} - \varepsilon'\,tg\,\theta)\,(tg\,\theta\sqrt{(\varepsilon'^2 - \omega'^2)^{\frac{3}{4}} - (\varepsilon'^2 - cos\,ec\,i^2)} + \varepsilon')}{(\sqrt{cos\,ec\,i^2 - \varepsilon'^2} + \varepsilon')\,(\sqrt{(\varepsilon'^2 - \omega'^2)^{\frac{3}{4}} - (\varepsilon'^2 - cos\,ec\,i^2)} - \varepsilon'\,tg\,\theta)}\right]$$

Es sind zwei Schlingen, die senkrecht gegen einander gekehrt sind, und von denen die eine, deren Axe in die YZ-Ebene fällt, wegen $\rho_{\lambda=\frac{\pi}{2}} > \rho_{\lambda=0}$ grösser ist, als die deren Axe in der XZ-Ebene Fig. 6, IV.

Für $Z = r\,tg\,\psi_{\lambda=60}$ wird

$$\rho = r\left(1 - \frac{tg\,\psi_{\lambda=60}}{tg\,\psi}\right)$$

und die 4 Minima fallen in die Azimuthe $\lambda = \pm 60^0$ und $\lambda = 180^0 \pm 60^0$; in denselben ist $\rho = 0$. Die vier Maxima sind

$$\rho_{\lambda=0} = \pm r\left[1 - \frac{(\sqrt{cos\,ec\,i^2 - \omega'^2} - \varepsilon'\,tg\,\theta)\,(tg\,\theta\sqrt{(\varepsilon'^2 - \omega'^2)^{\frac{1}{4}} - (\varepsilon'^2 - cos\,ec\,i^2)} + \varepsilon')}{(\sqrt{cos\,ec\,i^2 - \omega'^2} + \varepsilon')\,(\sqrt{(\varepsilon'^2 - \omega'^2)^{\frac{1}{4}} - (\varepsilon'^2 - cos\,ec\,i^2)} - \varepsilon\,tg\,\theta)}\right]$$

$$\rho_{\lambda=\frac{\pi}{2}} = \pm r\left[1 - \frac{(\sqrt{cos\,ec\,i^2 - \varepsilon'^2} - \varepsilon'\,tg\,\theta)\,(tg\,\theta\sqrt{(\varepsilon'^2 - \omega'^2)^{\frac{1}{4}} - (\varepsilon'^2 - cos\,ec\,i^2)} + \varepsilon')}{(\sqrt{cos\,ec\,i^2 - \varepsilon'^2} + \varepsilon')\,(\sqrt{(\varepsilon'^2 - \omega'^2)^{\frac{1}{4}} - (\varepsilon'^2 - cos\,ec\,i^2)} - \varepsilon\,tg\,\theta)}\right]$$

daher die Curve auch hier noch zwei Schlingen darstellt, die aber von den vorigen sich dadurch unterscheiden, dass jetzt $\rho_{\lambda=0} > \rho_{\lambda=\frac{\pi}{2}}$ und

die Schlinge in der Richtung der X-Axe gewachsen, die in der Richtung der Y-Axe dagegen geschwunden ist. Fig. 6, V.

Es muss daher einen Werth von λ zwischen 60 und 30° geben, für welchen die beiden Schlingen gleiche Maxima haben; es wird dies eintreten, wenn

$$\rho_{\lambda=0} = \rho_{\lambda=\frac{\pi}{2}}$$

und es muss das entsprechende Azimuth aus der Gleichung

$$(r + \rho)\, tg\, \psi_0 = (r - \rho)\, tg\, \psi_{90}$$

gewonnen werden; hieraus findet sich

$$\rho = \tfrac{1}{2}\, \varepsilon'\, r\, sin\, \theta\, \frac{\sqrt{cos\, ec\, i^2 - \omega'^2} - \sqrt{cos\, ec\, i^2 - \varepsilon'^2}}{\sqrt{(cos\, ec\, i^2 - \omega'^2)\,(cos\, ec\, i^2 - \varepsilon'^2)} - \varepsilon'^2}$$

und das entsprechende λ kann nun aus der Gleichung

$$tg\, \psi_\lambda = tg\, \psi_{\lambda=0}\left(1 - \tfrac{1}{2}\, \varepsilon'\, sin\, \theta\, \frac{\sqrt{cos\, ec\, i^2 - \omega'^2} - \sqrt{cos\, ec\, i^2 - \varepsilon'^2}}{\sqrt{(cos\, ec\, i^2 - \omega'^2)\,(cos\, ec\, i^2 - \varepsilon'^2)} - \varepsilon'^2}\right)$$

berechnet werden. Da es von r unabhängig ist, so sieht man, dass es an demselben Krystalle gleich bleibt, so lange das Einfallsloth und der Einfallswinkel in ihrer Neigung gegen die Rotationsaxe der Linse keine Veränderung erleiden.

Für $Z = r\, tg\, \psi_{\lambda=\frac{\pi}{2}} = Z^2$ endlich wird

$$\rho = r\left(1 - \frac{tg\, \psi_{\lambda=\frac{\pi}{2}}}{tg\, \psi}\right)$$

und die Zahl der Maxima und Minima wird wieder 2, und zwar liegt das Minimum im Azimuth $\lambda = \pm \frac{\pi}{2}$ und ρ ist dafür $=0$; das Maximum aber im Azimuth $\lambda = 0$, wofür

$$\rho = \pm\, r\left(1 - \frac{(tg\, \theta\, \sqrt{cos\, ec\, i^2 - \varepsilon'^2} + \varepsilon')\,(\sqrt{cos\, ec\, i^2 - \omega'^2} - \varepsilon'\, tg\, \theta)}{(tg\, \theta\, \sqrt{cos\, ec\, i^2 - \omega'^2} + \varepsilon')\,(\sqrt{cos\, ec\, i^2 - \varepsilon'^2} - \varepsilon'\, tg}\right)$$

ist. Die Curve ist eine Schlinge, die ihre grösste Contraction in der Axe der X hat. Fig. 6, VI.

Nimmt nun z' noch weiter zu, so wird der Schnitt getrennte Rückkehrpunkte zeigen, und dabei bleiben diese immerfort in der XZ-Ebene. Wird aber z' kleiner als Z_1, so trennen sich zwar auch die Rückkehrpunkte, und dieselben liegen in der YZ-Ebene, die Differenz zwischen dem Maximum und Minimum nimmt aber immer

mehr ab, bis sie bei $z' = 0$ im Kreisschnitte durch die Nulle geht, um für negative z' selbst negativ zu werden, d. i. die concave Seite der Curve fällt wieder in die XZ-Ebene, und die Schnitte bleiben fortan, man gebe z' einen beliebig grossen Werth, Curven der ersten Art ähnlich.

Aus diesem Allem folgt nun, dass das untersuchte Konoid die Gestalt zweier in einander gesteckter zweihörniger kegelförmiger Flächen habe, deren Abweichung von der Gestalt eines Kegels zweiten Grades um so grösser ist, je breiter die Zone $Z_2 - Z_1$ wird. Soll das Konoid in einen Kegel übergehen, so muss daher

$$Z_2 - Z_1 = 0$$

gesetzt werden; das ist

$$r\,(tg\,\psi_{\lambda=0} - tg\,\psi_{\lambda=90^0}) = 0$$

$r = 0$ kann nicht angenommen werden, sonst verschwindet die Grundannahme eines linsenförmigen brechenden Mittels und die Aufgabe reducirt sich auf die Betrachtung des Überganges eines Strahlenkreiskegels aus der Luft in ein doppelbrechendes Medium; setzt man aber den zweiten Theil der Gleichung der Nulle gleich, so findet man

$$(tg\,\theta\sqrt{cos\,ec\,i^2-\omega'^2}+\varepsilon')\,(\sqrt{cos\,ec\,i^2-\varepsilon'^2}-\varepsilon' tg\theta)=(tg\,\theta\sqrt{cos\,ec\,i^2-\varepsilon'^2}+\varepsilon')$$
$$(\sqrt{cos\,ec\,i^2-\omega'^2}-\varepsilon'\,tg\,\theta)$$

woraus folgt

$$tg\,\delta^2 = \frac{\sqrt{cos\,ec\,i^2-\omega'^2}-\sqrt{cos\,ec\,i^2-\varepsilon'^2}}{\sqrt{cos\,ec\,i^2-\varepsilon'^2}-\sqrt{cos\,ec\,i^2-\omega'^2}} = -1$$

Es gibt daher keine Lage der berührenden Ebene, für welche, der Einfallswinkel des Strahles sei welcher immer, das Konoid in einen Kegel überginge, so lange $\omega \gtrless \varepsilon$.

Will man nun den Kegel haben, dessen Kanten parallel sind denen des Conoides, so braucht man nur in der Höhenlinie des letzteren irgend einen Punkt anzunehmen und aus demselben in jedem Azimuth eine solche Kante zu ziehen. Die Gleichung des Kegels lässt sich dabei sehr einfach ableiten. Es sei Fig. 5 MQ eine Konoidkante, $O\,O'$ die Höhe des Kegels und $O'\,Q'$ die zugehörige Kegelkante, man hat dann für irgend einen Punkt derselben

$$z = AP\,tg\,\psi = [(r-\rho) - \sqrt{x^2+y^2}]\,tg\,\psi$$

das variable ρ aber ist aus der Gleichung des Konoides zu bestimmen. Nun ist für diese $z = (r - \rho)\ tg\ \psi$; wird dies constant gesetzt, etwa $z = r\ tg\ \psi_{\lambda=0}$ (dasjenige z_1 in welchem die Kante des Konoides im Azimuth 0 die Konzid-Axe trifft) so erhält man für den Kegel,

$$z = r\ tg\ \psi_{\lambda=0} - \sqrt{x^2 + y^2}\ .\ tg\ \psi$$

$$z - r\ tg\ \psi_{\lambda=0} = -\sqrt{x^2 + y^2}\ tg\ \psi$$

und wenn

$$z - r\ tg\ \psi_{\lambda=0} = z'$$

gesetzt wird

$$z'^2 = (x^2 + y^2)\ tg\ \psi^2$$

wo nun nur noch für $tg\ \psi$ zu substituiren ist.

Alle diese Gleichungen beziehen sich auf die Normalen der Wellen; transformirt man sie in Strahlengleichungen, so ändert sich die Gestalt des Konoides, um eine nicht minder interessante Fläche zu bilden. Doch werde ich hier dieselbe nicht näher in Betrachtung ziehen, da die für die Normalen durchgeführte Rechnung hinlänglich zeigt, dass es möglich sei der Fläche, in der die Lichtbewegung, die ein einfallender Strahlenkegel erzeugt, sich fortpflanzt, einen Kegel zu substituiren, und ich gehe nun auf die Untersuchung der Veränderungen über, die ein Lichtkegel beim Durchgange durch die Zwillingsfläche erfährt.

3. Der einfallende Lichtkegel kann ordentlich oder ausserordentlich polarisirt sein, und jeder derselben gibt wieder zwei neuen Lichtkegeln Entstehung, von denen aber der ordentlich gebrochene Kegel des einfallenden im Hauptschnitte polarisirten Kegels nur eine Fortsetzung des letzteren ist. Es wird daher im Folgenden von diesem auch weiter keine Notiz genommen. Um schwerfällige Berechnungen zu vermeiden, wird angenommen werden, die Axe des einfallenden Kegels liege im Hauptschnitte, und es werden nur Kegel des zweiten Grades der Untersuchung unterzogen. Um Wiederholungen zu ersparen, sei ein für allemal bemerkt, dass

β die Neigung der Axe des einfallenden Wellenkegels gegen Z,
β die Neigung der Axe des einfallenden Strahlenkegels gegen Z,
ψ die Neigung einer Kegelkante gegen ihre Axe,
ψ_1 die halbe Öffnung des Kegels im Hauptschnitte,

ψ_2 die halbe Öffnung des Kegels senkrecht zum Hauptschnitte bedeutet; für die gebrochenen Wellen und Strahlen werden, wie bei der Betrachtung der Bewegung einzelner Wellen und Strahlen, dieselben Buchstaben gestrichelt gesetzt.

1. Der einfallende Lichtkegel ist im Hauptschnitte polarisirt.

Da für den Übergang aus einem einfachbrechenden in ein doppeltbrechendes Mittel die Cosinusse des einfallenden und gebrochenen (ausserordentlichen) Strahles nicht als gesonderte Functionen ohne grosse Verwickelung der Formeln zu erhalten sind, so wird hier die Methode der Isochronen in Anwendung kommen.

Die allgemeine Gleichung eines schiefen elliptischen Kegels, dessen Axe im Hauptschnitte liegt, ist bekanntlich

$$A_1 x^2 - 2 A_2 x z + A_3 z^2 + y^2 = 0 \qquad (10)$$

wo aus den Constanten die Abmessungen durch folgende Formeln zu erhalten sind

$$A_1 = \frac{ctg\,\psi_1^2 \cos\beta^2 - \sin\beta^2}{ctg\,\psi_2^2}$$

$$A_2 = \frac{(ctg\,\psi_1^2 + 1)\sin\beta\cos\beta}{ctg\,\psi_2^2}$$

$$A_3 = \frac{ctg\,\psi_1^2 \sin\beta^2 - \cos\beta^2}{ctg\,\psi_2^2}\,.$$

Isochrone des einfallenden Wellenkegels. Um sie zu bestimmen, kann wieder auf die allgemeine Relation

$$\rho \sin i = W$$

zurückgegangen werden; da in diesem Falle W constant $= 0$ ist, so wird

$$\sin i = \frac{o}{\rho},\quad \cos i^2 = \sqrt{\frac{\rho^2 - o^2}{\rho}}$$

und dies in die Polargleichung des Kegels 10

$$(A_1 \cos\lambda^2 + \sin\lambda^2)\sin i^2 + A_3 \cos i^2 - 2 A_2 \cos\lambda \cos i \sin i = 0 \qquad (11)$$

substituirt, gibt

$$\sqrt{\rho^2 - o^2} = \frac{o}{A_3}\left(A_2 \cos\lambda + \sqrt{(A_2^2 - [A_1 - 1]\,A_3)\cos\lambda^2 - A_3}\right)$$

woraus folgt

$$(12)\quad \rho^2 = \frac{o^2}{A_3^2}\left(2A_2^2 - A_3[A_1 - 1])\cos\lambda^2 + A_3(A_3 - 1) + 2A_2\cos\lambda\sqrt{A_2^2 - A_3[A_1 - 1])\cos\lambda^2 - A_3}\right).$$

Mit Hülfe dieser Gleichung kann man aus einer gegebenen Isochrone den zugehörigen Kegel, und umgekehrt, berechnen.

Erstens. Die Isochrone sei ein Kreis. Dann ist ρ constant $= r$ und es müssen die Coëfficienten der Variablen λ für sich gleich Null sein; daraus erhält man zur Bestimmung der Abmessungen des Kegels die nöthigen Bedingungsgleichungen, aus denen man ableitet

$$\begin{matrix}\psi_1 = \psi_2 \\ \beta = 0\end{matrix} = arc\ tg\ \frac{o}{\sqrt{r^2 - o^2}} = arc\ sin\ \frac{o}{r}$$

der zugehörige Kegel ist ein gerader Kreiskegel. Die Grenze aller kreisförmigen Isochronen ist durch $r^2 - o^2 > 1$ gegeben, sie kann nicht innerhalb der Peripherie des Kreises liegen, der durch den Schnitt der Krystallebenen mit der Kugelwelle der ordentlichen Strahlen bestimmt wird. Überhaupt kann für gar keine Isochrone $\rho < o$ werden, denn differenziren wir $\rho\ sin\ i = o$ nach i, so findet sich

$$\frac{d\rho}{di} = -\ ctg\ i$$

dies wird Null für $i = \frac{\pi}{2}$, was als Grenzwerth $\rho = 0$ gibt, und zwar ganz allgemein.

Will man den Kegel der totalen Reflexion zwischen zwei doppelbrechenden Substanzen für die ordentlichen Strahlen berechnen, so kann man sich der Formel 13 bedienen; ist ω_1 der Brechungs-Coëfficient des ordinären Strahles der einen, ω_2 der der zweiten Substanz, so findet sich, wenn $\omega_2 > \omega_1$

$$sin\ \psi = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

So wäre z. B. wenn wir für eine Combination der folgenden Minerale für die mittleren Strahlen das ψ berechnen:

Anatas-Zirkon = 49° 10′; Anatas-Kalkspath = 40° 37′; Anatas-Apatit = 40° 14′; Anatas-Turmalin = 40° 10′; Anatas-Beryll = 37° 57′; Anatas-Quarz = 37° 16′.

Zirkon-Kalkspath = 58° 0′; Zirkon-Apatit = 57° 18′; Zirkon-Turmalin = 57° 10′; Zirkon-Beryll = 53° 14′; Zirkon-Quarz = 52° 5′.

Kalkspath-Apatit = 82° 50′; Kalkspath-Turmalin = 82° 17′; Kalkspath-Beryll = 70° 51′; Kalkspath-Quarz = 68° 28′.

Apatit-Turmalin = 72° 31′; Apatit-Beryll = 72° 12′; Apatit-Quarz = 69° 38′.

Turmalin-Beryll = 72° 24′; Turmalin-Quarz = 69° 50′.

Beryll-Quarz = 79° 59′.

Zweitens. Die Isochrone sei eine Ellipse. Die Gleichung der Ellipse sei gegeben $\rho^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin\lambda^2 + b^2 \cos\lambda^2}$. Hieraus erhält man folgende Bestimmungsgleichungen für den zugehörigen Wellenkegel: für $\lambda = 0$ wird

$$\rho^2 = a^2 = \frac{o^2}{A_3^2}\left[2A_2^2 - A_3(A_1 - A_3) + 2A_2\sqrt{A_2^2 - A_1 A_3}\right]$$

für $\lambda = \frac{\pi}{2}$ wird

$$\rho^2 = b^2 = \frac{o^2}{A_3^2}(A_3 - 1)$$

für $\lambda = \pi$ wird

$$\rho^2 = a^2 = \frac{o^2}{A_3}\left[2A_2^2 - A_3(A_1 - A_3) - 2A_2\sqrt{A_2^2 - A_1 A_3}\right]$$

folglich müsste nach der ersten und dritten $A_2\sqrt{A_2^2 - A_1 A_3} = 0$ sein; dies ist aber allgemein nicht möglich, folglich gibt es keinen Kegel des zweiten Grades, dessen Isochrone eine Ellipse wäre. Trotzdem, wenn wir $A_2 = 0$, also $\beta = 0$ setzen, finden wir mit zu Hülfenahme der anderen Relationen

$$tg\,\psi_1 = \frac{o}{\sqrt{a^2 - o^2}}$$

$$tg\,\psi_2 = \frac{o}{\sqrt{b^2 - o^2}}$$

woraus folgt, dass es zwar keine elliptische, wohl aber eine solche Isochrone gebe, welche mit Ellipsen die Scheitelpunkte gemein und nur ausser denselben eine etwas abweichende Krümmung habe.

Drittens. Wenn der einfallende Lichtkegel aufrecht und elliptisch ist, so erhält die zugehörige Isochrone eine interessante Gestalt. Es ist dann $A^2 = 0$ und wenn man (12) durch Punktcoordinaten ausdrückt, so ist

$$(x^2+y^2)^2 = \frac{o^2}{A_3^2}\left[(1-A_1)A_3 x^2 + (A_3-1)A_3(x^2+y^2)\right]$$

und dies wird nach einigen Reductionen

$$(x^2+y^2)^2 = o^2\left[\operatorname{cosec}\psi_1^2 \cdot x^2 + \operatorname{cosec}\psi_2^2 y^2\right]$$

Das Product $o \cos ec \psi$ ist aber $= \rho$; da nun für diese specielle Stellung des Kegels die Radienvectoren der Isochrone ihren grössten und kleinsten Werth eben in den Azimuthen 0^0 und $\frac{\pi}{2}$ erlangen, so ist $\rho_1 = o \cos ec \psi_1$ der grösste, und $\rho_2 = o \cos ec \psi_2$ der kleinste aller Radien und die Gleichung erhält diese einfache Gestalt

$$(x^2+y^2)^2 = \rho_1{}^2 x^2 + \rho_2{}^2 y^2.$$

Nun ist dies aber eine in der Optik der einaxigen Krystalle wohlbekannte Relation; es ist die Gleichung eines Hauptschnittes der Elasticitätsfläche und zwar eines Polarschnittes. Hieraus folgt die interessante Thatsache: man kann den Lichtwellen in einem einfach brechenden Mittel eine Bewegung geben, die der Bewegung der ausserordentlichen Wellen in einem doppelbrechenden Mittel ähnlich ist. Denkt man sich nämlich an der Oberfläche irgend eines einaxigen Krystalls, der parallel zur Axe angeschliffen ist, einen leuchtenden Punkt, so werden von diesem aus Wellenebenen durch den Krystall sich fortpflanzen, und wenn wir untersuchen, wo die Tracen derselben nach der Zeiteinheit sich befinden, so sehen wir, dass dieselben eine Ellipse umhüllen; fällen wir in dieser Lage auf jede einzelne Tangente der Ellipse (Wellentrace) eine Senkrechte und suchen den geometrischen Ort aller Fusspunkte, so erhalten wir eine Gleichung, welche ganz mit der zuletzt gefundenen übereinstimmt, vorausgesetzt, dass ρ_1 und ρ_2 die Geschwindigkeiten des ausserordentlichen Strahles parallel und senkrecht zur optischen Axe bezeichnen. Genau dieselbe Lage haben nun nach der Zeiteinheit die Wellenebenen, welche ein gerader elliptischer Wellenkegel in einem einfachbrechenden Mittel längs der Trennungsebene erregt. Hiermit hat aber die Ähnlichkeit ein Ende, denn sobald man von den Wellen auf Strahlen übergeht, findet die Übereinstimmung nicht mehr Statt, indem diese in den ordentlichen Wellen senkrecht, in den ausserordentlichen dagegen schief gegen die Fortpflanzungsrichtung derselben stehen.

Gebrochener Lichtkegel. Beer hat in Poggendorff's Annalen, Band LXXXVIII, p. 252 ff., nachgewiesen, dass ein um das Einfallsloth rotirender Strahl in einem doppelbrechenden Krystalle einen Kegel zweiten Grades beschreibt, er hat also die Aufgabe, die hier vorliegt, für den einfachsten Fall gelöst, dass der einfallende

Lichtkegel ein gerader Kreiskegel ist. Hier ist nun die Untersuchung für den allgemeinen Fall eines schiefen elliptischen Kegels zu führen.

Es ist AB, Fig. 7, die Trace irgend einer Wellenebene, ihre Gleichung ist

$$y = ax + b$$

und a und b werden zu Folge der angenommenen Bezeichnungsweise die Werthe

$$b = \rho\sqrt{1 + ctg\lambda^2} = \rho\, cosec\,\lambda$$
$$a = ctg\,\lambda$$

erhalten. Es ist daher die Gleichung der Trace

$$y = ctg\lambda \,.\, x + \rho\, cosec\,\lambda \tag{13}$$

Ausserdem ist nach (12)

$$\rho^2 = K_1\, cos\lambda^2 + K_2 + cos\lambda\sqrt{K_3\, cos\lambda^2 - K_4} \tag{14}$$

unter K_1, K_2 . . . die Constanten desselben Kegels verstanden. — Nun werde eine Ebene durch (13) berührend an das untere Wellenellipsoid gelegt; ihre allgemeine Gleichung ist

$$Ax + By + Cz = 1. \tag{15}$$

Setzt man $z = 0$, so erhält man

$$By = 1 - Ax$$

und da dies in die Trace (13) fallen soll, so erhält man zur Bestimmung der Constanten von (15) zwei Gleichungen

$$ctg\,\lambda = -\frac{A}{B} \text{ und } \rho\, cos\, ec\,\lambda = \frac{1}{B}$$

und hieraus

$$B = \frac{1}{\rho}\, sin\,\lambda \qquad A = -\frac{1}{\rho}\, cos\,\lambda \tag{16}$$

Um das untere Wellenellipsoid

$$\frac{1}{e^2}(x'^2 + y'^2 + z'^2) + \left(\frac{1}{o^2} - \frac{1}{e^2}\right)(x'\, cos\,\alpha - z'\, sin\,\alpha)^2 = 1 \tag{17}$$

zu berühren, muss eine Ebene von der Gestalt

$$\frac{1}{e^2}(xx' + yy' + zz') + \left(\frac{1}{o^2} - \frac{1}{e^2}\right)(xx'cos\,\alpha^2 - [xz' + x'e]sin\alpha\, cos\,\alpha + zz'sin\,\alpha^2) = 1$$

sein, was für ihre Constanten folgende Gleichungen liefert

$$A = \frac{1}{o^2}(Px' + Qz') \qquad B = \frac{1}{o^2}\, y' \qquad C = \frac{1}{o^2}(Rz' + Qz')$$

(wo die P, Q, R durch die Werthe auf Seite 7 gegeben ist).

woraus dann folgt

$$x' = e^2\,(RA - QC)\quad y' = e^2\,B\quad z' = e^2\,(PC - QA) \tag{18}$$

Die Elimination von x', y', z' zwischen (17) und (18) gibt dann

$$(RA-QC)^2\,P + (PC-QA)^2\,R + 2Q\,(PC-QA)\,(RA-QC) + qB^2 = \frac{q^2}{e^2} \tag{19}$$

Substituirt man hier A und B aus (16), so erhält man

$$C^2\,[RP-Q^2]\,P + 2\,C\,\frac{\cos\lambda}{\rho}\,Q\,(RP-Q^2) + R\,\frac{\cos\lambda^2}{\rho^2}\,(RP-Q^2) = q\left(\frac{q}{e^2} - \frac{\sin\lambda^2}{\rho^2}\right)$$

und hieraus

$$C = -\frac{Q\cos\lambda \pm \sqrt{\cos\lambda^2\,(Q^2+P) + P\left(\frac{q}{e^2}\,\rho^2 - R - 1\right)}}{P\,\rho} \tag{20}$$

Da es sich darum handelt, die Lage der gebrochenen Welle zu bestimmen, so ist auf die Ebene (15) ein Loth zu fällen; seine Richtung ist gegeben durch

$$\frac{x}{z} = \frac{A}{C} \qquad \frac{y}{z} = \frac{B}{C} \tag{21}$$

wodurch man durch die Substituirung aus (16) und (20) zu den Relationen

$$\begin{aligned} \frac{x}{z} &= \frac{P\cos\lambda}{-Q\cos\lambda + \sqrt{\cos\lambda^2\,(Q^2+P) + \rho^2 .\, P\,\frac{q}{e^2} - P(R+1)}} \\ \frac{y}{z} &= \frac{P\sin\lambda}{-Q\cos\lambda + \sqrt{\cos\lambda^2\,(Q^2+P) + \rho^2\,P\,\frac{q}{e^2} - P(R+1)}} \end{aligned} \tag{22}$$

gelangt.

Nun ist aus (14) und (22) ρ und λ zu aliminiren; die dadurch resultirende Eliminationsgleichung ist die Gleichung des gesuchten Kegels. Zu dem Ende erhalten wir zuerst durch Division der beiden Quotienten in (22)

$$\frac{x}{y} = ctg\,\lambda$$

(d. i. die Normale der gebrochenen Welle bleibt im Azimuth der einfallenden; dies ist eine der Grundbedingungen der Aufgabe, wurde aber bisher nirgends ausdrücklich in die Rechnung eingeführt, es kann daher hier als bewiesen betrachtet werden); hieraus folgt

$$\cos\lambda = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

was in (14) eingeführt

$$(x^2+y^2)\,\rho^2 = K_1 x^2 + K_2 (x^2+y^2) + x\sqrt{K_3\, x^2 - K_4\,(x^2+y^2)}$$

gibt, welcher Werth nun in (22) substituirt

$$\frac{x}{z} = \frac{P\,x}{-Qx+\sqrt{x^2(Q^2+P)+\frac{Pq}{e^2}\left[K_1x^2+K_2(x^2+y^2)+x\sqrt{K_3x^2-K_4(x^2+y^2)}\right]-P(R+1)(x^2+y^2)}}$$

liefert, woraus endlich die Fläche des gebrochenen Wellenkegels

$$(Pz+Qx)^2 = x^2\left[Q^2+P\left(\frac{q}{e^2}[K_1+K_2]-R-1\right)\right]+y^2\left[\frac{q}{e^2}K_2-R-1\right]P \quad (23)$$

$$+\; x\,\frac{P\,q}{e^2}\sqrt{x^2\,(K_3-K_4)-K_4\,y^2}$$

Er ist im Allgemeinen daher nicht vom 2. Grade, nur in dem einen Falle, wenn $x^2\,(K_3-K_4) - K_4\,y^2 = 0$ ist; dies aber zeigt, wenn man für K die Werthe aus (12) wieder einführt

$$4\,A_2{}^2\left\{\left[\left(A_2{}^2 - A_3\,[A_1-1]\right) - A_3\right]x^2 - A_3 y^2\right\} = 0$$

also

$$A_2 = 0 = \frac{(cty\,\psi_1{}^2+1)\,sin\,\beta\,cos\,\beta}{cty\,\psi_2{}^2}$$

dass dann der einfallende Lichtkegel ein gerader (kreisförmiger oder elliptischer) sein müsse. Diese Formel gilt nicht nur für Zwillinge, sondern überhaupt für jeden Fall, wo ein Lichtkegel von constanter Geschwindigkeit in einen einaxigen Krystall dringt. Wenn wir wirklich $\beta = o$ setzen, so wird der gebrochene Kegel

$$x^2\left[\frac{q}{e^2}(k_1+K_2) - (R+1)\right] + y^2\left[\frac{q}{e^2}K_2 - (R+1)\right] = z^2 P + 2xz\,Q$$

seine Abmessungen aber sind

$$tg\,2\,\beta = -\,\frac{2\,Q}{\frac{q}{e^2}(K_1+K_2)-(R+1)+P}$$

er wird daher immer schief sein, es sei denn, die Krystallfläche wäre parallel oder senkrecht zur optischen Axe, denn nur dann wird $Q = 0$.

$$tg\psi'_1{}^2 = \frac{\frac{q}{e^2}(K_1+K_2)-(R+P+1)-\sqrt{4Q^2+\left[\frac{q}{e^2}(K_1+K_2)-(R-P+1)\right]^2}}{\frac{q}{e^2}(K_1+K_2)-(R+P+1)+\sqrt{4Q^2+\left[\frac{q}{e^2}(K_1+K_2)-(R-P+1)\right]^2}}$$

$$tg\psi'_2{}^2 = \frac{\frac{q}{e^2}(K_1+K_2)-(R+P+1)-\sqrt{4Q^2+\left[\frac{q}{e^2}(K_1+K_2)-(R-P+1)\right]^2}}{R+1-2\,\frac{q}{e^2}K_2}$$

dabei ist er immer elliptisch und das Verhältniss der beiden Halbaxen der Leitlinie

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{R+1-2\frac{q}{e^2}K_2}{\frac{q}{e^2}(K_1+K_2)-(R+P+1)-\sqrt{4Q^2+\left[\frac{q}{e^2}(K_1+K_2)-(R-P+1)\right]^2}}$$

Da die durch K bezeichneten verschiedenen Constanten des einfallenden Lichtkegels alle einen Factor o = Geschwindigkeit des einfallenden Lichtes enthalten, so wird der Charakter der Zwillingsbildung dadurch ausgedrückt werden, dass man ihn zu dem Factor $\frac{q}{e^2}$ stellt und vor die so modificirten K den Factor q^2 schreibt; hat man es aber mit keinem Zwillinge zu thun, so wird das Product $q\frac{o^2}{e^2} = q\varepsilon^2$ sein, unter ε die ausserordentlichen Brechungsexponenten verstanden.

Um vom Wellen- auf den zugehörigen Strahlenkegel überzugehen, wird man sich der bekannten Formeln bedienen; dabei bleibt, wie oben (S. 9, 10) bewiesen wurde, der Grad der Gleichung ungeändert.

2. Der einfallende Lichtkegel ist senkrecht zum Hauptschnitte polarisirt.

I. Der gebrochene Lichtkegel ist senkrecht zum Hauptschnitte polarisirt, d. i. ausserordentlich gebrochen.

Man kann die Gestalt desselben auf eine analoge Weise ermitteln, wie es bei dem im Hauptschnitte polarisirten einfallenden Kegel geschah; die Gleichungen sind dieselben bis auf (14), wo ρ^2 nach der Bedingung der constanten Geschwindigkeit des Lichtes in allen Azimuthen gebildet wurde, jetzt müsste dasselbe aus den Gleichungen

$$(A_1 \cos\lambda^2 + \sin\lambda^2)\sin i^2 + A_3 \cos i^2 - 2A_2 \cos\lambda . \sin i \cos i = 0$$

und

$$\rho^2 \sin i^2 = e^2 + (o^2 - e^2)\,(\cos i \sin\alpha + \sin i \cos\lambda . \cos\alpha)^2$$

durch Elimination von $\sin i$ und $\cos i$ vorerst bestimmt werden, was die Aufgabe complicirt und die Lösung schwerfällig macht. Hier empfiehlt sich die im Eingange zuerst erwähnte Methode durch ihre Leichtigkeit; die nothwendigen Formeln sind gegeben in den Sitzungsberichten vom November vorigen Jahres, S. 837; so oft sie citirt werden, sind sie durch eckige Klammern eingeschlossen,

um sie von den Formelzeigern dieses Aufsatzes unterscheiden zu können.

Wenn man in dem Kegel (10) für die Punktcoordinaten Plancoordinaten einführt, denselben also

$$A_1 \xi^2 - 2 A_2 \xi \zeta + A_3 \zeta^2 + \eta^2 = 0$$

schreibt, und hier aus [22]

$$\frac{\xi}{\zeta} = \frac{\xi'}{\zeta'} + 2 \frac{Q}{P}$$

$$\frac{\eta}{\zeta} = \frac{\eta'}{\zeta'}$$

die Cosinusse der gebrochenen Strahlen einführt, so erhält man die Gleichung des gebrochenen Strahlenkegels

$$A_1 \xi'^2 - 2 \left[A_2 - 2 \frac{Q}{P} A_1\right] \xi' \zeta' + \left[2 \frac{Q}{P} \left(2 \frac{Q}{P} A_1 - 2 A_2\right) + A_3\right] \zeta'^2 + \eta'^2 = 0 \quad (24)$$

dessen Constanten folgende sind

$$tg\ 2\ \beta' = \frac{2 \left(A_2 - 2 \frac{Q}{P} A_1\right)}{\left(A_1 - A_3\right) - 2 \frac{Q}{P} \left(2 A_2 - 2 \frac{Q}{P} A_1\right)}$$

oder wenn man für A_1, A_2, A_3, ihre entsprechenden Werthe substituirt

$$tg\ 2\ \beta' = \frac{(sin\ 2\beta - 2\ tg\ \theta\ (cos\ \beta^2 - sin\ \psi_1^2)}{cos\ 2\beta + tg\ \theta\ (sin\ 2\beta - tg\ \theta\ [cos\ \beta^2 - sin\ \psi_1^2])} \quad (25)$$

Die Neigung des neuen Strahlenkegels ist somit unabhängig von der Öffnung des einfallenden Strahlenkegels in der auf dem Hauptschnitte senkrechten Ebene; dasselbe gilt (wie sichs von selbst versteht) von der Öffnung des gebrochenen Strahlenkegels im Hauptschnitte, es ist

$$ctg\ \psi'^2_1 = - \frac{M + \sqrt{N}}{M - \sqrt{N}} \quad (26)$$

wo

$$M = cos\ 2\beta + tg\ \theta\ [(cos\ \beta^2 - sin\ \psi_1^2)\ tg\ \theta - sin\ 2\beta]$$

$$N = [cos\ 2\beta - tg\ \theta\ ([cos\ \beta^2 - sin\ \psi^2_1]\ tg\ \theta - sin\ 2\beta)]^2 + 4\ [sin\ \beta^2 - sin\ \psi_1^2 - tg\ \theta\ (cos\ \beta^2 - sin\ \psi_1^2)]^2$$

und

$$ctg\,\psi'_2{}^2 = -\frac{2\,ctg\,\psi_2{}^2}{M - \sqrt{N}}$$

folglich das Verhältniss der beiden Halbaxen der Leitlinie

$$\frac{a'^2}{b'^2} = \frac{2\,ctg\,\psi_2{}^2}{M + \sqrt{N}}$$

In diesen sämmtlichen Formeln steht als charakteristischer Coëfficient nur der Quotient $tg\,\Theta$; er ist der Ausdruck für die Doppelbrechung und Zwillingsbildung zugleich, denn er ist eine reine Function von o, e und α. In dem erwähnten Aufsatze, S. 839, wurde gezeigt, dass

$$2\frac{Q}{P} = tg\,\vartheta$$

unter ϑ der Winkel verstanden, den jener Strahl mit der Axe der Z einschliesst, welcher senkrecht in das zweite Individuum gebrochen wird; er liegt immer im Hauptschnitte und seine Neigung hängt somit nur von der Grösse der Doppelbrechung und von der Lage der Zwillingsebene ab. Es wird im Folgenden diese Tangente in die Rechnung eingeführt bleiben, statt des Quotienten.

Bei gleicher Lage der Axe des einfallenden Kegels, aber verschiedener Öffnung desselben, variirt im gebrochenen Kegel nicht allein die Öffnung sondern auch der Winkel, den seine Axe gegen die Coordinatenaxe einschliesst. Die Grenzen dieser Variationen sind leicht zu bestimmen, wenn man bei constanter Lage der Axe des einfallenden Kegels die Öffnung desselben im Hauptschnitte von Null bis zu jener Grenze wachsen lässt, wo eine Kegelkante noch streift, während der ganze übrige Kegel bereits unter der Trennungsebene steht. Für die erste Limite ist $\psi = 0$, und

$$tg\,2\beta' = 2\frac{tg\,\beta - tg\,\theta}{1-(tg\,\beta - tg\,\theta)^2},$$

für die zweite aber ist $\psi = 90^0 - \beta$, und

$$tg\,2\beta' = \frac{tg\,2\beta}{1 + tg\,\theta\,tg\,2\beta}.$$

Nun sind einige specielle Fälle anzuführen.

Erstens. Der einfallende Kegel ist von constanter Geschwindigkeit. Aus der Natur der Rotationskörper folgt, dass die Axe desselben in der optischen Axe liegen muss, und dass er ein Kreiskegel ist. Es ist daher in der allgemeinen Gleichung (10) in den Constanten $\beta = \alpha$ zu setzen. Man findet dann

$$tg2\,\beta' = \frac{2Q\,ctg\,\alpha^2 + P\,tg\,\alpha - ctg\,\psi_1^2\,(2Q - P\,tg\,\alpha)}{4Qq\,sin\,\alpha\,cos\,\alpha - P\,cos\,2\alpha - ctg\,\psi_1^2\,(4Q\,sin\,\alpha\,cos\,\alpha - P\,cos\,2\alpha)}$$

der gebrochene Kegel ist schief und, da seine Neigung von der Öffnung des einfallenden abhängt, elliptisch, folglich nicht von constanter Geschwindigkeit. Die Grenzwerthe von $tg\,2\beta'$ sind

$$tg\,2\,\beta'_1 = \frac{(q-1)\,sin\,2\alpha - P\,tg\,\alpha}{(q-1)\,sin\,2\alpha^2 - P\,cos\,2\alpha}$$

$$tg\,2\,\beta'_2 = P\,\frac{sin\,\alpha}{cos\,\alpha^2}\cdot\frac{sin\,\alpha^3 + cos\,\alpha^3}{(P\,cos\,2\alpha - 2q\,Q\,sin\,2\alpha)\;cos\,2\alpha}$$

Zweitens. Der einfallende Kegel ist gerade und elliptisch. Die Geschwindigkeit der Strahlen ist symmetrisch geordnet zu beiden Seiten des Hauptschnittes, während gegen den Querschnitt keine gleichmässige Vertheilung stattfindet. In der Gleichung (10) ist $\beta = 0$ zu setzen, wodurch der Coëfficient von $\xi\zeta$ verschwindet; dies macht aber nicht den Coëfficienten von $\xi^1\,\zeta^1$ in (24) der Nulle gleich; der gebrochene Kegel ist daher schief, und seine Abmessungen sind:

$$tg\,2\,\beta' = -\frac{2\,tg\,\theta\,cos\,\psi_1^2}{1 - tg\,\theta\,cos\,\psi_1^2}$$

und die Grenzen davon

$$\left.\begin{array}{ll} tg\,2\,\beta_1 = \dfrac{2\,tg\,\theta}{tg\,\theta^2 - 1}, & \text{d. i. } \beta'_1 = -\theta \\ tg\,2\,\beta'_2 = 0 & \text{d. i. } \beta'_2 = 0 \end{array}\right\} \text{(im dritten Quadranten)}$$

die sämmtlichen Axen der Lichtkegel, welche durch einen einfallenden elliptischen geraden Strahlenkegel im zweiten Individuo erregt werden, liegen in dem Winkelraume von θ, d. i. dem Winkel der grössten Ablenkung eines einfallenden Strahles. Das Axenverhältniss ist

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{2\,ctg\,\psi_2^2}{1 + tg^2\,\theta\,.\,cos\,\psi_1^2 + \sqrt{(1 - tg\,\theta^2\,cos\,\psi_1^2) + 4\,(cos\,\psi_1^2\,[tg\,\theta^2 - 1] + 1)}}$$

es bleibt elliptisch, auch wenn der einfallende Kegel ein Kreiskegel ist.

II. Der gebrochene Lichtkegel ist parallel zum Hauptschnitte polarisirt, d. i. ordentlich gebrochen.

Die Formeln, welche für den Übergang in diesem Falle dienen, sind, wenn u, v, w die Cosinusse der einfallenden Wellen bezeichnen

$$\xi^2 = \frac{q u^2}{1 + (q-1)\cos\varphi^2}$$

$$\eta^2 = \frac{q v^2}{1 + (q-1)\cos\varphi^2}$$

$$\zeta^2 = \frac{q w^2 + (q-1)\sin\varphi^2}{1 + (q-1)\cos\varphi^2}$$

woraus man zur Substitution ableitet

$$\frac{\xi'^2}{\zeta'^2} = \frac{q\frac{u^2}{w^2}}{q - (q-1)\left[(\cos\alpha - \frac{u}{w}\sin\alpha)^2 + \frac{v^2}{w^2}\right]}$$

$$\frac{\eta'^2}{\zeta'^2} = \frac{q\frac{v^2}{w^2}}{q - (q-1)\left[(\cos\alpha - \frac{u}{w}\sin\alpha)^2 + \frac{v^2}{w^2}\right]}$$

aus welchen Gleichungen $\frac{u}{w}$ und $\frac{v}{w}$ als Functionen von $\frac{\xi}{\zeta}$ und $\frac{\eta}{\zeta}$ zu entwickeln sind. Es ist aber überflüssig dies auszuführen, denn hier liegt gerade der umgekehrte Fall vor, gegen jenen, wo im Hauptschnitte polarisirtes Licht die ausserordentliche Brechung an der Zwillingsfläche erleidet, und es gilt sonach der dort gefundene Satz:

der gebrochene Lichtkegel, den ein einfallender Kegel zweiten Grades erzeugt, ist im Allgemeinen vom vierten Grade, und seine Axe variirt sowohl mit der Neigung der Axe des einfallenden, als auch bei constanter Neigung dieser mit der verschiedenen Öffnung desselben im Hauptschnitte;

wozu nun noch der merkwürdige Satz kömmt, der ein Corollarium des vorigen ist, dass umgekehrt

der gebrochene Lichtkegel ein Kegel des zweiten Grades werden kann, selbst wenn der einfallende vom vierten Grade ist.

Fig. 1.

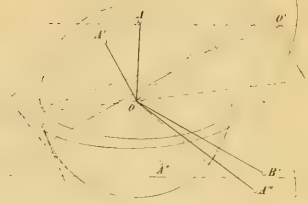


Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

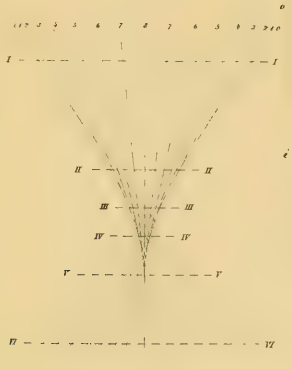
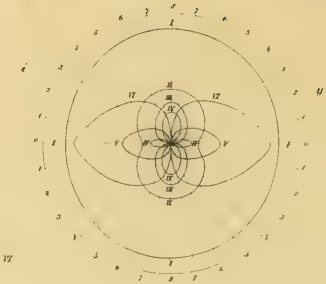


Fig. 7.



Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. math. naturw. Cl. XII. Bd. 2. Heft. 1854.

Es kehrt hier also das schon bei der Untersuchung der Bewegung einfacher Strahlen und Wellen bemerkte, jedenfalls interessante Verhältniss wieder, dass die Formeln und Gleichungen, welche die Bewegung der ausserordentlich schwingenden Lichtwellen dies- und jenseits der Zwillingsebene an einander knüpfen, viel einfacher und die Bewegungen selbst darum viel anschaulicher sind, als jene, welche den Übergang des Lichtes in dem Falle bestimmen, wenn die Schwingungen aus ordentlichen in ausserordentliche, oder umgekehrt, sich verwandeln.

Es wird nun zunächst zu zeigen sein, welche Veränderungen das auf eine Zwillingsebene einfallende Licht in seiner Intensität durch Reflexion und Brechung erleidet.

Vorträge.

Über elektrische Lampen.

Von **Franz Pekárek**,
Assistenten am k. k. physikalischen Institute.

(Mit II Tafeln.)

Das Licht der an den Polen einer Volta'schen Batterie glühenden Kohle, welches selbst das häufig angewandte Drummond'sche Kalklicht weit hinter sich lässt, kann am besten als Ersatz des Sonnenlichtes bei optischen Versuchen verwendet werden. Mit der Einführung der Kohle statt des kostspieligen Platins durch Prof. Bunsen ist es möglich, mit einem bei weitem geringeren Aufwande dieses elektrische Phänomen in dem grossartigsten Massstabe hervorzurufen, was neuester Zeit durch die vorzügliche Verwendbarkeit der harten Kruste aus den Gasretorten, und die äusserst billige Erzeugung der porösen Zellen aus Gyps in einem noch höheren Grade erleichtert wird. Die Intensität des Kohlenlichtes, welches eine Batterie von 48 Kohlenelementen liefert, ist von Prof. Bunsen gemessen gleich dem Lichte von 576 Stearinlichtern. (Poggendorff's Ann. LX, 402.)

Ähnliche, aber umfassende Messungen sind von Dr. Casselmann gemacht worden (Poggendorff, LXIII, 576). Bei beiden wurde jedoch sowohl zum Glühen, als auch in der Batterie, Bunsen'sche Kohle angewendet, welche der unmittelbar aus den Gasretorten gewonnenen an Leuchtfähigkeit weit nachsteht.

Die Herren Fizeau und Foucault fanden bei ihren Messungen (Poggendorff, LXIII, 463) — das Maximum der Intensität des Kalklichtes als Einheit angenommen — das Sonnenlicht = 146, das Kohlenlicht von 46 einfachen Bechern = 34·3, von 46 dreifachen =56. Sie gebrauchten dabei die bei der Gasbereitung als Nebenproduct gewonnene Kohle.

Die Schönheit und Intensität des Kohlenlichtes musste auf die Idee führen, es zur Beleuchtung zu benützen. Die wiederholten Versuche, welche Deleuil und Acherau in Paris 1843 zur Beleuchtung der Strassen anstellten, waren nicht im Stande, dem Kohlenlichte einen Vorzug vor der gewöhnlichen Gasbeleuchtung zu erringen. Zu dem war man noch nicht im Stande, die Regulirung der Kohlenspitzen durch mechanische Mittel zu bewerkstelligen. Erst 1848 liess Le Molt einen Apparat zur elektrischen Beleuchtung in England patentiren, wo die Kohlen, welche das Licht liefern sollten, in runde Scheiben geschnitten waren, deren zugeschärfte Ränder sich berührten, und an zwei parallelen Axen durch ein Uhrwerk gedreht wurden. Auch dies hatte für die galvanische Beleuchtung wenig Erfolg.

Aber alle gegen das Kohlenlicht angeführten Gründe, namentlich seine Kostspieligkeit, der sehr schroffe Contrast zwischen Licht und Schatten, die rasche Abnahme der Stromstärke, die Schwierigkeit der Regulirung durch mechanische Mittel etc., verlieren bedeutend an Gewicht, sobald es sich darum handelt, dieses Licht zu optischen Versuchen, z. B. anstatt des Kalklichtes beim Mikroskop, zur Photographie etc. zu verwenden. Denn eine Kohlenbatterie zu diesen Zwecken, sowie ihre Benützung ist nicht mit so grossen Kosten verbunden, besonders an Lehranstalten, wo diese noch zu andern elektrischen, elektromagnetischen und diamagnetischen Versuchen ohnehin vorhanden sein muss; und das Licht hat nur bestimmte Punkte zu beleuchten, auf welche es mittelst Linsen geleitet wird. So hatten Donné und Foucault bei dem Gasmikroskop, wo sie das elektrische Licht substituirten, einen sehr günstigen Erfolg, wie denn auch die erwähn-

ten Messungen von Fizeau und Foucault durch Anwendung Daguerre'scher Präparate bewerkstelligt wurden. Was nun das Abnehmen des Stromes betrifft, so wird eine gut adjustirte Bunsen'sche Batterie von 50 Elementen wenigstens durch 6, eine von 10 bis zu $1\frac{1}{2}$ Stunden ein vollkommen brauchbares Licht liefern, sobald nur eine zweckmässige Bewegung und Regulirung der Kohle stattfindet.

Diese ist mit den grössten Schwierigkeiten verbunden; denn, lässt man sie durch was immer für einen Mechanismus bewerkstelligen, immer muss man die endliche Regulirung desselben dem Strome selbst überlassen, damit seine Wirksamkeit sich stets der Stromstärke möglichst accommodire. Nun ist es aber klar, dass der für brauchbares Licht zureichende Strom nebstbei auch eine mechanische Arbeit zu verrichten haben wird, und man kann aus einer einfachen Messung sehen, dass dieser Strom, metallisch geschlossen, eine andere Intensität hat, als wenn die Kohle eingeschaltet wird, und dass, wenn dann zur Erzielung des intensivsten Lichtes die Kohlenspitzen in die entsprechende Entfernung gebracht werden, diese Intensität wieder eine andere ist, abgesehen davon, dass sie ohnedies sich nicht gleich bleibt, sondern nach und nach aus bekannten Gründen abnimmt.

Übrigens ist es in Bezug auf diese Regulirung auch nicht gleichgiltig, was für Elektromotoren man anwendet. Bei einem Versuche mit 20 Smee'schen Batterien zu je 12 Elementen habe ich bemerkt, dass man die Kohlenspitzen bedeutend von einander entfernen konnte, ehe die Lichtstärke merklich abnahm, und dass diese Entfernung mehrere Linien betrug, bis das Licht gänzlich aufhörte. Dasselbe fand sich bei einem am k. k. physikalischen Institute mit 80 grossen Daniell'schen Elementen angestellten Versuche; und doch stand die Intensität des Lichtes in beiden Fällen der von 20 Bunsen'schen Elementen augenscheinlich nach.

Ich habe mich bemüht, auf Grund der am physikalischen Institute gesammelten Erfahrungen einen einfachen Mechanismus zur Regulirung des Kohlenlichtes zu construiren, wozu ich auch von Seiten des Herrn Regierungsrathes v. Ettingshausen nach Mittheilung meiner Idee aufgemuntert wurde. Die Anordnung des so entstandenen Instrumentes war eine solche, dass der eine Strom durch einen am hölzernen Gestelle befestigten, spiralförmig gewundenen Drath geleitet wurde, dessen Gänge an der einen Hälfte einander berührten und einen weichen Eisenstab umschlossen; an der andern

Hälfte aber um eine Drathdicke von einander entfernt waren, so dass der am Ende der ganzen Spirale aufsitzende Anker, der zugleich den Kohlenstängel trug, und einen aus dem Elektromagnet hervorragenden Drathstift zur Führung hatte, gegen den federnden Theil der Spirale angezogen wurde, wenn der Strom geschlossen war, und bei dessen Nachlassen wieder zurückging, wodurch die untere Kohlenspitze die obere, welche von einem an der neben der Spirale als zweite Elektrode dienenden Messingsäule befestigten Querbalken herabragte, stets sanft berühren konnte. Die mit diesem Apparate angestellten Versuche bewiesen zwar die Richtigkeit des Princips, der Mechanismus zeigte sich aber so unvollkommen, dass man von Zeit zu Zeit mit der Hand nachhelfen, und dann nach Bedürfniss die Kohle frisch spitzen musste, nebst dem zweiten Übelstande, dass man das Licht nicht in jede beliebige Höhe einstellen konnte, und dass dieses auch nicht auf derselben Stelle stehen blieb.

Um diese Zeit kam die von dem Optiker Duboscq in Paris construirte elektrische Lampe in das Cabinet des physikalischen Institutes. Dieser Apparat genügt allen Anforderungen für optische Versuche vollkommen, ist ein äusserst sinnreicher, nur etwas complicirter Mechanismus, wo die Kohlenstengel durch Federkraft und Vermittelung eines Rollensystems im Verhältnisse ihrer Abnützung nachrücken, welche Bewegung durch einen Elektromagnet, der einen ihm nach Bedürfniss zu nähernden Anker gegen eine ziemlich starke Feder abwechselnd anzieht, und beim Sinken der Stromkraft loslässt, in einer durch ein Räderwerk erzielten 4fachen Versetzung regulirt wird; der Anker wirkt wie ein ungleicharmiger Hebel und sein längerer Arm, an dem ein konischer Zahn befestigt ist, greift, so oft er angezogen wird, wie das Echappement einer Uhr in die Zähne des letzten Rades, und arretirt es. Lässt der Strom durch die in Folge der Abnützung vergrösserte Entfernung der Kohlenspitzen nach, dann reisst die Feder den Anker los, und das Rad kann sich bis zum abermaligen Anziehen um einige Zähne weiter bewegen. So geht das Spiel fort, so lange die Kohlenstengel andauern, und die Batterie Kraft genug hat den Regulator in Bewegung zu erhalten. Dieses Instrument braucht aber wenigstens 40 und bei einer etwas längeren Benützung 50 Elemente.

Es schien daher nicht überflüssig zu versuchen, ob sich diesem Übelstande nicht abhelfen und ein Apparat construiren liesse, der

mit geringeren Mitteln in Thätigkeit gesetzt, und zu optischen Versuchen anwendbar wäre.

Ich habe hierbei die an dem oben kurz Beschriebenen gemachten Erfahrungen benützt, aber nichts destoweniger mein früheres Princip weiter fortgebildet, welches mir verstattete, den eben ausgesprochenen Zweck an meinem Apparate dadurch zu erreichen, dass ich den inducirten Strom zugleich mit dem primären benützte. Auf diesen Gedanken wurde ich durch ein von mir früher construirtes Instrumentchen geführt, welches ich am Ende dieses Aufsatzes näher beschreiben werde.

Der erwähnte Apparat zur Beleuchtung des Mikroskops ist (Fig. 1) in $^1/_4$ der natürlichen Grösse abgebildet, und so eingerichtet, dass er, obschon man ihn auch mit einer sehr starken Batterie benützen kann, mit 10 bis 12 Bunsen'schen Elementen ein vollkommen brauchbares, intensives Licht gibt, welches in jeder beliebigen Höhe in den Focus einer grösseren Linse eingestellt einen Lichtcylinder in unveränderter Richtung ausschickt, und zu Versuchen sehr bequem ist. Die Einrichtung ist folgende:

Der Kohlenstengel a, ein parallelepipedisches Stück von $1^1/_2'''$ Seite, aus der in den Gasretorten sich ansetzenden dichten Kruste geschnitten, in den die positive Elektrode ausläuft, steckt in dem massiven, in zwei Theile geschnittenen, und mit einer Hülse zusammengehaltenen Brenner α; dieser befindet sich in der an dem Stengel a' angeschraubten, ungefähr bis in die Mitte diametral eingeschnittenen Hülse. Der Einschnitt dient dazu, um bei allfälligem Ersetzen der Kohle während des Versuches, wo eine bedeutende Erhitzung eintritt, den Brenner mit einer kleinen Zange leicht herausnehmen zu können. Der Stengel a' ist, um das Berühren der Kohlenspitzen in jedem beliebigen Punkte bewerkstelligen zu können, in dem Rohre a'' verschiebbar. Dieses, an dessen unterem Ende eine Rolle α' angebracht ist, schraubt sich an den Cylinder von weichem Eisen A hinauf, welcher in der 9fach auf einander gewickelten Spirale S auf und nieder bewegt werden kann. Eine an dem Verschlusse des Rohres in c befestigte Schnur, welche um die bewegliche Rolle α und um die festen Rollen bei d und e geschlungen ist, zieht mittelst der in dem Gehäuse f angebrachten Feder diesen Cylinder, wenn er hinabgedrückt wurde, wieder hinauf. Die Spirale ist, um sie vor Verletzung und Schmutz zu bewahren, in dem Rohre R verschlossen,

welches einen Aufsatz von geringerem Durchmesser trägt, der dem Stengel a'' zugleich als Führung dient. An dem Gehäuse f ist ein Zahnrad Z, welches mit dem beigefügten Sperrkegel o die Drehung nach der einen Seite zulässt, nach der andern hemmt. An dem Gehäuse sind zwei Rollen von verschiedenem Durchmesser befestigt: m mit $1\frac{1}{2}$, n mit $\frac{1}{2}$ Zoll, und an der Axe desselben ein Triebstock T, in den die aus dem Piedestal hervorragende Schraube ohne Ende x eingreift, und schraubenrecht gedreht zum geringern, entgegengesetzt zum grössern Anspannen der Feder dient. Über den Stengel der Schraube schiebt sich ein zweiter mit einem Knopfe versehener Stengel y, welcher, wenn er hineingedrückt wird, den Sperrkegel auslöst, und so den Eisencylinder durch die Feder hinaufziehen lässt, indem sich die Schnur auf m aufwickelt. Gleichzeitig wickelt sich von der Rolle n eine Schnur ab, geht über die Rolle r durch das Rohr B, über die beiden Rollen p und p' zu der in dem kurzen Rohr b beweglichen Führung des zweiten, in dem Verschlusse bei β verschiebbaren Stengels b', welcher in gleicher Weise, wie der erste, den Brenner mit der Kohle b'' trägt, in welche die negative Elektrode ausläuft.

Zum besseren Verständnisse ist der eigentliche Regulator nebenbei in Fig. I_2 in natürlicher Grösse aufgezeichnet.

Wird das Instrument gebraucht, so drückt man den unteren Stengel ganz hinab. Dadurch wickelt sich die Schnur von m ab, und die Feder wird gespannt, während sich auf n die Schnur aufwickelt, wodurch der obere Stengel hinauf geht; die rückgängige Bewegung ist trotz der erfolgten Spannung der Feder durch den Sperrkegel gehemmt. Nun setzt man die Kohlen von beliebiger Länge in die Brenner ein, und verschiebt die Stengel a' und b' so lange bis der Berührungspunkt der Kohlen in der Höhe ist, in welcher man das Licht zu haben wünscht. Hierauf klemmt man die von der Batterie kommenden dicken Dräthe, den von der Kohle in den Sockel AA, den vom Zink in dem bei BB fest, worauf sogleich ein lebhaftes Glühen der Kohlen eintritt [1]). Nun wird man gleich sehen, ob die Wirkung der Spirale oder die der Feder, welche beide in entgegengesetzter Rich-

---

[1]) Der in AA eintretende Strom geht nun in die Spirale und durch den Verschluss des dünneren Rohrs in den Stengel a'', von da zur Kohle a, weiter zur Kohle b'' und in die Säule B, und tritt mittelst einer im Innern des Gestelles angebrachten Leitung durch den Ständer BB wieder aus.

tung an dem Eisencylinder ziehen, die stärkere ist. Man dreht an dem Knopfe x entweder schraubenrecht, um die Feder nachzulassen, wenn die Kohlen zu nahe an einander rücken, oder entgegengesetzt, um sie mehr zu spannen, wenn die Kohlen zu weit aus einander gezogen werden sollten. Zuvor hat man jedoch schon durch den Drücker y den Sperrkegel gelöst, wodurch sogleich ein Heraufgehen der untern und ein Herabsinken der obern Kohle möglich gemacht wird, was jedoch nur nach Massgabe der Abnützung erfolgen kann, indem der durch die Spirale S gehende Strom den Eisencylinder festhält, und nur dann weiter gehen lässt, wenn er in Folge der grösseren Entfernung der Kohlen geschwächt worden ist.

Es kann aber auch geschehen, dass die Batterie selbst von mehr als 10 oder 12 Elementen durch was immer für Zufälle dennoch so schwach wird, dass der Magnet auch die geringste Spannung der Feder nicht bewältigen kann; in diesem Falle lässt sich, wenn nur der Strom zum Glühen der Kohlen hinreicht, leicht dadurch helfen, dass man das an dem Stengel a'' befestigte Schlüsselchen W so lange mit Gewichten beschwert, bis das Gleichgewicht hergestellt ist. Zu berücksichtigen ist noch, dass trotz des hergestellten Gleichgewichtes ein Hämmern der Kohlen an einander, und daher ein störendes Zittern des Lichtes eintritt. Dies lässt sich beseitigen durch leises Anziehen der Schraube bei l, welche dazu dient, mittelst einer an ihr befestigten schwachen Feder aus einem dünnen Kupferstreifen die Reibung zwischen dem Stengel a'' und seiner Führung zu vermehren, oder zu vermindern, welches beides zur Erzielung eines möglichst intensiven Lichtes eine nothwendige Zuthat ist. Jetzt bleibt, ohne Störung des Lichtes, nur ein Geräusch übrig, dem tiefen Tone einer wenig gespannten Saite vergleichbar; es ist aber nicht zu vermeiden, indem der Elektromagnet in einer raschen Vibration sich befindet, und eben dadurch die Betheiligung des inducirten Stromes am Leuchten möglich macht.

Es versteht sich von selbst, dass durch das Rollensystem m und n eine Bewegung der Kohlen gegen einander hervorgebracht wird in dem Verhältnisse wie 3 : 2, in welchem sich die Kohlen auch wirklich verzehren. Die Durchmesser der Rollen hier sind 3 : 1, weil die Rolle m, da sie an einer beweglichen Rolle wirkt, zwei Umdrehungen machen muss, um den Eisencylinder hinaufzuziehen, während die Rolle n ihrem Stengel ebensoviel Bewegung gibt, als ihr Angriffspunkt macht.

In Bezug auf den Gebrauch der Lampe ist noch hinzuzufügen, dass man natürlich in beide Brenner gleiche Kohlen einsetzen muss, am besten, wie bemerkt wurde, aus der in den Gasretorten angelegten Kruste geschnittene Stengel, welche aber oft bei schwächeren Batterien längere Zeit den Dienst versagen. Um dem zu begegnen, kann man sie in einer Spiritusflamme vor dem Gebrauche ausglühen.

Die Lampe wurde mit 12 Kohlenelementen zu wiederholten Malen versucht, und über $1\frac{1}{2}$ Stunden gebraucht. Genaue Messungen der Licht- und Stromstärke konnte ich nicht ausführen, weil die dazu nöthigen mechanischen Hülfsmittel zu viel Zeit in Anspruch nehmen; auch hielt ich sie bei diesem Experimente nicht für nöthig, da es sich blos darum handelte, einen Apparat zu construiren, der mit möglichst wenigen Elementen zu optischen Versuchen geeignet wäre. Die Stromstärke wurde blos an der Tangentenboussole beobachtet; der Ausschlag der 12 Elemente war im Anfange 75°, zu Ende des Versuches 56°. Die Lichtstärke, nach Bunsen'scher Methode gemessen, im Anfang 16, zuletzt 7, ein Stearinlicht zur Einheit genommen. Doch scheinen letztere Bestimmungen unrichtig, theils wegen der nur oberflächlichen Messung, theils wegen der Unsicherheit, die sich durch die starke Affection des Auges einstellt.

Um bei der elektrischen Lampe die Einfachheit noch zu erhöhen, sowohl in der Einrichtung, als in dem Gebrauche, und dadurch dem Instrumente eine Gestalt zu geben, dass dessen Anschaffung sammt der entsprechenden Batterie die Kosten eines gewöhnlichen Handheliostaten, den man doch zu optischen Versuchen haben muss, kaum überschreite, habe ich für die im Institute befindliche, und zu Lichtversuchen bestimmte Laterne noch einen Apparat in gegebenen Dimensionen ausgeführt. Dieser ist nach demselben Princip und in derselben Absicht gebaut, wie der oben beschriebene, nur ist die Ausführung eine einfachere, wenn auch nicht minder mühsame, indem man fast nirgends weiches Loth anwenden darf, ausser fern von der Flamme, und desshalb die Bestandtheile vorzugsweise an einander geschraubt werden müssen. Die Feder und die gesammte Justirung ist weggeblieben, man hat nur die Kohlen und Dräthe einzusetzen, und höchstens an der Schraube bei *l* anzuziehen, oder nachzulassen. An die Stelle der Feder ist ein hohler Cylinder von Blei getreten, der sich über den Eisencylinder schiebt, und dessen Gewicht für eine bestimmte

Stromstärke annäherungsweise experimentell bestimmt wurde, durch folgendes Verfahren: Über ein Messingrohr von 9 Zoll Länge und 13 Linien Durchmesser wurde eine Spule von $^3/_4$ Linien dickem Drath in ungefähr 400 Windungen auf die halbe Rohrlänge aufgewickelt; die andere Hälfte des Rohres blieb frei als Träger des ganzen Mechanismus. Die Enden der Spule wurden mit den Polen einer Batterie von der Stärke verbunden, für welche man ungefähr dieses Instrument bestimmen wollte. In die Höhlung der Spirale senkt sich von dem einen Balken einer Wage der zum Regulator bestimmte Eisencylinder, nachdem man ihn durch entsprechende Tara ausgeglichen hat. Sobald der Strom geschlossen wird, zieht die Spirale den Eisencylinder hinein und man gleicht nun diese Kraft wieder durch Gewichte aus. Das Gewicht des Eisens, und das auf der Wage zugelegte, gibt nahezu das Gewicht des gesuchten Bleicylinders an; denn wenn auch der durch Einschaltung der Kohlenspitzen mit einem grösseren Wiederstande kämpfende Strom das Eisen dann nicht mit derselben Gewalt anzieht, so kann man den Überschuss an Gewicht auf die nicht zu vermeidende Reibung und auf das Schwanken der Stromstärke rechnen, da ja der Bleicylinder den Eisenkern durch eine kleine Überwucht hinaufziehen soll. Der ganze Apparat, wie er in Fig. II abgebildet ist, wird sich nun am leichtesten erklären lassen, wenn man die drei auf der obersten Scheibe versenkten Schrauben lüftet, wodurch derselbe in zwei Theile zerfällt. Auf dem hölzernen Sockel *H, H* steht das erwähnte Rohr mit der Spirale, und ist mittelst des Führungsstengels *T* durch eine kleine mit Stellstift versehene Scheibe einerseits und durch die Schraubenmutter *S* andererseits am Holze befestigt. Der andere Theil ist ganz auf der Scheibe *a, b* angebracht. Das zu jeder solchen Regulirung wegen der ungleichen Abnützung der Kohlen erforderliche Rollensystem ist II_2 in natürlicher Grösse dargestellt.

Durch die zwei Rollen *r* und *r'* lassen sich der Eisen- und Bleicylinder *E* und *P* gegenseitig auf- und niederschieben. Die dritte Rolle *r''* vermittelt die verhältnissmässige Übertragung dieser Bewegung auf den zweiten Stengel, welcher in seiner Führung bei *b'* von dem Rohre *B*, welches bei *o* durch Bein isolirt auf der Scheibe *a b* sitzt, getragen wird. Während sich nun der von der Rolle *r''* kommende Faden nach Massgabe des nach oben bewegten Eisencylinders auf die Rolle *m* aufwickelt, muss der zweite Stengel durch eigene

Schwere seinen Faden von der Rolle *n* abwickeln. Dieser Faden ist überall, wo er in die Nähe des Lichtes kommt durch eine Kette aus Messingdrath ersetzt.

Das Rollensystem ist hier zweckmässiger eingerichtet, indem sich die beiden Rollen sowohl gleichzeitig mit einander bewegen, als auch nach Bedürfniss gegen einander verstellen lassen. Dies dient dazu, dass, wenn während des Experimentes durch was immer für eine Unregelmässigkeit das Licht aus der Axe der Linsen gerückt werden sollte, dieses sogleich wieder durch eine kleine Verschiebung der Rollen an den bestimmten Platz eingestellt werden könne. Zu dem Ende sind die Rollen so vorgerichtet, dass auf den mit einem geränderten Kopfe versehenen Stift *s* die Rolle *m* von 6‴ Durchmesser aufgeschraubt wird. Die Rolle *n* von 4‴ Durchmesser wird nach Zwischenlegung des Federchens *p* nur angeschoben, und durch die auf den angeschraubten geränderten zweiten Knopf drückende Schraube *q* angezogen.

Der Gebrauch des Instrumentes ist derselbe, wie bei Nr. I und eben so einfach, nur ist die Lichtmenge sichtlich geringer, weil der in der Spirale vibrirende Eisencylinder hohl ist, und somit nicht denselben Magnetismus annehmen kann, wie ein massiver, was daher auch einen viel geringeren inducirten Strom zur Folge hat. Der von der Kohle kommende Stromleiter ist bei *AA*, der vom Zink in *BB* einzuklemmen.

Dieses Instrument lässt trotz seiner ausserordentlichen Einfachheit doch alle Correctionen und all die Genauigkeit zu, wie der von Duboscq angefertigte Apparat.

Einen von Acherau in Paris zur elektrischen Beleuchtung construirten Regulator bekam ich, nachdem meine Apparate längst vollendet waren, durch die Güte des Herrn Prof. Hessler im Cabinete des k. k. polytechnischen Institutes zu sehen. Dieser zeigt die einfachste und sinnreichste Vorrichtung, ist aber für ein Gymnasium theils wegen seiner grossen Dimensionen, theils wegen der bedeutenden elektrischen Kraft von 80 Elementen, nicht geeignet. Zudem wird das Abnützen beider Kohlen nur durch das Nachrücken der unteren ersetzt.

Schlüsslich will ich noch des kleinen Instrumentchens erwähnen, welches ich im Verlaufe dieses Aufsatzes angeführt, und zu dem Zwecke angefertigt habe, um daran das Neef'sche Phänomen bequem

beobachten zu können. Diese Vorrichtung, welche sammt der in einem Ringe bestehenden Handhabe nur $3\frac{1}{2}$ Zoll in der Länge, und 8 Linien im grössten Durchmesser misst, enthält in diesem kleinen Raume einen Neef'schen Hammer, einen Stromwechsler und eine zur bequemeren Beobachtung beigegebene Loupe.

Wird an dem Ringe *g*, Fig. III, der Apparat mit einer Hand gehalten, so kann man bequem mit der andern bei dem Knopfe *f* den Strom unterbrechen und verkehren, während man mit einem Auge durch die Linse *l* nach den beiden Platinspitzen des Hammers *H* sieht, wo das Licht bald an dem einen, bald an dem andern Pole erscheint. Um die plätschernd überspringenden Funken zu vergrössern, ist es gut, eine Inductionsspirale einzuschalten, wodurch man nach Umständen so viel Licht erhält, dass man die ganze Erscheinung in einem dunkeln Zimmer auf ein Blatt weisses Papier sogar projiciren kann.

Der Stromwechsler ist Fig. III 2 in seiner horizontalen Projection gezeichnet. Er besteht aus den drei Holzscheiben *x*, *y*, *z*, welche an einer gemeinsamen Axe so angebracht sind, dass *x* und *z* fest sitzen, *y* aber zwischen den beiden drehbar ist. In der Scheibe *z* stecken diametral gegenüber 2 Stifte, in welche die Schraubenzwingen *a* und *d* eingeschraubt sind. In einer auf *a* und *d* senkrechten Richtung, ebenfalls diametral, hat die Scheibe *x* zwei solche Stifte, an welche zwei Dräthe befestigt sind, so zwar, dass sich von *b* der Drath um den Eisenstift *c* hinaufwickelt, durch die Klemme bei *k*, gut isolirt, in den federnden Hammer endigt und so mit der Schraube *S* und dem Aufsatze *m* in Verbindung kommt. Bei *n* ist wieder ein Drath befestigt, der den Strom um den Eisenkern herum zurück nach *e* führt.

Angenommen nun, dass man die von einem oder mehreren Smee'schen Elementen kommenden Dräthe — nachdem man eine Inductionsspirale eingeschaltet hat — den positiven bei *a*, den negativen bei *d*, einklemmt. Dreht man jetzt den Knopf *f* so, dass *a* mit *b*, und *d* mit *e* communicirt, so erscheint die positive Elektrode an dem untern Platinstift, den der Hammer trägt, und da ist auch das Licht. Der obere Platinstift, den die Schraube *S* trägt, wird in kürzester Zeit so bedeutend erhitzt, dass man bei stärkerem Strome den Knopf gar nicht anrühren kann. Dreht man *f* entgegengesetzt, wechseln die Platinstifte ihre Rollen: das Licht ist oben, die Hitze unten.

Dass das Instrument auch für physiologische Wirkungen benützt werden kann, versteht sich von selbst. Denn die untere Hälfte des

Hammers *H* ist aus Eisen und ungefähr ½ Linie von dem magnetischen Eisenkerne entfernt. Die obere Hälfte, wo der Platindrath steckt, ist aus Messing, so dass dieser Hammer den Strom abwechselnd schliesst und unterbricht. Dies geschieht mit einer solchen Schnelligkeit, dass man die Vibrationen gar nicht merkt, und ein ununterbrochener Funkenstrom von einer Elektrode zur andern sich ergiesst, was man durch die Linse beobachten kann.

SITZUNG VOM 16. FEBRUAR 1854.

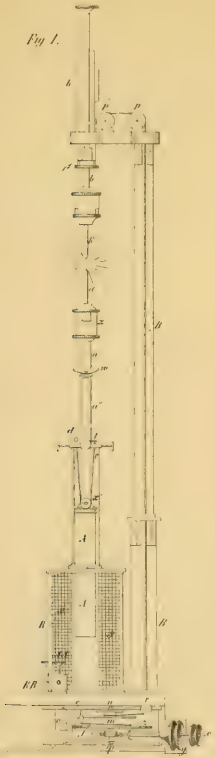
Vortrag.

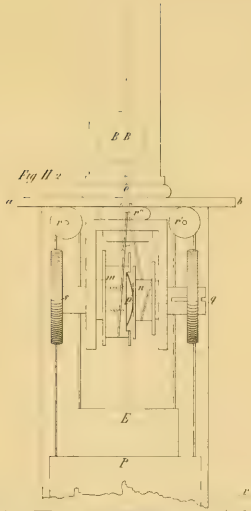
Über Cyperus Jacquinii Schrad., prolixus Kunth. und Comestemum montevidense N. ab Es. Ein Beitrag zur näheren Kenntniss des relativen Werthes der Differential-Charaktere der Arten der Gattung Cyperus.

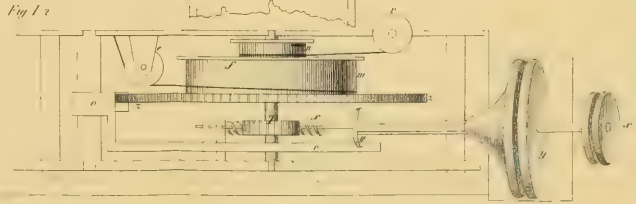
Von dem w. M., **Director Fenzl.**

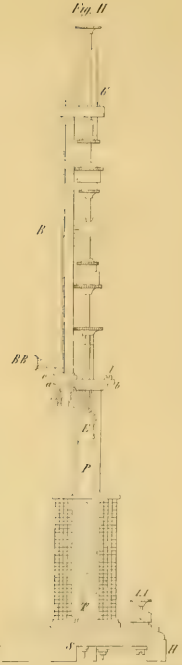
(Auszug aus einer für die Denkschriften bestimmten Abhandlung.)

In dieser Abhandlung gebe ich zuerst eine nähere Charakteristik zweier noch wenig bekannter Arten der Gattung *Cyperus (C. Jacquinii* und *prolixus)* und reihe daran eine Erörterung über den relativen Werth der Differential-Charaktere der zahlreichen Arten dieser Gattung. Bei dem Umstande, dass genaue Ausmasse der Minima und Maxima einzelner für die Charakteristik besonders wichtiger Organe in dieser und theilweise selbst in den Beschreibungen der Arten bei den Autoren in der Regel fehlen, erkläre ich mich unbedingt für die Aufnahme des Ergebnisses solcher Messungen in Zahlen in die Diagnose der Arten. Sie leisten entschieden mehr als alle bisher üblichen allgemeinen Gestaltsbezeichnungen und erhöhen zugleich den Werth der übrigen, grösseren Schwankungen unterworfenen, aber desshalb noch nicht entbehrlichen Auxiliar-Charaktere. Vor Allem sollten diese Messungen unter Beobachtung bestimmter Cautelen auf die Configuration der Ährchenschuppen und



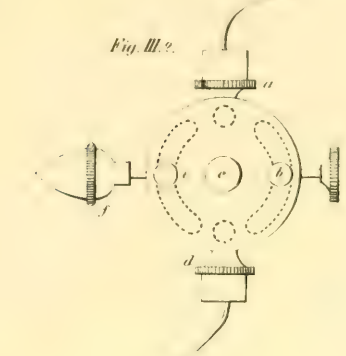


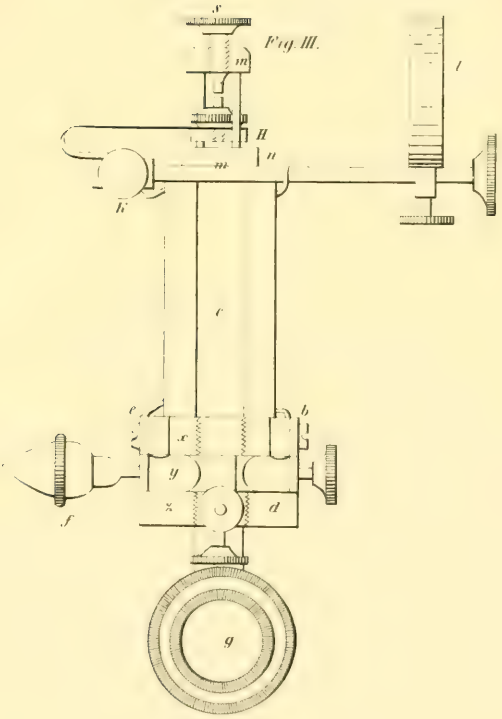




Sitzungsb. d. Akad d.W math naturw Cl. XII Bd. 2 Heft 1854.

Aus d k k Hof u Staatsdruckerei





Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. math. naturw. Cl. XII. Bd. 2. Heft. 1854.

ihrer Abstände im mittleren Drittheile des Spindelchens ausgedehnt werden, nachdem vielfache Untersuchungen der verschiedensten Arten und Individuen aus den entferntesten Localitäten mir bewiesen, dass ihre Dimensionen vergleichsweise mit jenen anderer Organe, noch den geringsten Abänderungen unterliegen und bei der Mehrzahl der Arten sich ungemein beständig bewähren. Eine ganz gleichförmige Durchführung solcher Zahlen-Charaktere bei der grösstmöglichsten Anzahl von Arten dürfte allein den Schlüssel zur einer wahrhaft natürlichen Gruppirung derselben liefern. Schliesslich theile ich meine Beobachtungen über die eigenthümliche Bildung der Staubgefässe bei der mit Cyperus verwandten Gattung *Comostemum* mit und erwähne einer noch vortheilhafteren Methode, um sehr zarte Durchschnitte aus kleinen, harten und dunkelgefärbten Caryopsen mittelst Einschmelzen derselben in Stearin mit grosser Leichtigkeit zu gewinnen.

Druckfehler.

In dem XII. Bande, Jahrgang 1854, I. Heft (Jänner) soll es heissen:

Seite 67 zweite Gleichung (10) . . . . . $tg\ U = \frac{tg\,(k_1 - k)\ cos\ q}{cos\,(n - q)}$

„ 68 Gleichungen (13) . . . . . $\begin{cases} tg\ u = \frac{tg}{cos\ n}\,(L - k) \\ tg\ u_1 = \frac{tg\,(L_1 - k_1)}{cos\ u_1} \end{cases}$

„ 74, Zeile 7 von unten . . . . . anderthalbmal.

VERZEICHNISS

DER

EINGEGANGENEN DRUCKSCHRIFTEN.

(FEBRUAR.)

Académie d'Archéologie de Belgique Annales. Vol. XI. livr. 1.

Akademie, kön. preussische, der Wissenschaften. Monatsbericht. 1854. Jänner.

Annals of science etc. including the transactions of the Cleveland Academy of Natural Sciences. Cleveland 1854. January; 8°.

Carus, Victor, Über die Werthbestimmung zoologischer Merkmale. Leipzig 1854; 8°.

Cosmos. Vol. 4. livr. 5, 6. 6 bis 7.

Dana, James, Crustacea Part 1 et 2. Philadelphia 1852; 4°.

— On Coral Reefs and Islands. New-York 1853; 8°.

Erläuterungen zur geognostischen Karte Tirols etc. Von Herm. v. Widmann. Innsbruck 1853; 4°.

Ferdinandeum. 25. Jahresbericht. Innsbruck 1853; 8°.

Geschichtsblätter aus der Schweiz. Herausgegeben von Kopp. Jahrgang I. Heft 2. (2 Exemplare.)

Gesellschaft für Natur- und Heilkunde in Dresden. Jahresbericht 1850. Dresden 1851; 8°.

Gesellschaft, schlesische, für vaterländische Cultur. Denkschrift zur Feier ihres fünfzigjährigen Bestehens. Breslau 1853; 4°.

Gewerbe-Verein, nieder-österreichischer, Verhandlungen. 1853. Heft 3, 4.

Hermann, Karl Friedr., Die Hadeskappe. Göttingen 1853; 8°.

Heyden, van der, Extrait du Nobiliaire de Belgique concernant la famille de Kerckhove-Varent. Anvers 1853; 8°.

Jena, Universitätsschriften aus dem Jahre 1852.

Klun, V. F., Archiv für die Landesgeschichte des Herzogthums Krain. Heft 2, 3. Laibach 1853; 8°.

Köllner, Ad., Geschichte der Herrschaft Kirchheim-Boland und Stauf. Wiesbaden 1854; 8°.

Königsberg, Universitätsschriften. 1851.

Landtafel, die, des Markgrafthums Mähren. I. Lieferung 4. Brünn 1854. Fol.

Littrow, J. J. v., Atlas des gestirnten Himmels für Freunde der Astronomie. Zweite vermehrte und verbesserte Auflage. Herausgegeben von K. v. Littrow. Stuttgart 1854; 8°.

— Die Wunder des Himmels. Vierte Auflage. Nach den neuesten Fortschritten der Wissenschaften bearbeitet von K. v. Littrow. Stuttgart 1854; 8°.

— Vermischte Schriften. Herausgegeben von K. v. Littrow. 2 Bde. Stuttgart 1846; 8°.

Marine-Zeitschrift, österreichische. 1853. Heft 1, 2.

Miquel, Guil., Malvaceae. s. l. et d.

— De fossiele Planten van het Krijt in het Hertogdom Limborg. Haarlem 1853; 4°.

— Oratio de regno vegetabili in telluris superficie mutando efficaci. Amstelodam 1846; 4°.

— Systema Piperaceorum. 2 fasc. Rotterod. 1843; 8°.

Pfeiffer, Franz, Die Deutschordenschronik des Nicolaus von Jeroschin. Stuttgart 1854; 8°.

Reumont, Alfredo, Ricordi di Filippo Gérard di Vigneulles intorno al soggiorno da lui fatto nell regno di Napoli al tempo di Ferrante I. d'Aragona.

— Di alcuni lavori spettanti alla storia d'Italia ultimamente pubblicati in Germania.

— Il Cardinale Wolsey e la Sante Sede.
(Append. all'Arch. stor. Ital. Vol. 2. et 9.)

Sachse, Karl, Beobachtungen über die Witterungs- und Vegetations-Verhältnisse des Dresdner Elbthales, während den Jahren 1847—1852. Dresden 1853; 8°.

Schubert, F., Lehrbuch der technischen Chemie. Erlangen 1854; 8°.

Schweigger, J. C., Über die Umdrehung der magnetischen Erdpole und ein davon abgeleitetes Gesetz des Trabanten- und Planeten-Umlaufs. (Abhandl. d. naturforsch. Gesellschaft zu Halle. Bd. I.)

Société Imp. d'Archéologie de St. Pétersbourg. Mémoires. Vol. 18.

Société Imp. des Naturalistes de Moscou. Bulletin. Tom. 26. No. 2.

Société des sciences naturelles de Cherbourg. Mémoires. Vol. I. livr. 2—4.

Society chemical, the quaterly journal, No. 1—8, 12, 22, 23.

Society, R. of Edinborgh. Transactions Vol. XX, p. 4. Proceedings No. 43.

Steiner, J. W. Chr., Ludwig II., Großherzog von Heſſen. Seligenſtadt 1849; 8°.

— Codex inscriptionum romanorum Danubii et Rheni. Vol. III. H. 1. Seligenstadt 1853; 8°.

— Geſchichte des Patrimonial-Gerichtes Laudorf und der Freiherren v. Mordeck. Darmſtadt 1846; 8°.

— Geſchichte und Alterthümer des Rodgaues. Darmſtadt 1833; 8°.

— Geſchichte und Topographie des Mainzergebietes und Speſſarts unter den Römern. Darmſtadt 1834; 8°.

— Beschreibung der Schlacht bei Dettingen am Main (27. Juni 742). Darmstadt 1854; 8°.

Tafeln zur Statistik der österreichischen Monarchie. Jahrg. 20 und 21. Wien 1853; Fol.

Verein, hiſtoriſcher, für Krain. Mittheilungen. Jahrgang 8. Laibach 1853; 4°.

Verein, naturforschender, zu Riga. Correspondenzblatt 1852.

Verein, zoologisch-botanischer, in Wien. Verhandlungen. Bd. III.

Verhandelingen uitgegeven door de commissie belast met het vervaardigen eener geologische Beschrijving en Kaart van Nederland. Deel I. Haarlem 1853; 4°.

Weber, Albrecht, Indische Studien. Bd. III, H. 1. Berlin 1853; 8°.

Weiß, Karl, Die Wiener Haupt- und Staats-Actionen. Ein Beitrag zur Geſchichte des deutſchen Theaters. Wien 1854; 8°.

Übersicht der Witterung in Österreich im Jänner 1854.

Beobachtungsort.	Mittlere Temperatur Reaumur	Maximum		Minimum		Mittlerer Luftdruck. Par. Lin.	Maximum		Minimum		Dunstdruck Par. Lin.	Niederschlag Par. Lin.	Herrscheder Wind	Anmerkungen.
		Tag	Temp.	Tag	Temp.		Tag	Luftdr.	Tag	Luftdr.				
Ragusa*)	+8°46	12·9	+13°4	30·3	+ 3°2	336‴78	26·8	341‴00	13·6	331‴00	2‴90	57‴00	NO.	Am 7. Fr. u. 9. Ab. häufige Blitze; Stürme am 4. a. SSO.;
Triest	+5·55	22·6	+10·4	1·3	— 2·5	337·30	27·9	343·30	5·6	328·90	—	23·50	ONO.	Am 27. Nebel auf dem Meere. [am 9. a. SW.; am 27. a. W.
Venedig	+3·24	19·6	+ 9·4	1·3	— 8·3	336·20	27·6	342·36	5·6	328·24	2·18	13·67	N.	
Alt-Gradisca	+0·76	8·6	+ 9·0	3·3	—12·4	334·75	27·9	340·43	5·6	325·95	1·94	19·64	N.	Am 6. Ab. Sturm aus W.
Mailand	+0·39	31·	+11·9	2·	— 9·7	332·29	28·4	336·72	5·3	324·71	1·75	22·81	NW.	
Hermannstadt[1]	+0·23	13·6	+ 9·1	1·4	—14·0	321·78	28·3	326·49	5·9	314·34	1·72	9·81	SO.	Am 7. Sturm aus SO.; am 10. aus SSO.
Obir I.	+0·10	31·6	+ 9·0	1·	—13·0	—	—	—	—	—	—	—	—	
Szegedin	+0·04	11·6	+ 6·3	1·3	—16 3	335·07	24·9	340·75	5·6	326·98	1·86	7·65	S.	
Debreczin	—0·01	16·6	+ 5·0	1 3	—12·6	333·33	28·4	338·14	5·8	325·96	—	40·52	S.	
Adelsberg	—0·07	31·6	+ 8·0	3·3	—10·4	316·30	27·9	321·03	5·3	308·75	—	—	NO.	Am 6. Ab. Gewitter.
Kronstadt	—0·22	10·5	+ 7·4	2·3	—10·5	315·66	28·3	320·20	5·9	308·27	—	7·72	—	Am 4. u. 7. Ab., 5. Fr. u. am 10. u. 31. Nachts Sturm.
Pressburg	0·32	31·6	+ 6·0	1·3	—12·0	327·27	27·9	338·08	5·3	322·78	1·73	9·95	NO.	Am 31. Sturm aus NW.
Rzeszow	—0·47	6·6	+ 5·0	1·3	— 8·2	329·39	28·3	335·64	5·8	321·58	1·75	15·55	O.	Am 31. Sturm a. N.
St. Magdalena bei Idria	—0·51	31·6	+ 6·2	1·9	— 7·0	304·93	27·9	310·28	5·6	297·31	1·66	59·81	NO.	
Saybusch[2]	0·52	5·6	+ 4·6	4·3	— 7·7	323·73	27·9	330·41	5·6	315·33	1·69	18·56	SW.	Am 1. 2. 26. 27. 28. 31. Stürme aus SW.
Pesth	—0·54	31·6	+ 5·5	1·3	—11·8	334·32	27·9	339·97	5·6	326·06	1·79	9·27	NW.	
Laibach	—0·55	16·6	+ 7 0	1·3	—13·3	—	—	—	—	—	—	44·70	NO.	Am 4. Ab. Blitze.
Holitsch[3]	—0·56	11·5	+ 4·8	1·9	— 9·0	331·03	27·9	337·88	5·6	321·09	1·54	18·48	S.	Ungewöhnlich trübe; Stürme am 1. aus SO.; 2. aus SW.;
Gran	—0·58	31·5	+ 4·8	1·3	—12·0	—	—	—	—	—	—	5·64	W.	[1, 6. u. 8. aus S.
Wallendorf	—0·81	10·6	+ 4·2	1·9	—16·7	323·49	28·3	328·32	5·9	316·22	1·76	9·23	NO.	Am 31. Sturm aus NW.
Wien[4]	—0·81	31·6	+ 6·2	1·3	—14·8	330·02	27·9	337·30	5·6	320·73	1·64	18·88	NNW.	Am 17. u. 18. Ab. ungewöhnlich dichter Nebel.
Prag	0·82	31·	+ 6·0	4·	— 7·8	329·18	27·	337·02	5·	320·59	1·63	4·46	S.	Stürme: am 29. aus SW., am 31. aus W.
Bregenz	—0·83	4·9	— 6·1	17·3	— 6·8	322·14	27·6	330·93	4·9	312·06	1·65	25·96	S.	Am 21. —6°6; am 24. —6·4.; am 6. 11h Fr. Sturm
Cilli	—0·83	9·6	+ 7·1	3·4	—18·6	328·91	28·4	335·41	5·6	319·92	1·82	23·55	N.	[a. SW.
Meran	—1·06	31·6	+ 11·0	1·3	—10·4	326·07	27·9	332·34	5·6	317·89	—	13·62	—	
Brünn	—1·18	31·	+ 6·5	1·	—13·6	329·22	27·9	336·38	4·6	320·20	1·63	14·09	NW.	Am 30. u. 31. Sturm aus NW.
Bodenbach	1·22	31·6	+ 8·2	4·3	— 7·6	332·15	27·9	339·96	5·6	323·65	1·60	10·37	NW.	
Gratz	—1·31	8·6	+ 7·0	1·3	—13·0	—	—	—	—	—	—	—	SO.	
Weissbriach[**])	—1·33	31·6	+ 6·0	1·3	—13·0	—	—	—	—	—	—	—	—	
Krakau	—1·48	5·5	+ 3·5	2·	—10·1	329·23	28·0	335·86	5·7	321·10	1·62	13·19	W.	Am 31. Sturm aus NW.
Purgleitz[5]	1·51	31·6	+ 4·6	3·9	— 8·2	324·29	27·8	331·96	5·6	315·50	1·67	4·39	W.	Am 22. Fr. —7°9; am 2. 30. 31. Stürme aus W.
Oderberg	—1·52	30·6	+ 3·6	24·3	—10·2	—	—	—	—	—	—	13·10	SW.	Am 1. — 6·8; am 4. — 7·2.
Olmütz	—1·57	31·3	+ 4·8	1·3	—12·4	329·34	28·3	335·68	5·6	318·97	—	—	—	
Mallnitz	—1·62	31 6	+ 6·3	1·3	—13·7	—	—	—	—	—	—	—	—	
Salzburg[6])	—1·64	31	+ 6·2	25·	—11·0	320·30	27·6	328·28	4·9	311·35	1·55	17·93	SO.	Am 1. Jänner war das Min. nur —6°5.
Czaslau	1·69	31·6	+ 4·5	24·3	— 8·5	327·15	27·9	333·46	5·6	319·16	—	14·00	SW.	Am 4. —8°4; am 17 —8°0. [NNW.
Leutschau[7])	1·72	9·6	+ 4·4	1·3	—15·0	324·60	28·3	329·19	5·9	317·43	—	18·22	SO.	Am 27. 9h Fr. Sturm a. NW.; am 31. 2h 30′ Ab. St. a.
Leipa	—1·79	31·6	+ 5·2	2·3	— 7·4	327·38	27·9	335·04	5·6	318·65	1·51	11·01	SSO.	Am 4. u. 28. Fr. —7°2; am 18. u. 19. sehr dichter Nebel.
Althofen	—1·81	31·6	+ 6·2	1·3	—14·8	—	—	—	—	—	1·49	17·20	N.	
Altaussee	1·93	19·6	+ 4·9	1·4	—10·4	300·71	27·8	307·73	5·8	292·65	1·50	71·83	W.	Am 31. stürmisch aus W.
Lemberg***)	1·93	5·5	+ 2 0	1·	—11·0	324·82	23·8	330·54	5·9	317·60	—	19·50	SW.	
S. Jakob	—1·98	31·6	+ 4·8	1·3	—11·5	301·27	27 9	307·31	5·6	293·71	1·59	23·10	W.	
Deutschbrod	2·01	31·6	+ 3·0	1·3	— 9·2	—	—	—	—	—	—	13·66	NW.	
Trautenau[8])	—2·01	31·5	+ 3·2	1·	—10·2	320·63	28·6	326 24	5·8	313 38	—	10·42	W.	Vom 18. bis 21. sehr dichter Nebel.
Stanislau	—2·02	11·6	+ 5·0	2·3	—18·0	327·82	28·3	333·27	5·9	320·55	1·56	18·80	SO.	Am 31. Ab. Sturm aus NW.

Anmerkung. *) In Ragusa wurde dasselbe Minimum des Luftdruckes auch noch am 5. Morgens und am 10. Mittags beobachtet.

**) In Weissbriach im Gitschthale (Seehöhe 2520′) in Kärnthen beobachtet Herr Pfr. P. Kohlmayer.

***) Das Maximum der Wärme in Lemberg mit + 2° wurde auch am 9. 10. 22. u. 31. beobachtet.

[1]) Hermannstadt, in der Nacht vom 1. auf 2. wurde eine Feuerkugel beobachtet, die, eine bedeutende Helle verbreitend, mit Getöse von Ost nach West zog.

[2]) Saybusch, der Sturm am 31. aus SW. ging Ab. 6′ 30′ in einen Orkan aus WNW. über. Am 4. 8h Fr. —10°0.

[3]) Holitsch, am 18. den ganzen Tag ungemein dichter Nebel.

[4]) Wien, am 31. Mittags von 12h bis 3h Regenbogen bei stürmischem NW. Wind und Regen.

[5]) Pürglitz, in der Nacht vom 24. auf 25. Blitze.

[6]) Salzburg, am 27. um 11h Ab. Sturm aus WNW., welcher am 28. in Süd und am 30. und 31. in West überging.

[7]) Leutschau, am 26. Fr. — 10°0.

[8]) Trautenau, am 29. von 8h 30′ Ab. bis Mitternacht heftiger Schneesturm aus NW.; am 30. 6′ Ab. bis 1. Februar 4h Morgens Sturm aus SW. mit Regen.

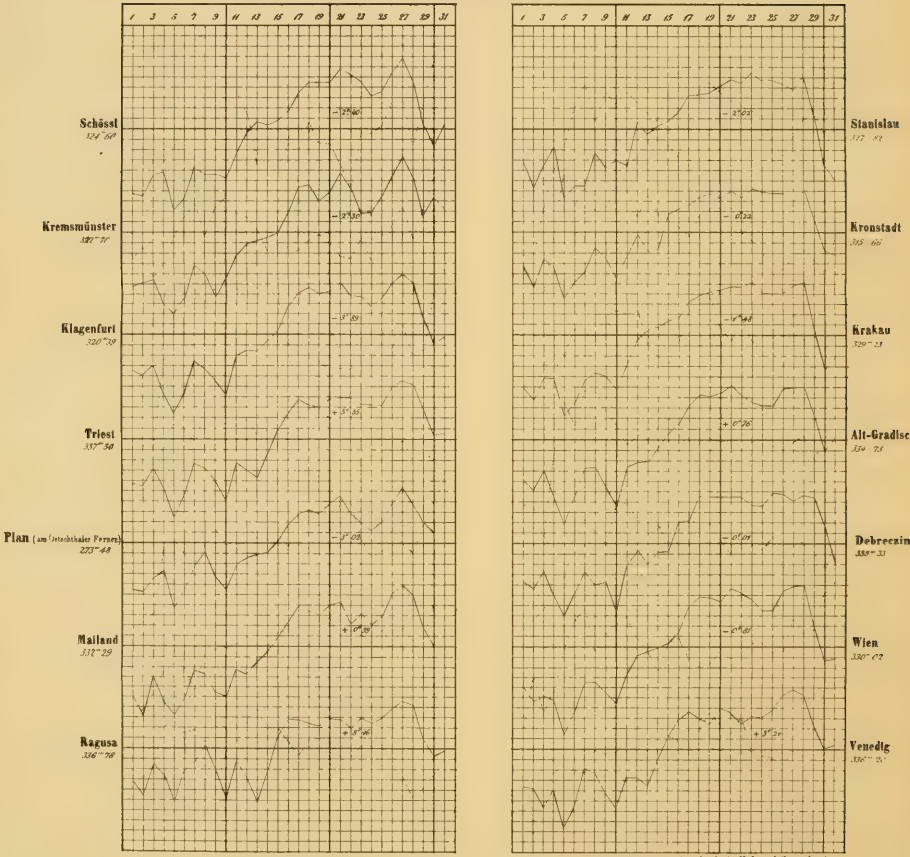
Beobachtungsort.	Mittlere Temperatur Réaumur	Maximum		Minimum		Mittlerer Luftdruck. Par. Lin.	Maximum		Minimum		Dunstdruck Par. Lin.	Niederschlag Par. Lin.	Herrschender Wind	Anmerkungen.
		Tag	Temp.	Tag	Temp.		Tag	Luftdr.	Tag	Luftdr.				
Wildbad Gastein*)	—2·10	8·6	+ 7·0	1·4	—10·3	—	27·9	305·84	5·6	290·98	—	—	—	Am 31. +5°0.
Czernowitz	—2·14	11·6	+ 6·6	2·3	—15·6	327·92	23·9	332·99	6 3	321·27	—	7·22	SO.	Am 31. Sturm aus NW.
Schemnitz	—2·27	18·6	+ 3·1	1·8	—11·6	315·20	28·3	319·86	5·8	306·73	—	24·57	N.	Am 19. dichter Nebel; am 30. u. 31. Sturm aus WNW.
Kremsmünster	—2·30	31·	+ 4·1	3·2	—10·9	322·70	27·7	330·68	5·4	313·38	1·49	14·93	SW.	Am 31. Ab. Sturm aus WSW.: 28. Sonnenhof von 22°
Senftenberg[1])	—2·32	31·	+ 2·9	4·	—13·7	320·65	27·9	327·86	5·6	314·95	1·58	26·11	S. zu W.	im Halbmesser.
Linz	—2·34	31·3	+ 4·4	3·3	—11·8	327·54	27·9	335·14	5·3	316·95	1·42	11·60	O.	Am 31. Sturm aus W. Sehr viele Nebeltage.
Schössl	—2·40	31·6	+ 5·8	22·3	— 9·4	324·60	27·9	332·03	5·6	316·49	1·47	6·55	SW.	Vom 29. bis 31. stürmisch aus SW., W. u. NW.
Joisva	—2·41	11·6	+ 5·0	1·9	—15·0	—	—	—	—	—	—	—	N.	Am 31. Sturm aus N., auch am 7., 17. u. 23. +5°0.
Innsbruck	—2·43	4·6	+ 5·5	1·3	—16·2	—	—	—	—	—	—	18·92	NW.	
Markt Aussee	—2·59	[illegible]	+ 3·7	3·4	—13·4	311·68	27·9	319·20	5·4	303 08	—	—	SO.	
Strakonitz	—2·77	31·6	+ 4·8	28·4	—12 4	321·80	27·9	329·29	5·3	313·08	1·44	10·78	W.	Am 2. 27. 30. u. 31. Stürme aus W. Am 2. nur 7°2.
S. Peter	—2·91	31 6	+ 3·2	1·3	—13·5	290·29	27·9	296·30	5·6	281·97	1·27	29·96	NW.	
Mürzzuschlag	—2·96	31·9	+ 3·4	1·3	—17·2	310·86	27·9	317·19	5·3	303·04	1·55	—	N.	Am 11. von 4h bis 7h Ab. sehr dichter Nebel; am 30. u.
Plan[2])	—3·02	22·6	+ 6·0	1·3	—13·5	273·48	27·9	279·26	5·6	267·12	—	—	W.	Am 4. u. 31. Stürme aus NW. [31. Sturm aus N.
Kremsalpe	—3·07	31·6	+ 3·0	1·3	—13·2	—	—	—	—	—	—	—	—	
Saifnitz	—3·16	31·6	+ 4·0	1·3	—16·8	—	—	—	—	—	—	47·40	NO.	
Kesmark	—3·39	31·6	+ 3·2	1·3	—17·2	313·89	28·3	318·52	5·3	305·38	—	13·90	S.	Am 31. 3h Ab. Sturm aus WNW.
Raggaberg	—3·41	31·6	+ 3·5	1·	—13·0	—	—	—	—	—	—	—	—	
Lienz[3])	—3·61	31·6	+ 7·1	1·3	—17·0	312·47	27·5	318·58	5·6	304·28	1·33	21·40	NW.	Die Tage vom 15. bis 20. durch Heiterkeit ausgezeichnet.
S. Paul	—3·76	31·6	+ 4 8	1·3	—22·2	320·81	27·9	326·91	5·6	312·55	—	8·93	SO.	
Klagenfurt[4])	—3·89	31·	+ 5·8	1·	—19·5	320·38	27·9	326·65	5·6	311·83	1·45	22·05	SW.	Am 9. Regen bei —5°0.
Ohir III.	—4·02	31·6	+ 2·5	1·	—13·0	—	—	—	—	—	—	—	—	
Völkermarkt**)	—4·36	31·6	+ 3·0	1·3	—23·9	—	—	—	—	—	—	—	—	
Obervellach	—4·69	31·6	+ 6·3	1·3	—18·6	311·58	27·9	317·84	5·6	303·50	1·24	13·68	SO.	
Tröpelach	—4·98	31·6	+ 4·6	1·3	—24·2	313·96	27·9	320·48	5·6	305 52	1·18	52·40	O.	
Admont	—5·34	31·6	+ 3·6	1 3	—15 5	311·41	27·9	318·18	5·6	302·95	1·26	23·28	SO.	Vom 4. auf 5. Sturm aus NW.: vom 27. auf 28. aus N.
Fünfkirchen	—	—	—	—	—	332·43	28·3	337·65	5·3	324·71	—	7·90	—	
Udine				—	—	331·51	28·3	339·66	10·6	327·00	—	—	NNO.	

Anmerkung. *) In Wildbad Gastein beobachtet Herr Chirurgus Lainer.
**) In Völkermarkt an der Drau (Seehöhe 1431') in Kärnthen beobachtet Herr J. Rudolfi.

[1]) Senftenberg, in der Nacht vom 13. auf 14. Mondhof und Nebenmonde.
[2]) In Plan wird bemerkt, dass im Hochgebirge in diesem Winter noch wenig Schnee gefallen sei.
[3]) Lienz, am 27. und 31. heftiger SSW. Wind im Thale, und gleichzeitig auf dem Hochgebirge Sturm aus NW.
[4]) Am 4. Ab. 6h starker Regen bei —5°6 darauf Glatteis, am 6. Morg. dichter Nebel, um 2h Schneefall in grossen Flocken, von 6h bis 8h Ab. entlud sich, während es heftig fortschneite, (von 5h 38' bis 9h) ein Gewitter mit 9 starken Blitzen und Donnerschlägen; nach dem Gewitter regnete es leise fort. Die grelle Beleuchtung der Schneefläche durch den Blitz, so wie das Rollen des Donners, dumpfer als im Sommer, zeichnete dieses Naturereigniss aus. Dieses Gewitter wurde auch an allen Beobachtungsstationen in Kärnthen, besonders in den südlichen von 7h bis 9h Ab. wahrgenommen. Das letzte Wintergewitter wurde in Klagenfurt am 7. December 1846 beobachtet.

Gang der Wärme und des Luftdruckes im Jänner 1854.

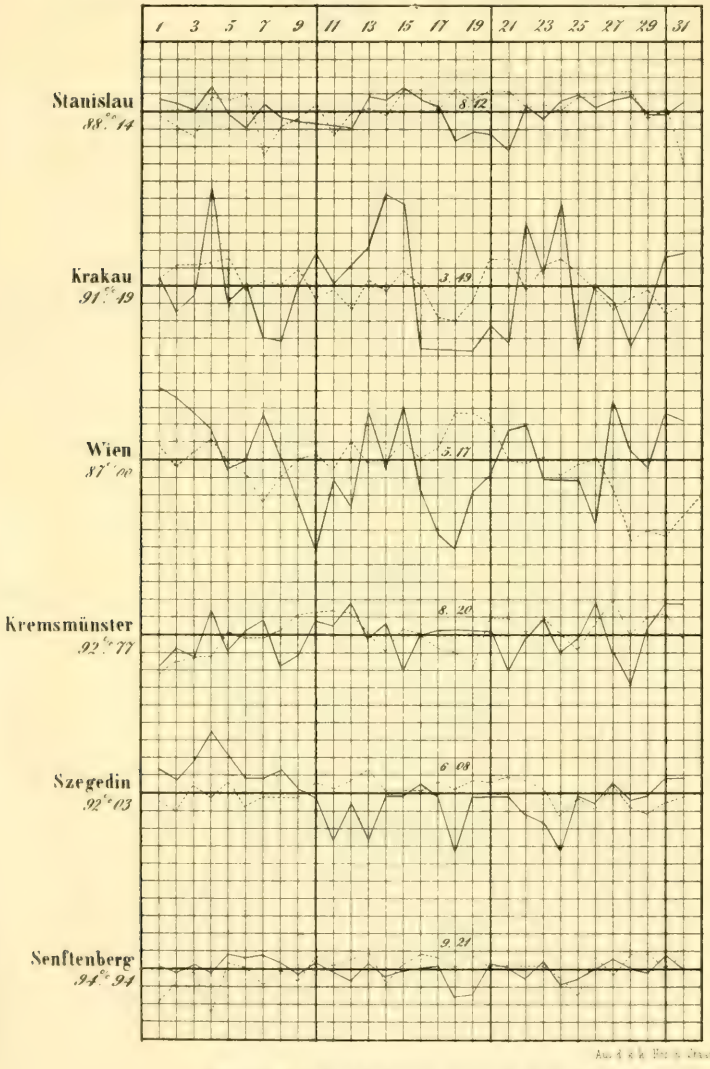
Die punctirten Linien stellen die Wärme, die ausgezogenen den Luftdruck dar.
Die beigeschriebenen Zahlen sind Monatmittel, denen die stärkeren Horizontallinien entsprechen.
Ein Netztheil entspricht bei der Wärme einem Grad Réaumur, beim Luftdrucke einer Pariser Linie.



Aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei

Gang der Feuchtigkeit und des Ozongehaltes der Luft im Jänner 1854.

Die punktirten Linien stellen die Feuchtigkeit, die ausgezogenen den Ozongehalt dar. Die am Rande befindlichen Zahlen sind die Monatmittel der Feuchtigkeit, jene zwischen den Curven die Monatmittel des Ozongehaltes.
Den Monatmitteln entsprechen die stärkeren Horizontallinien.
Ein Netztheil beträgt für die Feuchtigkeit 5 Procente, für den Ozongehalt einen Theil der Farbenscala, welche vom völligen Weis bis zum tiefsten Blau zehn Abtheilungen enthält.



SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

XII. BAND.

III. HEFT. — MÄRZ.

JAHRGANG 1854.

SITZUNG VOM 9. MÄRZ 1854.

Herr Schulrath M. A. Becker legte Abbildungen essbarer und giftiger Pilze vor, welche derselbe in Verbindung mit dem Herrn Lithographen A. Hartinger herausgegeben. Es wurden hierdurch mehrere Mitglieder zu einer günstigen Besprechung dieses Unternehmens veranlasst. Von den in Farbendruck ausgeführten sechs Tafeln, zu welchen der erläuternde Text erst nachträglich folgen soll, waren es besonders die Tafeln I, II und IV, welche durch geschmackvolle Gruppirung der Arten, naturwahre Auffassung und technische Behandlung derselben, besonders ansprachen. Den Bemühungen des Hrn. Schulrathes, wie dem Bestreben des Hrn. Hartinger, die Chromolithographie zu heben und zur Darstellung dieser Gewächse für den Volks-Unterricht zu benützen, wurde alle Anerkennung gezollt.

Eine vom Herrn Prof. Schönemann in Brandenburg eingesendete Abhandlung „Theorie und Beschreibung einer neuen Brückenwage“ wurde zur Aufnahme in die Denkschriften bestimmt.

Eingesendete Abhandlungen.

Mineralogische Notizen.

(Eilfte Folge.)

Von **Dr. A. Kenngott.**

1. Baltimorit von Texas.

Ein Mineral dieses Namens in den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinetes, acquirirt durch die Mineralienhandlung von Krantz und Comp. und zufolge der Etiquette von Texas in Pensylvanien stammend, wurde einer näheren Untersuchung unterworfen, um zu finden, ob es mit dem Chrysotil übereinstimme, wie von dem Baltimorit angenommen wird. — Das Ganze stellt ein Gangstück dar, woran nicht mit Sicherheit zu erkennen ist, aus welcher Gebirgsart es stammte, doch scheint dieselbe nach geringen Spuren an der einen Seite Serpentin gewesen zu sein. Die Gangspalte wurde durch ein faseriges graues Mineral zum Theil erfüllt, welches im Ganzen

parallelfaserig ist, dessen Substanz aber nicht zur Ausfüllung ausreichte, sondern durchwachsen und vermengt mit einem zweiten, deutlich spaltbaren weissen Minerale ist.

Das graue Mineral, welches der Baltimorit sein soll, ist röthlichgrau, stellenweise etwas durchscheinend und beim Hindurchsehen schmutzig-pfirsichblüthroth, von geringer Härte, etwa $= 2{\cdot}5$, im Striche graulichweiss, etwas fettig anzufühlen, und ist vor dem Löthrohre fast unschmelzbar, bei starkem Feuer schwierig an den Kanten schmelzbar. Durch die Verwachsung mit dem blättrigen Minerale tritt stellenweise der fasrige Charakter zurück. Das letztere ist ein Carbonat und wahrscheinlich als Magnesit anzusprechen, wie die Analyse ergibt, wenn der Kalkerdegehalt dem Baltimorit genannten Minerale zukommt, ist spröde und hat die Härte $= 4{\cdot}0$, und weissen Strich.

Auf der einen Seite, wo ein schmaler Zwischenraum zwischen Gebirgsart und Ausfüllungsmasse vorhanden war, haben sich für das blosse Auge erkennbare stalaktitische Formen abgesetzt, welche unter der Loupe krystallinisch sind und verwachsene garbenförmige Gruppen darstellen, deren Oberfläche matt und weiss ist, während sie im Innern glänzend sind. Eine kleine Probe zeigte Kohlensäure durch Brausen in Salzsäure. Auf der Gegenseite zeigten sich schwache Partien einer gelblichen serpentinartigen Masse. Auf beiden Seiten ist eingesprengter und aufgewachsener Chromit vorhanden, der sich in der Nähe der Gangwände gleichsam als unterbrochenes Saalband durchzieht.

Herr Ritter C. v. Hauer war auf mein Ansuchen bereit, die quantitative Bestimmung zu übernehmen und fand, dass die übergebene Probe dem chemischen Verhalten nach ein Gemenge von drei Mineralen war: Carbonat, Silikat, Chromerz. Das Silikat ist ein mit Säuren gelatinirendes. Die Analyse geschah demnach in folgender Weise:

Das gepulverte Mineral wurde mit Salzsäure digerirt, zur Trockne eingedampft, wieder gelöst und der lösliche Antheil von dem ungelösten Rückstande durch Filtration getrennt. Aus der Lösung wurden die Basen nach bekannten Methoden abgeschieden.

Der die Kieselsäure und das unzersetzte Chromerz enthaltende Rückstand wurde mit kohlensaurem und salpetersaurem Alkali geschmolzen, doch gelang nie eine vollständige Zersetzung, wie dieses bei dem Chromit meist der Fall ist. Das durch Wasser ausgezogene chromsaure Alkali wurde zur Reducirung der Chromsäure mit

Salzsäure und Alkohol erwärmt und Chromoxyd durch Ätzammoniak gefällt. Der Rückstand dieser Wasserlösung wurde durch Salzsäure aufgenommen, wobei die Kieselsäure vollständig in Lösung ging, so dass sie mit den übrigen Basen durch Filtriren von der kleinen Menge des unzersetzt gebliebenen Chromerzes getrennt werden konnte. Die Trennung der einzelnen Bestandtheile geschah nach dem Eindampfen zur Trockne zur Abscheidung der Kieselsäure in bekannter Art.

In besonderen Proben geschah die Ermittelung des Gehaltes an Kohlensäure und des Glühverlustes. Nach Abzug der Kohlensäure von dem gesammten Glühverluste wurde der Rest als Wasser in Rechnung gebracht. Der Gehalt an Eisen wurde als Oxydul berechnet, doch möchte wohl auch ein Theil als Oxyd enthalten sein.

100 Theile ergaben:

5·39	Thonerde		
3·04	Eisenoxydul		
5·89	Kalkerde		60·53
22·35	Talkerde		in Säuren
15·00	Kohlensäure gefundene	23·86	löslich.
1·20	Gewichtsverlust bei 100°	Glühverlust	
7·66	„ beim Glühen	im Ganzen	
10·73	Kieselsäure .		
3·13	Thonerde . .		
2·78	Eisenoxydul .	39·85	
16·06	Chromoxyd. .	in Säuren	
Spur	Kalkerde . .	unlöslich.	
4·94	Talkerde. . .		
2·21	unzersetzt . .		
100·38			

Der unlösliche Theil gibt nach Abzug der Kieselsäure und des unzersetzt gebliebenen Chromits in 100 Theilen:

11·63	Thonerde,
59·68	Chromoxyd,
10·33	Eisenoxydul,
18·35	Talkerde,
99·99.	

Die übrigen gefundenen Bestandtheile setzen das Carbonat und Silikat zusammen.

Werden zunächst die Bestandtheile des Chromits berechnet, so sind die den Mengen

3·13 Thonerde . . . . . (0·6089)
16·06 Chromoxyd . . . . . (2·0749)
2·78 Eisenoxydul . . . . . (0·7722)
4·94 Talkerde . . . . . (2·4700)

entsprechenden Äquivalentzahlen die in den Klammern beigefügten. Um nun aus

2·6838 Äq. { Thonerde . . . . 0·6089 / Chromoxyd . . . 2·0749
3·2422 Äq. { Eisenoxydul . . . 0·7722 / Talkerde . . . . 2·4700

die Formel des Chromits $RO.R_2O_3$ zu construiren, ist es nöthig eine geringe Menge des Eisenoxyduls abzuziehen und als Eisenoxyd in Rechnung zu bringen, wonach

2·8699 Äq. { Thonerde . . . . 0·6089 / Chromoxyd . . . 2·7049 / Eisenoxyd. . . . 0·1861
2·8700 Äq. { Eisenoxydul . . . 0·4000 / Talkerde . . . . 2·4700

hervorgehen.

Dasselbe ersehen wir aus den separat berechneten Bestandtheilen des Chromits, denen die Äquivalentzahlen

2·267 Thonerde, / 7·711 Chromoxyd, } 9·978
2·869 Eisenoxydul, / 9·175 Talkerde, } 12·044

entsprechen, wobei wir nach Berechnung der entsprechenden Menge des Eisenoxydes

2·267 Thonerde, / 7·711 Chromoxyd, / 0·689 Eisenoxyd, } 10·667
1·491 Eisenoxydul, / 9·175 Talkerde, } 10·666

erhalten.

Gehen wir zu den übrigen Bestandtheilen über, wobei die 1·20 Procent Verlust bei 100° ausser Acht gelassen und als hygroskopische Feuchtigkeit betrachtet werden, so ergeben die gefundenen Mengen

10·73 Kieselsäure . . . . . (2·3686)
5·39 Thonerde . . . . . (1·0486)
3·04 Eisenoxydul . . . . . (0·8444)
5·89 Kalkerde . . . . . (2·1036)
22·35 Talkerde . . . . . (11·1750)
15·00 Kohlensäure . . . . . (6·8182)
7·66 Wasser . . . . . (8·5111)

die in den Klammern beigefügten Äquivalentzahlen.

Ziehen wir von den 11·1750 Äquivalenten Talkerde 6·8182 Äquivalente ab, welche mit den entsprechenden 6·8182 Äquivalenten Kohlensäure 6·8182 Äquivalente kohlensaure Talkerde MgO. CO_2 bilden, so bleiben

2·3686	Äquivalente	Kieselsäure,
1·0486	„	Thonerde,
0·8444	„	Eisenoxydul,
2·1036	„	Kalkerde,
4·3568	„	Talkerde,
8·5111	„	Wasser,

woraus das Silikat, der Baltimorit, bestehen würde. Werden anstatt 2·3686 Äquivalenten Kieselsäure 2 Äquivalente gesetzt und darnach die übrigen Zahlen berechnet, so erhält man

2·0000	Äquivalente	Kieselsäure,	
0·8854	„	Thonerde,	
0·7130	„	Eisenoxydul,	6·1680
1·7762	„	Kalkerde,	
3·6788	„	Talkerde,	
7.1866	„	Wasser,	

oder

2	Äquivalente	Kieselsäure,
1	„	Thonerde,
6	„	Basen RO,
7	„	Wasser,

wenn man die annähernden ganzen Zahlen setzt, welche sich noch genauer ergeben, sobald man ein wenig Eisenoxydul als Oxyd in Rechnung bringt und mit der Thonerde vereinigt.

Die erhaltenen Äquivalente

$$6RO,\ 7HO,\ 1R_2O_3,\ 2SiO_3$$

gestatten, dass man die Verbindungen

$$4(RO.HO),\ 3HO.R_2O_3,\ 2(RO.SiO_3)$$

annimmt, woraus sich für den Baltimorit die Formel

$$[3HO.Al_2O_3 + Mg, FeO.SiO_3] + [4(Mg, CaO.HO) + Mg, CaO.SiO_3]$$

aufstellen lässt.

Eine einfachere Formel erhält man, wenn man annimmt, wie auch die Berechnung und der Gang der Analyse wahrscheinlich macht, dass durch das Glühen ein Theil des Eisenoxyduls aus dem Eisenoxyd hervorgegangen ist und der Wassergehalt etwas zu hoch ausgefallen sei, wie auch eine besondere Probe mit einer kleinen Quantität zeigte,

und man anstatt 7 Äquivalenten Wasser nur 6 Äquivalente Wasser anzunehmen habe. Dann gestatten die Äquivalente

$$6RO,\ 6HO,\ 1R_2O_3,\ 2SiO_3$$

die Formel $6(Mg, Ca, FeO.HO)+Al_2, Fe_2O_3.\ 2SiO_3$ als den Ausdruck der chemischen Constitution des Baltimorits aufzustellen.

Jedenfalls zeigt aber die angestellte Untersuchung, dass die Thonerde ein wesentlicher Bestandtheil des Baltimorits und der Baltimorit nicht gleich dem Chrysotil sei, wenn anders das untersuchte und Baltimorit genannte Mineral von Texas in Pensylvanien wirklich Baltimorit ist, worüber fernere Untersuchungen des ursprünglich Baltimorit genannten Minerals Aufschluss geben können.

Die Untersuchung eines eben so genannten Minerals von den Bare Hils bei Baltimore, welche Hermann veranstaltete (vgl. meine Übersicht mineral. Forschungen in den Jahren 1850 und 1851, Seite 63) hat bei der Ähnlichkeit des Aussehens zu einem zwar abweichenden Resultate geführt, jedoch wenigstens auch gezeigt, dass Thonerde darin vorhanden ist.

2. Pyrit, Bestimmung des specifischen Gewichtes.

In Folge der schon einmal erwähnten Beobachtung, welche Malaguti und Durocher in Betreff des specifischen Gewichtes und der Krystallformen des Pyrits machten (siehe meine mineralogischen Notizen, fünfte Folge, im Julihefte des Jahrganges 1853 der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe der kais. Akademie der Wissenschaften), welche mich veranlasste, ausgesuchte Pyritkrystalle verschiedener Gestalt zu wiegen, und woran ich keine Bestätigung fand, hielt ich es für angemessen, die Zahl der Beobachtungen zu vervielfältigen, weil nur dadurch ein allgemeines Resultat ersichtlich sein kann. Obgleich die damals gewogenen Krystalle keine Andeutung irgend eines Verhältnisses zwischen dem specifischen Gewichte und den Krystallformen derselben Species zeigten, so hätte es eine grosse Zahl thun können und Herr Ritter V. v. Zepharovich übernahm auf mein Ansuchen die Wägungen an den von mir ausgewählten Krystallen, wozu die Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinetes das reichste Material darboten. Das Resultat bestätigte den Mangel irgendwelchen Verhältnisses und zeigte, dass nur da, wo Einmengungen fremdartiger Theile vorkommen oder die Pyritkrystalle eine Veränderung erlitten haben, die Gewichtszahlen modificirt werden.

Die untersuchten Krystalle, deren specifische Gewichte bestimmt wurden und weiter unten angegeben sind, waren folgende:

1. Von Brosso in Piemont $\frac{\infty O 2}{2}$, mit Spuren von O, $\infty O \infty$ und $\frac{mOn}{2}$, die Flächen glatt und glänzend, schwach gestreift, parallel der Höhenlinie senkrecht auf die längste Seite des Pentagons.

2. Von Brosso in Piemont, $\frac{\infty O 2}{2}$, mit Spuren von $\infty O \infty$, die Flächen glänzend, schwach gestreift, parallel der längsten Seite des Pentagons.

3. Wie 2, ebendaher.

4. Von Brosso in Piemont, $\infty O \infty$. $\frac{\infty O 2}{2}$, die Flächen etwas angegriffen und beschlagen.

5.—21. Von Namur in Belgien $\infty O \infty$, die Flächen eben und glänzend bis wenig glänzend. Da die Erscheinung eines durchschnittlich niederen specifischen Gewichtes mit bedeutenden Variationen auf etwas beruhen musste, und von aussen nicht sichtbare Einmengungen vorauszusetzen waren, so zertheilte ich mehrere Krystalle und man konnte durch die Loupe eine immerhin nicht unbedeutende Menge kleiner, weisslichgrauer Körnchen sehen, welche offenbar durch ihre relative Menge das specifische Gewicht erniedrigten und schwankend machten. Ein Krystall, welcher das specifische Gewicht = 4·785 hatte, wurde Herrn Ritter C. v. Hauer zur analytischen Bestimmung übergeben. Mit blossen Augen konnte man sogar schon die Anwesenheit fremder Theilchen erkennen. Er enthielt nach Herrn C. v. Hauer in 100 Theilen:

8·02 Unlösliches (Quarz),
40·95 Eisen,
51·03 Schwefel (aus dem Verluste bestimmt)
100·00.

22.—27. Von Compostella, $\infty O \infty$, aussen braun, an den durch Reibung davon befreiten Kanten die Farbe des Pyrits zeigend. Wegen der auffallend abweichenden Resultate zertheilte ich mehrere, und man sah nicht allein, dass einzelne fast ganz in Limonit umgewandelt waren, sondern dass einige, die zum grössten Theile noch Pyrit waren, im Inneren Hohlräume, besetzt mit gelber lockerer Substanz zeigten. Einer, aussen fast ganz braun, war im Innern noch wohl erhalten, enthielt aber durch die ganze Masse hindurch graulichweisse Körner eingesprengt, die zum Theile dem unbewaffneten Auge sicht-

bar sind. Ein anderer, aussen braun, mit brauner Rinde, im Innern noch ziemlich gut erhalten, bis auf die Rinde, hatte förmliche Drusenräume, ausgekleidet mit gelbem Ocher und besetzt mit kleinen, weissen Kryställchen. Die Drusenräume unregelmässig gestaltet, scharf gegen die Pyritmasse abschneidend, jedoch zum Theile im sichtlichen Zusammenhange mit der äusseren Rinde, der die so auffallende Veränderung im Innern dadurch erklärlich machte. Ein dritter, aussen braun, innen Limonit ohne sichtbaren Pyrit, enthielt einen grossen Drusenraum, der mit blassgelber, perlmutterglänzender, körnig-blätteriger krystallinischer Masse ausgefüllt ist und einen kleinen, der mit kleinen derartigen Kryställchen besetzt ist, die nur etwas mehr gelb durch Eisenocher gefärbt sind. Ein vierter, aussen braun, zeigte im Innern den Pyrit und Limonit mit einander abwechselnd und unregelmässig vertheilt, mit Hohlräumen und sichtlich ungleichem Fortschritte der Limonitbildung.

28.—33. Von Toscana, $\frac{\infty On}{2}$, wenig glänzend, Einmengungen nicht sichtbar, doch vorhanden. Ein Krystall, dessen specifisches Gewicht = 4·925 war, wurde vom Herrn Ritter C. v. Hauer analysirt. Obgleich er keine Einmengungen zeigte, so enthielt er:

1·10	Unlösliches,
45·53	Eisen,
53·37	Schwefel (aus dem Verluste bestimmt),
100·00.	

34. von Toscana, $\infty O\infty . \frac{\infty On}{2}$, wenig glänzend, Einmengungen nicht sichtbar.

35. Von Elba oder aus Piemont (?) $\infty O\infty . O . \frac{mOn}{2}$, dem Aussehen nach rein, doch nicht frei von anhängenden fremdartigen Theilchen.

36.—39. Von Tavistock in Devonshire, $\infty O\infty$, stark gestreifte Flächen, ziemlich rein aussehend, unter der Loupe aber auch kleine, eingewachsene graue Körner enthaltend.

40. Ebendaher, $\infty O\infty$, in der Richtung einer Axe verlängert, nach der Oberfläche zu urtheilen ziemlich rein.

41. Von Elba, $\frac{\infty O2}{2}$, glatt und glänzend mit feinen schwarzen Punkten, die unter der Loupe eingewachsene Körnchen bilden, deren Vorhandensein im Inneren wahrscheinlich ist.

42. Von Elba, $\frac{\infty On}{2} \cdot \frac{mOn}{2}$. O, die Flächen glatt und glänzend, der Krystall an der einen Seite vielfach eingeschnitten durch Hämatitkrystalle, deren Reste möglichst entfernt wurden, sonst anscheinend rein.

43. Von Traversella, abnorm verlängert und verdrückt, $\frac{mOn}{2}$, wenig glänzend, mit einzelnen kleinen Löchern an der Oberfläche, in denen etwas brauner Ocher sitzt.

44. Unbekannt woher, $\infty O \infty$.

45. Unbekannt woher, O.

46. Unbekannt woher, O mit sehr kleinen Flächen von $\infty O \infty$.

47. Unbekannt woher, O. $\infty O \infty$.

48. Unbekannt woher, O. $\frac{\infty O2}{2}$, an der Oberfläche braun gefärbt.

49. Von Eisenerz in Steiermark, $\frac{\infty O2}{2}$, Durchkreuzungszwilling.

50. Aus Piemont (?) $\infty O \infty$.

51 und 52. aus Piemont (?) $\infty O \infty$. O.

Die von Herrn V. v. Zepharovich gefundenen specifischen Gewichte sind folgende:

1.	5·011	14.	4·792	27.	3·930	40.	4·833
2.	4·807	15.	4·791	28.	4·925	41.	4·976
3.	5·015	16.	4·809	29.	4·920	42.	4·984
4.	5·000	17.	4·769	30.	4·930	43.	5·016
5.	4·815	18.	4·844	31.	4·922	44.	5·151
6.	5·013	19.	4·833	32.	4·916	45.	5·181
7.	5.015	20.	4·833	33.	4·878	46.	5·178
8.	4·854	21.	4·908	34.	4·853	47.	4·902
9.	4·802	22.	4·779	35.	5·012	48.	4·830
10.	4·850	23.	4·800	36.	4·872	49.	4·989
11.	4.831	24.	4·053	37.	4·870	50.	5·112
12.	4·745	25.	3·769	38.	4·870	51.	5·027
13.	4·798	26.	4·891	39.	4·949	52.	5.185

Im Vergleiche mit den früher gewonnenen Resultaten und mit Berücksichtigung der das specifische Gewicht herabdrückenden Einmengungen und der bereits eintretenden chemischen Umänderungen geht aus Allem hervor, dass das specifische Gewicht des Pyrits = 5·0—5·2 anzunehmen sei.

3. Galaktit, eine selbstständige Species.

In den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinetes fand ich ein mit dem Namen Galaktit benanntes Mineral von Kilpatrik in Schott-

land, ein zweites von Bishoptown in Schottland, dessen Aussehen es manchen der Belon-Kuphite gleichstellen liess. Ich fand von diesem Minerale eine Notiz in E. F. v. Glocker's *Synopsis generum et specierum mineralium*, Seite 176, die nichts Bestimmendes enthielt, sie lautete nur: Galactites, (Galaktit?). Species dubia et obscura.

Unter solchen Umständen hielt ich es für angemessen, dieselbe zu untersuchen und das Resultat ergab, dass der Galaktit eine selbstständige Species ist und in das Geschlecht der Belon-Kuphite (S. 57, meiner Bearbeitung des Mohs'schen Mineralsystems) neben den Natrolith oder Bergemannit zu stellen ist.

Das Mineral, eingewachsen in einem Mandelsteine, begleitet von weissem körnig-blättrigem Calcit, bildet lange, lineare Krystalle, welche zu excentrisch strahligen Partien verwachsen sind. Einzelne Nadeln stehen zwar frei, doch war es vermöge der Beschaffenheit ihrer Oberfläche nicht möglich, die Gestalt näher zu bestimmen. Bei vollkommener Spaltbarkeit in zwei Richtungen längs der Hauptaxe konnte Herr Ritter V. v. Zepharovich finden, dass sie einem rhombischen Prisma von nahezu 91° entsprechen.

Der Galaktit ist weiss, zum Theil röthlichweiss, wenig glänzend, halbdurchsichtig bis an den Kanten durchscheinend. Auf den Kystallflächen und auf den muschligen Bruchflächen ist Glasglanz, auf den Spaltungsflächen und auf der Oberfläche der strahligen Partien Perlmutterglanz, jedoch ist durch den Einfluss äusserer Agentien eine beginnende Umänderung sichtbar, indem das Mineral zunächst durch eintretenden Verlust des Wassers weiss und undurchsichtig wird und an Stärke des Glanzes abnimmt, da frisch entblösste Stellen weit stärker glänzen. Der Strich ist weiss. Spröde. Härte = 4·5—5·0. Specifisches Gewicht = 2·21.

Im Glasrohre geglüht gibt das Mineral Wasser, wird weiss und undurchsichtig. Vor dem Löthrohre ist es für sich leicht und ruhig zu einem blasigen, farblosen Glase schmelzbar. Mit Borax und Phosphorsalz gibt es ein klares farbloses Glas, bei Anwendung des letzteren zeigt sich ein Kieselskelet und die Perle wird beim Erkalten weiss und durchscheinend. In Salzsäure vollkommen löslich, erwärmt gelatinirend.

Herr Ritter C. v. Hauer übernahm freundlichst die quantitative Bestimmung und erhielt nachfolgende Resultate:

Das Mineral schmilzt sehr leicht zu einer weissen opalartigen Masse. Die Zerlegung geschah theils mit Soda und dann zur Bestim-

mung der Alkalien mit kohlensaurem Baryt. Gefunden wurden in 100 Theilen des lufttrockenen Minerals:

a.	b.	c.	
46·95	47·18	46·84	Kieselsäure,
26·15	—	27·54	Thonerde,
4·61	4·29	4·19	Kalkerde,
—	0·45	—	Kali,
—	9·68	—	Natron,
0·49	—	—	Wasser bei 100°,
10·84	—	10·29	Wasser beim Glühen.

Dies gibt als mittlere Zusammensetzung:

46·99	Kieselsäure,
26·84	Thonerde,
4·36	Kalkerde,
0·45	Kali,
9·68	Natron,
0·49	Wasser bei 100°,
10·56	Wasser beim Glühen,
99·37	

Berechnet man aus den zuletzt angegebenen Mengen die Äquivalentzahlen, so erhält man:

13·731	Äquivalente	Kieselsäure,	
5·222	„	Thonerde,	
1·557	„	Kalkerde,	4·775
0·095	„	Kali,	
3·123	„	Natron,	
12·278	„	Wasser.	

Setzt man anstatt 5·222 Äquivalenten Thonerde 1 Äquivalent, so ergeben sich:

$$2{\cdot}629\,SiO_3 \quad 1Al_3O_3 \quad 0{\cdot}914\,RO \quad 2{\cdot}351\,HO,$$

wofür man ohne Bedenken die Zahlen

$$5 \qquad 2 \qquad 2 \qquad 5$$

setzen kann. Die Beschaffenheit des Minerals, welche durch den eintretenden Zustand des Undurchsichtigen von der Oberfläche aus einen Verlust an Wasser bekundet, gestattet es die Zahl der Äquivalente des Wassers und der Kieselsäure gleich anzunehmen, somit 5 anstatt 4·702, was man selbst ohne diesen Beweis schon hätte thun können.

Hieraus folgt nun für den Galaktit die Formel

$$2(Na, CaO.\ Al_2O_3) + 5(HO.\ SiO_3)$$

welche zeigt, dass derselbe eine selbstständige Species ist. Zur

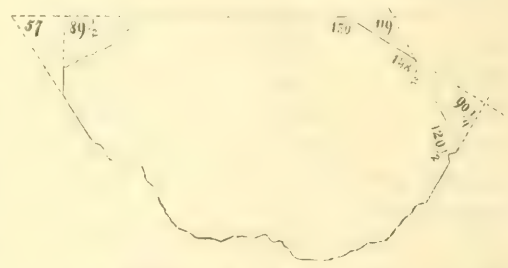
Analyse wurde hinreichendes und sorgfältig ausgesuchtes Material verwendet.

Eine analoge Formel, nur mit anderen Bestandtheilen scheint der Cluthalith zu haben, nämlich $2(Fe, Na, MgO . Al_2 O_3) + 5 (HO. SiO_3)$, Seite 58 meiner Bearbeitung des Mohs'schen Mineralsystems, eine analoge hat der Ledererit, nämlich: $2(Ca, NaO. Al_2 O_3) + 5(HO . SiO_3)$, Seite 61 desselben Werkes, so wie ausser dem Natrolith $= NaO . Al_2 O_3 + 2(HO. SiO_3)$ noch andere Kuphite Formeln zeigen, welche aus $RO. Al_2 O_3$ und $HO. SiO_3$ nur in anderen Verhältnissen bestehen.

Es hat somit die Untersuchung dieses fast verschollenen Minerals gezeigt, dass es aus dem Dunkel der Vergessenheit zu ziehen und als selbstständige Species in den Systemen einzureihen ist. Die darauf gelenkte Aufmerksamkeit wird hoffentlich auch Gelegenheit geben, von dem Fundorte neues Material zu gewinnen.

4. Chlorophyllit, Krystallform desselben.

Ein Stück eines grossen Krystalles, welches sich in den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinetes vorfindet, gestattete eine annähernde Bestimmung der Krystallgestalt, woraus hervorzugehen scheint, dass dieselbe dem orthorhombischen Systeme angehört. Die der verticalen Zone angehörenden sichtbaren Flächen sind in der beifolgenden Figur, welche eine Projection auf die Basis darstellt, angegeben und die beigefügten Winkel ergaben sich durch die Bestimmung mit dem Anlegegoniometer. Die Unvollkommenheit der Flächen hinderte eine genaue Bestimmung, weil die offenbare Umwandlung dieselben uneben machte.



Wenn wir aus den Fragmenten der vorhandenen Flächen auf das orthorhombische Krystallsystem schliessen, so bildete der Krystall die Combination der Querflächen, der Längsflächen und zweier orthorhombischen Prismen; ist es dagegen bei dem Schwanken der Winkel erlaubt, die Krystallgestalt als in das hexagonale System gehörig zu betrachten, so würde sie eine Combination des hexagonalen Prisma

in normaler und des in diagonaler Stellung darstellen. Wahrscheinlicher ist es aber, sie als orthorhombische zu betrachten und sie auf die des Dichroits zurückzuführen, als dessen Umwandlungsproduct dann der Chlorophyllit mit Recht anzusehen ist.

Nur in diesem Sinne kann der Chlorophyllit mit einem eigenen Namen belegt werden, denn so, wie er sich dem Blicke darstellt, ist er kein selbstständiges Mineral, sondern ein Gemenge zweier, indem der Dichroit, wenn wir diesen als Ausgangspunkt wählen, durch eine beginnende Umwandlung ein zu den Steatiten gehöriges Mineral bildet, welches mit einem Glimmer innig durchmengt ist. Ob beide, der Steatit und der Glimmer, gleichzeitig durch die Umwandlung entstehen, oder ob der Glimmer sich aus dem Steatit bildet, lässt sich aus diesen und anderen Stücken nicht mit Sicherheit entscheiden, doch scheint es, dass der Glimmer das zweite hervorgehende Product ist und das Endresultat der vollständigen Umwandlung sein wird.

Eine sehr deutliche Absonderung parallel der Basis und eine verticale begleitet den Umwandlungsprocess, und die Absonderungsflächen sind reichlich mit dem Glimmer bedeckt. Die ganze Masse zeigt grüne und gelbe Farben, der Steatit ist grün, der Glimmer gelb und grün, jener zeigt schwachen Wachsglanz, dieser Perlmutterglanz, jener ist an den Kanten durchscheinend, dieser in dünnen Blättchen durchscheinend, beide sind milde und die Härte des ersteren $= 3{\cdot}5—4{\cdot}0$. Ein anderes Stück von Unity, in New-Hampshire, zeigt dunklere Färbung, ist schmutziggrün bis grünlichschwarz und enthält mehr des steatit-artigen Minerals.

Die Analysen haben die Bestandtheile des Dichroits und Wasser ergeben, doch wäre es nutzlos, aus den gewonnenen Resultaten eine Formel zu construiren, da offenbar ein Gemenge vorliegt. Die vorläufige Stellung im Systeme in dem Geschlechte der Pinit-Steatite (Seite 46, meiner Bearbeitung des Mohs'schen Mineralsystems), wird durch den einen Bestandtheil gerechtfertigt, man könnte aber eben so gut dieses Mineral ganz aus dem Systeme entfernen, wie manche andere dieses Geschlechtes, wenn es nicht darum zu thun gewesen wäre, das einmal benannte Mineral aufzuführen und ihm einen unschädlichen und passenden Platz einzuräumen.

5. Über den Harringtonit.

Da ich schon früher (siehe Octoberheft des Jahrganges 1850 der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe der kaiserlichen

Akademie der Wissenschaften) in den daselbst gelieferten Beiträgen zur Bestimmung einiger Minerale den Harringtonit aus der Grafschaft Antrim zum Gegenstande einer Untersuchung gewählt hatte, durch welche ich mich veranlasst sah, denselben dem Natrolith an die Seite zu stellen, so lag mir jetzt nichts näher, als eine Untersuchung desselben in Bezug auf seine chemische Beschaffenheit zu veranlassen und ich übergab daher dem Herrn Ritter C. v. Hauer Material zur quantitativen Bestimmung. Er entsprach meiner Bitte mit gewohnter dankenswerther Bereitwilligkeit und fand in dem, behufs der Analyse mit Salzsäure behandelten, darin vollkommen zersetzbaren Minerale, im lufttrockenen Zustande in 100 Theilen nachfolgende Bestandtheile:

45·07	Kieselsäure,
26·21	Thonerde,
11·32	Kalkerde,
Spuren (?)	Talkerde,
3·75	Natron,
1·41	Wasser als Verlust bei 100°,
12·93	Wasser als Verlust beim Glühen,
100·69.	

Werden hieraus die Äquivalentzahlen berechnet und nur die Menge Wassers berücksichtigt, welche sich durch den Glühverlust finden liess, da das andere als hygroskopisches Wasser in Abzug zu bringen ist, so ergeben sich

	9·949	Äquivalente	Kieselsäure,
	5·099	„	Thonerde,
5·252	4·043	„	Kalkerde,
	1·209	„	Natron,
	14·367	„	Wasser.

Setzt man anstatt 5·099 Äquivalenten Thonerde 1 Äquivalent, so ergeben sich:

1·951	Äquivalente	Kieselsäure,
1·000	„	Thonerde,
1·030	„	Kalkerde und Natron,
2·818	„	Wasser,

wofür man die annähernden Zahlen

$$2SiO_3\ 1Al_2O_3\ 1Ca, NaO\ 3HO$$

zu wählen vollkommen berechtigt ist.

Hiernach ergibt sich für den Harringtonit die Formel Ca, NaO. $Al_2O_3 + 3HO. 2SiO_3$ und derselbe als zu der Species Mesolith gehörig, welche das Mittelglied zwischen dem Skolezit = CaO. $Al_2O_3 + 3HO. 2SiO_3$ und dem Lehuntit = NaO . $Al_2O_3 + 3HO. 2SiO_3$ bildet. (Vergleiche die Angaben auf Seite 57 in meiner Bearbeitung des Mohs'schen Mineralsystems.)

Die damals an den sehr kleinen Kryställchen gefundenen Winkel widersprechen dem durch die Analyse erlangten Resultate nicht, wenn auch der Winkel des rhombischen Prisma etwas von dem des isomorphen Skolezits abweichend gefunden wurde, eine Differenz, die bei derartigen Krystallen, wie die des Harringtonits sind, gar nicht auffallen kann.

Nachdem nun noch die Untersuchungen Körte's (siehe meine Übersicht der Resultate mineralogischer Forschungen von dem Jahre 1852, Seite 55) dargethan haben, dass das Brevicit genannte Mineral von Brevig Natrolith ist, und der Harringtonit, welcher nach der früheren Untersuchung mit dem Brevicit vor seiner Untersuchung durch Körte zu vereinigen war, gemäss der oben angeführten quantitativen Bestimmung der Formel Ca, NaO. $Al_2O_3 + 3HO. 2SiO_3$ entspricht und dem Mesolith zugehört, so scheint es, dass die Seite 57 in meiner Bearbeitung des Mohs'schen Mineralsystems aufgestellte Species Brevicit = Na, CaO. $Al_2O_3 + 2(HO. SiO_3)$ gänzlich ausfallen wird, es sei denn, dass sich von anderen Fundorten Minerale mit Bestimmtheit nachweisen liessen, welche der Formel Na, CaO. $Al_2O_3 + 2(HO. SiO_3)$ entsprechen, wornach dann diese mit einem besonderen Namen, analog der Species Mesolith, aufzuführen sein würden.

6. Über die Krystallgestalten des Matlockits.

Nach dem Bekanntwerden des Matlockits von Cromford Level bei Matlock in Derbyshire haben C. Rammelsberg und G. Rose Bestimmungen davon gegeben (vergleiche Seite 40 meiner Übersicht der Resultate mineralogischer Forschungen in dem Jahre 1852), welche mit den Angaben R. P. Greg's und Miller's nicht ganz stimmen und das Krystallsystem in Frage zu stellen scheinen. Obgleich die Angaben Miller's über die Krystallgestalten und die angestellten Messungen keinen Zweifel gegen die Richtigkeit erheben liessen, so benützte ich wegen des erhobenen Widerspruches und der von G. Rose ausgesprochenen Möglichkeit, dass die Krystalle hexagonale

wären, die Gelegenheit, an einem vorzüglich schönen Exemplare, die Bestimmungen zu wiederholen und fand die Angaben Miller's vollkommen bestätigt.

Das betreffende Exemplar, welches durch Herrn Greg in das k. k. Hof-Mineralien-Cabinet gelangt war, zeigt ausgezeichnete Krystalle des Matlockits auf krystallinischem Bleiglanz in Begleitung von krystallisirtem Cerussit und Fluss. Dieselben sind gut ausgebildet und lassen bei dem ersten Blicke entschieden erkennen, dass sie in das quadratische System gehören. Sie stellen die tafelförmige Combination der sehr ausgedehnten quadratischen Basisflächen mit den von Miller beobachteten quadratischen Pyramiden P und $P\infty$ dar, nur fehlten an diesem Exemplare die Prismenflächen gänzlich, welche an den von Miller untersuchten Krystallen noch dazu vorhanden waren.

Die an einem kleinen Krystall angestellten Messungen vermittelst des Reflexionsgoniometers bestätigten vollständig die Winkelangaben Millers bis auf wenige Minuten, indem die Basiskanten von $P\infty = 121°2'$ (nach Miller $= 120° 52'$) und die Basiskanten von $P = 136°17'$ (nach Miller $= 136°20'$) gefunden wurden.

Die Basisflächen erscheinen meist zart gestreift, wobei die sich in der Mitte treffenden Streifungslinien senkrecht auf den Combinationskanten der einen Pyramide mit der Basisfläche stehen und unter der Loupe als die Endkanten einer sehr stumpfen Pyramide hervortreten, welche nicht zur Ausbildung gelangte. Da der kleine gemessene Krystall diese Streifung nicht zeigte, so kann nicht mit Sicherheit angegeben werden, auf welcher Combinationskante sie senkrecht stehen, doch schien es, als gehörte diese zart angedeutete Pyramide in gleiche Stellung mit P.

Der abgebrochene kleine Krystall zeigte ausserdem dem Prisma ∞P entsprechende Spaltbarkeit, welche jedoch nicht vollkommen zu sein scheint, da die entstandene Spaltungsfläche ein verzogenes Bild bei der Bestimmung durch das Reflexionsgoniometer zeigte. Eine weitere Zertheilung wurde nicht versucht, um den Krystall zu erhalten.

Auffallend bleibt die Differenz bezüglich der Angaben über das specifische Gewicht, da Greg dasselbe $= 7{\cdot}21$ fand; C. Rammelsberg aber bei der Bestimmung in Alkohol $= 5{\cdot}3947$. Der mir zu Gebote stehende Krystall war zu klein, um ihn zu einer sicheren Bestimmung zu verwenden, wesshalb ich diesen Punkt unerörtert lassen

musste, so wichtig er auch ist. Das bekannte specifische Gewicht des Mendipit und Cotunnit lässt bei abweichenden Krystallisationssystemen nicht auf die Richtigkeit der einen oder der anderen Angabe schliessen.

7. Hudsonit, keine Abänderung des Augit oder eines anderen Augit-Spathes.

Obgleich man in James D. Dana's *System of Mineralogy*, Seite 268 der dritten Auflage und dessgleichen in Ch. Uph. Shepard's *Treatise on Mineralogy*, Seite 196 der dritten Auflage angeführt findet, dass das von Beck Hudsonit genannte Mineral dem Pyroxen unterzuordnen sei, so veranlasst mich das in den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinetes befindliche Exemplar dieses Minerals von Monroe in New-York in Nordamerika, acquirirt durch die Mineralienhandlung von Krantz und Comp. dieser Angabe zu widersprechen. Der Hudsonit gehört diesem zufolge in das Geschlecht der Amphibol-Spathe.

Er bildet krystallinische Partien oder undeutlich ausgebildete Krystalle in einem grobkörnigen, glimmerfreien Granitstück, deren Umrisse keine äussere Krystallgestalt bestimmen lassen. Deutliche Spaltbarkeit ist wahrzunehmen und die beiden ziemlich vollkommenen Blätterdurchgänge schneiden sich unter einem stumpfen Winkel, welcher ohngefähr 124° beträgt. Grünlichschwarz, stellenweise auf der Oberfläche und selbst im Innern, namentlich auf Sprungflächen ochergelb gefärbt, welche gelbe Färbung auch das ganze granitische Gestein durchdringt und von wasserhaltigem Eisenoxyd herrührt, welches durch Wasser hineingeführt, wo irgend der Raum es gestattete, sich absetzte. Auf den Spaltungsflächen ist der Hudsonit perlmutterartig glänzend, auf den sichtbaren Theilen der Krystallflächen oder auf den Verwachsungsflächen schimmernd bis matt; undurchsichtig, Strichpulver graulichgrün. Härte = 5·5. Vor dem Löthrohre leicht unter Aufschwellen zu schwarzem, glänzenden, magnetischen Glase schmelzbar.

Das entscheidenste Moment dieses Minerals bei Berücksichtigung aller andern Eigenschaften in das Geschlecht der Amphibol-Spathe und zwar neben den Babingtonit zu stellen ist jedenfalls der zweifache Blätterdurchgang unter 124°. Was die Zusammensetzung betrifft, so lässt sich aus den Analysen dieses Minerals, ausgeführt von Brewer und Beck entnehmen, dass es durch fremdartige bei-

gemengte Substanz das Verhältniss der wesentlichen Bestandtheile, Kalkerde, Eisenoxydul und Kieselsäure nicht erkennen lässt.

Nach den genannten Chemikern enthält der Hudsonit:

Brewer	Beck	
36·24	37·90	Kieselsäure,
—	1·92	Talkerde,
12·71	11·40	Kalkerde,
36.03	—	Eisenoxydul,
—	36·80	Eisenoxyd,
2·24	—	Manganoxydul,
11·22	12·70	Thonerde,
99·14	100·72	

woraus die Äquivalentzahlen

8·15	8·37	Äquivalente	Kieselsäure,
4·54	4·07	„	Kalkerde,
10·01	—	„	Eisenoxydul,
0·63	—	„	Manganoxydul,
2·18	2·47	„	Thonerde,
—	0·96	„	Talkerde,
—	4·60	„	Eisenoxyd.

folgen, welche, wenn man die Kieselsäure auf 8 Äquivalente reducirt, die übrigen Äquivalentzahlen entsprechend berechnet und der Übereinstimmung wegen in beiden Eisenoxydul annimmt, sich umgestalten wie folgt:

8·00	8·00	Äquivalente	Kieselsäure,
4·46	3·89	„	Kalkerde,
9·83	8·79	„	Eisenoxydul,
0·62	—	„	Manganoxydul,
—	0·92	„	Talkerde,
2·14	2·36	„	Thonerde,

und nach Summirung der vicarirenden Basen zu

8·00	8·00	Äquivalente	Kieselsäure,
14·91	13·60	„	Basen RO,
2·14	2·36	„	Thonerde

führen. Diese Zahlen führen vorläufig zu keiner annehmbaren Formel, und man darf nur den Hudsonit ansehen, um entscheiden zu können, dass er kein reines Mineral und er, so wie seine Umgebung nicht frisch sind. Dass man durch die Summirung der Kieselsäure und Thonerde

10·14	10·36	Äquivalente	SiO_3 Al_2O_3,
14 91	13·60	„	Basen RO

eine Formel $3RO.\ 2(SiO_3, Al_2O_3)$ construirt, welche Ähnlichkeit mit der des Hedenbergits $3Fe, CaO.\ 2SiO_3$ hat, beweist für die chemische Constitution gar nichts und es ist vorläufig zweckmässiger, die Formel des Hudsonits zurückzuhalten.

8. Fernere Bemerkungen über den Chalilith.

In der zweiten Folge meiner mineralogischen Notizen (siehe Märzheft des Jahrganges 1853 der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe der kaiserl. Akademie der Wissenschaften) hatte ich zwei mit dem Namen Chalilith belegte und von einander verschiedene Minerale beschrieben, von denen das eine mikrokrystallinische später von Herrn Ritter C. v. Hauer analysirt wurde (siehe Juniheft desselben Jahrganges). Das andere, welches dem Aussehen nach zu dem Geschlechte der Bol-Steatite gehört, wurde jetzt analysirt und erwies sich als ein von dem anderen verschiedenes Mineral, wie bereits schon die sonstige Untersuchung dargethan hatte.

Herr Ritter C. v. Hauer fand in 100 Theilen des lufttrockenen Minerals

44·11	Kieselsäure,
10·90	Thonerde,
1·05	Eisenoxydul,
6·74	Kalkerde,
13·01	Talkerde,
	Spuren Mangan,
	Spuren Kali,
24·07	Wasser als Glühverlust,
99·88.	

In einer zweiten Probe wurden 45·06 Procent Kieselsäure und 12·29 Procent Talkerde gefunden. Das Mineral backt beim Glühen fest zusammen und verändert die Farbe wenig. Mit Soda gab es schwache Manganreaction.

Berechnet man aus obigen Mengen der Bestandtheile die Äquivalentzahlen, so ergeben sich

9·737	Äquivalente	Kieselsäure,	
2·121	„	Thonerde.	
0·292	„	Eisenoxydul,	9·204.
2·407	„	Kalkerde,	
6·505	„	Talkerde,	
26·744	„	Wasser,	

und wenn man anstatt 2·121 Äquivalenten Thonerde 1 Äquivalent setzt

$4{\cdot}59\ SiO_3\ 1Al_2O_3\ 4{\cdot}34\ Mg, CaO\ 12{,}61\ HO$

wofür man die Näherungswerthe

4 1 4 13

setzen kann, um daraus die Formel

$[4(Mg, CaO. HO) + 3HO. 2SiO_3] + [3HO. Al_2 O_3 + 3HO. 2SiO_3]$

aufzustellen.

Dass anstatt 12·61 Äquivalenten Wasser 13 nicht 12 genommen wurden, rechtfertigt sich dadurch, dass das bezügliche Mineral bereits an der Luft eher einen Verlust an Wasser erlitten haben konnte, weil es vielfach zerklüftet und zersprungen war, als dass man anzunehmen hätte, dass es hygroskopisches Wasser enthielte.

Will man annehmen, dass die gefundene Menge des Eisenoxyduls wegen der gelblichen Farbe als Eisenoxyd in Rechnung zu bringen sei, so wird bei der sehr geringen Menge desselben, wie die Berechnung zeigt, die Formel nicht verändert.

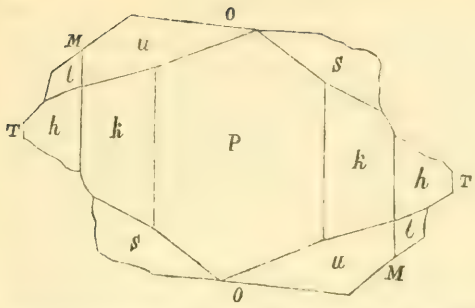
Es gehört demnach dieses Mineral in das Geschlecht der Bol-Steatite und ist den Species Pinguit, Pimelith und Stolpenit an die Seite zu stellen, welche eine analoge chemische Constitution zeigen. (Vergleiche Seite 40, 41 in meiner Bearbeitung des Mohs'schen Mineralsystems.)

9. Ficinit, keine Abänderung des Vivianit und wahrscheinlich eine selbstständige Species.

E. F. v. Glocker führt in seinem Handbuche der Mineralogie, Seite 556, ein von Bernhardi „Ficinit" genanntes Mineral auf, welches bei Bodenmais in Baiern vorkommt, seitdem aber wenig beachtet worden ist. In den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinetes fand ich ein Exemplar dieses Namens und versuchte dasselbe, soweit es anging, näher zu bestimmen.

Dasselbe bildet ein Gemenge mit Pyrrhotin, Granat, Chalkopyrit, Dichroit, Quarz und einem schwarzen Spinellsklerit. Obgleich die Theile des Gemenges ziemlich fest verwachsen waren, gelang es mir die Krystallgestalt annähernd zu bestimmen. Die Krystalle dieses Ficinit gehören in das klinorhombische System und bilden eine Combination der Längsflächen, zweier klinorhombischen Prismen, der Querflächen, der Basisflächen, zweier Querhemidomen in entgegengesetzter Stellung, zweier vorderen klinorhombischen Hemipyramiden und einer hinteren klinorhombischen Hemipyramide.

Die beifolgende Figur, eine Projection auf die Längsfläche *P*, zeigt die Vertheilung der Flächen, wie sie sich aus den Bruchstük-



ken entnehmen lies, wesshalb auch darin diejenigen Stellen mit unbestimmten Linien bezeichnet sind, wo die Lage der Flächen nicht weiter ermittelt werden konnte. Das mit *k* bezeichnete klinorhombische Prisma ist ein sehr stark geschobenes und der Combinations-Kantenwinkel zwischen diesem und dem mit *h* bezeichneten, weniger stark geschobenen ist gleichfalls sehr stumpf, wodurch die Krystalle in der Richtung der Längsaxe sehr ausgedehnt, in der Richtung der Queraxe schmal erscheinen. Die klinorhombischen Hemipyramiden bilden gleichfalls mit den verticalen Flächen, auf denen sie aufsitzen, sehr stumpfe Winkel.

Die mit *M* bezeichnete Fläche wurde als Basisfläche benannt, weil ihr eine deutliche Spaltbarkeit entspricht, ein zweiter vollkommener Blätterdurchgang ist parallel der Querfläche *T* zu beobachten; die gegenseitige Neigung wurde annähernd mit dem Anlegegoniometer $= 129°$ bestimmt. Nach Bernhardi soll der zweifache Blätterdurchgang den Flächen eines rhombischen Prismas entsprechen, wie man ihn freilich auffassen kann, wenn man von der ungleichen Vollkommenheit abstrahirt und die übrigen Gestaltsverhältnisse nicht kennt, welche erst die Entscheidung über die Deutung der Spaltungsfläche geben können.

Aussen ist der Ficinit fast schwarz und wenig glänzend von Wachsglanz, innen ist er schwärzlich- bis grünlichbraun und perlmutterartig glänzend, weit stärker als auf den Krystallflächen; fast undurchsichtig und nur an den Kanten oder in dünnen Splittern mit grünlichbrauner Farbe durchscheinend. Strich graulichweiss. Härte $= 5{\cdot}0—5{\cdot}5$. Spröde. Das specifische Gewicht liess sich nicht mit Genauigkeit bestimmen, weil Pyrrhotin als Einmengung sichtbar ist und höchstwahrscheinlich auch in Stücken, wo man ihn zufällig nicht sieht, als anwesend vorausgesetzt werden kann. Drei Proben ergaben das specifische Gewicht $= 3{\cdot}40—3{\cdot}53$, doch dürfte es jedenfalls noch niedriger sein. Im Glasrohre erhitzt, gibt das Mineral Wasser, ohne sich wesentlich zu verändern. Vor dem Löthrohre ist es nicht schwie-

rig zu schwarzer, halbmetallischer Schlacke schmelzbar, welche auf die Magnetnadel wirkt. Mit Borax und Phosphorsalz zu einem klaren durch Eisen gefärbten Glase schmelzbar, welches bei Anwendung des letzteren kalt, trübe und weiss wird. Mit Soda verschmilzt es unvollkommen und zeigt Manganreaction. In Säuren ist die Löslichkeit nicht mit Sicherheit anzugeben, weil von dem verwendeten Pulver noch Theile ungelöst bleiben, welche wahrscheinlich eine Folge der Beimengungen sind.

Von den beigemengten Mineralen erscheinen der Pyrrhotin und Chalkopyrit derb, der Granat braunroth und körnig, der Dichroit und Quarz grau und körnig und der schwarze Spinell-Sklerit in Gestalt des Oktaeders.

Aus Allem geht hervor, dass der Ficinit nicht Vivianit ist, sondern wahrscheinlich eine selbstständige, in das Geschlecht der Triphylin-Baryte gehörige Species. Dafür spricht wenigstens das Resultat der Analyse, welche Ficinus geliefert hat, denn nach ihm enthält das Ficinit genannte Mineral

58·85 Eisenoxydul,
6·82 Manganoxydul,
0·17 Kalkerde,
0·17 Kieselsäure,
4·07 Schwefelsäure,
12·82 Phosphorsäure,
16·87 Wasser,

woraus, wenn wir auch dieselbe nicht entscheidend genug halten, um daraus eine Formel zu entnehmen, wenigstens so viel mit Sicherheit hervorgeht, dass die Verhältnisse der Bestandtheile wesentlich von denen des Vivianits abweichen.

Berechnen wir die Äquivalentzahlen der fünf vorwaltenden Bestandtheile mit Ausserachtlassung der Kalkerde und Kieselsäure, so ergeben sich

16·347 Äquivalente Eisenoxydul,
1·916 „ Manganoxydul, } 18·267,
1·018 „ Schwefelsäure,
1·806 „ Phosphorsäure,
18·744 „ Wasser.

Von der Schwefelsäure können wir mit der grössten Wahrscheinlichkeit annehmen, dass sie von dem Schwefelgehalte des beigemengten Pyrrhotins herrühre, und wenn wir demgemäss dieselbe mit einem entsprechenden Quantum des Eisenoxyduls in Abzug bringen, so verbleiben immerhin noch

17·249 Äquivalente Eisen- und Manganoxydul,
1·806 „ Phosphorsäure,
18·744 „ Wasser,

wonach noch ungefähr 9 Äquivalente Eisen- und Manganoxydul auf 1 Äquivalent Phosphorsäure kommen, während die Formel des Vivianits $3(FeO.\ HO)+5\,HO.\ P_2\ O_5$ nur 3 Äquivalente dieser Basen erfordert. Diese Verschiedenheit in den Mengen der wesentlichen Bestandtheile berechtigt zu der Folgerung, dass beide Minerale in der That verschieden sind, da die beigemengten Minerale nicht der Art sind, um eine so grosse unwesentliche Beimengung zu folgern, welche nur von dem Pyrrhotin hätte herrühren können. Eine so grosse Quantität desselben aber wäre nicht übersehen worden, wenn man auch annehmen darf, dass die Schwefelsäure von Pyrrhotin herrührte, welcher in jeder von mir untersuchten Probe gefunden wurde, selbst wenn man ihn auch nicht von aussen sah.

Bestimmung der Bahn des ersten Kometen vom Jahre 1847, nebst Bemerkungen über den Übergang von der Parabel zur Ellipse oder Hyperbel.

Von **Karl Hornstein**,
Adjunct der k. k. Sternwarte in Wien.

(Vorgelegt von dem w. M., Herrn Director v. Littrow.)

Der erste Komet des Jahres 1847 wurde am 6. Februar dieses Jahres von Hind in London im Sternbilde des Cepheus aufgefunden. Obwohl bei seiner Entdeckung sehr schwach und nur durch starke Fernröhre sichtbar, bot er doch in den nächsten Wochen eine sehr glänzende Erscheinung, und konnte am Tage des Durchganges durch seine Sonnennähe, am 30. März, selbst Mittags in einer Entfernung von nur wenigen Graden von der Sonne gut beobachtet werden. Im Februar war keine Spur von Schweif bemerkbar; am 5. März schätzte Schmidt in Bonn die Länge des Schweifes schon auf 12 Minuten und diese wuchs in den folgenden Tagen bis $4^1/_2$ Grade, und wohl noch weiter, denn in der günstigsten Zeit, wo die Schweifbildung ihr Maximum erreichte, nämlich in der Nähe des Perihels, war eine Beobachtung der Schweiflänge unmöglich, indem der Untergang des Kometen noch während der Abenddämmerung, und ebenso der Aufgang desselben erst in der hellen Morgendämmerung erfolgte.

Schmidt beobachtete am 19. Februar eine sehr nahe Conjunction des Kometen mit einem Sterne 9. bis 10. Grösse. Eine Stunde vor der Beobachtung verglich er die Helligkeit dieses Sternes mit der eines benachbarten schwächeren, fand aber zur Zeit der Conjunction nicht die geringste Schwächung des Sternlichtes. Die Bedeckung war so nahe central, dass er nicht unterscheiden konnte, an welcher Seite der hellste Punkt des Kometen am Sterne vorüberging. Wahrnehmungen ähnlicher Art, dass Fixsterne durch Bedeckung von Kometen keine Lichtschwächung erleiden, sind bekanntlich schon öfter gemacht worden, und dieser Umstand so wie das Nichtstattfinden einer Lichtbrechung bei derlei Bedeckungen, scheint der Voraussetzung günstig zu sein, dass die Kometen nicht continuirliche Massen bilden, sondern vielmehr Systeme von kleinen, unter sich vielleicht sehr weit abstehenden Körpern sind, wo denn von einer Brechung des Lichtes und dgl. nicht die Rede sein kann. Die in letzterer Zeit wieder so häufig bemerkte Erscheinung, dass die Kerne vieler Kometen aus zahlreichen, isolirten, leuchtenden Punkten bestehen, scheint gleichfalls damit im Einklange zu sein. Endlich dürfte auch eine sehr merkwürdige Wahrnehmung, die gerade an unserem vorliegenden Kometen gemacht wurde, nicht ganz ausser Acht zu lassen sein. Hind erwähnt ausdrücklich, dass bei den am 30. März Mittags gemachten Beobachtungen „der Kern des Kometen rund und scharf begrenzt" war, während er doch bei dieser besonderen Stellung gegen Sonne und Erde deutliche Phasen hätte zeigen müssen, wenn er aus einer zusammenhängenden Masse bestünde, die ihr Licht von der Sonne erhält. Bei einem Aggregate von isolirten Massen dagegen kann offenbar eine Phase des ganzen Kometenkernes nicht Statt haben.

Genäherter Bahnbestimmungen dieses Kometen haben wir eine grosse Anzahl; indessen sind die meisten, zu Folge der kurzen Zwischenzeit zwischen den zu Grunde liegenden Beobachtungen keiner besonderen Genauigkeit fähig; die wenigen anderen, die einen grösseren Bogen der Bahn umfassen, sind meistens nur auf 3 einzelne Beobachtungen gegründet und lassen aus dieser Ursache sicher noch Manches zu wünschen übrig. Wenn gleich keine besonders kurze Umlaufszeit zu erwarten war, so ist es doch jedenfalls interessant, die Gesammtheit der Beobachtungen zu benützen, um eine diesen sich möglichst gut anschliessende Bahn und dadurch zugleich einen

besseren Werth für die ohnedies so schwer zu bestimmende Umlaufszeit zu erhalten.

Ich habe im Ganzen 145 Beobachtungen des Kometen gesammelt, die theils in den astronomischen Nachrichten, theils in den Comptes rendus der Pariser Akademie der Wissenschaften mitgetheilt sind, und alle, mit Ausschluss von nur wenigen, die ganz entschiedene Abweichungen zeigen, zur Bahnbestimmung verwendet. Sie umfassen die Zeit vom 6. Februar, dem Tage der Entdeckung, bis 24. April, wo in Berlin (und in Markree) die letzten Beobachtungen gemacht wurden. Leider ist mir die Beobachtung in Markree vom 24. April entgangen; indessen hätte dieselbe, wenn sie noch mit benützt worden wäre, das Resultat so gut wie gar nicht modificirt. Unter den genäherten Bahnen habe ich als Grundlage zur folgenden Rechnung die von mir im XXVI. Bande der astronomischen Nachrichten, Seite 102, mitgetheilte parabolische Bahn ausgewählt, die schon aus 4 Normalörtern abgeleitet ist, nämlich:

Perihelzeit: 1847, März. 30·31608 mittl. Berl. Zeit.		
Länge des Perihels	276° 2′ 20″3	mittleres Äquin.
Länge des Knotens	21 39 56·0	1847·0.
Neigung	48 39 59·9	
Log. d. Periheldistanz	8·6279502	
Helioc. Bewegung	direct.	

Nach diesen Elementen wurde die folgende Ephemeride für die ganze Dauer der Sichtbarkeit des Kometen berechnet.

Ephemeride des Kometen.

1847.	Scheinbare Rectascension	Scheinbare Declination	Log. der Entfernung v. d. Erde	Log. der Hor. Par.	Aberr. Zeit.
Febr. 6.	316°22′ 5″1	+71°39′43″3	0·06905	0·864	9m 38s
„ 7.	318 33 47·8	+71 7 11·8	0·06506	0·868	33
„ 8.	320 40 31·2	+70 33 12·2	0·06105	0·872	28
„ 9.	322 42 23·9	+69 57 47·3	0·05710	0·876	22
„ 10.	324 39 35·4	+69 21 0·0	0·05314	0·880	17
„ 11.	326 32 15·7	+68 42 52·6	0·04924	0·884	12
„ 12.	328 20 35·2	+68 3 27·4	0·04533	0·888	7
„ 13.	330 4 45·1	+67 22 46·3	0·04147	0·892	9 3
„ 14.	331 44 55·9	+66 40 51·1	0·03761	0·895	8 58
„ 15.	333 21 19·0	+65 57 43·3	0·03379	0·899	53
„ 16.	334 54 5·5	+65 13 24·2	0·02997	0·903	48
„ 17.	336 23 25·7	+64 27 54·7	0·02620	0·907	44
„ 18.	337 49 29·1	+63 41 15·5	0·02242	0·911	39
„ 19.	339 12 25·5	+62 53 26·9	0·01868	0·914	35

1847.	Scheinbare		Log. der Entfernung v. d. Erde	Log. der Hor. Par.	Aberr. Zeit.
	Rectascension	Declination			
Febr. 20.	340° 32′ 24″·6	+62° 4′ 29″·1	0·01494	0·918	8ᵐ 30ˢ
„ 21.	341 49 35·0	+61 14 21·9	0·01124	0·922	26
„ 22.	343 4 4·7	+60 23 4·7	0·00754	0·925	22
„ 23.	344 16 1·6	+59 30 36·7	0·00388	0·929	18
„ 24.	345 25 32·9	+58 36 56·9	0·00021	0·933	13
„ 25.	346 32 45·5	+57 42 3·9	9·99659	0·937	9
„ 26.	347 37 45·8	+56 45 55·7	9·99295	0·940	5
„ 27.	348 40 39·8	+55 48 30·4	9·98937	0·944	8 1
„ 28.	349 41 33·0	+54 49 45·4	9·98577	0·947	7 57
März 1.	350 40 30·5	+53 49 38·0	9·98223	0·950	53
„ 2.	351 37 37·0	+52 48 4·9	9·97867	0·954	50
„ 3.	352 32 56·8	+51 45 2·4	9·97517	0·958	46
„ 4.	353 26 33·5	+50 40 26·6	9·97166	0·961	42
„ 5.	354 18 30·7	+49 34 12·6	9·96822	0·965	38
„ 6.	355 8 51·6	+48 26 15·1	9·96472	0·968	35
„ 7.	355 57 38·8	+47 16 28·2	9·96138	0·972	31
„ 8.	356 44 54·9	+46 4 46·0	9·95800	0·975	28
„ 9.	357 30 41·7	+44 51 0·9	9·95475	0·979	24
„ 10.	358 15 0·4	+43 35 4·8	9·95143	0·982	21
„ 11.	358 57 52·3	+42 16 48·6	9·94842	0·985	18
„ 12.	359 39 18·1	+40 56 2·7	9·94512	0·988	15
„ 13.	0 19 18·2	+39 32 35·6	9·94220	0·991	12
„ 14.	0 57 52·4	+38 6 14·8	9·93916	0·994	9
„ 15.	1 34 59·9	+36 36 46·3	9·93632	0·997	6
„ 16.	2 10 39·9	+35 3 54·4	9·93370	0·999	3
„ 17.	2 44 50·2	+33 27 21·1	9·93123	1·002	7 1
„ 18.	3 17 28·3	+31 46 45·9	9·92897	1·004	6 59
„ 19.	3 48 30·8	+30 1 45·4	9·92697	1·006	57
„ 20.	4 17 53·8	+28 11 52·9	9·92530	1·008	55
„ 21.	4 45 32·0	+26 16 36·6	9·92401	1·009	54
„ 22.	5 11 18·6	+24 15 18·9	9·92320	1·010	53
„ 23.	5 35 5·6	+22 7 14·3	9·92301	1·010	53
„ 24.	5 56 42·6	+19 51 26·4	9·92359	1·009	54
„ 25.	6 15 57·0	+17 26 42·3	9·92518	1·008	55
„ 26.	6 32 33·4	+14 51 25·0	9·92814	1·005	6 58
April 22.	34 31 7·0	+30 40 48·5	0·23646	0·697	14 10
„ 23.	35 19 54·5	+31 18 57·4	0·24264	0·690	22
„ 24.	36 7 56·8	+31 55 38·6	0·24870	0·684	34
„ 25.	36 55 15·3	+32 30 57·6	0·25463	0·678	46
„ 26.	37 41 53·0	+33 4 59·2	0·26043	0·673	58

Mit dieser Ephemeride wurden nun die sämmtlichen Beobachtungen verglichen, natürlich mit gehöriger Rücksicht auf Aberration und Parallaxe, wodurch ich die folgenden Abweichungen von den Beobachtungen erhielt. Die erste Columne enthält die fortlaufende Numer, die vierte und fünfte die Unterschiede $d\alpha$ und $d\delta$ zwischen der Beobachtung und der Ephemeride in Rectascension und Declination, beide in dem Sinne „Beobachtung — Rechnung“ genommen, und erstere, nämlich $d\alpha$ noch mit $\cos\delta$ multiplicirt.

Nr.	1847.	Beobachtungsort.	Beob.—Rechnung.	
			$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
1	Febr. 6.	London	— 1″1	+ 6″3
2	„ 6.	„	+ 8·9	. . .
3	„ 6.	„	—21·9	. . .
4	„ 6.	„	—14·6	+ 14·3
5	„ 6.	„	—10·4	+ 14·8
6	„ 7.	„	— 9·9	+ 11·3
7	„ 8.	„	+47·5	+ 18·9
8	„ 9.	„	+11·9	— 22·7
9	„ 10.	Greenwich	—30·0	. . .
10	„ 10.	„	. . .	+ 4·3
11	„ 10.	London	— 1·2	+ 8·5
12	„ 10.	Markree	—57·9	+103·8
13	„ 11.	London	+13·3	+ 15·1
14	„ 15.	„	+16·4	+ 1·5
15	„ 15.	„	+ 3·1	+ 1·9
16	„ 15.	„	— 4·0	— 28·2
17	„ 15.	Markree	—52·4	+ 88·2
18	„ 16.	London	+22·4	+ 1·7
19	„ 19.	Bonn	+22·7	+ 0·2
20	„ 19.	London	+13·2	+ 1·2
21	„ 19.	Paris	+12·6	+ 10·9
22	„ 20.	Bonn	+ 8·1	+ 2·5
23	„ 21.	„	+18·9	+ 9·4
24	„ 21.	Hamburg	+ 1·8	+ 7·1
25	„ 22.	Berlin	+16·2	+ 20·5
26	„ 22.	Hamburg	+22·9	+ 28 4
27	„ 22·	„	+19·7	— 0·2
28	„ 23.	Bonn	+30·5	+ 0·7
29	„ 23.	„	+13·8	+ 8·9
30	„ 23.	Hamburg	+20·2	— 3·1
31	„ 23.	Kremsmünster	+ 1·5	— 2·6
32	„ 23.	„	—24·9	+ 5·1
33	„ 23.	London	+10·9	— 1·4
34	„ 23.	„	+14·5	+ 8·1
35	„ 23.	Wien	— 8·5	— 22·5
36	„ 24.	Bonn	+23·9	— 6·6
37	„ 24.	Hamburg	+ 6·7	+ 20·0
38	„ 24.	„	+ 6·6	+ 22·9
39	„ 24.	„	+12·7	+ 5·9
40	„ 24.	London	+29·2	— 2·4
41	„ 24.	Paris	— 6·5	— 7·3
42	„ 25.	Hamburg	+20·1	+ 4·0
43	„ 25.	Kremsmünster	+ 8·0	+ 14·8
44	„ 26.	London	+14·6	+ 3·6
45	„ 27.	Berlin	+11·9	+ 0·5
46	„ 27.	London	+ 8·3	+ 6·5
47	„ 28.	Bonn	+21·6	— 5·9
48	„ 28.	„	+16·8	— 1·1
49	„ 28.	Kremsmünster	— 0·2	— 20·8
50	„ 28.	Wien	+13·7	+ 6·3
51	März 1.	Bonn	+23·2	+ 2·6
52	„ 1.	Hamburg	+22·8	+ 6·0

Nr.	1847.	Beobachtungsort.	Beob.-Rechnung.	
			$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
53	März 2.	Hamburg	+13″9	—15″9
54	„ 2.	Kremsmünster	— 8·6	+ 9·1
55	„ 2.	Wien	+11·5	+ 5·1
56	„ 3.	Hamburg	+13·8	+ 1·2
57	„ 3.	Königsberg	+13·9	+ 2·8
58	„ 3.	London	+ 9·1	+ 2·3
59	„ 4.	Cambridge (Mass.)	+13·1	+20·7
60	„ 4.	Hamburg	+ 6·9	+21·6
61	„ 4.	Kremsmünster	+ 6·5	+12·8
62	„ 4.	Wien	+16·8	. . .
63	„ 4.	„	. . .	+ 6·7
64	„ 5.	Bonn	+11·0	+11·2
65	„ 5.	Cambridge (Mass.)	+ 5·0	+ 8·1
66	„ 5.	Hamburg	+10·5	+10·5
67	„ 5.	Königsberg	+10·6	+ 7·1
68	„ 5.	Kremsmünster	+ 7·3	+23·8
69	„ 6.	Cambridge (Mass.)	—11·0	+ 7·4
70	„ 6.	Königsberg	— 8·2	+ 2·7
71	„ 6.	Paris	+10·1	+ 5·2
72	„ 8.	Bonn	+13·6	— 1·1
73	„ 8.	Cambridge	+ 3·2	— 0·8
74	„ 8.	Königsberg	+ 2·1	— 0·7
75	„ 9.	Bonn	+ 9·9	+ 0·8
76	„ 9.	Hamburg	+ 2·4	+ 4·5
77	„ 9.	London	+ 5·9	+ 1·2
78	„ 10.	Bonn	+ 8·8	— 1·7
79	„ 10.	„	+ 8·5	— 2·6
80	„ 10.	Cambridge (Mass.)	— 6·2	+ 4·6
81	„ 10.	Hamburg	+ 3·2	— 2·6
82	„ 10.	Kremsmünster	— 0·9	+ 4·9
83	„ 10.	Wien	+13·7	+ 7·3
84	„ 11.	Bonn	+ 4·0	— 0·3
85	„ 11.	Cambridge (Mass.)	— 0·1	— 1·7
86	„ 11.	Greenwich	+ 2·2	. . .
87	„ 11.	„	. . .	+ 1·6
88	„ 11.	Hamburg	+ 4·9	+ 3·9
89	„ 11.	Wien	+ 3·3	+14·0
90	„ 12.	Cambridge (Mass.)	+ 1·8	+10·7
91	„ 12.	Kremsmünster	+11·7	+ 5·2
92	„ 12.	Wien	+13·1	+33·4
93	„ 13.	„	. . .	+ 3·3
94	„ 13.	„	+ 1·6	. . .
95	„ 14.	Hamburg	+ 3·4	—11·6
96	„ 14.	Kremsmünster	+ 1·9	+ 9·9
97	„ 14.	London	+ 0·2	+ 0·2
98	„ 14.	Paris	+ 1·9	+ 6·4
99	„ 15.	Bonn	+ 4·8	+ 7·6
100	„ 15.	Cambridge (Mass.)	— 2·3	— 7·0
101	„ 15.	Hamburg	— 0·8	— 1·0
102	„ 15.	Kremsmünster	— 4·8	— 0·2
103	„ 15.	London	+ 2·3	— 0·7
104	„ 15.	Padua	— 6·8	+20·0

Nr.	1847.	Beobachtungsort.	Beob.-Rechnung.	
			$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
105	März 15.	Wien	+ 3'7	+ 1'0
106	„ 15.	„	+11·7	+ 1·3
107	„ 16.	Berlin	— 0·7	+ 0·4
108	„ 16.	Bonn	— 0·8	— 5·4
109	„ 16.	Hamburg	+ 0·7	— 0·4
110	„ 16.	Königsberg	— 2·5	— 29·1
111	„ 16.	Kremsmünster	+18·3	+ 9 6
112	„ 16.	London	−17·8	. . .
113	„ 16.	„	. . .	+ 4·5
114	„ 16.	Padua	—16·7	— 8·1
115	„ 16.	Wien	— 5·4	+ 0·5
116	„ 17.	Berlin	— 2·1	+ 2·2
117	„ 17.	Bonn	+ 1·2	— 11·8
118	„ 17.	Hamburg	— 2·0	— 0·9
119	„ 17.	Königsberg	— 1·2	— 2·7
120	„ 17.	Kremsmünster	— 4·1	— 1·5
121	„ 17.	Padua	—46·4	—205·6
122	„ 17.	Wien	+12·0	— 2·1
123	„ 18.	Berlin	+ 5 0	+ 2·3
124	„ 18.	Bonn	— 9·8	— 14·0
125	„ 18.	Hamburg	+10·6	— 7·1
126	„ 18.	Königsberg	— 5·3	0·0
127	„ 18.	Kremsmünster	— 7·4	+ 7·8
128	„ 18.	Padua	—18·3	— 13·4
129	„ 18.	Wien	— 8·6	— 5·4
130	„ 19.	Berlin	— 6·4	— 3·5
131	„ 19.	Cambridge (Mass.)	— 8·0	+ 3·7
132	„ 19.	Hamburg	— 2·4	+ 3·9
133	„ 19.	Wien	— 1·0	— 3·6
134	„ 20.	Hamburg	— 9·7	— 11·8
135	„ 20.	Königsberg	— 5·9	— 3·6
136	„ 20.	Wien	—12·5	— 6·6
137	„ 21.	Hamburg	— 6·1	— 30·1
138	„ 21.	Kremsmünster	—29·9	— 10·2
139	„ 21.	„	— 0·5	— 11·7
140	„ 22.	Berlin	+27·7	+ 7·5
141	„ 22.	Hamburg	+25·3	+ 9·8
142	„ 24.	Cambridge (Mass.)	—34·4	+ 23·4
143	„ 24.	Kremsmünster	— 0·7	— 0·2
144	April 22.	Berlin	+ 8·2	—106·4
145	„ 22.	„	+ 8·1	—111·5

Bemerkungen.

Nr. 1 bis 7. London, 6. bis 8. Februar. Die meisten dieser Beobachtungen sind von Hind als unsicher bezeichnet. Sie stimmen sehr wenig unter einander; ich habe sie daher ausgeschlossen.

„ 12. Markree, 10. Februar. Stimmt nicht mit den übrigen benachbarten Beobachtungen.

Nr. 16. London, 15. Februar. Die Position des Sternes zweifelhaft, daher weggelassen.
„ 17. Markree, 15. Februar. Stimmt nicht mit den übrigen Beobachtungen.
„ 21. Paris, 19. Februar. Diese und die folgenden Pariser Beobachtungen sind nach den von Mauvais in den *Comptes rendus 1847* mitgetheilten Verbesserungen angenommen.
„ 26 u. 38. Hamburg, 22. und 24. Februar. Nur Eine Vergleichung, daher ausgeschlossen, indem an denselben Tagen noch eine zweite Beobachtung an demselben Orte gemacht ist.
„ 41. Paris, 24. Februar. Von Mauvais als unsicher bezeichnet, daher ausgeschlossen.
„ 45. Berlin, 27. Februar. Die Declination um 1 Minute zu gross.
„ 85. Cambridge, 11. März. Die Rectascension um 1 Zeitminute zu gross.
„ 92. Wien, 12. März. Die Declination weicht von den übrigen Beobachtungen bedeutend ab, daher ausgeschlossen.
„ 104. Padua, 15. März. Die Declination aus demselben Grunde weggelassen.
„ 110. Königsberg, 16. März. „ „ „ „ „
„ 114. Padua, 16. März. Die Declination um 1 Minute zu gross.
„ 121. Padua, 17. März. Weicht sowohl in Rectascension als in Declination zu bedeutend ab, daher ausgeschlossen.
„ 140. Berlin, 22. März. Bei nur 5 Graden Höhe gemacht.
„ 144. Berlin, 22. April. Von Dr. Galle als minder sicher angegeben. Wegen der Wichtigkeit dieser letzten April-Beobachtungen und der sonst guten Übereinstimmung mit der Beobachtung am 24. April habe ich die vom 22. April nicht gänzlich ausgeschlossen, ihr jedoch nur das Gewicht $\frac{1}{4}$ beigelegt.

Die Königsberger Beobachtungen sind nach Astron. Nachrichten Nr. 694 angenommen, die Wiener so wie sie in dem Jahrgange 1853 der Annalen der k. k. Sternwarte mitgetheilt sind.

Ich habe nun die Abweichungen in Rectascension und Declination in 7 Gruppen getheilt, wobei ich darauf bedacht war, in die erste Gruppe, wo die Beobachtungen wegen der Lichtschwäche des Kometen minder sicher sind, möglichst viele Beobachtungen aufzunehmen. Es ergab sich so im Mittel:

	Beobachtungen.	Datum.	Beob.-Rechnung. $d\alpha \cos\delta$	$d\alpha$	$d\delta$
I.	Nr. 8 bis 29 . . .	Febr. 17·8	+11ˢ38	+25ˢ68	+ 4ˢ21
II.	„ 30 „ 50 . . .	„ 25·5	+10·58	+19·30	+ 2·81
III.	„ 51 „ 68 . . .	März 3·8	+11·02	+17·39	+ 7·98
IV.	„ 69 „ 92 . . .	„ 10·0	+ 4·89	+ 6·75	+ 2·85
V.	„ 93 „ 115 . . .	„ 15·5	— 0·39	— 0·48	+ 0·54
VI.	„ 116 „ 143 . . .	„ 19·6	— 3·50	— 3·97	— 2·84
VII.	„ 144 „ 145 . . .	April 24·0	+ 8·12	+ 9·57	—110·48

Die $d\alpha$ und $d\delta$ für März 15·5 und 19·6 habe ich auf März 16·0 und 20·0 reducirt, da hier eine rasche Änderung dieser Fehler sichtbar ist, die anderen habe ich für Februar 18·0, 26·0, März 4·0, 10·0, und April 24·0 geltend angenommen. Für alle diese Tage wurde nun aus der Ephemeride die Rectascension und Declination genommen, daran die $d\alpha$ und $d\delta$ gefügt, und die Resultate in Länge und Breite verwandelt, wodurch sich folgende sieben Normalorte ergaben, wo die Längen auf das mittlere Äquinoctium von 1847·0 bezogen sind:

Normal-Ort.	Datum.	Länge.			Breite.		
I.	Febr. 18	26°	21′	16″43	+ 62°	44′	5″18
II.	„ 26	22	49	8·25	54	29	31·07
III.	März 4	20	59	23·75	47	35	53·42
IV.	„ 10	19	20	22·28	39	53	7·72
V.	„ 16	17	27	10·54	30	58	26·60
VI.	„ 20	15	47	38·06	24	1	38·24
VII.	April 24	44	18	54·19	+ 16	35	5·41

Zuerst habe ich durch den ersten und letzten Normalort eine Parabel gelegt, wobei das Verhältniss der curtirten Distanzen $\frac{\delta''}{\delta} = m$ so angenommen wurde, wie es aus den oben angeführten Elementen folgt. Ich fand auf diese Weise nachstehendes neue Elementensystem:

Elemente I.

Perihelzeit: 1847, März 30·32272 mittlere Berliner Zeit.		
Länge des Perihels	276° 2′ 8″46	mittleres Äquin.
Länge des Knotens	21 43 23·20	1847·0.
Neigung	48 39 42·88	
Logar. der Periheldistanz	8·6287760	
Helioc. Bewegung	directe.	

wodurch die sieben Normalorte dargestellt werden, wie folgt:

Normal-Ort.	Beob.-Rechnung.	
	$d\lambda$	$d\beta$
I.	+ 0″08	+ 0″02
II.	+ 1·40	— 10·54
III.	+ 9·29	— 15·15
IV.	+ 0·08	— 25·14
V.	— 5·81	— 35·67
VI.	—10·09	— 45·02
VII.	— 0·02	+ 0·02

Es wurde nun der log. m um 1000 Einheiten der 7. Decimale vergrössert, und mit diesem neuen Verhältnisse der curtirten

Distanzen eine zweite Parabel durch die äussersten Normalorte gelegt, nämlich:

Elemente II.

Perihelzeit: 1847, März 30·31806 mittl. Berliner Zeit.		
Länge des Perihels	276° 2′ 1″65	mittleres Äquin.
Länge des aufsteigenden Knotens	21 43 5·17	1847·0.
Neigung	48 39 28·07	
Logar. der Periheldistanz	8·6289132	
Helioc. Bewegung	direct.	

welche für die Normalorte folgende Abweichungen von den Beobachtungen übrig lassen:

Normal-Orte.	Beob.-Rechnung. $d\lambda$	$d\beta$
I.	— 0″02	0″00
II.	+ 8·73	— 4·43
III.	+ 20·97	— 3·16
IV.	+ 16·23	— 6·07
V.	+ 15·60	— 7·71
VI.	— 15·76	— 9·67
VII.	+ 0·02	+ 0·05

Der blosse Anblick beider Systeme von übrig bleibenden Fehlern zeigt, dass es unmöglich ist, den Beobachtungen durch eine Parabel zu genügen. Denn sucht man, was wohl das Zweckmässigste wäre, diejenige Parabel, welche für die Normalorte die Summe der Quadrate der Distanzen der beobachteten und berechneten Orte des Kometen auf ein Minimum bringt, so bleiben die $d\lambda$ und $d\beta$ noch so bedeutend, dass sie bei weitem nicht mehr als Beobachtungsfehler angesehen werden können. Es ist nämlich für diese wahrscheinlichste Parabel:

Normal-Orte.	Beob.-Rechnung. $d\lambda$	$d\beta$
I.	0″0	0″0
II.	+ 8·5	— 4·7
III.	+ 20·5	— 3·6
IV.	+ 15·7	— 6·8
V.	+ 14·8	— 8·8
VI.	+ 14·8	—11·0
VII.	0·0	0·0

Ich habe desshalb die Hypothese der Parabel verlassen, und denjenigen Kegelschnitt gesucht, der die Beobachtungen am besten

darstellt. Um aber die bisher erhaltenen Resultate zur weiteren Rechnung benützen zu können, und dieser letzteren eine möglichst geringe Ausdehnung zu geben, wurde folgender Weg eingeschlagen. So wie man bei einer parabolischen Bahn die bekannten Gleichungen für die Quadrate der äussersten Radienvectoren r und r'' und für das Quadrat der Sehne ρ zwischen ihnen mit der Gleichung

$$6kt = (r + r'' + \rho)^{\frac{3}{2}} \mp (r + r'' - \rho)^{\frac{3}{2}}$$

verbindet, so wurden dieselben Gleichungen für r^2 r''^2 und ρ^2 mit der für die Ellipse und Hyperbel geltenden Gleichung

$$\begin{aligned} 6kt = {} & (r + r'' + \rho)^{\frac{3}{2}} \mp (r + r'' - \rho)^{\frac{3}{2}} \\ & + \frac{3}{40} \cdot \frac{1}{a} \left\{ (r + r'' + \rho)^{\frac{5}{2}} \mp (r + r'' - \rho)^{\frac{5}{2}} \right\} \\ & + \frac{9}{896} \cdot \frac{1}{a^2} \left\{ (r + r'' + \rho)^{\frac{7}{2}} \mp (r + r'' - \rho)^{\frac{7}{2}} \right\} \\ & + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

in Verbindung gebracht, wo die Glieder mit $\frac{1}{a^2}$ $\frac{1}{a^3}$ .... für sehr grosse Werthe von a als unbedeutend angesehen werden können. Sobald das Verhältniss m der curtirten Distanzen gegeben, und bezüglich der halben grossen Axe a irgend eine Hypothese gemacht ist, so geben diese vier Gleichungen die Werthe von r, r'' und ρ für diejenige Ellipse oder Hyperbel an, welche die äussersten Orte des Kometen genau darstellt, zugleich der gegebenen Zwischenzeit t genügt, und welcher die angenommenen Werthe von m und a angehören. Dann erhält man die heliocentrischen Längen und Breiten für die äussersten Orte, so wie die Neigung der Bahn, die Länge des Knotens und die Argumente der Breite aus denselben Formeln, wie in der Parabel. Um nun zu den Gleichungen für q und die wahre Anomalie v des ersten Ortes zu gelangen, bemerke man, dass sich die bekannte Formel

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v}$$

auf folgende zwei Formen bringen lässt:

$$r = \frac{q\left(1 - \frac{\delta}{2}\right)}{\cos\frac{v^2}{2} - \frac{\delta}{2}\cos v} \qquad (1)$$

und

$$r = \frac{q(2 - \delta)}{1 + (1 - \delta)\cos v} \qquad (2)$$

wo

$$\delta = 1 - e = \frac{q}{a}$$

ist. Aus der Gleichung (1) findet man leicht

$$\frac{\cos\frac{v}{2}^2}{q} = \frac{1}{r}\left(1-\frac{\delta}{2}\right) + \frac{\delta\cos v}{2q},$$

und wenn man im letzten Gliede dieser Gleichung $\cos v$ mit Hülfe der Gleichung (2) eliminirt, so wird

$$\frac{\cos\frac{v}{2}}{\sqrt{q}} = \left\{\frac{1}{r}\left(1-\frac{\delta}{2}\right) + \frac{\delta\left(\frac{1-\frac{\delta}{2}}{r} - \frac{1}{2q}\right)}{1-\delta}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

oder nach gehöriger Reduction

$$\frac{\cos\frac{v}{2}}{\sqrt{q}} = \frac{1}{\sqrt{r}} \cdot \left\{1 - \frac{1}{2}\,\frac{\frac{r}{q}-1}{\frac{a}{q}-1}\right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Setzt man also

$$\left\{1 - \frac{1}{2}\,\frac{\frac{r}{q}-1}{\frac{a}{q}-1}\right\}^{\frac{1}{2}} = \vartheta, \tag{3}$$

und ebenso für den letzten Ort

$$\left\{1 - \frac{1}{2}\,\frac{\frac{r''}{q}-1}{\frac{a}{q}-1}\right\}^{\frac{1}{2}} = \vartheta'', \tag{4}$$

so hat man

$$\frac{\cos\frac{v}{2}}{\sqrt{q}} = \frac{\vartheta}{\sqrt{r}}$$

und

$$\frac{\cos\frac{v''}{2}}{\sqrt{q}} = \frac{\vartheta''}{\sqrt{r''}};$$

und aus diesen beiden Gleichungen auf die bekannte Weise:

$$\frac{\cos\frac{v}{2}}{\sqrt{q}} = \frac{\vartheta}{\sqrt{r}} \tag{5}$$

$$\frac{\sin\frac{v}{2}}{\sqrt{q}} = \frac{\vartheta}{tg\,\frac{1}{2}(v''-v)\,.\,\sqrt{r}} - \frac{\vartheta''}{\sin\frac{1}{2}(v''-v)\,.\,\sqrt{r''}}.$$

Diese Gleichungen geben $\frac{v}{2}$ und q. Zwar ist die Unbekannte q auch in $\mathfrak{Z}$ und $\mathfrak{Z}''$ enthalten; allein in dem Falle, für welchen diese Methode überhaupt nur bestimmt ist, wo man es nämlich mit einer von der Parabel sehr wenig abweichenden Bahn zu thun hat, werden $\mathfrak{Z}$ und $\mathfrak{Z}''$ immer sehr nahe an der Einheit liegen. Hat man also, was man wohl immer voraussetzen kann, schon eine genäherte parabolische Bahn berechnet, so wird man aus dieser den Werth von q zur Berechnung von $\mathfrak{Z}$ und $\mathfrak{Z}''$ benützen; dann erhält man aus (5) genäherte Werthe von v und q für die Ellipse; mit diesem neuen Werthe von q wiederholt man die Berechnung von $\mathfrak{Z}$ und $\mathfrak{Z}''$ nach (3) und (4), und wenn sie zu bedeutend von den früher erhaltenen Werthen abweichen sollten, so wird man auch die Rechnung für v und q nach (5) wiederholen, u. s. w. In den meisten Fällen jedoch wird dies gar nicht nöthig sein. Bei dem vorliegenden Kometen wurde $a = 50$ vorausgesetzt, und ich erhielt mit dem Werthe von q aus der oben angeführten Parabel I:

$$\begin{aligned} log\ \mathfrak{Z} &= 9{\cdot}9973579 \\ log\ \mathfrak{Z}'' &= 9{\cdot}9981551 \end{aligned}$$

und dann mit dem aus (5) erhaltenen verbesserten q:

$$\begin{aligned} log\ \mathfrak{Z} &= 9{\cdot}9973585 \\ log\ \mathfrak{Z}'' &= 9{\cdot}9981557 \end{aligned}$$

also nur ganz unbedeutend von den vorigen Werthen verschieden.

Sind die wahren Anomalien und q gefunden, so erhält man die Perihel-Zeit nach irgend einer, für sehr nahe an der Parabel liegende Bahnen geltenden Methode.

Unter Voraussetzung desselben Verhältnisses m wie bei der Parabel I, und mit der Hypothese $a = 50$ fand ich nach der eben dargestellten Methode folgende elliptische Elemente des Kometen:

Elliptische Elemente III.

Perihelzeit: 1847, März 30·41045 mittl. Berliner Zeit.

Länge des Perihels	276° 6′ 41″70	mittl. Äquin.
Länge des aufsteigenden Knotens .	21 34 53·81	1847·0.
Neigung	48 36 14·12	
Log. d. Periheldistanz	8·6310249	
Log. der halben gr. Axe	1·6989700	($a = 50$)
Excentricität	0·999144825	
Helioc. Bewegung	direct.	

und mit diesen Elementen die nachstehenden Abweichungen von den beobachteten Normalorten:

Normal-Orte.	Beob. — Rechnung. $d\lambda$	$d\beta$
I.	+ 0^s·08	— 0^s·01
II.	— 159·58	— 31·89
III.	— 250·44	— 80·21
IV.	— 333·76	— 160·74
V.	— 410·99	— 276·94
VI.	— 465·08	— 386·53
VII.	— 0·04	+ 0·04

Die drei angeführten Elementensysteme I, II, III setzen uns nun in den Stand, die wahrscheinlichste, den Beobachtungen am besten genügende Bahn zu finden. Nennt man λ und β die nach den Elementen I berechnete Länge und Breite eines Normalortes, $d\lambda$ und $d\beta$ die Unterschiede dieser mit der beobachteten Länge und Breite, in dem Sinne „Beobachtung — Rechnung“ genommen, ferner μ und ν den Zuwachs von λ und β, wenn man den log. m um 1000 Einheiten der 7. Decimale vergrössert, also auf die Elemente II übergeht, endlich η und θ die Änderungen von λ und β, wenn man von der Parabel I auf die Ellipse III übergeht, oder was dasselbe ist, wenn $\frac{1}{a}$ von $\frac{1}{\infty} = 0$ bis $\frac{1}{50}$ wächst, so kann man annehmen, dass bei einer gleichzeitigen Änderung des log. m um 1000 . x Einheiten und des Bruches $\frac{1}{a}$ um $\frac{1}{50} \cdot y$ die Länge λ in $\lambda + \mu x + \eta y$, und ebenso die Breite β in $\beta + \nu x + \theta y$ übergehen wird. Daher die neuen Unterschiede „Beobachtung — Rechnung“ sein werden

$$d\lambda - \mu x - \eta y$$
$$d\beta - \nu x - \theta y;$$

folglich die Distanz des beobachteten und berechneten Ortes

$$= \sqrt{(d\lambda - \mu x - \eta y)^2 \cos \beta^2 + (d\beta - \nu x - \theta y)^2};$$

sonach die Summe der Quadrate dieser Distanzen für alle Normalorte

$$= (d\lambda - \mu x - \eta y)^2 \cos \beta^2 + (d\beta - \nu x - \theta y)^2$$
$$+ (d\lambda' - \mu' x - \eta' y)^2 \cos \beta'^2 + (d\beta' - \nu' x - \theta' y)^2$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Wählt man x und y so, dass diese Summe ein Minimum wird, so hat man folgende zwei Bedingungen zu erfüllen:

$$\left.\begin{aligned} \{S(\mu^2 \cos\beta^2) + S(\nu^2)\}\,.\,x + \{S(\mu\eta\cos\beta^2) + S(\nu\vartheta)\}\,.\,y &= S(\mu d\lambda \cos\beta^2) + S(\nu d\beta) \\ \{S(\mu\eta\cos\beta^2 + S(\nu\vartheta)\}\,.\,x + \{S(\eta^2\cos\beta^2) + S(\vartheta^2)\}\,.\,y &= S(\eta d\lambda\cos\beta^2) + S(\vartheta d\beta) \end{aligned}\right\} (6)$$

wo

$$\begin{aligned} S(\mu^2\cos\beta^2) &= \mu^2\cos\beta^2 + \mu'^2\cos\beta'^2 + \ldots \\ S(\nu^2) &= \nu^2 + \nu'^2 + \ldots\ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

gesetzt wurde. Für den vorliegenden Kometen hat man nach den oben gegebenen Vergleichungen mit den Normalorten:

Normal-Ort.	μ	ν	η	ϑ
II.	-7^s33	-6^s11	$+160^s98$	$+21^s35$
III.	$-11\cdot68$	$-11\cdot99$	$+259\cdot73$	$+65\cdot06$
IV.	$-16\cdot15$	$-19\cdot07$	$+333\cdot84$	$+135\cdot60$
V.	$-21\cdot41$	$-27\cdot96$	$+405\cdot18$	$+241\cdot27$
VI.	$-25\cdot85$	$-35\cdot35$	$+454\cdot99$	$+341\cdot51$

und mit diesen Werthen geben die Gleichungen (6)

$$x = +2\cdot1624$$
$$y = +0\cdot1022.$$

Sucht man nun aus den drei Systemen von Elementen I, II und III durch Interpolation dasjenige, welches diesen Werthen von x und y entspricht, so findet sich als

Wahrscheinlichste Ellipse:

Zeit des Perihels: 1847, März 30·32157 mittlere Berliner Zeit.		
Länge des Perihels	$276^0\ 2'\ 21^s7$	mittleres Äquin.
Länge des aufsteigenden Knotens .	$21\ 41\ 52\cdot2$	1847·0.
Neigung	$48\ 38\ 49\cdot7$	
Logar. der Periheldistanz	8·6293024	
Log. der halben gr. Axe	2·6894341	(a=489·141)
Excentricität	0·99991293	(φ=89° 14′ 38″1)
Heliocentrische Bewegung	direct	
Umlaufszeit	10818 Jahre.	

Die übrigbleibenden Fehler in den Normalorten sind:

	$d\lambda\cos\beta$	$d\beta$
I.	0^s0	0^s0
II.	$+\ 0\cdot5$	$+\ 0\cdot5$
III.	$+\ 5\cdot4$	$+\ 4\cdot1$
IV.	$+\ 0\cdot7$	$+\ 2\cdot2$
V.	$-\ 0\cdot8$	$+\ 0\cdot1$
VI.	$-\ 0\cdot6$	$-\ 3\cdot5$
VII.	$0\cdot0$	$0\cdot0$

Es liegt wohl in der Natur der Sache, dass der Werth der halben grossen Axe und der daraus folgenden Umlaufszeit, so wie die Excentricität nur sehr genähert sein können, indem diese Grössen aus den immerhin nur geringen Abweichungen der Normalorte von der wahrscheinlichsten Parabel ermittelt werden mussten. Andererseits ist aber die Discordanz mit der parabolischen Bewegung doch so entschieden, dass es nothwendig war, zur Ellipse überzugehen, um den Beobachtungen zu genügen. Um zu sehen, innerhalb welcher Grenzen die grosse Axe und die Umlaufszeit angenommen werden dürfen, ohne den Beobachtungen zu widersprechen, und wo die Grenzen sind, jenseits welcher diese Grössen nicht mehr liegen können, habe ich die erste von den Gleichungen (6) allein genommen, und aus ihr den Werth von x gesucht; dieser Werth, nämlich

$$x = + 0{\cdot}9636 + 11{\cdot}7275 . y$$

in den Ausdrücken

$$(d\lambda - \mu x - \eta y) \cos \beta$$

und

$$d\beta \quad \nu x \cdot \quad \delta y$$

substituirt, gibt, wenn $d\lambda$ und $d\beta$, wie immer, nach Parabel I verstanden worden, die übrigbleibenden Fehler in einer Ellipse mit beliebiger (nur jedenfalls sehr grosser) Halbaxe, und in welcher x schon so gewählt ist, dass die Summe der Quadrate der Distanzen von Beobachtung und Rechnung ein Minimum wird. Der Werth der Halbaxe ist $= \frac{50}{y}$. Durch die angezeigte Substitution fand sich für eine Ellipse mit der halben grossen Axe $= \frac{50}{y}$

	$d\lambda \cos \beta$	$d\beta$
I.	$0''0 - 0''0\, y$	$0{\cdot}0 + 0{\cdot}0\, y$
II.	$+ 4{\cdot}9 - 43{\cdot}6\, y$	$- 4{\cdot}7 + 50{\cdot}3\, y$
III.	$+ 13{\cdot}9 - 82{\cdot}8\, y$	$- 3{\cdot}6 + 75{\cdot}7\, y$
IV.	$+ 12{\cdot}0 - 110{\cdot}8\, y$	$- 6{\cdot}8 + 88{\cdot}0\, y$
V.	$+ 12{\cdot}7 - 132{\cdot}1\, y$	$- 8{\cdot}8 + 86{\cdot}6\, y$
VI.	$+ 15{\cdot}3 - 138{\cdot}7\, y$	$- 11{\cdot}0 + 73{\cdot}1\, y$
VII.	$0{\cdot}0 - 0{\cdot}0\, y$	$0{\cdot}9 + 0{\cdot}0\, y$

und mit diesen Werthen erhält man leicht die nachfolgende Übersicht:

Halbe gr. Axe=	200	300	400	489·141	500	600	700	800
Umlaufszeit in Jahren . . =	2829	5196	8000	10818	11180	14697	18520	22628
	$d\lambda \cdot \cos\beta$.							
Normal-Ort I.	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0
„ II.	— 6·0	2·4	—0·5	+ 0·5	+ 0·5	+ 1·3	+ 1·8	+ 2·2
„ III.	— 6·9	+0·1	+3·5	+ 5·4	+ 5·6	+ 7·0	+ 7·9	+ 8·7
„ IV.	—15·7	6·5	—1·8	— 0·7	+ 0·9	+ 2·8	+ 4·1	+ 5·1
„ V.	—20·3	—9·3	—3·8	— 0·8	— 0·5	+ 1·7	+ 3·3	+ 4·5
„ VI.	—21·2	—9·6	—3·8	— 0·6	— 0·3	+ 2·0	+ 3·6	+ 4·9
„ VII.	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0
Summe d. Fehlerquadrate .	1192	227	45	31	33	65	106	151

Halbe gr. Axe=	200	300	400	489·141	500	600	700	800
Umlaufszeit in Jahren . . =	2829	5196	8000	10818	11180	14697	18520	22628
	$d\beta$.							
Normal-Ort I.	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0
„ II.	+ 7·9	+3·7	+1·6	+ 0·5	+ 0·4	— 0·5	— 1·1	— 1·5
„ III.	+15·3	+9·0	+5·9	+ 4·1	+ 4·0	+ 2·7	+ 1·8	+ 1·2
„ IV.	+15·2	+7·9	+4·2	+ 2·2	+ 2·0	+ 0·6	— 0·5	— 1·3
„ V.	+12·9	+5·7	+2·1	+ 0·1	— 0·1	— 1·5	— 2·6	— 3·3
„ VI.	+ 7·3	+1·2	—1·8	— 3·5	— 3·6	— 4·9	— 5·7	— 6.4
„ VII.	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0
Summe d. Fehlerquadrate .	747	191	63	34	33	44	44	57

Man sieht aus dieser Zusammenstellung einerseits, dass es ganz unmöglich ist, die halbe grosse Axe mit einiger Sicherheit zu bestimmen, indem zum Beispiele die Ellipse mit der halben grosse Axe 500 noch fast eben so den Beobachtungen genügt, als die wahrscheinlichste Ellipse mit der Halbaxe 489. Von der anderen Seite zeigt sich aber ganz deutlich, dass man mit dieser Halbaxe nicht leicht unter 400 oder 580, also mit der Umlaufszeit nicht unter 8000 oder über 14·000 Jahre gehen darf, ohne die übrigbleibenden Fehler oder die Summen der Fehlerquadrate so excessiv gross zu machen, dass es unverdientes Misstrauen in die Beobachtungen wäre, derlei Abweichungen noch zuzulassen.

Bestimmung der Bahn des ersten Kometen vom Jahre 1853.

Von **Karl Hornstein,**

Adjunct der k. k. Sternwarte in Wien.

(Vorgelegt durch das w. M., Herrn Director v. Littrow.)

(NACHTRAG.)

Ich habe im Januarhefte (1854) dieser Sitzungsberichte eine Abhandlung über die Bahn des ersten Kometen vom Jahre 1853 mitgetheilt, zu welcher gegenwärtige Zeilen als Ergänzung dienen sollen. D'Arrest hatte nämlich zuerst auf die grosse Ähnlichkeit der Bahn dieses Kometen mit jener des Kometen von 1664 aufmerksam gemacht, und darauf die Vermuthung der Identität beider gegründet. Indessen lässt sich, wie aus der genannten Abhandlung zu sehen ist, den Beobachtungen vom Jahre 1853 durch eine Parabel so vollständig genügen, dass die noch übrig bleibenden Abweichungen ohne weiters als Beobachtungsfehler betrachtet werden können. Eine wenn auch nur genäherte Umlaufszeit lässt sich aus den Beobachtungen nicht erkennen. Man darf hieraus noch nicht den Schluss ziehen, dass die Identität mit dem Kometen von 1664 unmöglich sei; im Gegentheile ist man hierzu erst berechtigt, wenn man nachweisen kann, dass die Voraussetzung dieser Identität den Beobachtungen offenbar widerspricht.

Um dies zu untersuchen, habe ich denselben Weg eingeschlagen, wie zur Bestimmung der elliptischen Elemente des Hind'schen Kometen des Jahres 1847 [1]). Ich fand, dass in einer Ellipse mit der halben grossen Axe $a = \frac{100}{y}$, in welcher die curtirten Distanzen des Kometen bereits so gewählt sind, dass sich die Bahn den Beobachtungen möglichst genau anschliesst, die übrigbleibenden Fehler in Länge und Breite sich so stellen:

Normal-Ort.	Beob.-Rechnung. $d\lambda$	$d\beta$
I.	$0^{\circ}0 - 0^{\circ}0\,y$	$0^{\circ}0 - 0^{\circ}0\,y$
II.	$+ 2{\cdot}7 - 4{\cdot}7\,y$	$+ 2{\cdot}7 - 0{\cdot}1\,y$
III.	$+ 3{\cdot}3 - 5{\cdot}7\,y$	$- 2{\cdot}8 + 0{\cdot}5\,y$
IV.	$- 0{\cdot}7 - 4{\cdot}6\,y$	$- 5{\cdot}5 + 0{\cdot}8\,y$
V.	$+ 1{\cdot}1 - 3{\cdot}9\,y$	$+ 2{\cdot}2 + 0{\cdot}7\,y$
VI.	$- 3{\cdot}6 - 3{\cdot}1\,y$	$+ 5{\cdot}3 + 0{\cdot}6\,y$
VII.	$0{\cdot}0 - 0{\cdot}0\,y$	$0{\cdot}0 + 0{\cdot}0\,y$

[1]) Siehe die unmittelbar vorhergehende Abhandlung dieses Heftes.

und die diesen Abweichungen entsprechenden elliptischen Elemente sind:

Perihelzeit: 1853, Februar	24·04187	−0!01260 y	mittlere Berliner Zeit.
Länge des Perihels . . .	153° 43′ 19″9	+ 81″4 y	mittl. Äquin. 1853·0.
Länge des aufst. Knotens .	69 34 4·4	+ 8·3 y	
Neigung	20 15 7·6	− 109·8 y	
Log. der Periheldistanz .	0·0382717	− 0·0001400 y	
Halbe grosse Axe	$\frac{100}{y}$		

Heliocentrische Bewegung: Retrograd.

Wollte man nun die Identität mit dem Kometen von 1664 voraussetzen, so müsste

$$y = 3{\cdot}04$$

angenommen werden, wodurch die Fehler in Länge so gesteigert würden, dass sie die möglichen Beobachtungsfehler bei weitem übertreffen und demnach jene Annahme als unstatthaft erscheinen lassen.

Will man die wahrscheinlichste Ellipse, so hat man y so zu wählen, dass die Summe der Quadrate der Distanzen von Beobachtung und Rechnung ein Minimum wird, und man erhält dann $y = 0{\cdot}2421$, und damit die wahrscheinlichste Ellipse:

Perihelzeit: 1853, Februar	24·0388	mittlere Berliner Zeit.
Länge des Perihels . . .	153° 43′ 40″	mittleres Äquin. 1853·0.
Länge des Knotens . . .	69 34 6	
Neigung	20 14 41	
Länge der Periheldistanz .	0·038238	
Halbe grosse Axe	413·09	
Excentricität	0·9973564	

Heliocentrische Bewegung: Retrograd.
Umlaufszeit: 8396 Jahre.

Indessen verdient diese Bahn kein besonderes Vertrauen. Sie stimmt mit den Beobachtungen um nichts besser als die wahrscheinlichste Parabel, auf die ich in meiner öfter erwähnten Abhandlung gelangt bin, und bei der man daher stehen bleiben kann.

Physiologische Studien.

Von **Dr. Johann Czermak** in Prag.

(Mit III Tafeln.)

ERSTE ABTHEILUNG.

Beiträge zur Physiologie des Gesichtssinnes.

§. 1. Von den Accommodationslinien [1]).

Mit der Zunahme der Entfernung eines leuchtenden Punktes von einer Collectiv-Linse oder einer solchen Linsen-Combination, nimmt die Grösse der Vereinigungsweite der von ihm ausgehenden Strahlen ab, und umgekehrt.

Jene Zunahme und diese Abnahme geschehen aber nicht in gleichem Verhältnisse, sondern es nehmen, lässt man den leuchtenden Punkt sich stätig bis ins Unendliche von der Linse entfernen, die Vereinigungsweiten der Strahlen anfangs schneller ab als später, wenn der leuchtende Punkt schon weiter entfernt ist, so, dass die Differenz der Vereinigungsweiten der Lichtstrahlen zweier in constanter Entfernung hinter einander gelegenen Punkte, eine verschiedene ist, je nachdem die beiden Punkte nahe oder entfernt sind.

Die Differenz der Vereinigungsweiten ist um so grösser, je weniger, um so kleiner, je mehr die leuchtenden Punkte von dem dioptrischen Apparat entfernt sind. Es versteht sich ferner von selbst, dass die Differenz der Vereinigungsweiten auch mit der Entfernung der leuchtenden Punkte von einander wächst, und abnimmt, wenn die Punkte näher an einander rücken.

Diese Gesetze kann man leicht mit Hülfe der Gleichung für die Linse durch Rechnung finden, und auch experimentell nachweisen. Ich lasse die Berechnung folgen.

---

[1]) Über diesen Gegenstand habe ich schon im Jahre 1850 in den „Verhandlungen der Würzburger med.-physikalischen Gesellschaft“ Bd. I, pag. 184, eine kurze Mittheilung veröffentlicht. Wenn ich hier noch einmal und ausführlicher darauf zurückkomme, so geschieht dies, weil meine erste Notiz fast ganz unberücksichtigt geblieben, und weil ich bei der vorliegenden Umarbeitung manche Verbesserung und Vermehrung anbringen konnte.

Die bekannte elementare Gleichung für die Linse ist: $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$. Hiernach haben wir die Differenz der Vereinigungsweiten $(\alpha - \alpha^1)$, der Lichtstrahlen zweier leuchtenden Punkte — deren constante Entfernung von einander $= n$ sei, für zwei Fälle zu berechnen.

Erstens für den Fall, wenn der nähere der beiden Punkte um a von der Linse entfernt ist, und

zweitens, wenn der Abstand a auf ma gewachsen ist.

Im ersten Falle ist die Vereinigungsweite der Strahlen des näheren Punktes $\alpha = \frac{ap}{a-p}$, des entfernteren Punktes aber $\alpha^1 = \frac{p(a+n)}{a+n-p}$ also die Differenz der Vereinigungsweiten $\alpha - \alpha^1 = \frac{ap}{a-p} - \frac{p(a+n)}{a+n-p}$ $= \frac{np^2}{(a-p)(a+n-p)}$. Wenn man nun, während die relative Distanz n der Objecte unverändert bleibt, die Entfernung a zunehmen lässt, so nehmen die beiden Factoren des Nenners zu, der Bruch wird somit kleiner. Für den zweiten Fall wird also die Differenz kleiner, was zu beweisen war.

Wenn a schon so gross ist, dass n und p dagegen vernachlässigt werden können, dann nimmt die Differenz der Vereinigungsweiten $a - \alpha^1$ nahe zu im quadratischen Verhältnisse der Entfernung a ab.

Das zweite oben angeführte Gesetz, ist hiermit eigentlich schon bestätiget, da durch das Wachsen von n, der Zähler des Bruches im Verhältnisse zum Nenner mehr zunimmt, und der Bruch grösser wird, welcher die Differenz der Vereinigungsweiten bedeutet. Auch hier ergeben sich zwei Fälle.

Ein Mal sind die leuchtenden Punkte um n von einander entfernt, das zweite Mal um sn, während der der Linse näher gelegene Punkt seine Entfernung a von derselben unverrückt beibehält. Setzen wir die Differenz der Vereinigungsweiten im ersten Falle $= D$, im zweiten $= d$ so ist offenbar $d > D$; in dem von derselben Grösse $\frac{ap}{a-p}$, erst eine grössere, dann eine kleinern Grösse subtrahirt wurde. —

Die erörterten Gesetze haben auch für den lichtbrechenden Apparat unseres Auges Geltung, und es ergeben sich hieraus wichtige Folgerungen für die Lehre von dem Accommodationsvermögen.

Die Differenz der Vereinigungsweiten von Lichtstrahlen, welche von verschieden weit entfernten Punkten herkommen, bedingt das Entstehen und *caeteris paribus* die Grösse der Zerstreuungskreise und

somit auch den Grad der dioptrischen Undeutlichkeit der Bilder, indem nur jene Strahlen in einem Punkte auf der Fläche der Retina sich vereinigen, die von einem Punkte des Objectes, das sich in der deutlichen Sehweite befindet, ausgehen, während die Vereinigungspunkte aller übrigen Strahlen, die von näheren oder ferneren Gegenständen kommen, entweder vor oder hinter der Retina liegen, und daher diese um so zerstreuter auf die Retina fallen müssen, je weiter die Vereinigungspunkte in dieser oder in jener Richtung von der Netzhaut entfernt sind.

Bestünden nun die inneren Veränderungen des Auges, welche die verschiedenen Accommodationszustände bedingen, in einer blossen Vergrösserung und Verkleinerung des Abstandes zwischen der hinteren Fläche der Linse und der Retina, so würden offenbar die Unterschiede der Vereinigungsweiten der Lichtstrahlen, welche von verschieden weit entfernten Gegenständen kommen, beim Sehen in der Nähe viel bedeutender, als beim Sehen in der Ferne ausfallen müssen.

Da wir aber jetzt durch die schönen Untersuchungen von Cramer [1]) in Groningen und Helmholtz [2]), in Königsberg mit Sicherheit wissen, dass die Veränderung des Accommodationszustandes durch die Veränderung des Krümmungshalbmessers der vorderen Fläche der Linse hervorgebracht wird, so können wir obige Folgerung für das Sehen in der Nähe und in der Ferne nicht sofort acceptiren.

Für jedweden Accommodationszustand haben die erörterten Gesetze der Vereinigungsweiten freilich dieselbe Geltung, vergleichen wir jedoch die Verhältnisse der Vereinigungsweiten bei zwei verschiedenen Accommodationszuständen des Auges, so werden wir *caeteris paribus* verschiedene absolute und relative Zahlenwerthe finden. Denn da durch das Convexerwerden der vorderen Fläche der Linse beim Accommodiren für die Nähe der lichtbrechende Apparat des Auges eine kürzere Brennweite bekommt, so werden sämmtliche Vereinigungsweiten der Lichtstrahlen, welche von näheren und ferneren Objecten kommen, und die Unterschiede derselben, in einem gewissen Verhältnisse, geringer ausfallen müssen.

[1]) Het Accommodatievermogen der Oogen, physiologisch toegelicht door A. Cramer. Te Haarlem 1853.

[2]) Monatsbericht der Berliner Akademie. 1853, Februar, S. 137.

Es wäre unter solchen Umständen sogar der Fall denkbar, dass durch das Accommodiren für die Nähe, in Folge der Verkleinerung der Brennweite, die Vereinigungsweiten derart verkürzt würden, dass die von näheren Gegenständen kommenden Lichtstrahlen in Entfernungen vereinigt würden, deren Differenzen absolut geringer ausfielen, als die Unterschiede der Vereinigungsweiten von Lichtstrahlen, welche von entfernteren Objecten kommen, wenn das Auge durch Abplattung der vorderen Linsenfläche und Vergrösserung der Brennweite für die Ferne accommodirt ist. Fände dieser extreme Fall für das Auge Statt, so würde das deutliche Sehen in der Nähe geringere Veränderungen nothwendig machen, als das Sehen in der Ferne. Da aber nach Listing's [1]) Berechnung das ganze Accommodations-Intervall, bei Augen von grösstem Anpassungsumfang, auf $3^{mm}4$ anzunehmen ist, so kann der Unterschied der Brennweiten, welche den Accommodationszuständen für die Nähe und für die Ferne entsprechen, nicht in dem Grade bedeutend sein, um jenen extremen Fall für das Auge möglich zu machen.

Demnach ist es uns, trotz des neu entdeckten Adaptionselementes, doch erlaubt, die oben erörterten Gesetze der Vereinigungsweiten und die Folgerungen aus denselben im Allgemeinen auf das Auge anzuwenden, was im Folgenden geschehen soll. Bevor ich weiter fortfahre, muss ich jedoch der Feinheit des Raumsinnes des lichtempfindenden Theiles des Auges gedenken, denn dieses subjective Moment spielt in der Lehre vom deutlichen Sehen in verschiedenen Entfernungen und vom Accommodationsvermögen eine wichtige Rolle, auf welche ich a. a. O. bereits ausdrücklich aufmerksam gemacht habe.

Ich habe darauf hingewiesen, dass sich die Nothwendigkeit eines Adaptionsvermögens gar nicht einsehen und beweisen lässt, wenn man nicht neben den rein optischen Betrachtungen, auch der Schärfe der räumlichen Wahrnehmung auf der Retina Rechnung trägt.

Die optischen Argumente für die Nothwendigkeit des Accommodationsvermögens haben nämlich so lange kein Gewicht, so lange man nicht gezeigt hat, dass die Retina die, die Undeutlichkeit der Bilder bedingenden Zerstreuungskreise auch wirklich wahrzunehmen im Stande ist.

---

[1]) Listing in Wagner's Handw. IV. Bd. Art. Dioptrik des Auges.

Die Retina ist in der That im Stande, die Undeutlichkeit der Bilder, wie dieselbe mit optischer Nothwendigkeit entsteht, wahrzunehmen, doch da die Schärfe der Retina endlich ist, so werden Zerstreuungskreise, deren Durchmesser die Bildgrösse der kleinsten noch wahrnehmbaren Objecte, welche nach Volkmann, Hueck und Listing auf die Sehwinkelgrenze von $^1/_4$ Bogenminute führen, und somit auch die durch dieselben bedingte Undeutlichkeit der Bilder nicht mehr wahrgenommen. Dies vorausgeschickt, ergibt sich zunächst:

1. dass Dringlichkeit und Grösse der inneren Veränderungen behufs der Accommodation in der Nähe viel bedeutender sind, als beim Sehen in weiteren und und weiteren Fernen.

Listing hat diesen Satz, a. a. O., pag. 500, bestätigt und zugleich berechnet, dass das Auge für Objectweiten von ∞ bis 65^m keiner Accommodation bedarf, da die innerhalb dieser Breite entstehenden Zerstreuungskreise unter die Grenze des Sichtbaren fallen.

Aus denselben Prämissen folgern wir ferner:

2. dass das Auge niemals für einen Punkt, sondern immer für eine Reihe von hinter einander liegenden Punkten, d. i. für eine Linie accommodirt ist. Diese Linie nannte ich Accommodationslinie, und füge jetzt noch die genauere Bestimmung „im engeren Sinne" hinzu. Der Punkt dieser Accommodationslinie für dessen Entfernung das Auge eigentlich optisch eingerichtet ist, heisst der Accommodationspunkt. Früher hatte ich diesen Punkt als den Hauptpunkt bezeichnet, glaubte aber, um nicht mit Listing's dioptrischen Terminologie zu collidiren, diesen Ausdruck mit dem vorhin gebrauchten, vertauschen zu sollen.

Alle in der Accommodationslinie i. e. S. liegenden Objecte, werden zu gleicher Zeit mit derselben relativen Deutlichkeit gesehen. Die Objecte, welche diesseits oder jenseits der Accommodationslinie i. e. S. liegen, nehmen mit der Entfernung vom Accommodationspunkte an Undeutlichkeit zu.

Um dieses Verhältniss graphisch auszudrücken, könnte man die als eine einfache Linie dargestellte Accommodationslinie i. e. S. an beiden Endpunkten in dem Masse sich verbreitern oder in zwei divergirende Linien auflösen lassen, als die Undeutlichkeit der Bilder

der diesseits und jenseits der Accommodationslinie i. e. S. gelegenen Objecte zunähmen.

Eine solche graphische Darstellung, des einem jeden Accommodationszustande entsprechenden, durch die endliche Schärfe der Retina einerseits, andererseits durch die optischen Gesetze bedingten Verhältnisses der Deutlichkeit einer unendlichen Reihe stätig hinter einander gelegener Objecte, nenne ich eine Accommodationslinie im weiteren Sinne.

Es entspricht natürlich jedem Accommodationszustand eine besondere Accommodationslinie im weiteren Sinne, deren es daher für ein und dasselbe Auge unendlich viele und verschiedene geben wird. Verschiedene Individuen unterscheiden sich je nach der Beschaffenheit des optischen Apparates und der Schärfe der Gesichtswahrnehmung, durch ihre Accommodationslinien.

Bei genauerer Überlegung kommen folgende Eigenschaften der Accommodationslinien zum Vorschein.

1. Die Accommodationslinien i. e. S. sind nicht gleich lang, sondern nehmen mit der Entfernung des Accommodationspunktes vom Auge, unter übrigens gleichen Umständen zu.

2. Die Accommodationslinien sind um so schärfer begrenzt, je näher der Accommodationspunkt dem Auge liegt.

3. Der Accommodationspunkt liegt nicht in der Mitte der Accommodationslinie, sondern näher dem, dem Auge zugewendeten Ende derselben.

4. Endlich nimmt die Verbreiterung der Linie oder die Divergenz, welche, wie oben erwähnt, das allmähliche Undeutlichwerden der diesseits oder jenseits der Accommodationslinie gelegenen Objecte graphisch andeuten soll, an dem, dem Auge zugekehrten Ende weit rascher zu, als an dem abgekehrten Ende. Dies Verhältniss wird mit der grösseren Entfernung des Accommodationspunktes vom Auge weniger auffallend.

Schlüsslich erlaube ich mir eine Anzahl von Versuchen mitzutheilen, welche durch die vorangeschickten theoretischen Betrachtungen ihre Erklärung finden, und die Richtigkeit meiner Lehre von den Accommodationslinien bestätigen.

a) Spannt man einen langen dünnen Faden in der Verlängerung der optischen Axe des geöffneten Auges auf, so nimmt der Faden voll-

ständig das Bild einer Accommodationslinie i. w. S. an. Es erscheint in der Umgebung des fixirten (Accommodations-) Punktes eine grössere oder kleinere Strecke des Fadens vollkommen deutlich, während die beiden Enden des Fadens verschwommen und wie aufgerollt aussehen. Jene deutliche Strecke des Fadens entspricht der Accommodationslinie i. e. S., und der oben aufgestellte Satz, dass das Auge nie für einen Punkt, sondern für eine Linie eingerichtet ist, wird hiermit bestätigt. Lässt man das Auge, durch Änderung der Accommodationszustände, an dem Faden hin- und zurückgehen, so wird man bemerken, wie jene deutliche Strecke (die Accommodationslinie) dem vorwärts und rückwärts geschobenen Accommodationspunkte folgt, und zugleich an Länge zunimmt und abnimmt, je nachdem der Accommodationspunkt von dem Auge entfernt, oder dem Auge genähert wird. Ferner wird man leicht beobachten können, dass je näher der Accommodationspunkt dem Auge liegt, die Accommodationslinie i. e. S. auch um so schärfer begrenzt, d. h. der Übergang zu der Undeutlichkeit der Endstücke des Fadens viel rascher und schroffer ist.

Endlich kann dem Beobachter auch nicht entgehen, wie viel bedeutender die Undeutlichkeit des dem Auge zugekehrten Fadenendes für gleiche Längen zunimmt, als die des abgekehrten Fadenendes. Hierbei ergeben sich nach dem Grade der Schärfe der Retina und nach den Verhältnissen des optischen Apparates zahlreiche individuelle Verschiedenheiten.

b) Man mache auf eine Glasplatte einen Punkt mit Dinte oder Farbe, und halte dieselbe vor eine Druckschrift. Mit dem Auge nähere man sich der Platte so viel als möglich, doch so, dass man den aufgetragenen Punkt noch vollkommen deutlich sehen kann. Bei der geringsten Aufmerksamkeit stellt sich nun heraus, dass, wenn der Punkt auf der Glasplatte deutlich gesehen wird, die dahintergelegene Druckschrift ganz undeutlich erscheint, und umgekehrt.

Es hängt von der Willkür ab, bald dieses, bald jenes Object klar und deutlich zu sehen. Dies ist, beiläufig gesagt, der einfachste und schlagendste Beweis für die Existenz eines willkürlichen Accommodationsvermögens. Beobachtet man während dieses Versuches noch etwas genauer, so wird man eine auffallende Verschiedenheit in dem Grade der Undeutlichkeit jenes Objectes finden, für welches das Auge gerade nicht accommodirt ist, wenn man sich mit dem Auge von

der Glasplatte entfernt, ohne jedoch an der Stellung derselben zu der Druckschrift das Mindeste zu ändern. Je weiter sich nun das Auge von den Objecten, oder die Objecte vom Auge entfernen, desto geringer wird die Undeutlichkeit des Gegenstandes, für welchen das Auge nicht accommodirt ist, bis endlich in einer bestimmten Entfernung, welche *caeteris paribus* mit der Grösse des Abstandes zwischen den beiden Objecten (hier der Glasplatte und der Druckschrift) wächst, beide Gegenstände zu gleicher Zeit mit derselben relativen Deutlichkeit gesehen werden. Dies ist der experimentelle Nachweis, dass die beiden oben entwickelten Gesetze der Differenzen der Vereinigungsweiten, trotz der Veränderung des Krümmungshalbmessers der vorderen Linsenfläche beim Accommodiren für die Nähe und Ferne, doch für unser Auge volle Geltung haben.

Beim Sehen in der Nähe genügt schon ein Abstand von wenigen Linien, zwischen zwei hinter einander liegenden Objecten, um eine auffallende Differenz der Vereinigungsweiten der Lichtstrahlen dieser Objecte zu setzen, und einen hohen Grad von Undeutlichkeit desjenigen Objectes zu bedingen, für welches das Auge nicht accommodirt ist; während beim Sehen in der Ferne klafterweit aus einander gelegene Thürme noch mit derselben relativen Deutlichkeit erscheinen, mag man den näheren oder den ferneren derselben fixiren.

Betragen die Entfernungen zwischen 65^m und ∞, so hört mit dem Bedürfnisse auch die Möglichkeit einer weitern Accommodation auf.

Hiermit ist auch der Satz experimentell erwiesen, dass die Dringlichkeit und Grösse der Accommodationsbewegungen beim Sehen in der Nähe viel bedeutender sind, als beim Sehen in weiteren und weiteren Fernen.

Diesen Satz, welchen ich schon a. a. O. aufgestellt habe, hat neulich Cramer in seiner angeführten trefflichen Preisschrift „über das Accommodationsvermögen der Augen", ohne auf meine frühere Veröffentlichung Rücksicht zu nehmen, bestätiget.

c) Da in den in den eben mitgetheilten Versuchen alle Hauptsätze meiner Lehre von den Accommodationslinien experimentell nachgewiesen sind, so will ich es nur noch versuchen, zwei bestimmte Accommodationslinien meines rechten Auges graphisch darzustellen.

Ich bediente mich zu diesem Zwecke des oft gebrauchten Scheiner'schen Versuches und des Optometers, welches Hasner in der Prager Vierteljahrschrift, Bd. 32, beschrieben hat.

Ich befestigte in der rechten Augenöffnung, der an dem einen Ende des horizontalen Brettes des Optometers angebrachten Larve ein Kartenblatt, in welches zwei feine Löchelchen gestochen waren, und stellte auf das horizontale Brett in verschiedenen Entfernungen vom Kartenblatte Nähnadeln auf, welche die Spitzen frei nach oben kehrend, in kleinen Wachsklötzchen stacken.

Sah ich durch die Löchelchen des Kartenblattes auf die in gerader Linie hinter einander stehenden Nadeln, so sah ich dieselben je nach ihrer Entfernung und je nach dem festgehaltenen Accommodationszustande, in bekannter Weise einfach oder doppelt.

In dem einen Versuche war mein Auge für eine Entfernung von 7 W. Z. accommodirt. Die in dieser Entfernung stehende Nadel erschien daher einfach. Die Nadel, welche 4″ entfernt war, erschien schon im Doppelbilde, ebenso die Nadel, welche 27″ entfernt war, mit dem bemerkenswerthen Unterschiede jedoch, dass der Abstand der Doppelbilder von einander im ersten Falle $^3/_4$ W. L., im zweiten aber nur $^3/_8$‴, betrug. Die Nadel von 10″ Entfernung, war hingegen mit fast derselben Deutlichkeit und einfach zu sehen, wie die 7″ weit entfernte Nadel, welche im Accommodationspunkte stand. Die Accommodationslinie i. e. S. beträgt also bei 3″.

Im zweiten Versuche war das Auge für eine Entfernung von 13″ accommodirt. Eine daselbst aufgestellte Nadel erschien einfach und klar, aber auch noch bei 19″ Entfernung war dies der Fall. Die Accommodationslinie i. e. S. betrug hier schon 6″. Bei 27″ Entfernung erschien die Nadel zwar schon unzweifelhaft in Doppelbildern, allein der Abstand derselben war kaum mit Sicherheit zu messen. Erst in einer Entfernung von 844″ betrug die Distanz der Doppelbilder einer Dachrinne des gegenüber liegenden Hauses $^1/_2$‴. Hingegen standen die Doppelbilder einer 7″ entfernten Nadel $^2/_3$‴ von einander ab.

Tragen wir nun die Entfernungen in verkleinertem Massstabe als Abscissen auf eine gerade Linie, und verzeichnen die Abstände der Doppelbilder (ohne dieselben auf einen kleineren Massstab zu reduciren), als Ordinaten, so erhalten wir folgende zwei Curven Fig. 1 und 2, deren Vergleichung eine abermalige Bekräftigung der Lehre von den Accommodationslinien ist.

Es wäre wünschenswerth, zahlreiche und genaue Messungen von Accommodationslinien zu besitzen, da dieselben über die optischen

Eigenschaften des lichtbrechenden Apparates der Augen, und über die Schärfe der Retina zugleich Aufschluss geben. Es würden sich individuelle Verschiedenheiten des Verhältnisses zwischen diesen beiden Momenten des Sehens ergeben, aus welchen sich ein normaler Mittelwerth dieses Verhältnisses gewinnen liesse.

Freilich müsste man eine bessere Messungsmethode anwenden, als die oben mitgetheilte, da dieselbe manche Schwierigkeit und Fehlerquelle bietet.

Ich hebe namentlich die Schwierigkeit heraus, eine Reihe von Nadeln so in einer geraden Linie hinter einander aufzustellen, dass sich die entstehenden Doppelbilder nicht decken, und den Beschauer nicht verwirren. Da man nicht sicher ist, dass der Accommodationszustand, dessen Accommodationslinie man zu bestimmen sucht, genau derselbe bleibt, so kann man nicht eine Nadel nach der andern untersuchen, was sehr bequem wäre, sondern man muss immer wenigstens zwei Nadeln zu gleicher Zeit im Gesichtsfelde behalten; nämlich: die Nadel, welche im Accommodationspunkte steht, und während des Versuches stets einfach und deutlich bleiben muss, und eine andere beliebig wo stehende Nadel, deren Doppelbild gemessen wird. Hiermit ist wohl diese Schwierigkeit gehoben. Könnte die Fehlerquelle des Verfahrens so leicht vermieden werden, als diese Schwierigkeit gehoben wurde, dann könnte man sich bei dem oben angewendeten Verfahren beruhigen, allein dies ist nicht der Fall, denn als Fehlerquelle bezeichne ich vornehmlich die Wirkung der feinen Löchelchen des Kartenblattes, durch welche man schaut, auf den Accommodationszustand und auf die Grösse der Netzhautbildchen.

§. 2. Über die Wirkung punktförmiger Diaphragmen auf das Sehen.

Bringt man ganz nahe vor das Auge ein Kartenblatt oder ein Stück dünnen Bleches, in welchem eine sehr feine, punktförmige Öffnung angebracht ist, so wird 1. ein nur sehr kleiner Theil der Lichtstrahlen, welche von den, vor dem Auge gelegenen Objecten herkommen, durch die feine Öffnung in das Auge gelangen, während der übrige Theil der Strahlen durch den undurchsichtigen Schirm abgehalten wird, und 2. erleiden die durchgelassenen Strahlen eine Dispersion, durch die Ablenkung, welche der Rand der Öffnung auf die an ihm vorbeistreichenden Strahlen ausübt.

Die am Ende des §. 1 erwähnten Wirkungen der feinen Löchelchen im Kartenblatte auf den Accommodationszustand und das Netzhautbild erklären sich aus der Verkleinerung der in das Auge gelangenden Strahlenkegel und aus der Dispersion der Strahlen am Rande der Öffnung. Im Folgenden soll diese Erklärung ausgeführt werden, doch will ich vorher die zu betrachtenden Erscheinungen genauer angeben, welche man beim Sehen durch feine Öffnungen wahrnimmt.

A. Beim Sehen durch eine feine Öffnung, wächst die Vereinigungsweite der Lichtstrahlen, das Löchelchen wirkt wie eine concave Brille oder Zerstreuungsglas.

B. Die Undeutlichkeit der Bilder von Gegenständen, welche nicht in der Accommodationslinie i. e. S. liegen, wird sehr vermindert, wenn man durch ein feines Löchelchen sieht.

C. Accommodirt man für die Ferne, und richtet seine Aufmerksamkeit auf ein sehr nahes Object, oder nähert ein Object dem Auge bis über den Nahepunkt, so dass das Auge nothwendig für einen entfernteren Punkt accommodirt ist, so erscheint dieses Object undeutlich, schiebt man nun ohne sonst etwas zu ändern, ein durchstochenes Kartenblatt zwischen das Object und das Auge, und sieht dann durch das Löchelchen nach dem Object, so erscheint dasselbe relativ deutlich, zwar lichtschwach, aber vergrössert.

D. Kehrt man die Bedingungen um, accommodirt man also für die Nähe, und richtet die Aufmerksamkeit auf ein fernes Object, so wird dieses undeutlich erscheinen. Schiebt man nun wieder das Kartenblatt mit dem Löchelchen vor das Auge, so sieht man jenes Object mit relativer Deutlichkeit, aber verkleinert.

Je näher der Accommodationspunkt dem Auge liegt, desto auffallender tritt *Caeteris paribus*, die Verkleinerung des Bildes, hervor. Wenn man, während das Auge durch das Löchelchen nach fernen Objecten sieht, abwechselnd für die Nähe und dann für die Ferne accommodirt und sämmtliche Accommodationszustände stätig durchlauft, so bemerkt man, dass die gesehenen Objecte in Bewegung gerathen, sich dem Auge nähern und von demselben sich entfernen.

Und zwar in dem Masse, als sich der Accommodationspunct dem Auge nähert, verkleinern sich die fernen Objecte und weichen zugleich zurück. Rückt man hingegen den Accommodationspunkt wieder nach seiner alten Stelle, oder gar noch weiter vom Auge ab,

so scheinen die Objecte sich wieder dem Auge zu nähern und grösser zu werden.

Es gibt wohl noch mancherlei andere Erscheinungen, welche beim Sehen durch punktförmige Diaphragmen zu beobachten sind, allein ich beschränke mich auf die Besprechung der hervorgehobenen Thatsachen, da dieselben für uns von Wichtigkeit sind.

Ad *A*. Wenn die Zerstreuung des durch das Löchelchen tretenden Strahlenkegels auch nur unbedeutend ist, so ist dieselbe doch vorhanden, und muss eine, wenn auch unbedeutende Vergrösserung der Vereinigungsweite der Lichtstrahlen bedingen, da die stärker divergirenden Strahlen des zerstreuten Lichtkegels von einem näher gelegenen Punkte zu kommen scheinen, welchem, nach bekannten Gesetzen, eine grössere Vereinigungsweite entspricht.

Dieser Umstand kann nicht ganz ohne Einfluss auf den Accommodationszustand bleiben, und es ergibt sich hieraus, dass die Bestimmung der Accommodationsverhältnisse eines Auges, welches dabei durch ein feines Löchelchen sieht, nicht vollkommen richtig ausfallen kann.

Ad *B*. Das auffallende Deutlicherwerden stark zerstreuter Bilder durch die Anwendung punktförmiger Diaphragmen, erklärt sich durch die bedeutende Verkleinerung der Zerstreuungskreise, von deren Grösse ja die Undeutlichkeit der Bilder hauptsächlich abhängt. Da das kleine Löchelchen nur den kleinsten Theil des einfallenden Strahlenkegels in das Auge gelangen lässt, so kann unter übrigens gleichen Umständen auch nur der kleinste Theil des Zerstreuungskreises übrig bleiben. Wird nun auch durch die Dispersion der Strahlen, am Rande des Löchelchens, der Durchmesser der Zerstreuungskreise wieder etwas vergrössert, immer bleibt der gegenwärtige Durchmesser der Zerstreuungskreise gegen den früheren welchen dieselben ohne das punktförmige Diaphragma hatten und haben würden, noch bedeutend klein und das Bild daher relativ deutlich.

Ein mit einem durchlöcherten Kartenblatt armirtes Auge, verlängert aus diesem Grunde alle seine Accommodationslinien i. e. S., und ändert daher seine ursprünglichen Accommodationsverhältnisse wesentlich.

Ad *C*. Die Grösse, in welcher wir einen Gegenstand sehen, hängt von mehreren Momenten ab, und ist keine unmittelbare Wahrnehmung. Unter übrigens gleichen Umständen steht die gesehene

Grösse des Objectes in geradem Verhältnisse zu der Grösse des Netzhautbildchens. Desshalb wollen wir zunächst untersuchen, welche Dimensionen das Netzhautbildchen unter den oben vorausgesetzten Umständen haben wird.

Das Auge ist für die Ferne accommodirt, die Vereinigungsweiten der Lichtstrahlen, welche von nahen Objecten kommen, fallen somit hinter die Netzhaut. Steht der Gegenstand in der vorderen Focalebene, so sind die Vereinigungsweiten ∞ weit hinter der Retina gelegen, d. h. dann laufen die Strahlen der einzelnen Lichtkegel im Glaskörper parallel. Befindet sich der Gegenstand zwischen dem vorderen Brennpunkt und der Oberfläche der Cornea, so werden die Vereinigungsweiten negativ, d. h. es divergiren die im Glaskörper verlaufenden Strahlen der einzelnen Lichtkegel, und schneiden sich virtuell in einem vor der Linse gelegenen Punkte. Das Bild des Objectes wird aus sehr grossen Zerstreuungskreisen zusammengesetzt, und muss daher sehr undeutlich erscheinen.

Die Umrisse dieses zerstreuten Bildes haben aber viel grössere Dimensionen als die Umrisse des entsprechenden Objectes. Denkt man sich nun das durchlöcherte Kartenblatt zwischen Object und Auge geschoben, so werden die Zerstreuungskreise auf ein Minimum reducirt, indem das Kartenblatt die grössere Menge der Strahlen der einzelnen Lichtkegel auffängt. Die Strahlen, welche durchgelassen werden, sind aber jene, welche sich in den äussersten Lichtkegeln an dem Theile der Peripherie befinden, welcher zunächst an der optischen Axe liegt.

Das Object erscheint daher in einem relativ deutlichen und vergrösserten Bilde, welches jedoch lichtschwach ist.

In Fig. 3 und 4 soll diese schon von Henle gegebene Erklärung der Vergrösserung versinnlicht werden; für die Fälle, wo der Gegenstand in oder vor der vorderen Focalebene steht. Henle hat in Müller's Physiologie, S. 340, die Construction für den Fall gegeben, wo das Object hinter der vorderen Focalebene liegt, und die Strahlen im Glaskörper divergirend verlaufen.

Nach dieser Construction, welche immer ein ähnliches Resultat gibt, wenn nur die Differenz zwischen den Entfernungen des Objectes und des Accommodationspunktes eine bedeutende Grösse erreicht, begreift man vollständig die bedeutende Vergrösserung des Bildes. Um aber eine möglichst vollständige Erklärung des Phänomens zu

geben, müssen wir noch auf ein subjectives Moment, welches hierbei thätig ist, Rücksicht nehmen. Ich meine die Schätzung der Grösse eines und desselben Stückes der Netzhaut, beim Sehen in der Ferne und der Nähe. Bekanntlich erscheint uns dieselbe Stelle der Netzhaut beim Blick in die Ferne ungleich grösser, als sie uns erscheint, wenn wir das Auge für die Nähe accommodiren. Hiervon kann man sich leicht überzeugen, wenn man sich ein kräftiges Blendungsbild erzeugt, und dann bei geschlossenem oder offenem Auge abwechselnd für die Ferne und für die Nähe accommodirt.

Das Moment kommt nun bei der Vergrösserung des Bildes in Betracht. Das Auge ist in unserem Versuche nach der Voraussetzung für die Ferne eingerichtet. Der dem Auge nahe gerückte, durch das Löchelchen betrachtete Gegenstand, müsste uns also selbst in dem Falle, dass sein Retinabildchen dieselbe Grösse hätte, oder gar um ein Bestimmtes kleiner geworden wäre, als es ist, wenn uns der Gegenstand in seiner natürlichen Grösse erscheint, noch vergrössert vorkommen. Da nun aber unter den angegebenen Umständen das Retinabild überdies aus optischen Gründen objectiv grösser ist, so muss uns die Vergrösserung des Objectes um so bedeutender scheinen.

Vergrössert man künstlich die Brennerweite der Auges, so tritt die Vergrösserung, welche begreiflicher Weise unter gewöhnlichen Umständen nur für relativ nahe Objecte stattfinden kann, selbst für entferntere Gegenstände ein, wie folgender Versuch lehrt.

Ich brachte das Auge unter Wasser, indem ich das von mir beschriebene Orthoskop (Prager Vierteljahrschrift, Bd. 32), anwendete, und blickte durch die mehr als Zoll dicke, das Auge umspühlende Wasserschicht nach dem mehr als 4 Klaftern entfernten Fenster. Da das Auge, welches durch die Wasserschicht der optischen Wirkung der Cornea beraubt war, ungeheuer weitsichtig wurde, so konnte ich in dieser Entfernung Nichts deutlich wahrnehmen.

Brachte ich nun aber ein durchbohrtes Kartenblatt vor das Auge, so erschien mir das Fenster zwar schattenhaft und sehr lichtschwach, aber ungemein vergrössert, und mit ziemlich scharfen Umrissen.

Ad *D*. In diesem Falle lässt sich durch die Betrachtung der optischen Verhältnisse eine objective Verkleinerung des Retinabildchens, und zugleich der in demselben Sinne wirkende Einfluss, des schon im vorigen Falle erörterten subjectiven Momentes

nachweisen, so dass die Erklärung des Phänomens keinem Zweifel unterliegt.

Da das Auge für die Nähe accommodirt ist, so muss das Bild eines entfernten Objectes vor die Netzhaut fallen. (Vergl. Fig. 5.) Das Löchelchen des Kartenblattes, welches vor das Auge geschoben wird, bedingt auch hier durch Verkleinerung der Zerstreuungskreise eine grössere Klarheit des Bildes, welches in dem Masse sich verkleinert, als die Vereinigungsweiten der Lichtstrahlen, durch das Accommodiren für die Nähe weiter vor die Retina fallen, indem dann die durchgelassenen Lichtstrahlen, welche von den äussersten Punkten *a* und *b* des Objectes ausgehen, stärker convergiren. Das Bild wird also in der That objectiv kleiner, und hiezu kommt noch die schon oben erörterte Schätzung der Grösse des Retinabildchens, welche, da das Auge für die Nähe accommodirt wird, das Bildchen noch kleiner erscheinen lässt. Warum mit dem Kleinerwerden des Bildes der Gegenstand zugleich in der Dimension der Tiefe sich zu entfernen scheint, bin ich genügend zu erklären nicht im Stande, glaube aber, dass, da eine stätige Verkleinerung des Sehwinkels, sowohl durch stätiges Verkleinern des Objectes, als durch stätiges Entfernen desselben hervorgebracht werden kann, der Verstand durch ein noch nicht näher zu bezeichnendes Moment, bestimmt wird, das Phänomen in der letzteren Weise auszudeuten und anzuschauen. Wir haben hier den merkwürdigen Fall, dass eine stereoskopische Anschauung durch ein einziges Auge vermittelt wird.

Je kleiner das Löchelchen ist, welches man bei den beschriebenen und erklärten Versuchen anwendet, desto lichtärmer und desto schärfer begrenzt wird das Retinabildchen erscheinen.

Will man die objective Vergrösserung des Retinabildchens im ersten, die Verkleinerung des Retinabildchens im zweiten Falle auf einen möglichst hohen Grad bringen, so muss man, abgesehen von dem schon oben erwähnten Verhältnisse, zwischen der Entfernung des Accommodationspunktes und des Objectes noch die Stellung des durchbohrten Kartenblattes reguliren. Eine genauere Betrachtung der gegebenen Constructionen (Fig. 3. 4 und 5), wird zu der Einsicht führen, dass die Öffnung des Kartenblattes an dem Punkte stehen muss, wo sich die Strahlen *ac* und *bd* kreuzen, wenn in beiden Fällen der grösste Werth erreicht werden soll, denn diese Strahlen sind es, welche den gewünschten grössten und kleinsten

Umriss des Retinabildchens verzeichnen. Das Experiment bestätiget meine Angabe. Nähert man das durchbohrte Kartenblatt so weit als möglich der Cornea, so kann man sicher sein, dass das Löchelchen nicht an dem von mir bezeichneten Platze, dem Durchkreuzungspunkte der Strahlen *ac* und *bd* steht, und es zeigt der Versuch, dass die Vergrösserung im ersten, die Verkleinerung im zweiten Falle bei weitem nicht so bedeutend ausfällt, als wenn das Kartenblatt etwas von der Cornea abgerückt wird. Dies gilt besonders für den zweiten Fall, da der angegebene Durchkreuzungspunkt für Strahlen die von entfernten Objecten kommen viel weiter vom Auge abliegt als für Strahlen, die nahe Objecte aussenden.

Die Ungenauigkeit des Verfahrens, welches wir oben zur Bestimmung der beiden Accommodationslinien (§. 1) brauchten, leuchtet aus dem über die Verkleinerung der Netzhautbildchen Gesagten von selbst ein.

Wie die geringe Grösse der Öffnung der Pupille diese Versuche stören kann, ergibt sich leicht aus der Betrachtung der mitgetheilten Constructionen.

Die Beschattung des Auges durch das Kartenblatt, ist der Erweiterung der Pupille und dem Gelingen der Versuche förderlich.

§. 3. Über den Zusammenhang zwischen der Convergenz der Augenaxen und dem Accommodationszustand der Augen.

Die Erfahrung lehrt, dass der Accommodationszustand der Augen, immer der Entfernung des Durchkreuzungspunktes der Seh-Axen entspricht, so, dass eine Veränderung des Convergenzwinkels der Seh-Axen auch eine Veränderung des Accommodationszustandes der Augen und umgekehrt zur Folge hat.

Selbst wenn ein Auge geschlossen ist, gilt dieses Gesetz.

Die gegenseitige Abhängigkeit der fraglichen Vorgänge von einander, lässt sich mathematisch ausdrücken, und in eine Formel bringen. In der beigedruckten Fig. 6. sei *A* das linke, *B* das rechte Auge, *c* der Drehpunkt des linken, *b* der des rechten Auges, *bc* die Entfernung der beiden Drehpunkte von einander; *a a' a'' a''' a* a*** Punkte in welchen sich die Seh-Axen *ab* und *ac* unter demselben Convergenzwinkel α schneiden. Diese Punkte liegen daher mit den Punkten *b* und *c* in einer Kreislinie, deren Centrum sich in *C* befindet.

Der Winkel α ist offenbar durch die drei Seiten der Dreiecke abc, $a'bc'$ $a''bc$ . . . . etc., bestimmt.

Aus den gegebenen drei Seiten eines dieser Dreiecke, muss nun α berechnet werden. Die erhaltene Formel hat aber für alle Fälle Geltung, und ist der exacte Ausdruck des oben aufgestellten physiologischen Gesetzes. In dem Dreieck $a'bc$ ist:

$$a'b = a'c\ cos\ \alpha + bc\ cos\ \beta \ . \ . \ . \ . \ (1)$$
$$a'c = a'b\ cos\ \alpha + bc\ cos\ \gamma \ . \ . \ . \ . \ (2)$$
$$bc = a'b\ cos\ \beta + a'c\ cos\ \gamma \ . \ . \ . \ . \ (3)$$

Man multiplicire (1) mit $a'b$, (2) mit $a'c$ und (3) mit $-bc$, so erhält man:

$$a'b^2 = a'b\,a'c\ cos\ \alpha + a'b.bc\ cos\ \beta$$
$$a'c^2 = a'b\,a'c\ cos\ \alpha + bc\ a'c\ cos\ \gamma$$
$$-bc^2 = -a'b\,bc\ cos\ \beta - a'c\,bc\ cos\ \gamma.$$

— Man addire diese 3 Gleich. $a'b^2 + a'c^2 - bc^2 = 2a'b\,.\,a'c\ cos\ \alpha$ und setze da

$$cos\ \alpha = 1 - 2\ sin^2\ \frac{\alpha}{2}\ ,$$

$$\frac{a'b^2 + a'c^2 - bc^2}{2a'b\,a'c} = 1 - 2\ sin^2\ \frac{\alpha}{2}\ ,$$

daher

$$2\ sin^2\ \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{a'b^2 + a'c^2 - bc^2}{2a'b\,a'c} = \frac{2a'b\,a'c - (a'c^2 + a'b^2 - bc^2)}{2a'b\,.\,a'c} =$$

$$= \frac{bc^2 - (a'c - a'b)^2}{2a'b\,.\,a'c} = \frac{(bc + a'c - a'b)\ (bc - a'c + a'b)}{2a'b\,.\,a'c}$$

also

$$sin\ \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(bc + a'c - a'b)\ (bc - a'c + a'b)}{4a'b\,.\,a'c}}$$

Nennen wir $bc = d$, $a'b = r$, $a'c = l$, so erhalten wir

$$sin\ \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(d + l - r)\ (d - l + r)}{4r\,.\,l}}\ .$$

Für den speciellen Fall, wenn der Kreuzungspunkt den Seh-Axen in der Medianlinie liegt, so dass $l = r$ ist, lässt sich die Formel sehr vereinfachen, nämlich: $sin\ \frac{\alpha}{2} = \frac{d}{l}$.

d bedeutet die Distanz der Drehpunkte der Augen, l und r die Entfernung des Accommodationspunktes für das linke und für das

rechte Auge. Dies ist jedoch nicht ganz genau, indem der Abstand des Accommodationspunktes nicht vom Drehpunkt des Auges, sondern von der von der Fläche der Cornea gerechnet werden muss. Daher ist l eigentlich $= \lambda + 12^{mm}$, wo λ den Abstand des Accommodationspunktes und die 12^{mm} die Entfernung des Drehpunktes von der Cornea nach Listing's Messung bedeuten.

r ist aber $= \rho + 12^{mm}$. Diese Werthe von r und l sind in der Formel zu substituiren.

Der Verband zwischen einer bestimmten Stellung der Augenaxen und den nach unserer Formel dazu gehörigen Accommodationszuständen der Augen, ist sehr innig, doch keineswegs absolut. Schon Müller fand, dass wenn man mit einem Auge nach dem Monde sieht, und das zweite anfangs geschlossene Auge öffnet, trotz der Accommodation für die Entfernung des Mondes, ein Doppelbild wahrgenommen wird, welches allerdings sehr rasch durch schnelle Correction der Augenstellung in ein Bild zusammenfliesst. Überdies haben Müller und Plateau auch einen geringen Einfluss der Willkür auf die Accommodation, ohne dass die Axen der Augen sich nothwendig dabei verstellen, beobachtet. Müller kommt daher zu dem Schlusse, dass „jene Verbindung (der Accommodation mit der Augenstellung) secundär, aber nicht eines die constante Ursache des anderen sei." (Vergl. Müller's Handbuch der Physiologie. Coblenz 1840, Bd. II, S. 337.)

Durch die späteren Versuche von Volkmann, Ruete und Donders wurde Müller's Ansicht über das gegenseitige Verhältniss von Accommodation und Augenstellung nicht nur bestätigt, sondern es zeigte sich, dass das geheime Band, welches die beiden Vorgänge verknüpft, noch weit lockerer geschlungen sei, als es ursprünglich den Anschein hatte.

Volkmann hat nachgewiesen, dass das Resultat des oben citirten Müller'schen Versuches beim Fixiren des Mondes, nicht nur für grosse Entfernungen der Gegenstände, wie Müller meinte, sondern auch innerhalb der deutlichen Sehweite erzielt werden kann. Wird ein Auge mit der hohlen Hand bedeckt, und fixirt das andere Auge irgend einen Gegenstand, der sich in der deutlichen Sehweite befindet, so tritt derselbe allemal im Doppelbilde auf, wenn man das bedeckte Auge frei macht. Das deutlichste Bild und der Durchkreuzungspunkt der Seh-Axen fallen somit nicht immer zusammen.

Hieraus folgert Volkmann nicht nur, dass es „zwei verschiedene Bewegungs-Apparate zur Regulirung der Augenstellung und „der Accommodation geben müsse," sondern auch, dass „beide Apparate einer gesonderten Thätigkeit fähig sind." Das Zusammenwirken „beider, behufs des deutlichen Sehens, wird, nach Volkmann, „Sache der Gewöhnung, von der wir nicht füglich ablassen können, „so lange die Verhältnisse fortbestehen, unter welchen sie entstanden „ist." „Sehen wir aber nur mit einem Auge, oder wohl gar durch „Kartenlöcher, so ändern sich die Bedingungen, und jede der beiden „Thätigkeiten geht ihren eigenen Weg, ohne die andere ins Schlepptau zu nehmen."

(Wagner's Handw., Bd. III, Art. „Sehen", S. 308.)

Ruete machte darauf aufmerksam, dass Menschen, deren Augen eine ungleiche Sehweite haben, doch nicht schielen, wenn nicht der sogenannte Consensus der Muskeln durch andere Ursachen gestört ist, was doch, wie Ruete meint, eintreten müsste, wenn die Stellung der Augen gegen einander mit dem Accommodationszustand in causalem Zusammenhange stünde.

Freilich sind alle Fälle, auf welche Ruete sich bezieht, von sehr geringer Bedeutung zur Feststellung des Verhältnisses zwischen Accommodation und Augenstellung, da sie blos eine abnorme oder künstliche, und nicht eine willkürliche Veränderung des Refractionszustandes des einen Auges betreffen.

Übrigens bestätigt Ruete auch Volkmann's oben angeführte Versuche, und stellt ferner die Behauptung auf, dass Jemand, der willkürlich mit beiden Augen stark nach innen schielen kann, und dabei ein gutes Accommodationsvermögen besitzt, abwechselnd mit dem einen und mit dem andern Auge bei gleich bleibender Convergenz der Seh-Axen ein Buch zu lesen im Stande sei, welches in verschiedener Entfernung vom Kreuzungspunkte der Seh-Axen gehalten wird. (Lehrb. der Ophthalmologie 1845, S. 103.)

Donders endlich hat folgende zwei hierher gehörige Versuche angegeben.

Sieht man mit einem Auge frei, mit dem anderen aber durch die grössere Öffnung einer konisch sich verjüngenden Papierrolle, nach einem in der deutlichen Sehweite gehaltenen Buche, so findet man, dass die beiden Gesichts-Axen nicht auf dieselben Zeilen gerichtet sind, und selbst mit der grössten Mühe nicht auf denselben Buch-

staben gerichtet werden können, während doch jedes Auge beharrlich für den Abstand des Buches accommodirt ist und bleibt.

Der zweite Donders'sche Versuch gibt zugleich ein Mittel an die Hand, die Grenze der Unabhängigkeit zwischen Augenstellung und Accommodation zu bestimmen und besteht darin, dass man einen Gegenstand bei unveränderter Convergenz der Seh-Axen durch verschieden starke concave und convexe Brillen fixirt. Da es unter diesen Umständen doch gelingt das Object deutlich und einfach zu sehen, so muss sich je nach der Beschaffenheit der Brille, der Refractionszustand der Augen unabhängig von der (gleich bleibenden) Convergenz der Augenaxen geändert haben. Die Brennweiten jener convexen und concaven Linsen bei deren Gebrauch das Vermögen den fixirten Gegenstand deutlich und einfach zu sehen, verloren geht, geben einen Anhaltspunkt zur Bestimmung der Grösse der gegenseitigen Unabhängigkeit der fraglichen Functionen. (Donders: *Over het verband tusschen het convergeren der gezigtsassen en den accommodatie-toestand der oogen. Ned. Lancet 2. Serie, 2. Jaarg. S. 156*). —

Im Folgenden erlaube ich mir meine eigenen Untersuchungen über den vorliegenden Gegenstand, und die Resultate, welche ich mit meinen Augen erhalten habe, mitzutheilen.

Was zunächst die von Müller, Volkmann, Ruete und Donders gemachten Angaben betrifft, so kann ich deren Ergebnisse nach meinen Erfahrungen fast durchgehends bestätigen. Nur in zwei Punkten bin ich zu abweichenden Resultaten gekommen.

Wenn ich Donders recht verstehe, so ist es ihm unter keiner Bedingung gelungen, die beiden Seh-Axen durch eine willkürliche Anstrengung der Augenmuskeln auf denselben Buchstaben zu richten, wenn das eine Auge durch eine Papierdüte mit sehr kleiner Öffnung, das andere Auge frei nach einer Druckschrift sieht.

Hat die Öffnung der Papierdüte einen mehr als liniengrossen Durchmesser, so dass das Gesichtsfeld nicht gar zu beschränkt ist, so kostet es mich eine nur geringe Anstrengung, die Augenstellung zu corrigiren. Aber selbst dann, wenn die Öffnung der Düte sehr klein ist, bin ich oft nach mehrmaliger vergeblicher und sehr bedeutender Anstrengung, noch immer im Stande gewesen, die Augenaxen in demselben Punkte zum Durchschneiden zu bringen.

Der Angabe Ruete's, dass man bei starkem Schielen nach innen ein Buch, welches in einer grösseren Entfernung gehalten wird, als

der Durchkreuzungspunkt der Seh-Axen sich befindet, abwechselnd mit einem und dann mit dem andern Auge, ohne Veränderung der Augenstellung, lesen könne, muss ich für meine Person entschieden widersprechen, obschon ich die von Ruete zu diesem Versuche geforderten Eigenschaften — ein gutes Accommodationsvermögen und die Fertigkeit stark nach innen zu schielen — in hohem Grade besitze. Ja ich glaube sogar behaupten zu dürfen, dass Ruete's Angabe kein besonderes Vertrauen verdient, da Ruete nicht sagt, dass er selbst den Versuch angestellt habe, und da ferner gar keine Erscheinungen angeführt sind, durch welche man sich überzeugen könnte, dass die Personen, welchen Ruete diese Mittheilung verdankt, richtig beobachtet haben, wozu besonders in dieser Sphäre Übung und Geschick gehören, die eben nicht Jedermanns Sache sind.

Wenn ich ein Buch vor mir aufgeschlagen habe, und nach Ruete's Vorschrift stark nach innen schiele, so dass der Kreuzungspunkt der Seh-Axen vor die Buchfläche fällt, und „die Reihen der Lettern doppelt" erscheinen, dann bin ich unter keiner Bedingung im Stande, mit völliger Klarheit die Buchstaben zu sehen; denn erzwinge ich die passende Accommodation, so tritt unabänderlich auch die Correction der Augenstellung für die Entfernung des Objectes ein. Freilich, wenn es sich bei diesem Versuche nur um das Lesen, und nicht um deutliches Sehen handelte, dann könnte man Ruete's Angabe schon gelten lassen, indem das Lesen auch bei unvollkommener Accommodation möglich ist. —

Die Doppelreihe von Versuchen, welche ich hier folgen lasse, umfasst alle möglichen Fälle der Trennung, des Zusammenhanges der beiden Functionen, und erschöpft von dieser Seite somit den Gegenstand. Die erste Reihe *(A)* bezieht sich auf die Fälle, ob und in wie weit bei festgehaltener Accommodation die Seh-Axen vor oder hinter den Accommodationspunkt zur Durchkreuzung zu bringen sind, während die zweite Reihe *(B)* die Fälle behandelt, wo bei unverrückter Augenstellung der Accommodationspunkt vor oder hinter den Durchkreuzungspunkt der Seh-Axen fallen soll.

Ich habe die Augen unter keine künstlichen Bedingungen gebracht, wie z. B. Donders, sondern alle Resultate durch blosse willkürliche Anstrengung erzielt.

A. 1. Halte ich ein aufgeschlagenes Buch in der deutlichen Sehweite vor mich hin, so gelingt es mir, durch eine willkürliche

Anstrengung der Augenmuskeln, den Durchkreuzungspunkt der Seh-Axen in verschiedene Entfernung hinter die Buchfläche fallen zu lassen, während doch beide Augen für den Abstand des Buches accommodirt bleiben. Bei myopischen Individuen findet dieses Verhältniss der Accommodation zur Augenstellung immer Statt, wenn sie entfernte Objecte fixiren. Dabei erscheint die Druckschrift natürlich im Doppelbilde. Je weiter hinter das Buch der Kreuzungspunkt der Seh-Axen fällt, desto weiter treten auch die Doppelbilder auseinander.

Der Abstand der Doppelbilder ist gleich dem Abstande der beiden Punkte, wo die Seh-Axen die Buchfläche schneiden, und zeigt also an, um wie viel das eine Auge nach aussen gedreht worden sei, wenn das andere unverrückt geblieben ist.

Die beistehende Fig. 7 erläutert den ganzen Vorgang. Es sei AC die Buchfläche, L das linke, R das rechte Auge; m ein Buchstabe, welcher zuerst von beiden Augen fixirt wird, und daher einfach und deutlich erscheint.

Wird nun das Auge R nach aussen gedreht, so dass die Verlängerung seiner Axe den Punkt n trifft, während das Auge L seine Stellung beibehält, so ist dann o der Durchkreuzungspunkt der Seh-Axen, und α' der Convergenzwinkel, welcher kleiner ist, als der frühere Winkel α.

Der Buchstabe m muss nun im Doppelbilde erscheinen, und zwar steht m', das zweite Bild von m, eben so weit von m auf der linken Seite ab, als der Punkt n von m auf der rechten Seite entfernt ist, indem m und n an demselben Punkte im Raume gesehen werden, weil ihre Bilder auf identische Stellen der Netzhaut, die gelben Flecke, fallen. Die Bilder, welche das rechte und das linke Auge von der Druckschrift vermitteln, erscheinen über einander verschoben. Das rechte Auge vermittelt das linke, das linke Auge das rechte der Doppelbilder. Die punktirte Linie $A'C'$ zeigt die Stellung des dem rechten Auge entsprechenden Doppelbildes in Beziehung auf das dem linken Auge entsprechende Bild AC. Da die Augen trotz der Verstellung der Augenaxen beharrlich für die Entfernung der Buchfläche accommodirt bleiben, so haben diese Doppelbilder das Eigenthümliche, dass immer eines derselben scharf und deutlich gesehen werden kann. Wo sonst beim Binocularsehen, Doppelbilder zu entstehen pflegen, dort fallen sie meist beide in das indirecte Sehfeld, und entstehen immer unter ungünstigen Accommo-

dationsverhältnissen, können daher auch nie scharf und deutlich erscheinen.

Je nachdem man die Aufmerksamkeit in dem einen oder in dem anderen Auge concentrirt, kann man den Wettstreit der Sehfelder der unter den Bedingungen des Versuches nothwendig eintreten muss, zu Gunsten dieses oder jenes Auges entscheiden, und bald mit dem rechten, bald mit dem linken Auge mit aller Deutlichkeit die Buchstaben sehen und lesen. Beiläufig will ich bemerken, dass sich die Pupille merklich verkleinert, wenn man die Augenaxen wieder unter dem alten und legitimen Convergenzwinkel α sich kreuzen lässt.

Ich bin, während des Anstellens des aus einander gesetzten Versuches, im Stande, die Doppelbilder nach Belieben mehr auseinander treten zu lassen, und dann wieder zu einem Bilde zu verschmelzen. Es gibt jedoch für meine Willkür einen grössten Abstand der Doppelbilder, den ich trotz aller Anstrengung nicht überschreiten kann — dann ist die Grenze der Unabhängigkeit der Augenstellung von dem betreffenden Accommodationszustande erreicht. Für verschiedene Accommodationszustände sind die Grenzen der Unabhängigkeit nicht dieselben.

Stelle ich den mitgetheilten Versuch mit einem mehrere Fuss weit entfernten Objecte, oder mit noch entfernteren Gegenständen an, z. B. mit dem Fenster eines auf der entgegengesetzten Seite der Strasse liegenden Hauses, mit einem Kirchthurm und dergl., so kann ich die Doppelbilder weit mehr aus einander treten lassen, als wenn ich den Versuch mit einem nur wenige Zolle entfernten Gegenstande vornehme.

Unter solchen Umständen bringe ich die Augenaxen zum Parallelismus, ja selbst zur Divergenz.

Die Augenaxen schneiden sich dann hinter meinem Kopfe. Ich liefere hiermit den Beweis, dass man die Augenaxen willkürlich divergiren lassen kann.

Um keinen Zweifel über die Richtigkeit dieser Behauptung zu lassen, habe ich Fig. 8 entworfen, wo AC den fixirten, mehrere Fuss breiten und an 100 Schritte entfernten Gegenstand bedeutet. L ist das linke, R das rechte Auge. Beide Augen fixiren zuerst den Punkt C. Ich bin nun im Stande die Augen so zu stellen, dass AC im Doppelbilde erscheint und zwar so, dass das Bild, welches vom linken Auge

stammt, rechts neben das Bild des rechten Auges zu stehen kommt und die Punkte A' und C sich decken. Die Stellung dieses Bildes entspricht also der Linie $A'C'$. Dieses Verhalten erklärt sich einfach aus dem Umstande, dass das linke Auge um den Winkel β nach aussen gedreht, mit seiner optischen Axe den Punkt A des Objectes traf. Nun verlängere man die Linien Ac und Cb bis sie sich schneiden, so findet man o als den hinter den Augen gelegenen Durchkreuzungspunkt der Augenaxen. α' ist der Divergenz- oder der negative Convergenzwinkel der Seh-Axen.

Bei genauerer Betrachtung der Fig. 7 und Fig. 8 erkennt man leicht, wie man durch eine sehr einfache Construction oder durch eine eben so einfache Rechnung das jeweilige Verhältniss zwischen dem Refractionszustande der Augen und dem Convergenzwinkel der Seh-Axen ganz genau bestimmen kann.

Kennt man die Entfernung bc der Drehpunkte der Augen von einander [1]), ferner den Abstand der Augen von dem Gegenstande und endlich die Entfernung der Doppelbilder von einander, so kann man nach dem in Fig. 7 und Fig. 8 gegebenen Schema für jeden speciellen Fall eine genaue Zeichnung entwerfen und die Grösse der Trennung des legitimen Zusammenhanges zwischen Accommodation und Augenstellung angeben.

Statt der umständlichen Construction lässt sich folgende einfache Berechnung anstellen. Für den in Fig. 7 dargestellten Fall verhält sich

$$mo : mo + mc = mn : bc \quad \text{und} \quad no : no + nb : mn : bc.$$

Es ist also:

$$mo = \frac{mc \,.\, mn}{bc - mn}, \qquad no = \frac{nb \,.\, mn}{bc - mn}.$$

---

[1]) Die Bestimmung des Abstandes der Drehpunkte der Augen von einander geschieht nach Listing folgendermassen: Man fixirt einen sehr entfernten Gegenstand, z. B. eine entfernte Kirchthurmspitze, einen Blitzableiter u. dgl. und bringt knapp vor jedem Auge ein durchlöchertes Kartenblatt an. Hat man die Löchelchen für jedes Auge genau centrirt, so braucht man nur die Entfernung der Löchelchen von einander zu messen, und hat dann mit hinreichender Genauigkeit die gesuchte Distanz. Listing hat sich zu diesen Messungen einen eigenen Apparat construiren lassen, an welchem die Verschiebung zweier fein durchlöcherter Metallplatten, vermittelst einer Mikrometerschraube geschieht und durch einen Nonius sehr genau abgelesen wird.

Da man somit alle drei Seiten der Dreiecke *mon* und *cob* kennt, so lässt sich nach der Eingangs gegebenen Formel der Winkel α' leicht finden.

Für den zweiten Fall (Fig. 8), lässt sich dasselbe Verfahren anwenden, nur verhält sich dann

$$ob : ob + bC = cb : AC \text{ und } oc : oc + cA = cb : AC.$$

Ist der grösste Abstand der Doppelbilder, welchen ein Beobachter für einen bestimmten Accommodationszustand zu erzwingen im Stande ist, der Construction oder Berechnung zu Grunde gelegt, so gibt das gefundene Verhältniss von α' zu der Entfernung des Accommodationspunktes die individuelle Grenze der Unabhängigkeit der Augenstellung von dem Accommodationszustande der Augen.

Ich erreiche hiermit auf einem viel einfacheren Wege eben so viel, als Donders durch seine oben mitgetheilte Methode. Ich vermuthe, dass man nach Donders' Methode grössere Grenzwerthe erhalten wird, als nach der meinigen, weil die künstlichen Bedingungen, unter welche Donders die Augen bringt, die gesonderte Thätigkeit der beiden Functionen unterstützen, während bei meinem Versuche die blosse willkürliche Anstrengung der Augenmuskeln die Tendenz zur Correction der Augenstellung überwinden muss.

Übrigens bezieht sich die Donders'sche Messungsmethode eigentlich auf die weiter unten unter *B* 1 und 2 beschriebenen Fälle der Trennung des behandelten functionellen Zusammenhanges. —

Es wird nicht Jedermann sogleich gelingen, den Durchkreuzungspunkt der Seh-Axen hinter den Gegenstand fallen zu lassen, für dessen Entfernung der Refractionszustand der Augen eingerichtet ist. Nur durch anhaltende und anstrengende Übungen erlangt man die Fertigkeit durch den Gegenstand gleichsam hindurchzusehen — ohne zugleich den Accommodationszustand zu ändern. Am leichtesten erreicht man den Zweck, wenn man ein Auge abwechselnd schliesst und öffnet, denn beim Öffnen des geschlossenen Auges erscheint, wie schon vor Volkmann's Angaben bekannt war, der fixirte Gegenstand im Doppelbilde; und zwar sieht das eben geöffnete Auge den Gegenstand auf der entgegengesetzten Seite des Bildes, welches das andere offene Auge erzeugt, und zugleich etwas tiefer. Während des Schliessens und Öffnens hat also das Auge seine Stellung in verticaler und horizontaler Richtung verändert. Die Verschiebung in verticaler Richtung corrigirt sich beim Öffnen des Auges fast augen-

blicklich. Das Auseinandertreten der Bilder in horizontaler Richtung hingegen, kann man nach manchen vergeblichen Versuchen nicht nur beliebig lange festhalten, sondern auch bis zu dem Maximum steigern lernen, welches unmittelbar nach dem Öffnen des geschlossenen Auges auftritt. Je weiter der Gegenstand entfernt ist, desto mühsamer und anstrengender wird der Versuch und gelingt mir nicht mehr ohne die Beihülfe des Schliessens und Öffnens eines Auges. Ich habe auch bemerkt, dass die Augenmuskeln nach lange fortgesetztem Experimentiren leicht so ermüden, dass die schon oft gelungenen Versuche durchaus nicht gelingen wollen.

Das Wachsen der Schwierigkeit des Versuches mit der Zunahme der Entfernung des Gegenstandes kann nicht befremden; denn man muss bedenken, dass die Augenaxen schon den Parallelismus erreicht haben, wenn der Abstand der Doppelbilder gleich ist dem Abstande der Drehpunkte der Augen, und bereits zu divergiren beginnen, wenn der Abstand der Doppelbilder noch um ein Minimum grösser wird.

Für entferntere Gegenstände ist der Abstand der Doppelbilder aber sehr bald gleich, ja grösser als der Abstand der Drehpunkte. Dass man unter diesen Umständen beim Versuch mit entfernteren Gegenständen die Augenmuskeln mehr anstrengen muss, als wenn die Objecte näher liegen, ist wohl begreiflich, wenn man im ersteren Falle Objecte von ungleich grösserer Breite als im zweiten Falle, in dem gleichen relativen Masse zu Doppelbildern auseinandertreten lassen will.

Ich rathe aus diesem Grunde Jenen, welche sich von der Richtigkeit meiner Angabe über das willkürliche Divergirenlassen der Augenaxen durch Autopsie überzeugen wollen, Gegenstände zum Versuch zu wählen, welche nur einige Fuss weit entfernt sind. Es wird Ihnen hier leichter gelingen, den Durchkreuzungspunkt hinter den Accommodationspunkt aus freien Stücken fallen zu machen, als bei entfernteren Objecten. Hat man nur erst ein Doppelbild zu Stande gebracht, dann erfolgt das weitere Auseinandertreten desselben mit Leichtigkeit, wenn man der nun eintretenden auf eigenthümliche Art sich fühlbar machenden Bewegungs-Tendenz der Augen nicht hemmend entgegenwirkt, sondern dieselbe durch willkürliche Anstrengung befördert.

A 2. Bei unveränderter Accommodation für die Entfernung des Gegenstandes wollte es mir durchaus nicht gelingen, den Durch-

kreuzungspunkt der Seh-Axen vor den Gegenstand fallen zu lassen. Presbyopische Individuen befinden sich hingegen durch die Mangelhaftigkeit ihres Accommodationsvermögens stets in diesem Falle, wenn sie nahe Gegenstände fixiren. Sobald ich den Convergenzwinkel der Seh-Axen durch willkürliche Drehung der Augen nach innen vergrösserte, trat auch stets die entsprechende Veränderung des Accommodationszustandes ein. (Vgl. das zu Ruete's Behauptung Bemerkte, so wie das weiter unten unter *B* 2 Gesagte.)

B 1. Ich komme nun zu dem zweiten Paar von Versuchen, welche sich von den unter *A* mitgetheilten Experimenten, wie bereits erwähnt, dadurch unterscheiden, dass es sich hier darum handelt zu zeigen ob und in wie weit, bei beharrlich festgehaltener Augenstellung der Accommodationszustand willkürlich geändert werden könne, während dort gezeigt wurde, in wie weit bei festgehaltenem Accommodationszustande der Convergenzwinkel der Seh-Axen willkürlich vergrössert oder verkleinert werden kann.

Spannt man einen dünnen Faden senkrecht zur Gesichtsfläche und in der Medianlinie auf, so wird er, wenn man einen beliebigen Punkt desselben mit beiden Augen fixirt, bis auf eben diesen Punkt doppelt gesehen werden. Fixirt man die Mitte des Fadens, so erscheinen zwei Fäden, die sich in der Mitte durchkreuzen, und von denen der eine, dessen dem Auge zugekehrtes Ende vor dem Durchkreuzungspunkte links liegt, dem rechten; der andere, dessen dem Auge zugekehrtes Ende vor dem Durchkreuzungspunkte rechts liegt, dem linken Auge gehört. Zugleich wird man bemerken, dass jeder dieser Fäden nur eine kurze Strecke in der Mitte klar und deutlich gesehen wird, während die Deutlichkeit gegen das dem Auge zu- und abgewendete Ende immer mehr abnimmt, und einer nebelhaften Verbreitung des Fadens Platz macht. Jeder Faden erscheint in Form einer Accommodationslinie i. w. S. (vgl. §. 1.) Die Accommodationspunkte derselben fallen mit dem Durchkreuzungspunkte der Fäden und daher auch der Seh-Axen zusammen, wie in Fig. 9 dargestellt ist.

Wenn man den Blick auf dem Faden hin und her schweifen lässt, so rücken in demselben Masse der Durchkreuzungspunkt der Doppelbilder und die dünnen deutlich gesehenen Stellen des Fadens hin und her — in Folge des gesetzmässigen Zusammenhanges zwischen der Augenstellung und dem Accommodationszustande.

Es gelingt jedoch bei beharrlich festgehaltener Augenstellung für einen nähern Punkt als den Durchkreuzungspunkt der Seh-Axen zu accommodiren.

Der Durchkreuzungspunkt der Doppelbilder bleibt dann unverrückt, während die beiden deutlichen, den Accommodationslinien im engeren Sinne entsprechenden Stellen der Fäden den Augen sich nähern. (Siehe Fig. 10.)

Der Durchkreuzungspunkt der Doppelbilder liegt dann jenseits der deutlichen Stelle des Fadens.

Das Resultat dieses Versuches stimmt ganz mit dem des unter *A* 1 beschriebenen Versuches überein — nur mit dem Unterschiede, dass das gesetzwidrige Verhältniss des Accommodationszustandes zur Augenstellung dort durch willkürliche Änderung der Augenstellung, hier durch Änderung des Accommodationszustandes erzwungen wurde.

Schon Plateau und Müller theilten nach Beobachtungen an sich mit, dass sie durch eine Abänderung des Refractionszustandes das Undeutlichwerden der Gegenstände ohne Veränderung der Stellung der Augen, also ohne Erzeugung von Doppelbildern hervorbringen könnten. Müller glaubte zwar anfangs, dass dennoch Doppelbilder, welche sich zum Theile decken und desshalb der Wahrnehmung entgehen, vorhanden sein dürften, kam aber später von dieser Ansicht mit Recht zurück. Mein oben angeführter Versuch mit dem Faden gibt hierüber die vollste Gewissheit, indem bei der unbedeutendsten Verstellung der Augen der Durchkreuzungspunkt der beiden Bilder des Fadens verschoben wird, entweder dem Auge näher rückt, oder von dem Auge sich entfernt. Nun liess sich aber bei gelungenen Versuchen keine Spur einer solchen Verrückung des Durchkreuzungspunktes beobachten, also muss in diesen Fällen die Convergenz der Seh-Axen unverändert geblieben sein, und konnte nicht an eine Entstehung von Doppelbildern gedacht werden, welche etwa zur Erklärung des Undeutlichwerdens der Gegenstände zu benützen gewesen wären.

Auch diesen Versuch kann man, wie den unter *A* 1 beschriebenen zur Bestimmung der Grösse der Trennung des Zusammenhanges zwischen Augenstellung und Accommodation benützen.

Man braucht nur den Abstand zwischen dem Durchkreuzungspunkt der beiden Bilder des Fadens und den Accommodationspunkten

mit dem Zirkel direct zu messen. Diese Messung auszuführen, ist jedoch aus doppeltem Grunde schwierig, indem erstlich der Accommodationspunkt in der Accommodationslinie i. e. S. nicht markirt ist, und weil zweitens überdies jene Punkte des Fadens, für welche das Auge accommodirt ist, indirect gesehen werden. Die gesuchte Distanz kann also nur geschätzt, nicht eigentlich gemessen werden.

Jene Stelle des Fadens, für welche die Augen accommodirt sind, erscheint im Doppelbilde, während für den einfach gesehenen Durchkreuzungspunkt nicht accommodirt ist, und derselbe daher in einem zerstreuten Bilde erscheint. Dies ist ein bemerkenswerther Beitrag zur Lehre von den Doppelbildern, welche beim Sehen mit zwei Augen entstehen.

B 2. Bei unverrückter Convergenz der Seh-Axen, für einen jenseits des Durchkreuzungspunktes gelegenen Punkt des Fadens zu accommodiren, bin ich durchaus nicht im Stande.

Dies Resultat entspricht ganz der unter *A* 2 gemachten Mittheilung, dass ich aus freien Stücken, den Durchkreuzungspunkt der Seh-Axen nicht vor den Accommodationspunkt fallen lassen kann.

Sobald ich für ferner gelegene Punkte accommodire, stellt sich auch unabänderlich der entsprechende gesetzmässige Convergenzwinkel der Augenachsen her.

Obschon für mich unter gewissen künstlichen Bedingungen der Punkt, für welchen die Augen accommodirt sind, jenseits des Durchkreuzungspunktes der Seh-Axen liegen kann, so ist doch die Trennung des Zusammenhanges der Accommodation mit der Augenstellung, in dieser Richtung meiner Willkür ganz entzogen.

Solche künstliche Bedingungen liefert der oben citirte Donders'sche Versuch mit convexen Brillen. Die Seh-Axen behalten beim Versuche dieselbe Neigung gegen einander, aber der Refractionszustand der Augen ändert sich in der Weise, dass er für einen entfernteren Punkt als den Durchkreuzungspunkt der Seh-Axen passt, indem die die Brennweite des Auges verkürzende Wirkung der convexen Brillen durch die Accommodation für die Ferne compensirt werden muss.

Dies Verhalten scheint mir von Wichtigkeit, da sich hieraus zweierlei folgern lässt: Erstens, dass beim Donders'schen Ver-

suche gewisse Bedingungen obwalten, welche diese Trennung des Zusammenhanges derart begünstigen, dass ohne dieselben der Zusammenhang in der angegebenen Richtung durch blosse Willkür, wie es scheint, gar nicht gelöst werden kann; und zweitens, dass der Verband zwischen Accommodation und Augenstellung in verschiedenen Richtungen, in verschiedenen Graden fest und innig ist.

Ich weiss nicht ob die mitgetheilten Beobachtungen aus einer individuellen Beschaffenheit meiner Seh-Organe zu erklären sind, oder ob sie sich auf ein allgemein gültiges physiologisches Gesetz beziehen, und ob ich nicht selbst, durch anhaltend fortgesetzte Übungen, die Trennung des Zusammenhanges der beiden Functionen auch in dieser Richtung am Ende doch noch in meine Willkür bekommen könnte; allein so viel steht für mich unter allen Umständen fest, dass der Verband zwischen beiden Functionen in der unter *A* 2 und *B* 2 behandelten Beziehung inniger und fester ist, als in jeder anderen.

Am Eingange dieses Paragraphes habe ich als ein empirisch gefundenes physiologisches Gesetz, den Satz aufgestellt, dass der „Accommodationszustand der Augen immer der Entfernung des Durchkreuzungspunktes der Seh-Axen entspricht, so dass eine Veränderung des Convergenzwinkels der Augenaxen auch eine Veränderung des Accommodationszustandes der Augen und umgekehrt zur Folge hat".

Über die Richtigkeit dieses Satzes kann kein Zweifel sein, denn nur unter den in ihm enthaltenen Bedingungen ist ein deutliches Sehen mit beiden Augen möglich, allein die Vollständigkeit der Entwickelung des aufgestellten Gesetzes fordert noch die Erläuterung einer Consequenz, welche in der Formulirung des Gesetzes nicht ausdrücklich aufgenommen ist.

Unterwirft man Fig. 6 einer aufmerksamen Betrachtung, so wird man finden, dass, da der Accommodationszustand der Augen immer der Entfernung des Durchkreuzungspunktes der Seh-Axen entspricht, der Accommodationszustand der Augen sich ändern kann, ohne dass der Convergenzwinkel der Augenaxen verändert wird.

Dies scheint mit obigem Gesetze im Widerspruche zu stehen, genauer genommen ist es jedoch eine nothwendige Consequenz aus

demselben. Die in einem Müller'schen Horopter gelegenen Punkte liegen in verschiedener Entfernung von den Augen, verlangen aber den gleichen Convergenzwinkel der Seh-Axen, um einfach gesehen zu werden, weil sie in der Peripherie eines Kreises liegen, welche die Drehpunkte der beiden Augen gleichfalls enthält und weil die derselben Sehne entsprechenden Peripheriewinkel unter sich gleich sind.

Da die im Horopterkreise liegenden Punkte die Durchkreuzungspunkte der Seh-Axen sind, jedes Auge aber für die Entfernung dieses Durchkreuzungspunktes accommodirt ist, und da ferner bis auf einen Punkt (*a* in Fig. 6) alle übrigen dem einen Auge näher stehen als dem anderen, so folgt daraus, dass der Accommodationszustand des rechten Auges nur dann mit dem des linken Auges übereinstimmt, wenn die Augen den in der Medianlinie gelegenen Punkt (*a* in Fig. 6) fixiren, während in allen übrigen Fällen die beiden Accommodationszustände nach einem bestimmten Verhältnisse differiren.

Lässt man beide Augen sämmtliche rechts von der Medianlinie gelegenen Punkte des Horopters in ihrer stätigen Folge fixiren, so rückt der Accommodationspunkt des linken Auges immer weiter ab, während der des rechten Auges sich immer mehr nähert, indem sich für das linke Auge die Entfernung der Punkte immer mehr vergrössert und dann ihr Maximum erreicht, wenn die Seh-Axe durch den Mittelpunkt *C* des Horopters geht. Nachdem die Entfernung des Accommodationspunktes ihr Maximum erreicht hat, wird sie wieder kleiner, allein der Accommodationspunkt steht dem rechten Auge, dem die Punkte des Horopter von Anfang an näher gerückt sind, stets näher, als dem linken Auge. Für die linke Hälfte des Horopters gilt dasselbe wie von der rechten, natürlich *mutatis mutandis*.

Je kleiner der Durchmesser des Horopters ist, desto bemerklicher erscheinen die Differenzen zwischen den Accommodationszuständen der Augen, da sich aus §. 1 ergeben hat, dass die Accommodationslinien i. e. S. für kleinere Entfernungen immer kürzer ausfallen und daher Differenzen hervortreten lassen, welche für grössere Entfernungen spurlos verschwinden würden.

Die erforderliche Differenz der Accommodationszustände beider Augen kann so bedeutend werden, dass es den Augen unmöglich wird, dieselben festzuhalten, z. B., wenn man dem einen Auge einen Gegenstand so sehr nähert, dass das andere denselben, knapp

am Nasenrücken vorbeisehend, eben noch wahrnehmen kann. Mit grosser Anstrengung wird man unter diesen Umständen die Entstehung eines Doppelbildes verhindern können. Erzwingt man ein einfaches Bild, dann kann man durch abwechselndes Schliessen und Öffnen der Augen sich überzeugen, dass nicht mehr beide Augen für den fixirten Gegenstand accommodirt sind.

Aus dem eben Mitgetheilten ergibt sich, dass es ganz normale Verhältnisse gibt, wo für einen bestimmten Convergenzwinkel das eine Auge für einen entfernteren, das andere für einen näher gelegenen Punkt accommodirt ist, als wenn die Augen unter demselben Winkel in einem in der Medianlinie gelegenen Punkt convergiren und einen gleichen Refractionszustand angenommen haben, und ferner, dass der Verband der beiden Functionen gewisse natürliche Grenzen hat, ähnlich wie die Beweglichkeit der Gelenke in gewissen Richtungen limitirt ist. Demnach müssen wir die Formulirung des behandelten physiologischen Gesetzes etwa folgendermassen ändern, um allen Verhältnissen Rechnung zu tragen.

Wo ein deutliches Sehen mit beiden Augen möglich ist, entsprechen die Refractionszustände der Augen immer der relativen Entfernung des Durchkreuzungspunktes der Seh-Axen, so zwar, dass jede Veränderung der Augenstellung eine entsprechende Veränderung der Refractionszustände der Augen, und umgekehrt, zur Folge hat.

Schliesslich erlaube ich mir noch einige Gedanken über das Wesen dieses Zusammenhanges mitzutheilen.

Volkmann bezeichnet den Verband zwischen Accommodation und Augenstellung schlechthin als „Sache der Gewöhnung“. Mir scheint jedoch diese Erklärungsweise nicht auszureichen, obschon sie ohne Zweifel ein berechtigtes Moment enthält. Ich glaube, dass die Bewegungscentra für die verknüpften Thätigkeiten in einem solchen organischen Verhältnisse und Zusammenhange gedacht werden müssen, dass sich der Reiz, welchen der Wille auf das eine derselben ausübt, nothwendig auch auf das andere überträgt und daselbst ein bestimmtes Quantum Bewegung auslöst.

Der Beweis für diese Art der Verkettung liegt, wie mir scheint, darin, dass selbst das verdeckte Auge seine Stellung um ein Bestimmtes ändert, wenn das offene einen anderen Accommodations-

zustand annimmt (vgl. Müller a. a. O. S. 336). Zu bemerken ist jedoch dabei, dass, wenn das geschlossene oder verdeckte Auge auch in Folge der Veränderung des Refractionszustandes des offenen seine Stellung nothwendig ändert, diese Änderung doch niemals eine genaue Einstellung desselben auf jenen Gegenstand, welchen das offene Auge fixirt, nach sich zieht, indem, wie oben gezeigt wurde, beim Öffnen des geschlossenen Auges Doppelbilder wahrgenommen werden. Die genaue Correction der Augenstellung erfolgt erst dann, wenn beide Augen offen sind — und zwar rasch und unwillkürlich. Ermöglicht und geleitet wird die Correction durch die Doppelbilder, indem dieselben in dem Masse sich decken, als die Stellung der Augen verbessert wird; sie sind daher der Leitstern der corrigirenden Thätigkeit. Es ist hiermit etwa so wie mit den zweckmässigen Bewegungen, welche wir unbewusst zur Erhaltung des Gleichgewichtes ausführen, wobei uns gewisse durch den Verlust des Gleichgewichtes gesetzte Empfindungen leiten.

Wie mächtig diese instinctive Correction, welche in Folge des Bestrebens einfach und deutlich zu sehen, und in Folge der Gewöhnung eintritt, sei, ersieht man aus den Versuchen mit Brillengläsern, welche Donders angegeben hat. (Siehe oben.) Ich habe schon früher darauf hingewiesen, dass diese Versuche Bedingungen setzen müssen, unter welchen die Trennung des legitimen und gewohnten Zusammenhanges zwischen Accommodation und Augenstellung leichter möglich ist und selbst in jener Richtung, in welcher die Trennung aus freien Stücken, mir zum wenigsten, niemals gelingen wollte.

Hier, glaube ich, hat man den Schlüssel zu diesem Räthsel. Beim Donders'schen Versuche sieht man eben mit beiden Augen und würde doppelt und undeutlich sehen, wenn sich die Augen den, von der Norm etwas abweichenden Bedingungen des Versuches nicht fügen wollten. Es macht sich hier die Tendenz einfach und klar zu sehen geltend, und erzwingt, selbst gegen die bisherige Gewohnheit, die geforderte ungewöhnliche Combination von Augenstellung und Accommodation.

Stellt man den Donders'schen Versuch an, so befindet man sich ganz in der Lage eines Kindes, das eben erst sehen lernt; nur dass das Kind noch keinen alten Verbindungen zwischen den Thätigkeiten entgegenzuwirken hat, wie wir. Dass die gesetzmässige

Verkettung der beiden Functionen auf die oben angedeutete Art zu Stande kommt, und durch Gewöhnung befestigt wird, unterliegt wohl kaum einem Zweifel, dennoch bin ich aber der Meinung, dass der fragliche Zusammenhang überdies eine organische Grundlage haben dürfte. Schon oben setzte ich einen materiellen Zusammenhang der Bewegungscentra der beiden Functionen voraus, um die Mitbewegungen des geschlossenen Auges begreiflich zu machen. Hier glaube ich diese Voraussetzung noch durch die Hinweisung auf die verschiedene Festigkeit des Verbandes in verschiedenen Richtungen und auf die bestimmten individuellen Grenzen, welchen man, beim Versuche den gesetzmässigen Zusammenhang zwischen Accommodation und Augenstellung willkürlich zu stören, — und selbst beim Donders'schen Versuche — begegnet, stützen zu können; man müsste denn diese individuellen Grenzen und den verschiedenen Grad des Zusammenhanges in verschiedenen Richtungen, schlechthin für das Resultat der Gewöhnung erklären wollen. Wogegen man aber einwenden könnte, dass sich die Gewöhnung offenbar nur auf ein bestimmtes Verhältniss von Accommodation und Augenstellung, und nicht auf Grenzen der Trennung dieses Zusammenhanges beziehen kann.

Abgesehen davon, könnte man weiter fragen, wie soll, vorausgesetzt der Zusammenhang beruhte auch noch auf einer materiellen Beziehung der Bewegungscentra, wie soll die durch die oben mitgetheilten Versuche bewiesene willkürliche Trennung des Zusammenhanges möglich sein? Ganz auf dieselbe Weise wie es möglich ist, dass ein Kind, das anfangs alle Finger zu gleicher Zeit beugt und streckt, nach und nach die einzelnen Finger isolirt bewegen lernt, und in seine Gewalt bekommt.

§. 3. Zur Lehre von den Doppelbildern, die beim Sehen mit beiden Augen entstehen.

Hält man eine Druckschrift parallel zur Gesichtsfläche nahe vor die Augen, und schiebt die flache Hand so zwischen Buch und Gesicht, dass sich der Radialrand der Hand an Stirne und Nasenrücken legt, der Ulnarrand aber das Papier berührt, und auf diese Art beide Augen durch eine Scheidewand gänzlich getrennt werden, so tritt sehr leicht das im vorigen Paragraph erörterte Verhältniss ein, dass die Augen für die Buchfläche accommodirt bleiben, während

der Durchkreuzungspunkt der Seh-Axen hinter dieselbe fällt. Damit ist aber nothwendig auch die Entstehung von Doppelbildern gesetzt. In der That scheint sich das Bild, welches dem rechten Auge gehört, über das, dem linken Auge gehörige, in horizontaler Richtung von rechts nach links herüber zu schieben, während das Bild des linken Auges die entgegengesetzte Bewegung auszuführen scheint.

Abgesehen von dieser Art der Doppelbilder, welche wir bereits im vorigen Paragraphen betrachtet haben, kommen unter den angegebenen Bedingungen leicht noch andere Doppelbilder zum Vorschein, da die Augen so zu sagen desorientirt sind.

Dort wo der Ulnarrand der Hand die Zeilen der Druckschrift berührt, erscheinen sie wie zerbrochen, und häufig an einander in verticaler Richtung verschoben, so dass die Fortsetzung der links gelegenen Zeilenhälfte auf der rechten Seite nicht in derselben Linie fortgeht, sondern um einen halben Zeilenabstand nach oben oder nach unten gerückt erscheint. Die Zeilenhälften der einen Seite entsprechen dann den Zeilenzwischenräumen der andern Seite, und umgekehrt. Diese verticale Verschiebung kann so bedeutend sein, dass die Zeilenhälfte der einen Seite der zweiten oder dritten unter oder über ihrer eigentlichen Fortsetzung gelegenen Zeilenhälfte der anderen Seite entspricht, d. h. mit ihr in derselben horizontalen Linie liegt. Diese Art der Doppelbilder erklärt sich einfach durch die Drehung eines Auges nach oben oder nach unten.

Betrachtet man die obersten Zeilen der Druckschrift, so dass man die Augen sehr stark nach innen und oben wenden muss, so erscheinen die Zeilen wie gebrochen und die Hälften bilden einen nach oben offenen stumpfen Winkel. (Vgl. Fig. 11.)

Wendet man die Augen sehr stark nach innen und unten, so convergiren die Hälften der gebrochenen Zeilen ebenfalls unter einem stumpfen Winkel, welcher jedoch nach unten geöffnet ist, wie Fig. 12 zeigt.

Diese Art der Doppelbilder, wo horizontale und verticale Linien, welche das eine Auge sieht, eine Neigung gegen die von dem anderen Auge gesehenen horizontalen und verticalen Linien bekommen, erklären sich aus einer Drehung um die optische Axe, welche die Netzhäute in entgegengesetzter Richtung beim Sehen nach innen und oben und nach innen und unten erfahren. Mit dem Ruete'schen Ophtalmotrop lässt sich diese Drehung um die optische Axe in Folge

der Wendung des Auges nach innen und oben und nach innen und unten leicht demonstriren.

Manchmal combinirt sich unter den angegebenen Bedingungen die horizontale Verschiebung der Bilder mit der verticalen und mit der zuletzt beschriebenen Drehung.

Man kann hier nicht eigentlich von Doppelbildern, d. h. von doppelten Bildern eines Gegenstandes reden, da das Gesichtsfeld des einen Auges von dem des anderen Auges vollkommen getrennt ist, und kein Gegenstand zu gleicher Zeit Object beider Augen sein kann; allein nichts desto weniger enthält dieser Paragraph einen Beitrag zur Lehre von den Doppelbildern, welche beim Sehen mit zwei Augen entstehen können, indem man sich den beschränkten Theil der Druckschrift, welchen ein Auge übersieht, zu einem Totalbilde des von beiden Augen übersehenen Theiles der Druckschrift ergänzt und auf diese Art zwei solcher Ergänzungen erhält, deren relative Lage man wie die von Doppelbildern beurtheilt.

Wenn die als Scheidewand zwischen den Augen dienende flache Hand entfernt wurde, dann sollte man meinen, müssten sich Doppelbilder im engeren Sinne zeigen, d. h. doppelte Bilder eines und desselben Gegenstandes. Dies ist auch für die ersten zwei Richtungen des Auseinandertretens der Bilder, nämlich die vertikale und horizontale der Fall.

Das Auseinandertreten der Doppelbilder in der zuletzt erörterten Richtung kann jedoch ohne eine solche die Augen trennende Scheidewand nicht leicht zu Stande gebracht werden. Es scheint, dass die hierzu nothwendige entgegengesetzte Drehung der Augen um die optische Axe durch eine Anstrengung der schiefen Augenmuskeln compensirt wird, wenn beide Augen frei denselben Gegenstand betrachten, indem dann die schon oben erörterte Tendenz einfach und deutlich zu sehen, als ein wirksames, die Bewegungen der Augen regulirendes Moment auftritt.

Die Doppelbilder lassen sich nach verschiedenen Eintheilungsgründen in verschiedene Gruppen bringen, z. B. nach den obwaltenden Accommodationsverhältnissen: nach den Retinastellen, auf welche sich die Bilder projiciren, endlich auch nach den verschiedenen Richtungen, in welchen die Doppelbilder auseinandertreten.

In vorliegenden Paragraphen haben wir alle nur irgend mögliche Hauptrichtungen, in welche die Doppelbilder sich über einander verschieben können, angegeben und erörtert.

Schliesslich erwähne ich noch, dass man Zeichnungen entwerfen kann, welche zerstreute Stücke eines Bildes darstellen, und durch die besondere Stellung der Augen zu einem Bilde vereinigt werden.

So gut man nämlich von einem Gegenstande zwei Bilder erhalten kann, eben so gut kann man bei passender Anordnung aus zwei Bildern Eines hervorbringen. Dies gilt für jede Richtung des Auseinandertretens der Doppelbilder. Zerschneidet man eine beliebige Zeichnung in zwei Hälften, und legt dieselben durch einen Zwischenraum von ½ bis 1 W. Z. getrennt, neben einander, und betrachtet sie so, dass die Augen für ihre Entfernung accommodirt bleiben, während die Augenaxen hinter denselben zur Durchkreuzung kommen — also unter den Bedingungen des §. 3 unter *A* 1. mitgetheilten Versuches — so wird man leicht die Stellung der Augen finden, wo sich die Hälften der Zeichnung folgendermassen gruppiren. (Siehe Fig. 13.) Es entstehen im Ganzen vier Bilder der aufgelegten zwei Hälften der zerschnittenen Zeichnung.

Die Bilder *A'* und *B'* gehören dem rechten, die Bilder *A* und *B* dem linken Auge. Die Bilder *A* und *B'* setzen ein vollständiges Bild zusammen.

Dieses Beispiel mag für alle anderen Fälle genügen; nur mag noch bemerkt werden, dass, wenn man diese und ähnliche Zeichnungen betrachtet, während man eine trennende Scheidewand zwischen den Augen errichtet, die beiden Bilder *A* und *B'* ganz wegfallen, und die Verschmelzung der beiden Hälften zu einem Bilde noch besser in die Augen springt.

§. 5. Über die unempfindliche Stelle der Retina im menschlichen Auge.

Hueck (Müll. Arch. 1848, S. 91 u. ff.), war der Erste, welcher die Entdeckung gemacht hatte, dass am blinden Fleck „eine ergänzende Thätigkeit der Vorstellung“ rege ist. Er hatte bereits die Beobachtung gemacht, dass eine weisse Scheibe an der Stelle des Fleckens weiss, eine schwarze schwarz erscheint, und dass selbst Umrisse, wo sie durch die nicht sehende Stelle gehen, ergänzt werden. Hueck irrte nur darin, dass er meinte, „der nicht sehende Fleck entstehe durch das Eintreten der Gefässe“ (*vasa centralia*).

Die neueren Untersuchungen über diesen Gegenstand von Weber [1]), von Volkmann [2]) und von Fick und Du Bois [3]), haben die Hueck'sche Anschauung bestätigt und gezeigt, dass die der Eintrittsstelle des Sehnerven — (und nicht der *vasa centralia*) — entsprechende Fläche als eine räumliche Grösse im Sehfelde repräsentirt ist, und dass sie, da sie keine Lichteindrücke dem Sensorium liefert, durch welche der Raum erfüllt werden könnte, durch einen Act der Einbildungskraft, durch ein Phantasma ausgefüllt wird. Die in die blinde Stelle „hineingebildete" Empfindung hängt zum Theil von der Qualität der Erregung der unmittelbaren Nachbarschaft (welche Volkmann der Kürze wegen mit r bezeichnet), der Eintrittsstelle des Sehnerven ab. Überdies hat Volkmann, welcher den Gegenstand unter den genannten neueren Forschern am vollständigsten behandelt hat, noch darauf hingewiesen, dass das bei A (dem Punkte des Sehfeldes, in welchem die Eintrittsstelle a des Sehnerven und die ihr in dem anderen Auge entsprechende identische Stelle a' localisirt sind) Sichtbare ein Mischling sei, zu dessen Entstehung nicht nur der Erregungszustand von r, sondern auch von a' beiträgt. Der Factor r füllt die Lücke nur durch einen Act der Vorstellung — ein Phantasma, während sie der Factor a' durch eine Thätigkeit des unmittelbaren Empfindens erfüllt. Empfindung und Einbildungskraft concurriren also beim Ausfüllen jener Lücke.

Man kann hiernach die in den beiden Lücken des Sehfeldes auftretenden (Mischlings-) Empfindungen mit Volkmann in zwei Reihen ordnen.

„A. Dieselben haben vorherrschend die Qualität der durch r gesetzten Empfindung".

„B. Dieselben haben vorwiegend die Beschaffenheit der von a' ausgehenden Empfindung".

Es wäre nun zu ermitteln, unter welchen Bedingungen die Erscheinungen der Reihe A, unter welchen anderen die der Reihe B, eintreten.

---

[1]) E. H. Weber, Berichte über die Verhandlungen der kön. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Sitzung am 18. Dec. 1852.

[2]) Volkmann, Bericht über die Verhandlungen der kön. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Sitzung am 30. April 1852.

[3]) Fick und Du Bois (Müller's Archiv 1853).

Ad *A*. Nach Volkmann's Erfahrungen gibt die Vorstellung dann den Ton an, wenn der physiologische Process in r lebhafter ist als in a'.

Ad *B*. Die Empfindung bildet den vorherrschenden Factor in allen Fällen, wo r und a' den gleichen Vortheil des Lichteinflusses geniessen, d. h. wo beide Augen zum Sehen benützt werden.

Es sei zu erwarten, meint Volkmann, dass überall, wo Vorstellung und Empfindung als Folgen eines gleich intensiven physiologischen Processes auftreten, die Empfindung die stärkere sei.

Diese Erwartung bestätigt sich jedoch nicht durchgehends. Volkmann selbst führt einen Versuch an, der das ganz unerwartete Resultat gibt, dass die lebhafte Vorstellung nicht immer über die matte Empfindung siegt, und ich werde weiter unten einen Versuch angeben, wo hingegen die schwache Vorstellung sogar die starke Empfindung verdrängt.

Wenn man eine schwarze Scheibe auf weissem Grunde bei einer solchen Stellung der Augen betrachtet, dass ihr Bild auf a und auf a' fällt, so nimmt man die schwarze Scheibe mit aller Deutlichkeit wahr. In diesem Falle fällt das weisse Licht des Grundes auf r und das Schwarz der Scheibe auf a'. Warum, frägt Volkmann, siegt nun nicht der Eindruck von r über den von a', welches sich im Minimum seiner Thätigkeit befindet? — Noch auffallender ist folgendes Ergebniss. Man stelle eine Scheidewand zwischen beiden Augen auf, so dass das Gesichtsfeld in zwei Theile getheilt wird, deren jeder nur von einem Auge übersehen wird.

Nun beleuchte man die linke Hälfte des Gesichtsfeldes sehr grell, während die rechte Hälfte in möglichst vollständiger Finsterniss erhalten wird. Man erhält dieselben Bedingungen, wenn man ein Auge schliesst und bedeckt, das andere aber auf eine hell erleuchtete Fläche richtet.

Man sollte unter solchen Verhältnissen erwarten, dass die blinde Lücke des rechten Auges, welches im Dunkel ist, daher im Minimum seiner Thätigkeit sich befindet, mit der Empfindung des lebhaft erregten Punktes a' gefüllt werden würde, so dass im dunklen Gesichtsfelde des rechten Auges an der Stelle *A* eine helle Scheibe erschiene.

Nichts desto weniger lehrt aber das Experiment, dass das rechte Auge eine gleichmässig dunkle Fläche sieht, dass trotz des in r weniger als in a' lebhaften physiologischen Processes dennoch das

durch r ausgelöste dunkle Phantasma die durch a' vermittelte Empfindung verdrängt.

Die Untersuchungen über den Mariotte'schen Fleck, sind, wie man hieraus ersieht, noch lange nicht geschlossen und jede Vervollständigung des Inventars der Thatsachen muss willkommen sein. Desshalb erlaube ich mir noch folgende Mittheilungen zu machen, welche einen, von den oben citirten Autoren gänzlich übersehenen Weg weisen, auf welchem die vorliegende Frage, die von allen Seiten untersucht werden muss, in Angriff genommen werden kann.

Dieser Weg, in anderer Beziehung bereits mit grossem Erfolg betreten, führt durch die Sphäre des sogenannten subjectiven Sehens.

1. Zunächst erinnere ich an die Erscheinung, welche man im Finstern beobachtet, wenn man die Augen sehr kräftig und plötzlich auf die Seite wendet. Man sieht dann bekanntlich zwei mehr oder weniger helle feurige Kreise oder Halbkreise, deren Ort der unmittelbaren Umgebung der Eintrittsstellen der beiden Sehnerven entspricht. Die Erklärung der Entstehung dieser feurigen Ringe kann, wie mir scheint, nur in einer durch die Drehung des Auges gesetzten Zerrung der die Eintrittsstelle der Sehnerven umgebenden empfindlichen Region der Retina gefunden werden. Schon die frappante Ähnlichkeit dieser feurigen Ringe mit den von Serre d'Uzès [1]) genau untersuchten Phosphenen deutet auf ihren mechanischen Ursprung. Bemerkenswerth ist der Umstand, dass hier keine feurige Fläche, sondern ein feuriger Kreis oder Halbkreis entsteht. Es scheint, dass die durch Zerrung bewirkte Reizung der Nachbarschaft r der Eintrittsstelle des Sehnerven in der Finsterniss nicht hinreicht, um ein die ganze Lücke füllendes Phantasma auszulösen.

2. Stellt man den ebenerwähnten Versuch bei geschlossenen Augenliedern und das Gesicht gegen das einströmende Tages- oder Sonnenlicht gekehrt, an, so bemerkt man in dem durch die durchscheinenden Augenlieder roth-orange gefärbten Gesichtsfelde statt der zwei feurigen Ringe, zwei kleine rundliche Scheiben von gesättigter blauer Farbe. Diese blauen Scheiben entsprechen den blinden Flecken dem Orte nach, sind aber von grösserem Flächeninhalt, als diese.

[1]) Essai sur les Phosphènes etc. Paris 1853. Vic. Masson.

Das eben gewonnene Resultat ist in doppelter Hinsicht bemerkenswerth. Erstlich: warum entsteht hier eine Scheibe und nicht wie im ersten Versuche nur ein Ring oder Halbring, da doch die Ausdehnung und Intensität der mechanischen Zerrung der Retina-Elemente dieselben sind? Zweitens: warum ist die Scheibe blau? Die Färbung der Scheibe steht offenbar in Beziehung zur Farbe des ganzen Gesichtsfeldes und hat nichts mehr oder weniger Auffallendes als die blaue Färbung eines jeden von aussen mechanisch gereizten Retinapunktes, wenn die Lichtstrahlen das Gesichtsfeld durch die geschlossenen Augenlieder hindurch röthlich-orange erhellen.

Erwähnen muss ich noch, dass man, wenn man die Wendung der Augen langsam vornimmt, um das Auftreten der Scheiben bequem beobachten zu können, zuerst einige weissliche Flecken wahrnimmt, welche erst später bei fortgesetzter oft beinahe schmerzhafter Drehung der Augen zusammenfliessen, und eine gesättigte blaue Färbung annehmen.

3. Versucht man die Eintrittsstellen der Sehnerven bei geöffneten Augen durch eine ausgiebige seitliche oder nach aufwärts gerichtete Drehung derselben zur Anschauung zu bringen, und wählt man als Hintergrund den gleichmässig umwölkten Himmel oder eine weisse Wand, so wird man an der Stelle der blauen Scheiben zwei dunkle Flecken bemerken. Man kann es nun leicht so einrichten, dass sich auf der weissen Wand gerade dort, wo einer der dunklen Flecken erscheint, ein schwarzer Punkt befindet. Dieser schwarze Punkt wird dann verschwinden, wenn er mit dem dunkeln Fleck zusammentrifft, so dass man sich überzeugen kann, dass der blinde Fleck in jenem dunklen Fleck mit einbegriffen, aber kleiner, als dieser sein muss. Es versteht sich von selbst, dass hierbei das andere Auge geschlossen sein muss, sonst verschwindet der schwarze Punkt gar nicht, weil er von a' gesehen wird.

Diese Versuche gelingen nicht zu allen Tageszeiten gleich gut. Des Morgens gleich nach dem Aufstehen, ist die Retina bei Vielen am empfindlichsten gegen diese Art der Reizung. Es gibt auch Individuen, denen diese Versuche gar nicht gelingen wollen. Anderen gelingen sie wieder nur dann, wenn sie die Augen nach einer bestimmten Seite drehen. Bei Bewegung der Augen in anderen Richtungen treten die Erscheinungen sehr mangelhaft oder gar nicht ein.

Hier schliessen sich die Erscheinungen an, welche die galvanische Reizung der Retina hervorbringt, indem die Eintrittsstelle des Sehnerven durch den elektrischen Strom auf eigenthümliche Art sichtbar gemacht wird. Ich lasse hier die Worte Purkinje's folgen, welcher die „galvanische Lichtfigur" zuerst zum Gegenstand einer umfassenderen und gründlicheren Untersuchung gemacht hat.

(Neue Beiträge zur Kenntniss des Sehens in subjectiver Hinsicht von Johann Purkinje. Berlin 1825, bei G. Reimer, pag. 35):

„Brachte ich den Leiter des Kupferpols in den Mund, und berührte mit dem Leiter des Zinkpols den Augenapfel, so erschien in dem früher finstern Gesichtsfelde an der mir sonst wohlbekannten Eintrittsstelle des Sehnerven eine hellviolette lichte Scheibe; im Axenpunkte des Auges war ein rautenförmiger dunkler Fleck, mit einem rautenförmigen gelblichen Lichtbande umgeben, darauf folgte ein gleiches finsteres Intervall und noch ein etwas schwächer leuchtendes gelbliches Rautenband; die äusserste Peripherie des Gesichtsfeldes aber deckte ein schwacher, lichtvioletter Schein, der, wie man das Auge rollte, abwechselnd an einzelnen Stellen heller wurde. Somit zeigte sich hier der Gegensatz des Sauren und Alkalischen, des Zink- und Kupferpols als Peripherisches und Centrales, als Nerveneintritt und Axenpunkt. Hob ich die Berührung auf, so kehrten sich die Farben um. Wechselte ich die Pole, brachte ich den Kupferpol ins Auge, den Zinkpol in den Mund, so kehrten sich die Farben so wie auch die Licht- und Schattenpartien um. Am Eintrittsorte des Sehnerven war ein kreisrunder finsterer Fleck mit einem hellvioletten Scheine umgeben, der als ein hellviolettes Rautenband gegen die Mitte des Gesichtsfeldes auf- und niederstieg, und sich mit zwei convergirenden Schenkeln auf der entgegengesetzten Seite schloss; diesem nach innen war ein finsteres Intervall und im Axenpunkte des Sehfeldes eine glänzende hellviolette Rautenfläche".

Man ersieht hieraus, dass die Eintrittsstelle des Sehnerven je nach der Richtung des elektrischen Stromes, als helle oder dunkle Scheibe erscheint.

Es entsteht nun die Frage ob diese Erfüllung des blinden Flecks mit Helligkeit oder Dunkel auf die oben mitgetheilte Weise zu erklären ist oder nicht; ob die Erfüllung der Lücke in Folge der gereizten, empfindlichen Umgebung der Eintrittsstelle des Sehnerven durch ein Phantasma vermittelt wird, oder ob vielleicht der blinde Fleck

nur für das Licht unempfindlich, gegenüber dem elektrischen Reize aber gar nicht blind ist; a priori lässt sich diese Möglichkeit gar nicht bestreiten. Hier könnte folgendes Experiment entscheiden. Es müsste ein Individuum zunächst eine genaue Projection seines blinden Fleckes auf eine Tafel entwerfen, in der Art wie es Fick und Du Bois gethan, und dann vor dieser Tafel bei offenem Auge die galvanische Lichtfigur hervorrufen. Würde es sich herausstellen, dass sich die galvanische Figur der Eintrittsstelle und die Projection des blinden Fleckes genau decken, so dürfte man schliessen, dass die empfindliche Umgebung r der Eintrittsstelle aus dem Spiele geblieben ist, und der blinde Fleck zur Lichtempfindung durch den elektrischen Strom angeregt wurde. Würde die galvanische Figur grösser erscheinen, als die Projection des blinden Fleckes, dann kann man sicher sein, dass die empfindliche Umgebung r der Eintrittsstelle gewiss mit im Spiele ist, ob allein? ob zugleich mit einer vermutheten Lichtempfindung in der blinden Stelle? bliebe problematisch.

Ebenfalls ungewiss bliebe die Entscheidung, wenn die galvanische Figur kleiner als die Projection ausfiele, obschon es dann allerdings wahrscheinlicher wäre, dass die Lichtempfindung im Centrum der blinden Stelle durch den Strom direct erregt worden sei.

Ich war verhindert, durch eine vorübergehende krankhafte Reizbarkeit meiner Augen den angegebenen Versuch selbst anzustellen und muss daher für jetzt darauf verzichten, diesen Punkt zu erledigen. Vielleicht verfolgen Andere den von mir betretenen Weg.

§. 6. Eine Modification des Scheiner'schen Versuches.

Schon im Jahre 1847 habe ich den Scheiner'schen Versuch, welcher in der physiologischen Optik so häufig zur Anwendung kommt, auch zur Beobachtung der Farbenmischung in einem Auge eingerichtet und benützt.

Ich befestigte nämlich vor jede Öffnung des Kartenblattes ein Glas von bestimmter Farbe. Blickt man durch ein Scheiner'sches Doppelloch nach einem hellen Hintergrunde, so bemerkt man bekanntlich zwei helle Scheiben, welche sich mehr oder weniger decken, so dass ein beiden gemeinschaftlicher Raum vorhanden ist; diesen gemeinsamen Raum nenne ich das „Interferenzfeld".

Es versteht sich von selbst, auf welche Art ich durch obige Vorrichtung meinen Zweck erreichte. Jede der beiden hellen Schei-

ben erschien in der Farbe des vor die entsprechende Öffnung befestigten Glases, — das Interferenzfeld wurde von beiden Farben bestrahlt, und musste in einer Mittelfarbe erscheinen, um welche es sich eben handelte.

Zu meiner grossen Verwunderung fand ich, nachdem eine grosse Menge von farbigen Glasplatten durchprobirt worden war, dass nur Roth und Blau ihre Mischfarbe, Violet, gaben, während fast alle übrigen Grundfarben im Interferenzfeld ein helles Grau meist mit einem Stich ins Röthliche oder eine schmutzige Missfarbe erscheinen liessen.

Damals schob ich diese auffallende Erscheinung auf die Unreinheit der Farben im Glase und vermuthete, dass mit reinen Spectrumfarben Resultate zu erhalten wären, welche der gewöhnlichen Farbenlehre besser entsprechen sollten. Um Spectrum-Farben zum Versuche anwenden zu können, hatte ich mir vorgenommen, zwei kleine um eine horizontale Axe drehbare Glasprismen vor die Öffnungen des Kartenblattes anzubringen, und durch die verschiedene Stellung der Prismen verschiedene Farben durch die Öffnung des Kartenblattes fallen zu lassen.

Seither hat bekanntlich Helmholtz (Müll. Arch. 1852) seine neue Theorie der zusammengesetzten Farben entwickelt, und die auffallendste meiner Erfahrungen, dass nämlich Gelb und Blau weisslich Grau und durchaus nicht Grün gab, zu einer allgemein gültigen Thatsache erhoben.

Bedeckte ich bloss eine Öffnung des Scheiner'schen Doppelloches mit einem farbigen Glase, so erschien mir der dem unbedeckten Loche entsprechende Zerstreuungskreis mit einem zarten Hauche der complementären Farbe des Glases überflogen. Betrachte ich eine Nadel durch ein so vorbereitetes Doppelloch, so erscheint mir ein farbiges Doppelbild derselben und zwar ist das eine Bild von der Farbe des Glases, das andere complementär gefärbt.

Das Belegen der Öffnungen des Scheiner'schen Doppelloches mit farbigen Gläsern hat, abgesehen von diesen Beobachtungen der Farbenmischung in einem Auge, noch einen anderen Vortheil, und dieser betrifft die Demonstration des Scheiner'schen Versuches selbst. Betrachtet man nämlich eine Nadel, die man gegen das Licht hält, durch das farbige Doppelloch, so erscheint im Interferenzfeld auch ein farbiges Doppelbild der Nadel und zwar hat das

eine der Doppelbilder die Farbe des vor der rechten, das andere die Farbe des vor der linken Öffnung befestigten Glases. Das Doppelbild, welches der rechts gelegenen Öffnung seine Entstehung verdankt, erscheint in der Farbe des Glases, das vor der links gelegenen Öffnung angebracht ist, und umgekehrt, indem die gegen das Licht betrachtete Nadel zwei Schattenkegel durch die farbigen Öffnungen in das Auge wirft, welche, wenn sie im Interferenzfeld auf der Retina projicirt werden, und die Farbe ihrer Öffnung daselbst aufheben, in der Farbe der andern Öffnung erscheinen müssen. Man ersieht hieraus wie sich unter diesen Umständen aus der Farbe des Doppelbildes unmittelbar bestimmen lässt, welcher Öffnung es angehört.

In gewisser Entfernung erscheint die Nadel bekanntlich einfach und dann ist sie schwarz, weil beide Schattenkegel auf denselben Punkt der Netzhaut auftreffen und alles Licht daselbst aufheben.

Betrachtet man durch das farbige Doppelloch statt der Nadel einen feinen Lichtpunkt, so erscheint derselbe als farbiger Doppelpunkt, und zwar gehört der Punkt zur Öffnung gleicher Farbe. Es sei die rechte Öffnung des Doppelloches mit einer gelben, die linke Öffnung mit einer blauen Glasplatte bedeckt, so wird der Gang der Lichtstrahlen, welche von einem Lichtpunkte (A) ausgehen, folgender sein. (Fig. 14.)

Bringt man ein bei A durchlöchertes Kartenblatt vor die Doppelöffnung und lässt von A zwei feine Strahlenkegel durch die farbigen Gläser bei g und b einfallen, so bildet sich rechts ein gelbes (γ), links ein blaues (β) Bild des Punktes A.

Da die Retina alle Eindrücke umgekehrt nach aussen setzt, so sehen wir unter diesen Umständen das gelbe Bild links und das blaue rechts, wie die beiden Sehstrahlen anzeigen ($\beta\beta'$, $\gamma\gamma'$).

Entfernt man den Punkt A so weit, dass die Vereinigungsweite der Lichtstrahlen vor die Netzhaut fallen, dann erscheint uns das rechte Bild gelb und das linke blau, weil dann die linke Öffnung ihr Bild objectiv rechts von dem Bilde der rechten Öffnung auf die Netzhaut wirft, wie Fig. 15 zeigt.

Befindet sich A in der passenden Sehweite, so erscheint ein einfacher Punkt von weisser Farbe, indem dann das gelbe und blaue Bild auf denselben Netzhautpunkt fallen.

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

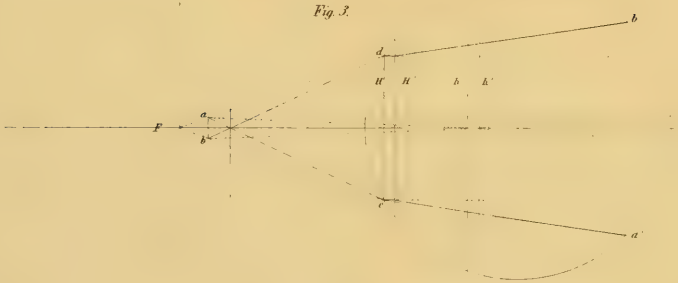
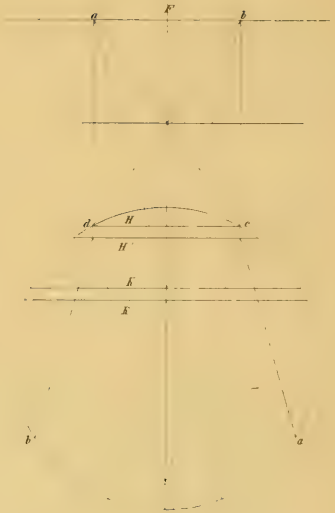
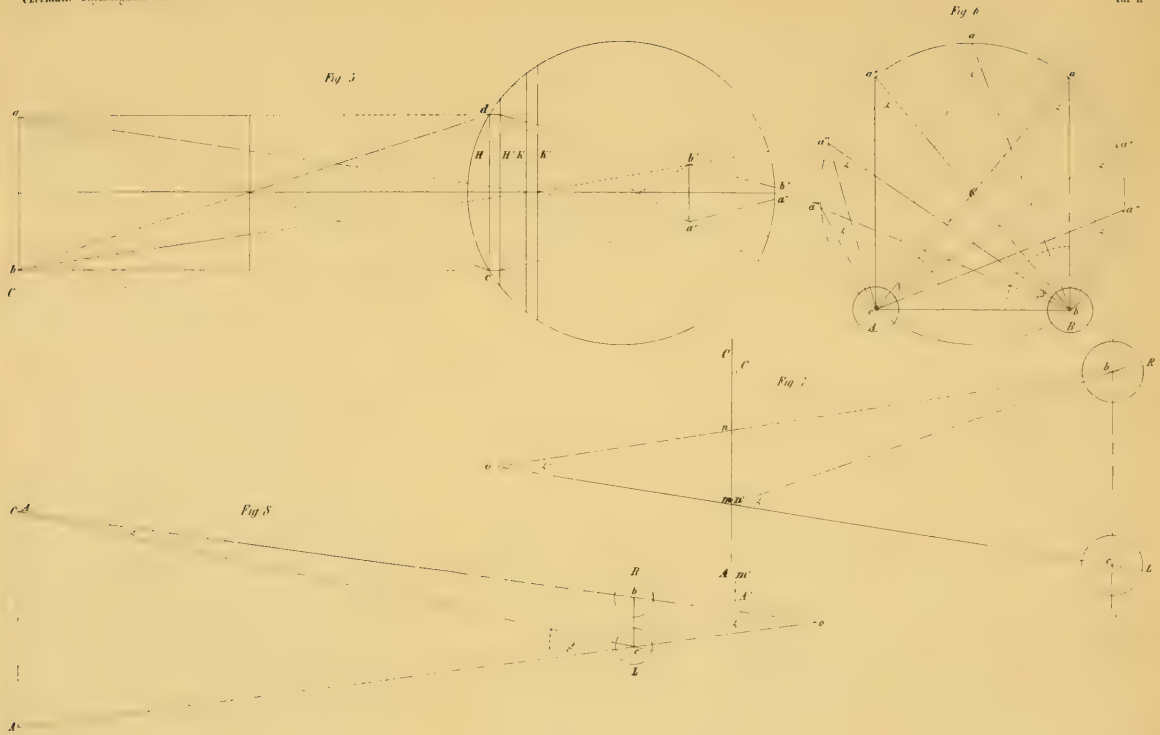


Fig. 4.





Sitzungsb d k Akad d W math naturw Cl XII Bd 3 Heft 1854

Aus d k k Hof u Staatsdruckerei

Fig. 9.

Fig. 10

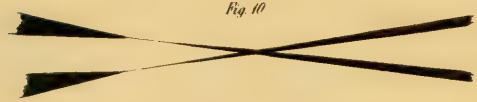


Fig. 11

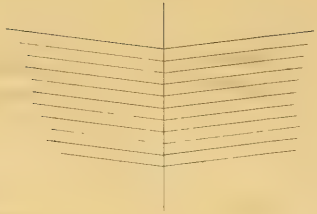


Fig. 12.

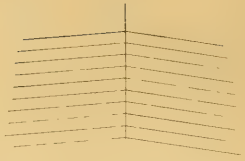


Fig. 13.

Fig. 14.

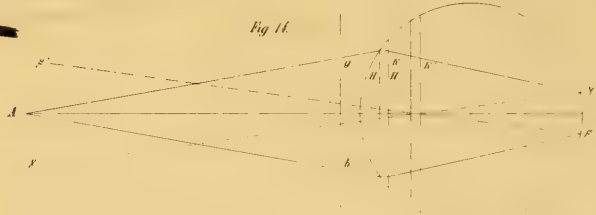


Fig. 15

Vorträge.

Beiträge zur Physiologie der Pflanzen.

Von dem w. M., **Prof. Dr. F. Unger.**

I.

Bestimmung der in den Intercellulargängen der Pflanzen enthaltenen Luftmenge.

Die Elementar-Organe, welche die verschiedenen Pflanzentheile zusammensetzen und von der mannigfaltigsten Gestalt aber immerhin von einem ausserordentlich kleinen Körperumfange sind, berühren sich in den wenigsten Fällen gegenseitig vollständig, sondern lassen noch kleinere Räume zwischen sich übrig, welche häufig mit Luft erfüllt sind.

Unter gewissen Umständen dehnen sich diese Räume mehr aus, nehmen die Form von regelmässigen oder unregelmässigen Höhlungen an, oder verlängern sich wohl gar zu canalförmigen Erweiterungen, die parallel mit der Axe der Pflanzentheile verlaufen. Der Umfang solcher Lufthöhlen und Luftcanäle übertrifft die Grösse der sie begrenzenden Elementartheile immer um ein Bedeutendes, und daher kommt es, dass viele derselben schon mit freiem Auge sichtbar sind. Es ist merkwürdig, dass gerade jene Theile der Pflanze, in denen der Stoffwechsel am kräftigsten vor sich geht, in der Regel auch mit den zahlreichsten Luftgängen versehen sind, wie das bei den Blättern, den krautartigen Stengeln und der Innenrinde baum- und strauchartiger Gewächse u. s. w. der Fall ist. In den ersteren finden sich sogar Organe, welche eine directe Verbindung der im Innern der Pflanze vorhandenen luftführenden Räume mit der äussern Luft herstellen, und so ein beständiges Eingreifen derselben zu den innersten Pflanzentheilen möglich machen.

Der Einfluss der atmosphärischen Luft auf die chemischen Vorgänge der Zellen ist demnach in Folge dieser Einrichtung in die Augen springend, und kann bei der leichten Veränderlichkeit derselben nicht anders als höchst einflussreich auf das Leben der Gewächse gedacht werden.

Will man diesen Einfluss näher kennen lernen und denselben von seiner qualitativen sowohl, als von seiner quantitativen Seite in Erfahrung bringen, so ist es nicht genug, dass der Anatom die Grösse, Lage und Vertheilung solcher luftführenden Gänge für die verschiedenen Pflanzen und ihre Theile beiläufig angibt, es ist vielmehr nothwendig, in eine genaue Werthschätzung ihrer Ausdehnung im Pflanzengewebe und in eine Vergleichung ihres Volumens mit dem Volumen der sie enthaltenden Organe einzugehen. Es scheint mir die Lösung dieser Aufgabe als eine Grundbedingung für die Entscheidung der Frage, wie die Gase und namentlich wie die atmosphärische Luft mit ihren Gemengtheilen auf die Pflanzensubstanz einwirken. Die dunkeln Vorstellungen, die man sich über diesen Gegenstand gegenwärtig macht, rühren grösstentheils davon her, weil gewisse Vorfragen noch nicht gelöst sind, unter welche die oben gestellte vorzugsweise zu nennen ist.

Seit mehreren Jahren mich mit diesem Gegenstande beschäftigend, bin ich endlich dahin gekommen, eine Methode ausfindig gemacht zu haben, welche den Anforderungen der Physiker entsprechen dürfte. Die Darstellung derselben soll der Gegenstand folgender Mittheilung sein, an welche sich zugleich einige nach dieser Methode ausgeführte Bestimmungen der Luftvolumina in verschiedenen Pflanzentheilen anschliessen mögen.

Da es sich hier durchaus um sehr kleine Quantitäten handelt, so ist wohl von vorne ersichtlich, dass eine Methode nichts werth ist, welche nicht die kleinsten Unterschiede anzugeben im Stande ist. Hierin beruhen eben die Schwierigkeiten, welche ich nach allen Anstrengungen anfänglich nicht zu beseitigen vermochte, die ich aber nach und nach so zu überwinden lernte, dass sie mir gegenwärtig ein, wenn auch nicht ganz fehlerfreies jedoch immerhin brauchbares Resultat gaben.

Es handelt sich zuerst um die Volumsbestimmung des zu untersuchenden Pflanzentheiles — eines Blattes, eines Blattstieles, eines Stück Stengels u. s. w. Dass man zu diesem Zwecke nur kleinere Pflanzenorgane und wenn dieselben ihrer Natur nach umfangsreich sind, nur Theile derselben nehmen wird, versteht sich von selbst, da es sich hier nur um Erlangung relativer Werthe handelt. Von solchen kleineren oder verkleinerten Pflanzentheilen wird das Volumen am sichersten durch die hydrostatische Wage bestimmt. Es ist über-

flüssig anzugeben, dass der zu untersuchende Körper erst in der Luft und dann im Wasser eingetaucht gewogen wird. Die Differenz des Gewichtes ist dem durch den Umfang des Körpers verdrängten Wasser gleich, welches zugleich das Volumen desselben ausmacht. Man hat nur noch das Gewicht des Wassers auf dessen Volumen zu reduciren und dabei jene Correctur anzubringen, welche die bei jeder andern Temperatur als $+4^{0}$ C. in der Dichtigkeit desselben stattfindet. Man wird selten Pflanzentheile zu untersuchen haben, die über 4—5 Cent. Met. Cub. Umfang betragen und erhält dabei auf directem Wege noch Unterschiede in den tausendsten Theilen, was hinlänglich genau ist.

Mit dem auf diese Weise eruirten Volumen des Pflanzenkörpers ist nun das Volumen seiner inneren von Luft erfüllten Höhlungen zu vergleichen. Wie aber lässt sich zu einem genauen Ausmasse, zur Bestimmung des Umfanges derselben gelangen? Auf directe Weise nicht leicht, wohl aber auf indirecte Weise dadurch, dass die Gesammtausdehnung jener Höhlungen durch Wasser als dem passendsten flüssigen Körper injicirt, und nachdem diese Operation vorgenommen wurde, der früher mit Luft erfüllte Pflanzentheil nun noch einmal mit seiner Wassererfüllung unter Wasser gewogen wird. Der Unterschied des Gewichtes kann einzig und allein nur von dem in den Höhlungen aufgenommenen Wasser herrühren und diese Gewichtsdifferenz in Volumen umgesetzt und wie oben corrigirt, muss denn auch genau den ganzen Umfang der durch das Wasser besetzten Lufträume angeben.

Es ist klar, dass die Genauigkeit dieser Bestimmung ganz und gar abhängig ist von der Operation des Injicirens und es fragt sich nur, ob dieselbe so vollständig bewerkstelligt werden kann, dass auch nicht der kleinste Luftraum unbenetzt in dem injicirten Blatte übrig bleibt. Hierauf antwortete ich ohne Bedenken mit „ja“, sobald man hierzu gute Instrumente anwendet, und die nöthige Zeit und Aufmerksamkeit dabei nicht spart.

Zum Zwecke der vollendeten Injection eines Pflanzentheiles gelangt man auf mehreren Wegen. Ich will vor der Hand nur jenen näher beschreiben, den man mittelst einer guten Luftpumpe einschlagen kann, wobei man noch den Vortheil hat, für mehrere Pflanzen auf einmal solche Injectionen zu bewerkstelligen.

Sobald die Wägung des Pflanzentheiles in der Luft vorgenommen wurde, muss man sich beeilen, denselben unter Wasser zu tauchen,

damit durch die unmerkliche Verdunstung der wässerigen Säfte keine Beeinträchtigung des Gewichtes für die folgenden Wägungen erfolge. Sobald auch die Wägung unter Wasser im lufterfüllten Zustande vorgenommen ist, so wird dieser und noch mehrere andere Pflanzentheile, die man zu untersuchen vor hat, in ein Gefäss mit Wasser gebracht, und sämmtliche Pflanzentheile derart durch eine passende Vorrichtung untergetaucht erhalten, dass sie nicht leicht auf die Oberfläche desselben gelangen können. Das Gefäss wird jetzt unter den Recipienten einer Luftpumpe gebracht, und die Luft langsam, jedoch möglichst gut ausgepumpt. Bei dieser Operation verlieren das Wasser sowohl als die in ihm befindlichen Pflanzentheile nach und nach ihre Luft, die in Form von Bläschen an die Oberfläche gelangen. Fährt man mit dem Auspumpen so lange fort, als noch Luftblasen entstehen und sperrt zuletzt den Recipienten auf einige Stunden ab, so kann man versichert sein, die Luft möglichst entfernt zu haben. Öffnet man nun den Hahn, welcher den Zutritt der atmosphärischen Luft wieder gestattet, so sieht man, wie allmählich das Wasser in sämmtliche Pflanzentheile eindringt, sie durchnetzt und durchscheinig macht, während das früher nicht der Fall war. Der nun specifisch schwerere Pflanzentheil sinkt sogleich zu Boden, und wenn die Injection vollkommen gelungen ist, so wird man auch nicht das kleinste Lufttheilchen im Gewebe mehr wahrnehmen. — Ist das nicht der Fall, so verräth sich eine solche unvollständig injicirte Stelle sogleich durch seine lichtere Farbe, und man hat dann nur die Operation zu wiederholen.

Bei den meisten Pflanzentheilen namentlich den membranösen, zarteren Blättern gelingt die vollkommene Injection meist auf das erste Mal; bei dickeren, lederartigen Theilen erfordert die Operation mehr Behutsamkeit und Ausdauer. Endlich kommen auch Fälle vor, wo die Austreibung der Luft äusserst langsam erfolgt. Indess wird man dabei bald jene Umsicht erlangen, welche das Gelingen des Versuches erfordert, und zuletzt zu einem Resultate gelangen, von dessen Brauchbarkeit man sich durch vergleichende Versuche an einem und demselben Gegenstande überzeugt. Um dergleichen schwierig zu injicirende Gegenstände mit minderem Zeitaufwande zu behandeln, erleichtert man sich das Geschäft dadurch ungemein, dass man dieselben nach Umständen in mehrere Theile durch scharfe Messer zerschneidet. Man wird finden, dass dadurch die Entfernung der Luft

aus den kleinsten Intercellulargängen in der halben Zeit erfolgt, als sonst nöthig wäre. Die Erfahrung hat jedoch gezeigt, dass in einigen Fällen, selbst ein wiederholtes Auspumpen der Luft keineswegs alle Luft aus den Pflanzentheilen entfernt. Dies findet z. B. Statt bei sehr trockenen lederartigen Blättern vieler Laurineen, Papilionaceen u. s. w. Für solche Fälle bleibt nichts übrig als diese Blätter in siedendes Wasser einzutauchen, was die Austreibung der eingeschlossenen Luft in kurzem vollkommen bewerkstelligt. Aus Blättern von *Camphora officinalis* Nees konnte ich durch wiederholtes Auspumpen nur so viel Luft entfernen, dass das Verhältniss ihres Volumens zum luftführenden Raume sich verhielt wie 1000:36, nachdem diese Blätter jedoch ausgekocht wurden, stellte sich das Verhältniss heraus von 1000 : 75.

Bei allen Operationen, die man zur Bestimmung der Volumina, die hier zu vergleichen kommen, vollführt, hat man, wie es sich wohl von selbst versteht, sorgsam darauf zu achten, dass nicht von aussen anhängende Luftbläschen mit gewogen werden. Das Nichtübereinstimmen mancher Versuche hat allein in der Sorglosigkeit, womit diese Umstände behandelt werden, seinen Grund.

Obgleich diese Methode, wenn sie mit den nöthigen Vorsichtsmassregeln ins Werk gesetzt wird, nichts anderes als ein befriedigendes Resultat gewähren kann, so ist doch nicht zu übersehen, dass einige Factoren dabei unterlaufen, die man leider nicht zu eliminiren im Stande ist, und die der Genauigkeit derselben mehr oder weniger Eintrag zu thun scheinen.

Das erste ist die nach der Wasser-Injection leicht erfolgende Inbibition der Zellen selbst, sobald dieselbe nicht ohnehin im vollkommen turgescirenden Zustande sind. Ich habe die Grösse derselben bisher noch nicht zu ermitteln vermocht; da dieselbe aber nur allmählich erfolgen kann, so wird eine gleich nach der vollendeten Injection vorgenommene Wägung am wenigsten mit diesem Fehler behaftet sein, ein Fehler, der jedenfalls das Gewicht vermehrt und daher das Volumen des luftführenden Raumes zu gross angibt.

Der zweite Fehler, jedenfalls wie mir scheint beträchtlicher als der erste, rührt daher, dass bei der Injection durch Wasser nicht blos die luftführenden Zwischenzellengänge, sondern auch die luftführenden Spiralgefässe erfüllt werden. Aber auch dieser Fehler, welcher ebenfalls das Volumen der luftführenden Räume zu gross angibt, ist

darum als unbeträchtlich zu erachten, weil die Spiralgefässe in den meisten Pflanzentheilen, die hier zu untersuchen kommen, an Zahl sowohl als an Ausdehnung sehr gering anzuschlagen sind.

Ein dritter Fehler, und vielleicht der namhafteste von allen, rührt zuverlässlich daher, dass man vielleicht in den wenigsten Fällen alle Luft durch eingeführtes Wasser zu ersetzen im Stande ist. Wenn auch vielleicht sehr oft die Injection vollkommen gelungen erscheint, so wird man bei fortgesetzter Operation dennoch fast immer einige, wenngleich verdünnte, Luftbläschen aus dem bereits luftleeren Pflanzentheil hervor zu locken im Stande sein. In anderen Fällen mag das noch in einem grösseren Masse stattfinden. Dieser Fehler ist jedoch anderer Art als die beiden vorhergehenden, er gibt nämlich das Volumen der Lufträume zu gering an. Da dieser letztere Fehler, wenn wir ihn negativ nennen wollen, eben so gross sein dürfte als die beiden ersteren offenbar entgegengesetzten, also positiven Fehler zusammengenommen, so heben sie sich gegenseitig auf, und man kann gerade durch diese Methode eine sehr genaue Bestimmung erwarten.

Schlüsslich bemerke ich nur noch, dass, da es sich hier um Vergleichungswerthe handelt, die bei der Volumsbestimmung des Pflanzentheiles vorzunehmende Correctur wegen Temperatur des Wassers sich bei der Volumsbestimmung der Lufträume ganz so wiederholt, daher dieselbe Correctionszahl im Zähler und Nenner erscheint, folglich ganz wegbleiben kann.

Im Folgenden sind nun dergleichen Volumsbestimmungen nach dieser Methode durchgeführt, und zur leichtereren Übersicht tabellarisch zusammengestellt, wobei in einer eigenen Spalte auch eine kurze Beschreibung des untersuchten Pflanzentheiles angeführt ist, um zu zeigen, in welchem Zusammenhange die Grösse der luftführenden Räume in den verschiedenen Pflanzen im Allgemeinen mit der Beschaffenheit derselben steht.

Allgemeiner Charakter	Namen der Pflanzen	Beschaffenheit des Pflanzentheiles	Untersuchter Theil der Pflanzen	In 1000 Volum-Theilen der Pflanzen sind enthalten Volum-Theile Luft
Schwammig.	*Pistia texensis* Klotsch.	Schwammig aufgetrieben, sehr behaart.	3 Blätter	713
Trocken-häutig.	*Paspalum setaceum* Michx.	Trocken, membranös zart, ohne deutlich hervortretende Nerven.	4 Blätter mit ihren Scheiden.	68
	Canna tubiflora.	Membranös, glatt mit starken Mittelnerven.	1 Blatt.	152
	Musa sapientum Lin.	Membranös, dünn, ohne hervortretende Nerven.	Stück einer Blattfläche.	284
	Musa sapientum Lin.	Zellig d. i. zahlreiche weite und parallele Luftcanäle, durch Querwände getheilt.	Stück eines Blattstieles.	480
Saftig-häutig.	*Nicotiana Tabacum* Lin.	Sehr zart membranös mit feinen Haaren bedeckt. Blattstiel kurz, Nervatur unbedeutend.	Blatt sammt Blattstiel.	256
	Brassica Rapa Lin.	Blattstiel und Mittelrippe überwiegend, Blattfläche membranös.	„	173
	Bocconia frutescens Lin.	Zart membranös mit wachsartigem Überzug und bedeutendem Blattstiel.	2 Blätter mit Stiel.	268
	Solanum serpentinum Desf.	Membranös, reich behaart, der Blattstiel lang.	2 Blätter mit Stiel.	246
	Passiflora quadrangularis Lin.	Membranös, glatt ohne starke Nerven.	2Blätter sammt Stiel.	209
	Plectranthus fruticosus Herit.	Membranös, sehr behaart mit starker Nervatur.	„	181
	Arctocalyx Endlicherianus Fenzl	Membranös, stark behaart, Blattstiel lang.	„	84

Allgemeiner Charakter	Namen der Pflanzen	Beschaffenheit des Pflanzentheiles	Untersuchter Theil der Pflanzen	In 1000 Volumtheilen der Pflanzen sind enthalten Volumtheile Luft
Fleischig-häutig.	*Cestrum laurifolium* Herit.	Membranös, glänzend, mit starken Mittelnerven. Wurde durch die Injection völlig durchscheinig.	2 Blätt. sammt Stiel.	400
	Begonia incarnata Link.	Membranös, glatt, Nervatur schwach, Blattstiel kurz.	„	193
	Scilla maritima Linn.	Fleischig-membranös, ohne hervortretende Nerven.	Oberer Theil eines Blattes.	206
	Veltheimia viridifolia Jacq.	Etwas fleischig-membranös.	Ein ganz. Blatt.	131
	Amaryllis curvifolia Jacq.	Etwas fleischig, mit Wachsüberzug.	2 Blätter, jedes von 7 Zoll Länge.	356
	Hæmanthus coccineus L.	Fleischig	Ein ganz. Blatt.	208
	Arthropodium paniculatum R. Br.	Membranös - fleischig, mit starkem Wachsüberzug.	Ein ganz. Blatt.	145
Lederartig-häutig.	*Cecropia peltata* Ten.	Lederartig-häutig, an der Unterseite mit feinen Haaren.	Blattfläche ohne Stiel.	309
	Cecropia peltata Ten.	Trockene Markzellen, die nach der Injection nur theilweise mit Wasser erfüllt waren.	Blattstiel	253
	Anthurium digitatum Sweet.	Lederartig-häutig, mit wulstigem, kurzen Stiel.	1 Blättchen.	117
	Aristolochia labiosa Ker.	Lederartig-häutig, eingetaucht im Wasser silberweiss. Die anhängende Luft konnte mechanisch kaum weggebracht werden.	1 Blatt sammt Stiel.	299
	Dipteracanthus Schauerianus Nees.	Derb-membranös, Mittelnerv deutlich.	2 Blätter mit Stiel.	293

Allgemeiner Charakter	Namen der Pflanzen	Beschaffenheit des Pflanzentheiles	Untersuchter Theil der Pflanzen	In 1000 Volum-Theilen der Pflanzen sind enthalten Volum-Theile Luft
Lederartig-häutig.	*Ficus oppositifolia* Roxb.	Trockenhäutig, voll hervorragender Nerven. Die äussere Luft konnte im Wasser leicht weggebracht werden.	1 Blatt mit Stiel.	195
Fleischig.	*Saxifraga ligulata* Wall.	Dick, fleischig, mit starker Nervatur.	1 Blatt sammt Stiel.	244
	Chirita sinensis Lindl.	Dicker Blattstiel, mit dicker, fleischiger Lamina, stark steifhaarig.	„	142
	Begonia manicata Cels.	Fleischig, saftreich.	„	66
	Begonia hydrocotylifolia Hook.	Fleischig, saftreich.	„	35
Fleischig-lederartig.	*Hoya carnosa* R. Br.	Blattstiel kurz, dick, Blattfläche lederartig-fleischig	„	138
	Aeschinanthus javanicus Hort.	Lederartig - fleischig ohne hervortretende Blattnerven.	5 Blätter mit kurzen Stielen.	164
	Camellia japonica Linn.	Lederartig, derb, Blattstiel kurz.	2 Blätter mit Stielen.	224
	Prunus Laurocerasus Linn.	Lederartig, mit starken Mittelnerven.	1 Blatt mit Stiel.	219
	Citrus Aurantium Lin.	Lederartig, starker Mittelnerv. Wurde durch die Injection völlig durchscheinig.	1 Blatt mit Stiel.	151
	Psidium cuneatum Camb.	Lederartig, derb, Blattstiel kurz.	3 Blätter mit Stiel.	164
	Ardisia crenulata Vent.	Lederartig.	4 Blätter mit kurz. Stielen.	220
	Stephanotus floribunda Brong.	Mehr lederartig als fleischig.	2 Blätter.	111
	Aucuba japonica Lin.	Lederartig, nur der Mittelnerv hervortretend.	1 Blatt mit Stiel.	273

Allgemeiner Charakter	Namen der Pflanzen	Beschaffenheit des Pflanzentheiles	Untersuchter Theil der Pflanzen	In 1000 Volum-Theilen der Pflanzen sind enthalten Volum-Theile Luft
Lederartig.	*Eucalyptus Preissiana* Schauer.	Sehr derb, lederartig. Blattstiel kurz.	2 Blätter mit Stielen.	96
	Ceratonia Siliqua Lin.	Trocken, lederartig, dünn; schwimmen nicht im Wasser.	Blättchen ohne ihren gemeinschaftlichen Stiel.	112
	Camphora officinalis Nees.	Trocken, lederartig, schwimmt nicht.	2 Blätter mit Stiel.	77

Da es sich in diesen Untersuchungen vorzüglich um Blätter handelte, so habe ich die Anreihung derselben nach der innern Beschaffenheit in 4 Kategorien gebracht, und diese mit den bekannten Ausdrücken schwammig, häutig (membranös), fleischig und lederartig bezeichnet. Da aber die meisten Blätter keine dieser Beschaffenheiten ungetrübt an sich tragen, so war ich genöthigt durch Zusammensetzung dieser Worte die entsprechende Natur anzudeuten, wobei natürlich nur die gröberen in die Augen fallenden Nuancen eine Bezeichnung erhalten konnten.

Überblickt man nun nach dieser Eintheilung die untersuchten Blätter auf ihren Luftgehalt, so kann es nicht anders sein, als dass in der schwammigen, lockeren Beschaffenheit und in der lederartigen, derben Natur derselben die beiden Extreme auftreten müssen.

Die Blätter von *Pistia texensis* und jene von *Camphora officinalis* bieten in der That einen Gegensatz, der sich in den Zahlen 713 und 77 zu der Vergleichszahl 1000 haarscharf ausdrücken lässt. Während das eine Blatt nur mit bedeutender Beschwerung im Wasser untersinkt, thut es das Campherblatt von selbst.

Es ist jedoch sehr überraschend, dass in den derben, lederartigen Blättern demungeachtet nicht die kleinsten Luftmengen enthalten sind, sondern dass sich diese gegen unsere Vermuthung sowohl in den trockenen, membranösen, grasartigen Blättern sowie noch auffallender in dicken, fleischigen und saftreichen Blättern finden.

Es zeigt dies auf das augenscheinlichste, dass die Beschaffenheit der Blätter, welche der Ausdruck ihrer Substanz ist, keineswegs auf die Menge und Grösse der luftführenden Räume Einfluss hat, und dass

demnach grosse und kleine Lufträume mit jeder Beschaffenheit vereinbart sein können. Der Anatom, der sich durch Hülfe des Messers von der Beschaffenheit der Substanz zu überzeugen im Stande ist, wird das keineswegs unbegreiflich finden, da er nur zu oft zu bemerken Gelegenheit hat, dass ein saftreiches Parenchym mit sehr kleinen Intercellulargängen vergesellschaftet ist, welche nicht nur jenen der trockenen und derben Pflanzensubstanzen gleich kommen, sondern an Ausdehnung und Verbreitung denselben oft sogar weit nachstehen. Umgekehrt findet sich dort, wo ein aus unregelmässigen, sternförmigen Zellen gestaltetes Gewebe mit was immer für einer Form der innern Beschaffenheit in Verbindung kommt, immer der grösstmöglichste Luftgehalt. Ein auffallendes Beispiel davon gibt das Blatt von *Cestrum laurifolium*. Endlich ist es wohl von selbst begreiflich, dass wo sich Luftcanäle in grösserer Masse entwickeln, sei das begleitende Zellgewebe von was immer für einer Beschaffenheit, sich nothwendig ein grösserer Quotient des Luftgehaltes ergeben muss. Ich verweise hierbei auf den Luftgehalt des Blattstieles von *Musa sapientum*.

Ich habe absichtlich die ihrer Natur nach verschiedensten Blätter hier in Untersuchung gezogen, nicht nur um die Zahl der möglichsten Breite in dem Luftgehalte dieser Organe zu erhalten, sondern zugleich um ein der Wahrheit ziemlich nahe kommendes Mittel zu finden, welches im Allgemeinen den Luftgehalt der Blätter ausdrücken kann. Haben wir in den Zahlen $^{713}/_{1000}$ und $^{35}/_{1000}$ die beiden äussersten Extreme beobachtet, so gibt die Zahl $^{211}/_{1000}$ aus 41 Untersuchungen an 39 verschiedenen Blättern die Mittelzahl, und wir können daher im Allgemeinen den Luftgehalt der Blätter zu 21 Procent oder nahezu als $^1/_4$ ihres Volumens bezeichnen.

Es wird sich bei Erweiterung dieser Erfahrungen herausstellen, in wie fern diese Zahlen noch Modificationen bedürfen, zugleich aber vielleicht ein Gesetz finden lassen, wie ein bestimmter Luftgehalt der Blätter mit gewissen klimatischen Zuständen im Einklange steht. Die Vegetation Neuhollands mit ihren vorherrschenden, trockenen lederartigen Blättern, die Pflanzen West-Indiens mit ihrem membranösen Laube, die massiven Fettpflanzen des Cap mit ihren fleischigen Blättern und Stengeln sind gewiss nicht ohne nähere Beziehungen zu ihrem Standort dahin und dorthin vertheilt. —

Möge das, was ich hier nur als eine dunkle Andeutung zu geben im Stande bin, bald auf fruchtbaren Boden fallen und der Erweiterung der Wissenschaft zum Frommen sein.

II.

Über den Einfluss der atmosphärischen Luft auf die mit ihr eingeschlossenen grünenden Pflanzentheile.

Durch die Versuche Theod. v. Saussure's und Grischow's ist es ausser Zweifel gestellt, dass grüne Pflanzentheile im Schattenlichte aus der sie umgebenden atmosphärischen Luft, die mit ihnen durch Glasgefässe eingeschlossen wird, eine nicht geringe Menge Sauerstoff aufnehmen und dafür eine wenn auch dieser Menge nicht ganz entsprechende Quantität Kohlensäure an dieselbe abgeben. Das Luftvolumen erhält, wenn dieser Process in einem durch eine Flüssigkeit abgesperrten Raume vor sich geht, immer eine geringe Verminderung, ist aber bei verschiedenen Pflanzen vielen Schwankungen unterworfen, welche daher rühren, dass manche Gewächse wie z. B. die sogenannten Fettpflanzen anfänglich und unter gewissen Umständen grosse Mengen Sauerstoff aufnehmen und nur geringe Mengen Kohlensäure dafür abgeben, die sich allerdings in der Folge vergrössern.

Die Versuche von Saussure sind mit verschiedenen Pflanzen durch 24 Stunden angestellt, die von Grischow durch längere Zeit — bis auf mehrere Tage (13) — hinausgezogen, das Verhältniss jedoch der einzelnen Vorgänge in den auf einander folgenden kürzeren Zeiträumen ist von keinem von beiden beobachtet worden.

Da es sich gleich von vorne herausstellte, dass die Pflanze in dieser Wechselwirkung mit der atmosphärischen Luft keineswegs einer einfachen chemisch-physikalischen Vorrichtung gleicht, in welcher Verbindungen und Ausscheidungen nach Massgabe der Grösse und Ausbreitung der Pflanzensubstanzen, so wie der äusseren Einflüsse vor sich gehen, sondern vieles davon auf die Eigenthümlichkeit des Baues und der besondern organischen Einrichtungen geschoben werden muss, hielt ich es für sehr zweckmässig, diesen Process detaillirter zu beobachten. Es war mir dabei hauptsächlich zu thun, die in aufeinanderfolgenden kleinen Zeitabschnitten stattfindende Absorption des Sauerstoffgases zu erfahren, und zu sehen,

ob, wenn dergleichen Versuche durch längere Zeit fortgesetzt werden, dies mit der vollständigen Consumtion des Sauerstoffes ende.

Ich hatte ferner bei diesem Versuche noch den Zweck zu erfahren, ob der vollkommene Mangel des Lichtes zur Nachtzeit und das zerstreute Licht des Tages nicht Differenzen in diesem zum Theil rein chemischen, zum Theil organischen Processe hervorbringe. Alle diese Fragen glaubte ich am sichersten und genauesten durch folgende Einrichtung des Versuches lösen zu können.

Die Versuchspflanzen wurden in einen hermetisch geschlossenen für Licht und Wärme zugänglichen Raum, nämlich unter ein durch eine Glasplatte verschlossenes Cylinderglas gebracht, in dessen Boden ein hinlänglich langes ungefähr $^1/_4$ Zoll weites Glasrohr angebracht war, welches am unteren freien Ende in ein Gefäss mit Wasser eintauchte und dadurch den erwähnten Raum vollkommen von aussen absperrte.

Um die Menge des von den Pflanzen aufgenommenen Sauerstoffgases für jeden beliebigen Zeitmoment zu erfahren, wurde die ihren Verlust zum Theil ersetzende Luftart durch ein sehr wirksames Absorptionsmittel, welches sich in demselben Raume mit der Pflanze befand, weggenommen. Der verschwundene Sauerstoff musste sich daher, falls nicht neue Luftarten hinzutraten, nach seiner ganzen Menge in der Verminderung des Luftvolumens zu erkennen geben und konnte durch das Steigen der Wassersäule im Glasrohre bequem für jeden Zeitabschnitt in Erfahrung gebracht werden.

Nachdem durch einige Vorversuche der Apparat geprüft und seine Zuverlässigkeit erprobt wurde, schritt ich in den ersten Tagen des Monates Juli (1853) zur Ausführung eines genauen Versuches.

Ich wählte zu diesem Zwecke mit Bedacht eine solche Pflanze, die bei der geringsten Ausdehnung ihres Stengels und ihrer Blattstiele das grösste Flächenmass der Blätter darbot. Es ist dies *Aristolochia Sipho*. Zwei beblätterte Zweige waren hinlänglich, um ein geräumiges Cylinderglas von 10675 C. M. Cub. Inhalt ziemlich anzufüllen.

Gerne hätte ich statt der abgeschnittenen Zweige eine unverletzte Pflanze zum Versuche genommen, doch ging dieses nicht an, und so musste ich mich begnügen, so wenig als möglich verletzte Pflanzentheile anzuwenden.

Die Pflanze selbst, von der die beiden Zweige herrührten, stand in der üppigsten Entwickelung. Alle Blätter an denselben waren voll-

kommen ausgebildet und trugen nicht die kleinste Makel an sich. Unmittelbar nachdem sie von dem im Freien des hiesigen botanischen Gartens stehenden Exemplare abgeschnitten waren, wurden sie in den besagten Glascylinder gebracht und möglichst locker über einander aufgehäuft, was durch dazwischen eingebrachte Holzspäne leicht bewerkstelliget werden konnte.

Mit den beblätterten Zweigen zugleich wurde in einem hinlänglich weiten Gefässe eine genügende Menge Ätzkali (11—12 Grm.) in Stangenform eingeschlossen, und an der nach abwärts gekehrten Öffnung ein matt geschliffener Glasdeckel luftdicht angekittet. Die in diesem Deckel eingesetzte Glasröhre von ungefähr 10 Zoll Länge wurde mittelst Kautschuk an eine eben so dicke aber sechsmal so lange Röhre, welche mit einer doppelten (Volumen- und Höhen-) Scala versehen war, luftdicht angeschlossen und diese letztere mit ihrem unteren Ende ins Wasser gestellt. Die ganze Operation wurde, nachdem früher alles vorbereitet war, mit möglichster Beschleunigung zu Ende gebracht.

Der Glascylinder mit der Versuchspflanze erhielt eine erhabene und feste Unterlage, so dass weder ein Schwanken möglich war, noch der Ablesung des Standes der Wassersäule im Glasrohre Unbequemlichkeiten in den Weg gelegt waren. Es ist begreiflich, dass die kleinsten Volumsveränderungen der eingeschlossenen Luft auf den Stand der Wassersäule im Rohre einwirken mussten. War nun dieses Letztere so beschaffen, dass man noch die zehnten Theile eines Cub. C. M. ablesen konnte, so war man dadurch in den Stand gesetzt, Einsicht in die geringsten Veränderungen zu nehmen, welche das besagte Luftquantum erlitt.

Es versteht sich von selbst, dass der Stand der Wassersäule im Glasrohre keineswegs die absolute Menge des durch die Pflanze consumirten Sauerstoffgases angeben konnte, da sowohl der Druck der gehobenen Wassersäule, als der von dem ursprünglichen Drucke verschiedene Druck der Luft, so wie der von jenen verschiedene Temperaturgrad auf die Ausdehnung und Zusammenziehung der eingeschlossenen Luft nicht ohne Wirkung sein konnte. Es war daher, um mit einander vergleichbare Zustände zu gewinnen, welche allein die Grösse des consumirten Sauerstoffgases angaben, unumgänglich nothwendig, die für jede einzelne Beobachtung entsprechende Correctur anzubringen, demzufolge Thermometer sowohl als

Barometer gleichzeitig beobachtet werden mussten. Die Thermometer-Beobachtungen hatte ich an einem ganz nahe am Glascylinder angebrachten Instrumente selbst gemacht, die Barometer-Beobachtungen danke ich der gefälligen Mittheilung des Hrn. Dr. Kreil, Directors der meteorolog. Centralanstalt, die sich ganz in der Nähe des botanischen Gartens befindet.

Als die für den oben ausgesprochenen Zweck passendsten Beobachtungsstunden schienen mir die Stunden 5 Uhr Morgens und 8 Uhr Abends zu sein, welche den Tag zwar in zwei sehr ungleiche Hälften theilten, die jedoch Tag und Nacht ziemlich genau trennten, besonders wenn, wie es auch wirklich geschah, in der ersten Versuchszeit die Morgenbeobachtung schon um ½5 Uhr gemacht wurde.

Der Versuch wurde durch 20 Tage fortgeführt und erst dann geschlossen, als die Blätter der *Aristolochia Sipho* anfingen fahl und theilweise selbst braun zu werden. Die Blätter hatten dabei ganz ihren Turgor verloren, waren weich, ja beinahe mürbe geworden. Das in dem offenen Gefässe beigegebene Ätzkali war in kurzer Zeit durch das aufgenommene Wasser, welches die Blätter exhalirten, flüssig geworden, und nach Beendung des Versuches fanden sich in der Lösung mehrere schöne Krystalle, welche sich als doppeltkohlensaures Kali erwiesen.

Zu den in der nachstehenden Tabelle angeführten Beobachtungen und den daraus gezogenen Berechnungen mögen noch folgende Angaben dienen.

Um die eigentliche Luftmenge, welche zu Anfang des Versuches in dem angegebenen Raume mit den Pflanzen eingeschlossen war, zu erhalten, muss zu der Capacität des Glascylinders von 10675 C. M. Cub. noch hinzugefügt werden die Capacität der mit demselben verbundenen Glasröhren, welche zusammen betragen 152 C. M. Cub. — Davon ist jedoch wieder abzuziehen, erstens das Glasgefäss mit dem Ätzkali, welches 54 C. M. Cub., und die in demselben freilich erst nach und nach angesammelte Flüssigkeit, welche 40 C. M. Cub. betrug, zweitens die Masse der eingeschlossenen Pflanzen selbst, welche 120 C. M. Cub. gleich war. Wir haben also $10675 + 152 = 10827$ C. M. Cub. weniger $54 + 40 + 120 = 214$ C. M. Cub., was 10613 C. M. Cub. als ursprüngliches Luftvolumen gibt.

In der beifolgenden Tabelle sind in den ersteren Columnen die beobachteten Zahlen, in der vorletzten die berechneten, d. i. auf

die ursprüngliche Temperatur, Barometerstand und auf das ursprüngliche Niveau der Wassersäule zurückgeführten Luftmengen und in der letzten Spalte die auf einander folgenden Unterschiede angegeben. Die Correction wurde nach der Formel $V = \frac{V'(b'-h)[1+m(t-t')]}{b}$ berechnet, in der V' das jedesmal beobachtete Volumen der Luft, b' den jedesmal beobachteten Barometerstand, b den ursprünglichen Barometerstand, beide in Mil. Met., h die Höhe der Wassersäule auf Quecksilber reducirt, t' die jenen entsprechende, t die ursprüngliche Temperatur und $m=0{\cdot}00365$ den Ausdehnungscoëfficienten der Luft für 1° C. bedeutet.

Zeit der Beobachtung	Beobachtungsstunde		Thermometerstand in C°	Auf 0° reducirt. Barometerstand in Mil. Met.	Beobachteter Stand der Wassersäule in CM. Cub.	M. M.	Volum der Luft in C. M. Cub.	Ab- und Zunahme des Luft-Volumens in C. M. Cub.
4. Juli	Nachm.	1¾	22°	748·597	0	0	10613	0
	Abend	8	22°	747·943	12	97	10490·6	— 122·4
5. „	Früh	4½	22°	748·079	23	197	10377·7	— 112·9
	Abend	8	22°	746·996	31	276	10302·6	— 75·1
6. „	Früh	4½	21°	746·860	39	361	10211·7	— 90·9
	Abend	8	22°	746·635	43	406	10120·7	— 91·9
7. „	Früh	4½	21°	746·657	49	474	10081·2	— 39·5
	Abend	8	23°	746·590	49·5	480	10000·0	— 81·2
8. „	Früh	4½	22°	746·973	56	557	9956·6	— 44·4
	Abend	8	24°	747·176	55·3	549	9895·8	— 60·8
9. „	Früh	4½	23°	747·650	62·5	637	9840·8	— 55·0
	Abend	8	25°	745·191	60	606	9768·5	— 72·3
10. „	Früh	5	25°	744·695	66	682	9678·5	— 90·0
	Abend	8	25°	741·695	61·5	625	9700·0	+ 21·5
11. „	Früh	4½	25°	743·251	68·3	710	9627·4	— 72·6
	Abend	8	24°	744·840	71	745	9646·7	+ 19·3
12. „	Früh	4½	24°	745·665	82	887	9502·5	— 144·2
	Abend	8	25°	745·687	83·5	907	9446·0	— 56·5
13. „	Früh	5	23°	745·913	88·5	972	9447·4	+ 1·4
	Abend	8	25°	743·206	81	875	9446·5	— 0·9
14. „	Früh	5	23°	740·432	88	966	9337·2	— 109·3
	Abend	8	24°	737·657	87	952	9319·4	— 34·8
15. „	Früh	5	24°	740·093	93	1032	9266·2	— 53·2
	Abend	8	23°	740·161	96·7	1080	9248·2	— 18·0
16. „	Früh	5	22°	746·048	102·5	1157	9280·2	+ 32·0
	Abend	8	24°	745·439	106·2	1208	9148·5	— 181·7

Zeit der Beobachtung	Beobachtungsstunde		Thermometerstand in C°	Auf 0° reducirt. Barometerstand in Mil. Met.	Beobachteter Stand der Wassersäule in		Volum der Luft in C. M. Cub.	Ab- und Zunahme des Luft-Volumens in C. M. Cub.
					CM. Cub.	M. M.		
17. Juli	Früh	5	22°	746·161	112	1285	9141·4	— 17·1
	Abend	8	24°	749·116	112·5	1291	9109·2	— 32·2
18. „	Früh	5	24°	747·763	114·5	1310	9069·4	— 39·8
	Abend	8	25°	745·325	111·7	1282	9033·0	— 36·4
19. „	Früh	5	24°	746.431	115·5	1331	9028·4	— 4·6
	Abend	8	24°	744·153	116·7	1348	8978·4	— 50·0
20. „	Früh	5	23°	742·800	120	1392	8944·4	— 34·0
	Abend	8	22°	743·003	124	1445	8926·6	— 17·8
21. „	Früh	5	21°	743·725	127·2	1490	8915·4	— 11·2
	Abend	8	22°	742·394	125	1459	8898·0	— 17·0
22. „	Früh	5	22°	743 341	125·7	1470	8899·6	+ 1·6
	Abend	8	23°	744·356	122·7	1430	8924·5	+ 24·9
23. „	Früh	5	22°	746·343	124	1445	8968·5	+ 44·0
	Abend	8	22°	746·727	122	1419	9002·8	+ 34·3

Man kann die hier erhaltenen Resultate über die in der Beobachtungszeit von 20 Tagen stattgefundene Luftverminderung nicht überblicken, ohne von der grossen Unregelmässigkeit der einzelnen Erfolge betroffen zu sein. Man darf nicht übersehen, dass in den Zahlen, welche die vorletzte und letzte Columne geben, der Ausdruck der Luftmengen enthalten ist, wie er — die ursprünglichen Zustände bleibend gedacht — sich aus der absoluten Verminderung der anfänglichen Luftmenge ergeben hat.

Das Auffallende wird noch um so grösser, als man eine im Ganzen nicht blos sehr schwankende Abnahme der bestehenden Luftmenge, sondern zugleich hie und da eine nicht unbedeutende Zunahme derselben bemerkt; ein Umstand, der nicht etwa in dem gänzlichen Stillstehen alles Verbrauches von Sauerstoff und einer vermehrten Ausscheidung von Kohlensäure auf Kosten des früher aufgenommenen Sauerstoffes der Luft, sondern in der Entwicklung von Luftarten, wahrscheinlich von Kohlensäure aus den Mitteln der Pflanze selbst seinen Grund haben konnte. Die auf die jedesmalige Luftvermehrung folgende meist sehr bedeutende Luftverminderung spricht für die Entstehung von Kohlensäure, die nach und nach wieder absorbirt wurde. Von einem durchgreifenden Unterschiede in dem Verhalten der Versuchspflanzen zur Tag- und Nachtzeit kann

eben so wenig etwas mit Sicherheit gefolgert werden, denn bald zeigte sich die Consumtion des Sauerstoffes bei Tag, bald bei Nacht stärker.

Auffallend erweisen sich diesfalls der 7., 8. und 9. Versuchstag, wo auf eine starke Consumtion bei Nacht ein Stillstand, ja sogar eine vermehrte Ausscheidung der Kohlensäure bei Tag erfolgte.

Im Ganzen dürfte daraus die Folgerung gezogen werden, dass überhaupt Aufnahme von Sauerstoff und Ausscheidung von Kohlensäure nicht Hand in Hand gehen, wie das rücksichtlich der Fettpflanzen aus einzelnen Versuchen schon von Saussure vermuthet wurde. Vergleicht man den Anfang mit dem Ende der Versuchszeit, so tritt als sehr schlagend die anfänglich sehr bedeutende Consumtion von Sauerstoff dem sehr unbedeutenden Verbrauche zu Ende derselben entgegen. Es scheint aber dieses Verhalten weniger in der Beschaffenheit der Pflanzenorgane als in dem Umstande gesucht werden zu müssen, dass in einem verschlossenen Raume, wo kein Ersatz des verloren gegangenen Sauerstoffes möglich ist, zuletzt auch nicht mehr die nöthige Quantität dargeboten werden kann [1]).

Dass dadurch aber zugleich die letzten Spuren der, der Pflanze ursprünglich zukommenden Functionen gestört werden mussten, geht aus der Beschaffenheit der Pflanzensubstanz hervor, die sie am Ende des Versuches zeigte, und welche bereits die deutlichsten Spuren der beginnenden Zersetzung an sich trug. Dass unter solchen Umständen und bei Mangel des umgebenden Sauerstoffes sich Gasarten entwickeln mussten, die das nach und nach verminderte Luftvolumen wieder vergrösserten, war nicht anders als im Voraus zu erwarten. Die ununterbrochene Vermehrung des Luftvolumens in den letzten beiden Tagen kann nur auf solche Weise ihre Erklärung finden.

Auch die Frage, ob aller Sauerstoff der eingeschlossenen Luft nach Ablauf des Versuches consumirt wurde, lässt sich leicht beant-

[1]) Ohne Zweifel hatte hierauf das Verhältniss der Pflanzenmasse zum Volumen der Luft, die ein sehr ungünstiges, nämlich 1 : 82 war, Einfluss. Andere Experimentatoren, wie z. B. Grischow, haben das Verhältniss von 1 : 193 oder gar 1 : 633 gesetzt. Das Verhältniss, welches Th. v. Saussure bei seinen später zu erwähnenden Versuchen zwischen dem Umfange der Pflanzensubstanz (Blätter) und der eingeschlossenen Luft festsetzte, war 1 : 49.

worten, wenn man das ursprüngliche Luftquantum von 10613 C. M. Cub. mit der nach dem 17. Tage, d. i. am 21. Juli Abends eingetretenen grössten Verminderung, welche 8898 C. M. Cub. betrug, vergleicht. Es ergibt sich hieraus eine Gesammtverminderung von 1715 C. M. Cub., die etwas mehr als den 6. Theil (6, 2) der ursprünglichen Menge beträgt, während etwas mehr als der 5. Theil Sauerstoff in ihr enthalten war. Es zeigt sich also, dass immer hier noch eine kleine Quantität Sauerstoff (513·73 C. M. Cub.) in der eingeschlossenen Luft enthalten war, die von den Pflanzen nicht mehr aufgenommen und wahrscheinlich später nur zur Bildung der Zersetzungsproducte theilweise verwendet werden konnte. Es kann nur noch die Frage entstehen, ob die Menge des Kali hinlänglich war, um die aus dem Sauerstoff der Luft gebildete Kohlensäure zu sättigen.

Wie erwähnt sind 1715 C. M. Cub. Sauerstoff verschwunden, diese haben eine eben so grosse Menge Kohlensäure gebildet, deren Gewicht 3·372 betrug. Zur Sättigung dieser Kohlensäure sind, wenn sich doppelt kohlensaures Kali, wie es hier der Fall war, bildet, nur 4·291 Grm. Kali nothwendig, während ich beiläufig 11 Grm. anwendete. Diese Quantität war also mehr als hinlänglich, um alle aus den Sauerstoff der eingeschlossenen Luft gebildete Kohlensäure, so wie jene, welche sich aus den Mitteln der Pflanze selbst bildete, zu absorbiren. Diese Absorption konnte freilich nur allmählig erfolgen, daher in jenem Falle, wo plötzlich eine grosse Menge von Kohlensäure sich bildete, diese nicht gleich absorbirt, und daher auf kurze Zeit eine Volumszunahme der Luft veranlassen musste.

Schliesslich möge noch eine Vergleichung der durch die Versuchspflanze aufgenommenen Menge Sauerstoff mit ihrem Umfange hier Platz finden. Theodor v. Saussure, der hierüber mehrere Versuche anstellte[1]) fand diese Verhältnisszahl bei verschiedenen Pflanzen sehr abweichend. Nach demselben nehmen Blätter von Prunus armeniaca und Fagus sylvatica in 24 Stunden das achtfache ihres Volumens Sauerstoff auf, Solanum tuberosum das 2·5-, Viburnum Tinus, das 2·23-, Veronica Beccabunga das 1·7-, Buxus sempervireus das 1·46-, Cactus Opuntia und Sempervivum tectorum das 1-, Alisma plantago das 0·7-, Stapelia variegata das 0·63- und Agave ame-

[1]) Recherches chimique sur la végétation 1804, p. 94.

ricana gar nur das 0·3fache ihres Volumens. — Grischow[1]) fand bei beblätterten Zweigen von *Cheiranthus incanus* in 14 Stunden eine Aufnahme des Sauerstoffes, die das 1·3fache ihres Volumens betrug.

Vergleichen wir das Volumen unserer Versuchspflanzen 120 C. M. Cub. mit dem in 20 Tagen verzehrten Sauerstoff, so erhalten wir das 14·3fache, das auf 24 Stunden im Mittel nicht mehr als das 0·7fache beträgt, während es in den ersten 24 Stunden das 2·3fache, also ganz so wie bei Lythrum Salicaria, nach Saussure, beträgt. Da jedoch von dem Volumen von 120 C. M. Cub. nur 70 C. M. Cub. auf die Blätter entfällt, so wird eigentlich im Vergleiche zu den Saussure'schen Versuchen die *Aristolochia Sipho* das 4fache ihres Volumens Sauerstoff in den ersten 24 Stunden aus der Atmosphäre aufnehmen, was sich in den letzten 24 Stunden gerade auf den zehnten Theil dieser ersten Aufnahme beschränkt.

Fassen wir demnach die Hauptergebnisse in der vorstehenden Untersuchung in Kürze zusammen, so lassen sie sich folgendermassen formuliren:

1. Eingeschlossene Pflanzen nehmen bei Ausschluss des directen Sonnenlichtes stets Sauerstoff aus der Atmosphäre auf; sie machen aber in der Quantität der Aufnahme keinen Unterschied zwischen völliger Dunkelheit und dem zerstreuten Tageslichte.

2. Die Aufnahme des Sauerstoffes ist bei solchen Pflanzen am Anfange am stärksten, nimmt fortwährend aber unregelmässig ab, und endet mit der beinahe gänzlichen Consumtion des Sauerstoffes.

3. Der Aufnahme des Sauerstoffes entspricht nicht immer eine eben so rasche Ausscheidung von Kohlensäure, so wie diese nicht immer von der Grösse der gleichzeitig erfolgten Aufnahme des Sauerstoffes abhängig ist.

Schliesslich erlaube ich mir noch anzuführen, dass ich ähnliche Versuche auch an beblätterten Zweigen von *Acer striatum* mit gleichem Erfolge anstellte. Ja schon nach 7 Tagen war sämmtlicher

[1]) Physikalisch-chemische Untersuchungen über die Athmungen der Gewächse und den Einfluss auf die gemeine Luft. Leipzig 1819. 8°. p. 8.

Sauerstoff der Luft, die mit den Pflanzentheilen eingeschlossen wurde, verzehrt.

Um jedoch jeden Einwurf zu beseitigen, der daher rühren könnte, dass ich mit verletzten Pflanzentheilen operirte, habe ich den Versuch etwas modificirt, und zwar so, dass ich nicht wie meine Vorgänger einzelne Zweige einer im Topfe befindlichen Pflanze unter das mit Wasser oder Quecksilber abgesperrte Glasgefäss hineinbog, sondern den ganzen Topf sammt der Pflanze in dasselbe einschloss. Um es jedoch hiebei mit der Pflanze allein zu thun zu haben, musste der Topf bis über seinen Rand in ein passendes Glasgefäss eingesenkt und die Oberfläche mit zwei an einander schliessenden Glastafeln, die nur den Stengel der Pflanze einen Durchgang erlaubten, luftdicht verkittet werden. Erlangte die Pflanze vor ihrem Einschlusse die nöthige Menge Wassers, und war der Luftraum, in dem sie zu stehen kam, nicht zu unbedeutend, so liess sich ein von dem gewöhnlichen Zustande, in dem die Pflanze sonst lebte, nicht verschiedener Zustand erwarten. Die übrige Vorrichtung blieb, wie sie zuvor beschrieben wurde.

Ein Versuch, welchen ich auf diese Art mit einer mässig grossen Pflanze von *Pittosporum Tobira* anstellte, gelang auch vollkommen, und erst am 10. Tage nach Beginn desselben liess der Kitt des Topfes nach, was sich aus dem raschen Fallen der Flüssigkeit in der Röhre deutlich zu erkennen gab.

Im Allgemeinen stimmte auch dieser Versuch mit den vorhergehenden überein, ein genaueres Detail bin ich jedoch nicht im Stande anzugeben, weil sich einige Lücken in der Beobachtung herausstellten. —

Nach diesen Ergebnissen war es mir nur noch erwünscht in Erfahrung zu bringen, auf welche Theile des Blattes der Angriff des Sauerstoffes der Luft vorzüglich stattfindet, ob nämlich beide Blattflächen zur Bildung der Kohlensäure gleichmässig beitragen oder ob eine derselben die andere überwiegt. Nach den Erfahrungen, die ich bei dem Vorgange der Transpiration machte, sollte auch bei diesem Processe ein Unterschied in den beiden Blattflächen wahrnehmbar sein. Ich wählte zur Entscheidung dieser Frage Blätter, die in Bezug auf ihren Bau der beiden Flächen namhafte Unterschiede zeigten, nämlich die Blätter von Ficus elastica. Es besitzen diese lederartigen Blätter bei einer Dicke von 0·61 M. M. auf der Ober-

seite gar keine Spaltöffnungen, während auf der Unterseite auf jeden □ Mil. Met. 207 zu stehen kommen. Das Verhältniss des von der obern und von der untern Blattfläche in derselben Zeit und unter gleichen Umständen transpirirten Wassers verhält sich nach den von mir hierüber angestellten Versuchen wie 1 : 14·5. Es liegt also ein Grund vor zu vermuthen, dass auch bezüglich anderer gasförmigen Ausscheidungen ein ähnliches Verhältniss stattfinde.

Um dies in Erfahrung zu bringen, stellte ich folgenden Versuch an:

Es wurde ein mit der im Topfe befindlichen Pflanze in Verbindung gebliebenes ganz junges und noch nicht vollkommen entwickeltes Blatt auserkoren. An beiden Seiten desselben wurden zwei an der Spitze verschlossene Glastrichter mittelst flüssig gemachtem Baumwachs der Art luftdicht angekittet, dass sich beide Trichter genau gegenüber standen, und da sie von gleicher Grösse waren, an beiden Seiten des Blattes einen gleich grossen Raum einfingen. Diese Fläche betrug 1134 □ Lin. und der Rauminhalt jedes Trichters 122 C. M. Cub.

Nun wurde in jedem dieser von der Luft abgeschlossenen und nur mit der einen oder mit der andern Blattfläche in Berührung stehenden Räume, Kalkwasser gebracht, das in flachen Uhrgläsern, die früher dahin gestellt wurden, Platz fand.

Schon beim Einfüllen des Kalkwassers, welches durch ein Filtrum geschah und nur allmählich und langsam bewerkstelliget werden konnte, zeigte es sich, dass die in 122 C. M. Cub. atmosphärischer Luft enthaltene Kohlensäure, welche dem Volumen nach nicht mehr als 0.6 Mil. Met. Cub. betragen konnte, bald von demselben aufgenommen wurde, was sich durch die Bildung eines äusserst zarten Häutchens in den beiden Räumen zu erkennen gab.

Zugleich war zu bemerken, dass die Bildung des Häutchens von kohlensaurem Kalk nur anfänglich erschien und beim weiteren Nachfüllen sich nicht mehr vergrösserte.

Während des Tages, d. i. von 10 Uhr Morgens bis 6 Uhr Abends, bei Einwirkung des directen Sonnenlichtes auf die Pflanze, war keine weitere Veränderung zu beobachten.

Über Nacht war aber zu nicht geringem Erstaunen die Sache ganz anders geworden. An jener Seite, welche der Unterfläche des Blattes entsprach, war eine starke Kalkkruste erkennbar, indess an

der entgegengesetzten Seite nicht die geringste Spur der Vermehrung des ursprünglichen Kalkhäutchens zu entdecken war.

Es geht somit aus diesem Versuche hervor, dass die Blattflächen in Bezug auf Aufnahme des Sauerstoffes und Abgabe der Kohlensäure sich nicht gleich verhalten, und dass die Unterseite derselben wie bei der Transpiration auch hier die wirksamere ist.

III.

Versuche über die Function der Luftwurzeln der Pflanzen.

Wenn, wie ich nachgewiesen zu haben glaube, die Blätter der Pflanzen bei Zufuhr wässeriger Nahrungsmittel sich unthätig verhalten, so muss dieses für letztere so wichtige Geschäft ausschliesslich den Wurzeln zugeschrieben werden. Für jene Wurzeln, welche sich in der Erde befinden, wie das bei der Mehrzahl der Gewächse der Fall ist, ferner für Wurzeln, welche sich im Schlamme und Wasser entwickeln und ausbreiten, kann es wohl nicht in Zweifel gezogen werden, dass sie die eigentlichen Organe der Zufuhr von wässerigen Nahrungsmitteln so wie von Wasserdunst sind. Allein es könnte in Zweifel gezogen werden, ob jene Wurzeln, die für eine Zeit des Lebens oder für immer die Bestimmung haben in der Luft zu existiren, die man desshalb auch Luftwurzeln genannt hat, sich eben so des Wasserdunstes der Atmosphäre zu bemächtigen im Stande sind, wie jene Wurzeln, die sich zwischen den lockeren Erdtheilchen befinden. Jedenfalls müssen die Luftwurzeln für die gleiche Function in der Luft, soll dieselbe ungehindert und unter allen Umständen stattfinden können, eigens organisirt sein. In den meisten Fällen ist diese Verschiedenheit im anatomischen Baue allerdings in die Augen fallend, und wo dieses nicht der Fall ist, wie bei sehr zarten Luftwurzeln, ist die Pflanze an eigene Standorte angewiesen, welche ihre Fortdauer sowohl, als ihre Thätigkeits-Äusserungen möglich machen.

Das Auffallendste bei derlei mit Luftwurzeln versehenen Pflanzen ist, dass ihre eigentlichen Wurzeln, welche sich in die Unterlage verbreiten, klein und unansehnlich und häufig in gar keinem Verhältnisse zu dem Nahrungsbedarfe derselben stehen. Diese Pflanzen sind daher gewissermassen auf die Luftwurzeln bei Zufuhr von Nah-

rungsmitteln, namentlich von Wasser und der in demselben gelösten Stoffe angewiesen, ja in manchen Fällen, wo die unterirdischen Wurzeln ganz oder grösstentheils unthätig sind, oder wo sie ganz fehlen (absichtlich oder zufällig), scheint die Pflanze ihren ganzen Nahrungsbedarf einzig und allein durch ihre Luftwurzeln zu erhalten. Es ist also von dieser Seite aus, kaum zu bezweifeln, dass die Zufuhr von Wasser, welche sich für alle Functionen der Ernährung unumgänglich nothwendig erweiset, sicher durch die Luftwurzeln bewerkstelligt wird. Es dürfte daher die Frage weniger nach der Möglichkeit als nach der Art und Weise und den quantitativen Verhältnissen, die dabei stattfinden, zu richten sein.

In dieser Beziehung habe ich einige Versuche angestellt, welche zeigen sollen, wie gross diese Zufuhr an Wasserdunst bei solchen Pflanzen durch die Luftwurzeln sein kann, wobei natürlich der jedenfalls sehr unbedeutende Gewinn an Kohlensäure, Ammoniak u. s. w. durch die Blätter unberücksichtigt gelassen werden musste.

I. Versuch.

Ein hinlänglich beblättertes und vollkommen gesund aussehendes Exemplar von *Anthurium violaceum*, welches in einem Topfe stand, wurde sammt demselben in einen Glastopf eingesenkt und die Öffnung, mit Ausnahme des Stengels, für welche eine kleine Durchgangsstelle übrig blieb, durch zwei an einander passende halbkreisförmige Glasplatten verschlossen. Dieselben wurden durch einen Kitt aus Baumwachs nicht blos unter sich und mit dem breiten Rande des Glastopfes, sondern auch mit dem Stengel der Pflanze der Art vereiniget, dass dieser Verschluss luftdicht genannt werden konnte. Der ganze Stengel mit seinen zahlreichen Luftwurzeln war somit frei, nur seine eigentlichen Wurzeln waren mit der Erde, in der sie sich befanden von der Luft abgeschlossen. Noch bevor die Pflanze eingeschlossen wurde, ward sie gehörig befeuchtet, und dies durch die ganze Versuchszeit nicht mehr wiederholt. Um übrigens an dem Befinden der Pflanze nichts weiter zu ändern, wurde dieselbe in dem Gewächshause an dieselbe Stelle wieder hingesetzt, wo sie sich zuvor befand.

Durch Wägungen, welche auf einer empfindlichen Wage von Zeit zu Zeit vorgenommen wurden, liess sich selbst der kleinste Verlust und die kleinste Zunahme erkennen, und dieselben konnten, wie

leicht begreiflich, nur der Ab- oder Zunahme von Wasser zugeschrieben werden. Da die Blätter an der Aufnahme keinen, wohl aber an der Abgabe einen bedeutenden Antheil nehmen, so ergab sich in der jedesmaligen Gewichts-Ab- oder Zunahme, der Unterschied der entgegengesetzten Thätigkeit der Blätter und der Luftwurzeln und somit auch die absolute Ab- oder Zunahme für die Pflanze. Der Erfolg war, wie sich aus nachstehender Übersicht ergibt, folgender:

Zeit des Versuches	Dauer des Versuches in Tagen	Abnahme des Gewichtes in Grm.	Zunahme des Gewichtes in Grm.	Aussehen der Pflanze während der Versuchszeit	Bemerkungen
24—27. Novemb. 1852	3	1·3	—		
27. Nov. bis 2. December	5	3·4	—		
2.—10. Dec.	8	6·8	—		
10.—21. Dec.	11	14·5	—	Hatte bei ganz frischem Aussehen neue Luftwurzeln getrieben.	
21. Dec. bis 9. März 1853	78	30·7	—	Die Luftwurzeln alle kräftig, die Pflanze gesund.	
9. — 18. März 1853	9	5·31	—		
18. März bis 14. April	27	13·9	—	. . . . .	Der etwas lose gewordene Kitt wurde neu befestiget.
14.—29. April	15	144·93	—	Die Blätter verloren ihren Turgor und sahen sehr welk aus.	
29. April bis 11. Mai	12	5·0	—	Die Blätter waren noch mehr welk.	
11.—28. Mai	17	7·5	—	Ungeachtet die Pflanze blühte, sahen die Blätter doch welk aus, und es waren nur wenige neue Luftwurzeln hinzugekommen; alle älteren bereits stark welk u. einige ganz vertrocknet.	
28. Mai bis 11. Juni	14	5·2	—	Wie früher.	Neu verkittet.
Fürtrag	199	238·54	—		

Zeit des Versuches	Dauer des Versuches in Tagen	Abnahme des Gewichtes in Grm.	Zunahme des Gewichtes in Grm.	Aussehen der Pflanze während der Versuchszeit	Bemerkungen
Übertrag	199	238·54	-		
11. Juni bis 16. Juli	5	1·67	—	Hat 2 Blätter verloren, die übrigen ohne Turgor. Die Blüthen so wie die neuen Luftwurzeln frisch.	
16. Juli bis 14. October 1853	90	24·74	—	Alle übrigen 9 Blätter etwas welk. Einige Luftwurzeln noch frisch, die meisten vertrocknet.	Verschluss gut.
	294	264·95	—		

Die Pflanze hatte also während der Zeit von 294 Tagen Nichts an Gewicht gewonnen, sondern vielmehr, zusammengenommen, 204·95 Grammen verloren.

Nach Beendigung des Versuches war die Erde in dem verschlossenen Topfe keineswegs ganz trocken, sondern noch mit einiger Feuchtigkeit versehen. Es zeigte sich hiedurch, dass die ursprüngliche Menge des Wassers nicht hinreichte um das Gleichgewicht zwischen den durch die Blätter fortwährend erlittenen Verlust und der durch die Luftwurzel bedingten Aufnahme von Wasser herzustellen und zu erhalten.

Pflanzen, wie das Anthurium, müssen also zu ihrem Gedeihen auch noch aus der Erde, wie andere Pflanzen, grosse Mengen Wassers erhalten.

II. Versuch.

Anders wurde mit einer Pflanze, die sich durch reiche Luftwurzeln auszeichnet, nämlich mit *Epidendron elongatum*, einer in den Gewächshäusern sehr verbreiteten Orchidee verfahren. Es wurde ein mässig starkes Individuum mit einem Dutzend Blätter an ein Aststück mit Bleidrath angebunden und im Orchideen-Hause mit den übrigen Geschlechtsverwandten in der Luft aufgehangen. Um durch die Wägungen ein sicheres Resultat zu erlangen, das nicht zum Theile durch die Beschaffenheit der Unterlage bedingt sein konnte, musste

diese für Aufnahme und Abgabe von Wasserdunst, d. i. für irgend eine Gewichtsveränderung unempfänglich gemacht werden, was durch einen mehrmaligen Anstrich mit Ölfarbe bewerkstelligt wurde. Dieses angestrichene Aststück war übrigens durch längere Zeit im Gewächshause liegen geblieben und erst dann, als sich der Ölgeruch desselben bereits verloren hatte, die genannte Pflanze locker angebunden worden. Um auch jetzt noch sicher zu sein, dass diese der Pflanze jedenfalls fremde Unterlage nicht nachtheilige Folgen für dieselbe hervorbringe, welche irriger Weise auf andere Umstände hätten geschoben werden können, liess ich die Pflanze erst durch 6 Wochen sich an dieselbe gewöhnen und beobachtete ihr Verhalten. Sie entwickelte 2 neue Triebe und mehrere Luftwurzeln, während alle älteren Luftwurzeln, die sie besass, als sie an dies Aststück angebunden wurde vertrockneten. Am 16. Juli 1853 wurde sie sammt ihrer Unterlage gewogen und wieder an ihren vorigen Ort gebracht.

Die Pflanze wollte nicht gedeihen, ja sie verkümmerte vielmehr sichtlich Woche für Woche.

Am 14. October, also nach 90 Tagen, wurde sie wieder gewogen, ihr Gewicht hatte, wie vorauszusehen war, nicht zugenommen, sondern vielmehr abgenommen. Der Gewichtsverlust betrug 2·72 Grm. Die Pflanze war dabei sehr verkümmert, die meisten Luftwurzeln sahen welk aus und selbst die wenigen neuen Blätter, die sich während dieser Zeit entfaltet hatten, hatten ein solches Ansehen.

Aus diesem Verhalten lässt sich wohl noch kein Schluss für die Function der Luftwurzeln der Orchideen ableiten, um so weniger als man unter ganz ähnlichen Umständen, wo die Unterlage direct sicher nichts zur Zuführung der Nahrung beitragen kann, das beste Gedeihen solcher Pflanzen zu beobachten im Stande ist.

III. Versuch.

Gelungener lässt sich folgender Versuch ansehen, der ganz so und unter ähnlichen Umständen, wie der vorhergehende, mit einem fingerlangen Stücke einer *Spironema fragrans*, das von einer ausgewachsenen Pflanze abgeschnitten ward, ausgeführt wurde. Diese Zweigspitze hatte 4 Blätter [1]) mit einem fünften ganz jungen Blatte,

[1]) Der beigefügte Holzschnitt zeigt die Versuchspflanze am Ende des Versuches. Die Bezifferung deutet die Blattfolge an. Von Blatt 5 an ist alles in Jahresfrist entstanden.

dessen Spitze man eben ansichtig wurde und ausserdem einige zarte Luftwurzeln. Die Schnittfläche wurde, nachdem die Pflanze an ein $^1/_2$ Fuss langes und anderthalb Zoll dickes mit Ölfarbe angestrichenes und gefirnisstes Aststück mit Bleidrath angebunden war, darum nicht verklebt, weil dies nach Erfahrung die Wunde für die Folgezeit nicht geschützt haben würde. Bald vertrocknete die Schnittfläche etwas und schloss sich von selbst. Die Pflanze blieb auf dieser ihrer Unterlage übrigens an demselben Orte, wo sie sich früher befand, und wurde nur zum Behufe der vorzunehmenden Wägungen von Zeit zu Zeit und nicht ohne gehörigen Schutz in das nahe Local des botanischen Museums gebracht.

Es währte lange, bis nicht nur keine Verminderung des Turgors, sondern eine deutliche Zunahme desselben bemerkt werden konnte.

Es geschah dies erst, als mit der Entwickelung neuer Luftwurzeln auch ein Wachsthum der Blätter eintrat. Im weiteren Detail verhielt sich die Pflanze folgendermassen:

Zeit des Versuches	Dauer des Versuches in Tagen	Abnahme des Gewichtes in Grm.	Zunahme des Gewichtes in Grm.	Aussehen der Pflanze während der Versuchszeit	Bemerkungen
9.—18. März 1853	9	0·350	—		
18. März bis 14. April	27	—	1·605	Ein deutliches Wachsthum an den innersten Blättern wahrzunehmen. Keine neuen Luftwurzeln, die ältern trockner als zuvor.	
14.—29. April	15	—	2·47	Voll neuer Luftwurzeln.	
Fürtrag	51	0·350	4·075		

Zeit des Versuches	Dauer des Versuches in Tagen	Abnahme des Gewichtes in Grm.	Zunahme des Gewichtes in Grm.	Aussehen der Pflanze während der Versuchszeit	Bemerkungen
Übertrag	51	0·350	4·075		
29. April bis 11. Mai	12	—	2·46	Die Luftwurzeln noch mehr entwickelt, die Spitze derselben mit dichten weissen Haaren bekleidet.	
11.—28. Mai	17	0·002	—	Nach der Übertragung behufs der Wägung wurden nach dem 11. Mai alle Luftwurzeln nach und nach welku. verschrumpften bis 28. Mai ganz.	
28. Mai bis 11. Juni	14	—	4·27	Neue Luftwurzeln entwickelten sich in grosser Zahl. Zugleich hatte sich bis jetzt das innerste Blatt entfaltet und ein neues zu bilden angefangen.	
11. Juni bis 16. Juli	35	—	2·76	Es waren wieder neue Luftwurzeln erschienen. Die Blätter sowohl als der Stengel in allmählicher Vergrösserung begriffen.	
16. Juli bis 14. October 1853	90	7·05	—	Die Pflanze hatte nun 8 entwickelte Blätter, die Luftwurzeln an der Spitze so wie sämmtliche Blätter sehr welk.	Im Gewächshause, wo sich d. Pflanze befand zieml. kalt.
14. Octob. bis 23. Febr. 1854	132	—	18·17	Alle Blätter etwas stärker, nebst 2 neuen mit ihren Spitzen hervortretend, 1 Blatt abgefault und entfernt.	
23. Febr. bis 9. März 1854	14	3·11	—	Die Pflanze sammt den Luftwurzeln gesund; ein zweites Blatt von Fäulniss ergriffen.	
	365	10·512	31·735		

Die Pflanze hatte somit in Jahresfrist, während welcher Zeit ihr Stamm sich verlängerte und vier neue Blätter erhielt, zusammen 21·223 Grm. an Gewicht gewonnen. Diese Zunahme konnte nur durch Aufnahme luftförmiger Nahrung, welche sie assimilirte und zur Bildung innerer Theile verwendete erfolgt sein. Es beträgt dies, ihr ursprüngliches Gewicht zu 10·012 Grm. genommen, mehr als noch einmal so viel.

Man sieht also, dass eine Ernährung der Pflanzen lediglich durch die atmosphärische Luft nicht nur möglich, sondern dass die Substanzzunahme selbst unter den ungünstigsten Umständen nicht unbeträchtlich ist, und zur Vermuthung berechtigt, dass unter günstigen Verhältnissen der Einfluss der Luft auf die Ernährung der Pflanzen grösser ist, als wir bisher vermutheten. Hiebei haben sich wenigstens für die Zufuhr von Wasserdunst die Luftwurzeln so thätig erwiesen, dass sie den durch die Blätter nothwendig erfolgenden Verlust nicht nur deckten, sondern stets einen nicht geringen Überschuss hervorbrachten.

Beitrag zur Anatomie von Herotis Ehrenbergii.

Von **Prof. Hyrtl.**

(Auszug aus einer für die Denkschriften bestimmten Abhandlung mit 3 Tafeln.)

Der Inhalt dieser Schrift betrifft, nebst einer vergleichenden Darstellung der Osteologie von *Heterotis Ehrenbergii* und *Osteoglossum formosum*, vorzugsweise jene inneren Organe des ersteren, deren Anatomie bisher wenig oder gar nicht bekannt war.

Hieher gehört vor Allem das accessorische, schneckenförmige Organ der Kiemen. Es besitzt die Gestalt einer Tellerschnecke, von mehr als einem Zoll Durchmesser, welche, von der Kiemenspalte aus gesehen, genau 6 Windungen zeigt, und aus einem knorpeligen, vom mitteren und oberen Gelenkstück des vierten Kiemenbogens (nicht des zweiten, wie es bei Cuvier heisst, oder des dritten, nach Valenciennes) ausgehenden Rohre besteht, dessen grosse Eingangsöffnung gegen die vierte Kiemenspalte sieht. Von innen aus gesehen, zeigt

das Organ nicht die Gestalt einer Schnecke, sondern bietet nur eine gleichförmige, mässig convexe Oberfläche dar, in deren Mitte ein grosses Loch für den Eintritt eines mächtigen Nerven, und für den Austritt eines zur Aortenwurzel tretenden Gefässes, gesehen wird. Die Axe, um welche sich das (8 Zoll lange) Rohr herumwindet, enthält einen, an seinem Eintritte einem menschlichen *Nervus opticus* an Dicke gleichenden Nervenstamm, welcher den bei weitem grössten Theil der Fasern des Vagus in sich enthält, und dieselben zum inneren häutigen Überzug der Schneckenröhre in aufsteigender Stufenfolge entsendet, wo sie mit dem Skalpell nachzuweisende Netzverbindungen eingehen. — Der Kamm, welcher an der concaven Seite des vierten Kiemenbogens aufsitzt, zieht sich, an Grösse abnehmend, durch den Schneckengang fort.

Die physiologische Bedeutung des Organs ist klar. Mit dem Gehör hat es nichts zu schaffen. Der Name *Heterotis* wäre somit aufzugeben, und ihm vielleicht *Helicobranchus* zu substituiren. Das Organ ist erstens ein Athmungs-Organ, und somit den bekannten Kiemenlabyrinthen analog. Es wurde durch Injection nachgewiesen, dass die zuführende Arterie aus der vierten Kiemenschlagader stammt, und die Vene in die Aortenwurzel einmündet. Es ist für die Function eines mit einem respiratorischen Gefässsystem versehenen Schlauches ganz einerlei, ob seine Richtung eine gerade (wie bei *Saccobranchus*) oder eine schneckenförmig zusammengerollte ist. Zweitens muss das Organ der Sitz einer besonderen Empfindung sein, da die enorme Grösse seines sensitiven Nerven nur in den ähnlichen Verhältnissen der Sinnesorgane seines Gleichen hat. Über die Art der Empfindung kann sich die Anatomie keine Vorstellung machen. Vermuthen lässt es sich aber, dass diese Empfindungen, der Dicke des Nerves nach zu urtheilen, sehr lebhaft sein müssen, und vielleicht mit gewissen Instincten des Fisches im nothwendigen Zusammenhange stehen.

Eine fernere Eigenthümlichkeit bietet die Schwimmblase dar. Es findet sich eine vordere *in abdomine*, und eine hintere, in den unteren Bogenschenkeln der Schwanzwirbel eingeschlossen. Die erstere besitzt an ihrer oberen Wand jene zelligen Formen, wie man sie bei *Lepidosteus* und *Amia* kennt. Die Ausbuchtungen der Zellen sind in das Nierenparenchym eingewachsen. Ein sehr starker Muskel liegt in der Medianlinie der hinteren Hälfte der oberen Schwimm-

blasenwand, und hängt beiderseits mit den fibrösen Balken zusammen, durch welche die einzelnen zelligen Ausbuchtungen von einander getrennt werden.

Die hintere Schwimmblase lässt über ihre Bedeutung noch fernere Bedenken zu. Man dachte zuerst auf ein elektrisches Organ. Auch auf einen Lymphraum fiel die Vermuthung. Ihr Bau ist in Kürze folgender: 39 Schwanzwirbel umschliessen sie nicht eigentlich mit ihren unteren Bogenschenkeln, sondern die von jedem Bogenschenkel, zum nächst vorderen und nächst hinteren gehende *Membrana obturatoria* begrenzt zunächst den leeren Raum der Blase. Eine eigene Membran der Blase fehlt, oder scheint wenigstens zu fehlen. Bis zum 19. Schwanzwirbel ist die Öffnung des unteren Wirbelbogens viermal kleiner, als vom 19. bis zum 39., wo der senkrechte Durchmesser der Öffnung 1 Zoll, der Querdurchmesser über 4 Linien beträgt. Diesem Verhältnisse passt sich der Rauminhalt der Höhle an. Die Höhle wird durch Querwände, welche die zwei Bogenschenkel desselben Wirbels mit einander verbinden, in eine lange Folge von Kammern getrennt, welche gar nicht mit einander communiciren. Je zwei hinter einander folgende Querwände hängen durch breite, sichelförmige, mediane, von oben nur bis zur Mitte des Kammerraumes herabsteigende Coulissen zusammen, von welchen seitwärts häufig kleinere Fältchen auslaufen. Vor der Hand mag man das durchaus leere Organ für eine vielkämmerige Schwimmblase — freilich ohne Gleichen — halten.

Kein Fach communicirt mit den anliegenden; auch sah ich weder Luft, noch Wasser, noch Quecksilber, selbst bei sehr grossem Injectionsdruck, in Venen oder Lymphgefässe übergehen. Die *Arteria* und *Vena caudalis* werden durch ein dickes, fibröses Septum, von dem Raume der Kammern ausgeschlossen.

Von den Eingeweiden verdient das Vorkommen eines sehr kräftigen Muskelmagens, mit zwei gegen einander wirkenden Reibplatten, eine besondere Erwähnung. Diese Einrichtung wird begreiflich, wenn man bedenkt, dass *Heterotis* ein pflanzenfressender Fisch ist. Im Vormagen wurden Früchte von Alismaceen und Verberineen, Samen einer Lotus-Art, sowie Samen von Rutaceen und Zygophylleen gefunden [1]).

[1]) Mein geehrter Collega, Prof. Fenzl, hatte die Gefälligkeit, die Bestimmung zu übernehmen.

Der Darmcanal ist zweimal stark S-förmig gewunden, wie bei Mormyrus und Gymnarchus mit zwei langen *Appendices pyloricae* besetzt. Die Leber, mittelmässig gross; — ihre Gallenblase von ausgezeichneter Länge — $3\frac{1}{2}$ Zoll —, so dass man sie im leeren Zustande auf den ersten Blick für ein Stück Darmrohr halten könnte.

Die Harnwerkzeuge bieten nichts Ungewöhnliches dar. Es findet sich eine zweihörnige Harnblase wie bei den Cyprinen, und die Verlängerungen derselben dringen in die Axe des medianen Muskelstranges der Schwimmblase ein, in welcher sie nach vorn verlaufen, und unter rechten Winkeln die Harncanäle aufnehmen, welche aus dem die Zellen der Schwimmblase umschliessenden Nierenparenchym entspringen, und längs der Trabeculae der Schwimmblase zum Stamm der Ureteren hinzutreten.

SITZUNG VOM 16. MÄRZ 1854.

Vorträge.

Über Senarmont's gefärbte Krystalle.

Von dem w. **M. W. Haidinger.**

Das w. M., Herr W. Haidinger, zeigte die ihm vor wenigen Stunden, durch unser correspondirendes Mitglied, Herrn W. Wertheim in Paris zugekommenen trichromatischen Krystalle des künstlich gefärbten wasserhaltigen salpetersauren Strontians. Er verdankt sie der freundlichen Mittheilung des Herrn von Senarmont selbst, den langjährige krystallographische, physikalische und chemische Untersuchungen und Arbeiten endlich auf den Weg geführt, ursprünglich farblosen Krystallen durch die Lösungsmittel Farben zu ertheilen, wodurch die optisch ein- oder zweiaxigen in vielen Fällen die Eigenschaften des Dichroismus und Trichroismus zeigen. Das Verfahren bildet in der That eine Epoche in dem Fortschritte der Studien des Pleochroismus. Jetzt erst wird man im Stande sein, manche Fragen zu erschöpfen, die bisher keine Lösung zuliessen, weil doch im Allgemeinen ausgezeichnete vorkommen, wie bei dem oben erwähnten salpetersauren Strontian durch Blausalz-Absud, mit etwas Ammoniak gefärbt, zu den Seltenheiten gehören, während sie jetzt jedem chemischen Laboratorium zugänglich sind. Die in Canadabalsam zwischen Glas eingeschlossenen Platten des Salzes zeigen, den optischen Axen entlang untersucht, schon im gewöhnlichen Lichte die am Cordierit, Andalusit, Epidot, Axinit vorkommende Erscheinung der hellen Büschel mit dunkelfarbigen hyperbolischen Sectoren, und zwar sind sie hier in wundervoller Schönheit durch ein helles Rosa der ersteren, und ein prachtvolles dunkles Violett der letzteren ausgeführt. Als

Herr v. Senarmont in der Pariser Akademie am 23. Jänner seinen Vortrag hielt, war die Aufmerksamkeit allgemein, man fühlte, es sei dies eine grosse Entdeckung. Viele Mitglieder, darunter die Herren Biot, Cauchy, Regnault, Pouillet drängten sich, die Krystalle zu besehen und Herrn von Senarmont ihre Glückwünsche darzubringen. Herr W. Haidinger spricht Herrn v. Senarmont seinen persönlichen Dank für die freundliche Übersendung der Krystalle aus, so wie seine Freude über diese wichtige Entdeckung, in einer Abtheilung wissenschaftlicher Forschungen, die ihn selbst so vielfältig beschäftigt hatte.

Über den Pleochroismus und die Krystallstructur des Amethystes.

Von dem w. M. **W. Haidinger.**

Die erste Veranlassung der gegenwärtigen Mittheilung war, dass ich beabsichtigte, einige neuere Beobachtungen über Pleochroismus, die ich zu verschiedenen Zeiten an mehreren Mineralspecies zu machen Gelegenheit hatte, zusammenzustellen, um gewissermassen als Fortsetzung eines früheren, von mir gegebenen Verzeichnisses [1]) zu dienen. Bei der Bearbeitung des Amethystes zeigte sich aber so vieles zu erwähnen nothwendig, was unvermeidlich war, wenn die Darstellung nicht mehr oder weniger unverständlich bleiben sollte, dass ich wünschen musste, diesen Gegenstand für sich der freundlichen Aufmerksamkeit der hochverehrten mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe darzubieten.

1. Bisherige Angaben über Pleochroismus.

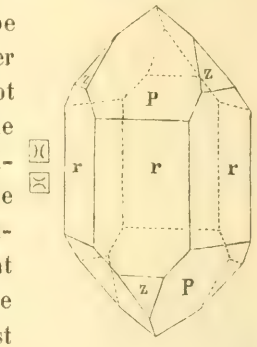
Schon in der ersten classischen Abhandlung [2]) über die farbige Absorption gab Sir David Brewster die Gegensätze der Farben-

[1]) Über den Pleochroismus der Krystalle. Abhandlungen der königl. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften. V. Folge. 3. Band. 1845.

[2]) Philosophical Transactions for 1819. P. II.

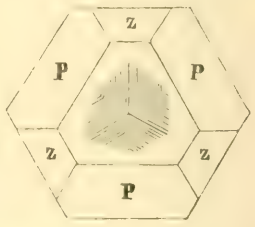
töne, je nachdem man die Krystalle mit der Axe in der Ebene der primitiven Polarisation oder senkrecht darauf untersucht. In meiner ersten Zusammenstellung über den Pleochroismus der Krystalle erwähnte ich bereits der sonderbaren Contraste, wenn man durch parallele geneigte Flächen der Quarzoide, *P* und *z*, hindurchsieht. Später gelang es mir, die Farbentöne, welche in geneigten Richtungen erscheinen, etwas genauer zu studiren, erst an den brasilianischen Krystallen [1]), dann an einer neu entdeckten, besonders merkwürdigen Varietät von Meissau in Österreich [2]). Aus den sämmtlichen Beobachtungen ergibt sich folgendes Bild der pleochromatischen Erscheinungen:

Fig. 1.



Die Untersuchung der Prismenflächen, Fig. 1, gibt durch die dichroskopische Loupe nur Violblau, doch ist das in der Richtung der Axe polarisirte obere Bild etwas tiefer gefärbt als das untere. Der in der That stattfindende starke Farbencontrast ist durch die gleichzeitige Wirkung mehrerer Individuen und Theile derselben in ihrer eigenthümlichen mosaikartigen Schichtung gänzlich verhüllt. Er erscheint bereits in Platten, welche senkrecht auf die Axe geschnitten sind (Fig. 2). Der Amethyst hat eine wirkliche einzige Axe, verschieden von so vielen anderen Krystallen, welche eigentlich eine Axenrichtung haben. Er ist in der That ein Krystall-Aggregat, wie dies Brewster längst gezeigt hat. Beim Amethyst geht die Axe durch einen Mittelpunkt, von wo aus in drei um 120° abweichenden Richtungen sich die Schichten abwechselnd rechter und linker Individuen an einander anschliessen, wie es die Linien in derselben Fig. 2 andeuten. Blickt man durch die Krystallplatten nach einem weissen Lichtfelde in der Richtung der Axe, so sind alle drei Sectoren von gleicher Farbe; dreht man die Platte allmählich, bis man durch dieselbe parallel einer der *P*-Flächen hinsieht, so geht die Farbe des demselben angehörigen Sectors von 120° in ein

Fig. 2.

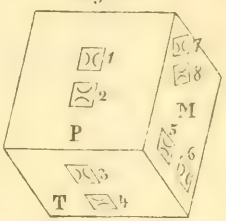


[1]) Naturwissenschaftliche Abhandlungen. Bd. I, S. 1.

[2]) Denkschriften der kaiserl. Akademie der Wissenschaften. Bd. I

blasses missfarbiges Blau, sieht man senkrecht gegen die Fläche *P*, so geht sie für den nämlichen Sector in ein röthliches Violett über. Bei dieser Wendung bleibt der in der Richtung der Axe polarisirte Strahl gleichfarbig violblau, der senkrecht auf die Axe polarisirte wechselt zwischen Blau in der Richtung von *P*, und rosenroth senkrecht auf *P*, alles in einer Ebene senkrecht auf *P* und durch die Axe gesehen. Am schönsten lässt sich dieser Pleochroismus an Prismen von Amethyst beobachten, welche in der Lage der Fig. 3 geschnitten sind, und wo *P* mit der Quarzoidfläche *P* übereinstimmt, *M* und *T* aber senkrecht auf *P* und auf einander stehen. Man hat an Fig. 3 folgende Farbentöne:

Fig. 3.



1. Violett gleich 3, dunkelster
2. Rosenroth, mittlerer
3. Violett gleich 1, dunkelster
4. Blass Indigblau, hellster

} Farbenton.

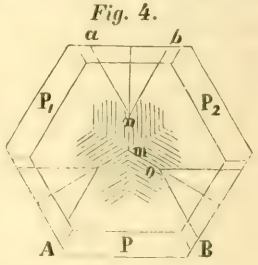
5. } Violett { etwas in Blau
6. } { etwas in Roth } geneigt.
7. Röthlich violett, gemischt aus 1 und 2.
8. Blaulich violett, gemischt aus 3 und 4.

Aber die Plattentheile *AmB* in Fig. 2 sowohl als die Platten Fig. 3 bestehen aus Abwechslungen der Axe parallel an einander liegender Individuen, in Berührungsflächen, welche nicht dem sechsseitigen Prisma ∞Q, welches als Krystallfläche die gewöhnliche des Quarzes ist, sondern dem sechsseitigen Prisma ∞R angehören, das nur selten als Abstumpfung abwechselnder Kanten als Krystallfläche desselben beobachtet wird. Während aber die Schichten der rechten und linken Individuen nach den verticalen Krystallflächen orientirt sind, nimmt man in der Lage von mehr und weniger stark farbigen Schichten eine ganz andere Richtung wahr, nämlich die parallel den Quarzoid-Flächen *P*. Sie gehen ungestört durch das Aggregat rechter und linker Individuenblättchen hindurch, und convergiren gegen die obere freistehende Spitze der Gesammtkrystalle. Durch die senkrecht auf die Axe geschnittenen Platten Fig. 2 erscheint im Polarisations-Apparat, das regelmässige Kreuz mit den Farbenringen. Ein zartes Bild erscheint schon, wenn man durch die Platte, vorausgesetzt, dass sie doch einen überhaupt hinlänglich gesättigten Farbenton

besitzt, gegen ein linear polarisirtes Lichtfeld hinsieht, und zwar wirkt die Platte dabei eigentlich analog einer Glasschichtensäule für Durchgangspolarisation, es ist Biot's *Polarisation lamellaire*. Man sieht ein blaulich-violettes Kreuz mit helleren röthlichen Winkelräumen, oder ein heller röthliches Kreuz mit blaulich-violetten Winkelräumen, je nachdem der Hauptschnitt *m n* des Krystallsectors *AB*, Fig. 4, mit der Polarisationsebene des Lichtfeldes übereinstimmt oder senkrecht darauf steht.

Das sind aber alles aus rechten und linken Individuen zusammengesetzte Platten. Auf sie bezogen sich die Mittheilungen über Pleochroismus der brasilianischen Amethyste [1]). Auch bei den Amethysten von Meissau [2]) lassen sich die gleichen Erscheinungen beobachten, nur sind hier die Farbentöne im Ganzen gesättigter, so dass die Gegensätze deutlicher hervortreten. Aber bei diesen Krystallen (Fig. 4) zeigten sich durch einen noch viel dunkleren Farbenton ausgezeichnet, Zwickel oder Keile, welche von den abwechselnden Seitenflächen *z* her wie in der Figur eingeschoben sind, manche aus einem einzigen links oder rechts drehenden Individuum bestehend, andere aus einem rechts und einem links drehenden Individuum zusammengesetzt, die sich in einer Verticalfläche treffen. Der Pleochroismus dieser eingeschobenen einfachen Krystallfläche ist nun ausgezeichnet schön. In Bezug auf die Lage der reineren Töne, wie sie in Fig. 3 durch 1 und 3 violet, 2 rosenroth, und 4 indigblau bezeichnet sind, stimmt jeder, so wie *A m B* gelegene Theil des zusammengesetzten Krystalls mit dem gegenüberliegenden Sector von 60° *a n b* vollkommen überein, so dass die rechten und linken Individuentheile der Sectoren, wie *a n b*, auf das Genaueste den rechten und linken Theilindividuen des Abschnittes oder Sectors *A m B P* parallel stehen und gewissermassen ihre Fortsetzung bilden. Die mehr oder weniger stark gefärbten Schichten, welche man in *A m B* der Fläche *P* parallel bemerkt, setzen eben in der gleichen Lage auch durch die Keile *a n b* fort; während sie von den drei Flächen *P*, P_1, P_2 gegen den

Fig. 4.

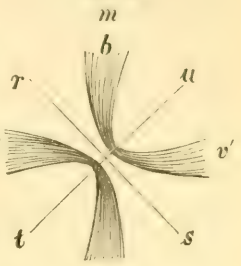


[1]) Naturwissenschaftliche Abhandlungen. I. 1.

[2]) Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften. Bd. I, S. 195.

oberen Endpunkt der Axe convergiren, divergiren sie also gegen denselben um den gleichen Winkel, in dem jenseits des Mittelpunktes der Axe m gelegenen, den Flächen z, z_1, z_2 entsprechenden Sectoren wie anb. Aus einem einzelnen rechten oder linken Individuumstheile geschnitten zeigen sich die in dem ersten Bande der „Denkschriften" von mir beschriebenen dunkeln gyroidischen Farbenkreuze (Fig. 5) auf hellerem Grunde, deren Schenkel in der Richtung der Axe und senkrecht auf dieselbe stehen, und eine Hyperbelfigur darstellen, die der Form nach durch die kleine Axe rs halbirt ist, während die grosse Axe tu die Farben blau (b) und violett (v) scheidet. Zwei neben einander liegende Theile stimmen in den Längsfarben b und v überein, aber ihr Querfarbenbalken b' und v' liegen gegen einander verkehrt. Wenn gegen b zu die gemeinschaftliche Hauptaxe m des Krystalls liegt, und man wendet nun die Platte dergestalt um, dass man von unten durch dieselbe hindurchsieht, so zeigt sich sowohl b gegen v als auch b' gegen v' verwechselt.

Fig. 5.

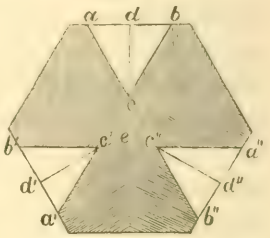


Die Beobachtung bedarf keines Polarisations-Apparates, man sieht einfach die Platte vor das Auge gehalten gegen einen hellen einfarbigen Grund, weisses Papier oder helles gleichförmiges Grau der Wolken. Der gyroidische Charakter der Formen ist deutlich in der Erscheinung des Farbenkreuzes ausgedrückt. Genau in der Richtung der Axe untersucht, ist die Polarisation im Hauptschnitte und senkrecht darauf gleichfarbig röthlichviolett, in der Richtung von rs lebhaft rosenroth, senkrecht darauf in der Richtung von tu blaulichviolett.

Als ich im verflossenen Sommer das Vergnügen hatte, Herrn Dr. J. Ewald in Wien zu sehen, war der Amethyst unter den Gegenständen unserer Besprechung. Er erwähnte farbloser Keile, die er an Platten brasilianischer Amethyste beobachtet, und die sich in der Beschreibung ganz so darstellten, wie die oben erwähnten dunkelfarbigen an dem Amethyste von Meissau. Ich bat ihn, mir nach seiner Rückkehr nach Berlin eine genauere Skizze von seiner Beobachtung mitzutheilen, und er hat sie mir auch in der That kürzlich freundlichst übersendet. Ich lasse über diesen Gegenstand seine eigenen Worte folgen, da ich die Sache unmöglich besser darstellen könnte: „Berlin

den 26. December 1853. Die Erscheinungen, welche ich an mehreren brasilianischen Amethysten gesehen habe, sind folgende:"

Fig. 6.



„An drei abwechselnden Seiten der sechsseitigen Platten (Fig. 6) zeigen sich vollkommen weisse Dreiecke, abc, $a'b'c'$, $a''b''c''$, während der ganze übrige Raum des Krystalls die violette Amethystfarbe darbietet. Diese Dreiecke sind wiederum durch die Linien cd, $c'd'$, $c''d''$, die von den Gipfelpunkten c, c', c'' auf die den Dreiecken anliegenden Sechseckseiten gezogen sind, jedes in zwei Stücke getheilt, und von diesen beiden Stücken verhält sich stets das eine wie ein rechts, das andere wie ein links drehender gewöhnlicher Bergkrystall. Geht man nun die sechs Stücke, bcd, acd, $b'c'd'$, $a'c'd'$, $b''c''d''$, $a''c''d''$, der Reihe nach um den ganzen Krystall herum durch, so wechseln immer rechts und links drehende mit einander ab, so dass wenn acd z. B. rechts dreht, dann $a'c'd'$ und $a''c''d''$ ebenfalls rechts, bcd, $b'c'd'$ und $b''c''d''$ aber links. Die theilende Linie cd ist, wenn ich mich recht erinnere, an dem Stücke, welches ich Dr. Peters übergeben habe, in dem Dreiecke, welches durch einen kleinen Wegweiser von Papier bezeichnet ist, schon mit blossen Augen zu sehen. Betrachtet man eines der drei Dreiecke abc, $a'b'c'$, $a''b''c''$ im Polarisations-Apparate, so sieht man sehr schön beim Drehen der analysirenden Vorrichtung in der einen Hälfte des Dreieckes die Farbe von Gelb zu Blau durch Grün, in der anderen von Gelb zu Blau durch Roth hindurchgehen, ganz wie es bei entgegengesetzt drehenden Bergkrystallen der Fall sein muss. Auch gelingt es leicht durch Diaphragmen, welche man dem Krystalle auflegt, die Erscheinungen in der einen Hälfte des Dreieckes so zu isoliren, dass man daran das Ringsystem eines rechts oder links drehenden Bergkrystalls vollständig beobachten kann."

„Was nun den violetten Theil dieser brasilianischen Amethyste betrifft, so sieht man in diesen eine sehr feine Streifung mit ausgezeichneter Regelmässigkeit ausgebildet. Denkt man sich aus einem Punkte e in der sechsseitigen Tafel drei Linien senkrecht auf diejenigen drei Sechseckseiten, an welchen die weissen Dreiecke liegen, gezogen, und zwar so, dass dieselben auf die Scheitelpunkte $c, c' c''$ der Dreiecke treffen, so sind die Streifen diesen drei Linien ec, ec'

ec'' parallel. Die in dem violetten Raume erzeugten Polarisationsfiguren, weit davon entfernt durchwegs die Erscheinungen rechts- oder links-drehender Bergkrystalle zu zeigen, sind überaus wechselnd, und häufig genug bemerkt man das schwarze Kreuz gewöhnlicher einaxiger Krystalle. Dass man es auch in diesem violetten Raume mit eigenthümlichen Verwachsungen von Individuen zu thun habe, ist sehr wahrscheinlich."

Die Analogie der weissen Keile in den farbigen Platten der brasilianischen Amethyste, wie sie hier Herr Dr. Ewald beschreibt, mit den tiefgefärbten Keilen der Amethyste von Meissau ist vollkommen. Die Natur der weissen Keile hatte schon Sir David Brewster in seiner classischen Abhandlung [1]) über den Amethyst meisterhaft beschrieben und auch bereits die Abbildung, unter andern auch von einem zwei Zoll im Durchmesser haltenden Krystalle, gegeben; ich war aber bei den brasilianischen Amethysten weniger aufmerksam auf sie, eben weil sie, weiss, keinen Pleochroismus zeigten, den ich allein verfolgte. Die erneuerte Beobachtung des Herrn Dr. Ewald legte ihnen ein neues Gewicht bei, indem nun der scheinbare Unterschied der Amethyst-Varietäten von Brasilien und von Meissau verschwindet, und nur noch derjenige übrig bleibt, dass die Keile in den letzteren eine viel gesättigtere Farbe besitzen, als die aus der Axe parallelen Blättern zusammengesetzten Haupttheile der Krystalle, während sie gegentheils bei den brasilianischen Amethysten viel lichter als diese, ja oft ganz vollkommen farblos sind.

2. Rechts und Links.

Die genaueste Vergleichung, die ich anzustellen im Stande war, zeigte indessen noch grössere Übereinstimmung und merkwürdige Stellungen der rechten und linken Individuen. Um sie ganz genau bezeichnen zu können, sei es mir erlaubt, die Frage über Rechts und Links entsprechend der gegenwärtigen Lage krystallographischer und optischer Studien und Autoritäten näher zu betrachten.

Mein hochverehrter Freund Gustav Rose hat in seiner grossen Arbeit über den Quarz [2]) die genaue Geschichte der langsamen Ent-

[1]) On Circular Polarisation as exhibited in the optical structure of Amethyst. Transactions of the Royal Society of Edinburgh. Vol. IX. 1821, S. 159. Pl. X, Fig. 12.

[2]) Abhandlungen der königlichen Akademie der Wissenschaften in Berlin. Gelesen am 25. April 1844. Als Separatabdruck 1846.

Fig. 7.

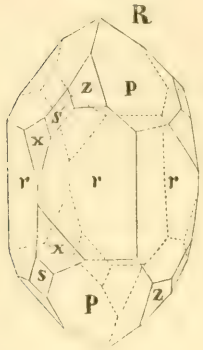


Fig. 8.

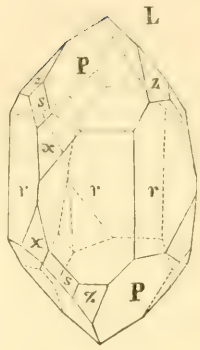


Fig. 9.

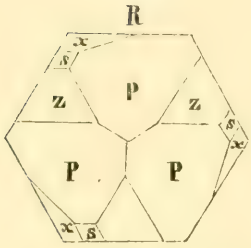
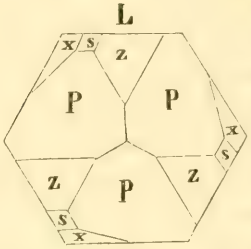


Fig. 10.



wicklung der gegenwärtigen Betrachtungsweisen der Krystallographen gegeben, von welcher hier nur einiger fester Punkte gedacht werden soll. Von Haüy stammen die Buchstaben *P, z, s, x* (Fig. 7, 8, 9, 10), die uns immer noch orientiren, wenn auch von G. Rose *P* durch *R*, *z* durch *r* und *r* durch *g* ersetzt worden sind. Haüy war es, der auch den schief liegenden Flächen *x*, oder vielmehr einer Varietät, an welcher sie erscheinen, den Namen *Quartz plagièdre* ertheilte. Aber während er den verschiedenen Werth der Flächen *P* und *z* anerkennt, endigen in den Zeichnungen sämmtliche sechs Flächen in einer Spitze, und bringen den Eindruck einer einfachen Gestalt, des Quarzoides hervor. Weiss nimmt das letztere als Grundform an, doch gibt er treu den Gegensatz von Rechts und Links in dem Vorkommen der Plagiëderflächen, und macht andere wichtige neue Beobachtungen. Wohl die erste Zeichnung, wo die Rhombenflächen *s*, die eigentliche Grundgestalt, in der ihnen eigenthümlichen Symmetrie dargestellt wurde, ist die Fig. 143 in Mohs' Grundriss der Mineralogie. Der Krystall, von Zirknitz in Krain, zeigte in der That fünf von den sechs erforderlichen Flächen in der dargestellten Lage, an den symmetrisch sechs dazwischen liegenden Ecken keine Spur. Ausgezeichnet schöne Krystalle dieser Art sind bei Trenton und an anderen Orten in den Vereinigten Staaten von Nordamerica gefunden worden. Aber noch treffen alle Quarzoidflächen in den Spitzen zusammen, eine Regelmässigkeit, die ich auch bei dem schönen

Krystalle von Chamouni [1]) aus Allan's Sammlung herstellte. Man entschliesst sich so schwer, ganz mit dem Alten zu brechen, wenn sich auch oft Neues unwiderstehlich in einzelnen Fällen geltend macht. So sind an dem nämlichen Krystalle ohne weitere Untersuchung die Flächen der schärferen Quarzoide für voll genommen, wogegen G. Rose späterhin bewies, dass dies keineswegs immer der Fall sei. Die danebenstehende Figur 146, obwohl die vier verschieden geneigten Plagiëderflächen durch Messung bestimmt waren, zeigt noch vom unteren Ende eine Ergänzung, wie sie nie in der Natur erscheint. G. Rose hat in seiner Abhandlung trefflich das Vorkommen der Rhombenflächen als Trigonoide (nach G. Rose Trigonoëder) mit den abwechselnd vergrösserten Quarzoidflächen verbunden. Nur in Einem glaube ich von seiner Darstellung abweichen zu müssen. Er betrachtet nämlich die Gestalt aus den vergrösserten Flächen *P* als das Grundrhomboëder, während es mir bei weitem vortheilhafter scheint, übereinstimmend schon mit der Darstellung in Mohs' Grundriss, dann in meiner Übersetzung ins Englische, endlich in der Bearbeitung des zweiten Theiles von Mohs durch meinen verehrten Freund Zippe, das Trigonoid *s* als Grundlage zu wählen, als gyroidischen Repräsentanten eines Rhomboëders. Die gegen einander liegenden in verwendeter Stellung zwei Rhomboëder bildenden Gestalten, *P* einerseits und *z* andererseits, sind dann eigentlich Hälften eines Quarzoides. Dadurch allein bringt man die Flächenverhältnisse am Quarz in die volle Übereinstimmung mit denen an anderen vielflächigen Species des rhomboëdrischen Systems.

Vergleicht man die Lage der Flächen an zwei auf diese Art wie Fig. 7 und 8 parallel gestellten Individuen, so leiten uns zur Bestimmung, was rechts, was links genannt werden soll, ein rechtes Individuum oder ein linkes, die folgenden Betrachtungen:

In verticaler Stellung des Krystalls gerade vor den Beobachter gehalten, liegt bei dem Rechts-Krystall oder -Individuum (Fig. 7) die Rhombenfläche *s* rechts, die vergrösserte Hemiquarzoidfläche *P* und die Plagiëderflächen *u*, *x* u. s. w. links, bei dem Links-Krystall oder -Individuum (Fig. 8) liegt die Rhombenfläche *s* links, und die vergrösserte Hemiquarzoidfläche *P*, so wie die Plagiëderflächen

[1]) Treatise on Mineralogy. Vol. 3. Fig. 147. Pl. 27.

liegen r e c h t s. Besonders wird der gyroidische Charakter in den Projectionen für das Rechts-Individuum in Fig. 9, für das Links-Individuum in Fig. 10 ersichtlich. In dem ersten liegen, aus dem Mittelpunkte betrachtet, die Plagiëderflächen rechts, in dem zweiten links von der Rhombenfläche *s*. Während ich der Aufmerksamkeit aller Krystallographen bei dieser Gelegenheit die schöne Übereinstimmung der gewählten Stellung mit der am Apatit, Beryll, Saphir und anderen Species recht angelegentlich anempfehlen möchte, habe ich andererseits die Bestimmung, was rechts, was links bezeichnet werden sollte, entgegengesetzt der von mir bisher betrachteten, wie sie in M o h s Grundriss und späteren Werken vorkommt, aufgegeben, um mich in dieser Beziehung gänzlich der von Gustav R o s e gewählten anzuschliessen. Übereinstimmung in dieser Beziehung überhaupt kann nur günstig für das Studium wirken. Hier wird sie noch wünschenswerther, weil, wie dies sogleich ausführlicher erörtert werden soll, gerade das was hier rechts und links heisst, auch in Beziehung auf die Polarisationsebene rechtsdrehend und linksdrehend genannt wird, und daher auch die abgekürzte Bezeichnung durch *r* (rechts, *right*) und *l* (links, *left*, laevogyr) oder *d* (dextrogyr, *droit*) und *g* (*gauche*) zu keinen Zweideutigkeiten Veranlassung gibt.

Während der Zeit der krystallographischen Arbeiten hatten glänzende Entdeckungen die Fortschritte des optischen Studiums des Bergkrystalls bezeichnet. A r a g o entdeckte, dass man der Axe entlang kein schwarzes Kreuz zwischen gekreuzten Polarisirern erblickt, sondern dass man durch Rechts- oder Linksdrehen des analysirenden entgegengesetzte in der chromatischen Scala stehende Farbentöne erhält. B i o t fand die entgegengesetzte Natur von zwei verschiedenen Arten von Individuen. Sir David B r e w s t e r zeigte die merkwürdige Zusammensetzung des Amethystes aus rechts- und linksdrehenden, oder, wie er sie nennt, retrograden und directen Adern (Platten) und Sectoren (Keilen). Sir John H e r s c h e l verband die Ergebnisse optischer und krystallographischer Untersuchungen, indem er bewies, dass entgegengesetzte optische Drehungsrichtungen mit entgegengesetzten Neigungen der Plagiëderflächen verbunden sind. D o v e gab nach seinen eigenen Arbeiten eine sehr werthvolle Zusammenstellung der optischen Erscheinungen in den vielerlei vorgeschlagenen Untersuchungsmethoden und der Krystallform. Er betrachtet Rechtsdrehen wie eine Schraube befestigt, Linksdrehen wie sie herausgezogen

wird. Was man nun rechts, was man links nennen sollte, das hing begreiflich von der Stellung ab, die der Beobachter gegenüber dem Bergkrystall-Individuum nehmen wollte. Die Praxis hat sich vollständig für die Nomenclatur entschieden, welche Biot vorschlug und welche auch Dove vertritt. Herr Regierungsrath v. Ettingshausen besitzt vier Paare für die Geschichte der Ansichten werthvolle Platten, die ihn längst ebenfalls zu dem gleichen Ergebnisse führte. Das erste Paar erhielt er in London im Jahre 1838 als Geschenk von Herrn Airy, dessen Name durch die von ihm entdeckten Spiralen unvergänglich mit dem Bergkrystall verknüpft ist. Das zweite Paar erhielt er gleich darauf in Paris aus der optischen Werkstätte des Hrn. Soleil, aus der so viele Platten vorher und nachher weithin verbreitet worden sind. Sie stimmten ganz mit den Airy'schen überein. Schon in dem nächstfolgenden Jahre 1839 erhielt er das dritte Plattenpaar, ebenfalls von Soleil. Dieses stimmt aber nicht mit den früheren, sondern was sonst rechtsdrehend war, heisst nun linksdrehend, und umgekehrt; das vierte Paar ebenfalls von Soleil, aus dem Jahre 1853, stimmt vollkommen mit dem vorhergehenden sowohl als auch mit den von Dove gegebenen Eigenschaften überein.

Mit dem oben gegebenen krystallographischen Gegensatze verglichen, erhält man folgende Zusammenstellung:

Das rechte Quarz-Individuum dreht die Polarisationsebene rechts, es ist dextrogyr, das linke Quarz-Individuum dreht die Polarisationsebene links, es ist laevogyr. Folgende drei nach Umständen mehr oder weniger zweckmässig aufzusuchende Erscheinungen gibt die rechtsdrehende Platte:

1. Wenn man die analysirende Vorrichtung oben rechts, unten links (Fig. 11) dreht, so erweitern sich die Ringe, neue Farbentöne erscheinen im Mittelpunkte. *Fig. 11.*

2. Bei derselben Drehung geht die Farbe von Gelb durch Grün, Blau, Violet, Roth, Orange wieder in Gelb.

3. Im Nörremberg'schen Polarisations-Apparate erscheinen die Airy'schen Spiralen mit links gedrehten Spitzen (Fig. 12) oder dieselbe Figur erscheint, wenn von zwei entgegengesetzt gleichen Platten die rechtsdrehende die nähere am Auge ist. *Fig. 12.*

Diese Vorerinnerung ist nöthig, um die Ergebnisse der Untersuchung an einigen anderen Varietäten leichter festhalten zu können;

ich musste sie entweder, obwohl sie bereits Bekanntes enthält, wiederholen, oder alle die Verhältnisse als bekannt voraussetzen, die man nur mühsam aus mancherlei zerstreuten Abhandlungen zusammenfindet.

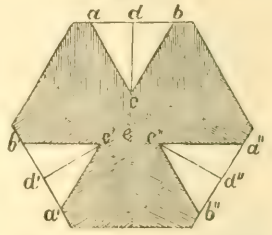
Ganz übereinstimmend mit der hier gegebenen Auseinandersetzung ist der Zusammenhang der optischen und krystallographischen Verhältnisse des Quarzes von Herrn Miller in der vortrefflichen neuesten Ausgabe von Phillips' Mineralogie gegeben [1]).

3. Die Amethyst-Varietäten.

Herr Prof. Dove hat in seiner schönen Abhandlung über den „Zusammenhang der optischen Eigenschaften der Bergkrystalle mit ihren äusseren krystallographischen Kennzeichen" [2]) die Bergkrystalle in drei Classen betrachtet, rechtsdrehende, linksdrehende und Combinationen beider, letztere wieder in drei Abtheilungen, rechtsdrehende oder linksdrehende mit Stellen, wo sie wie combinirte Platten oder wie positiv einaxige Krystalle sich verhalten, oder endlich Amethyste, welche an bestimmten Stellen sich wie rechtsdrehende, an anderen wie linksdrehende, an den Übergangsstellen wie positive einaxige Krystalle verhalten.

Über die letzte Abtheilung, die Amethyste, sollen nun einige Angaben folgen, welche sich auf die hier nur im Allgemeinen angedeutete verschiedene Stellung rechts- oder linksdrehender Krystalle beziehen, und die sich bei den Amethysten aus Brasilien und einigen der Amethyste von Meissau vollkommen gleich und unveränderlich zeigt.

Fig. 6.



Amethyst von Brasilien. Schon Brewster erwähnt nicht nur der gleichen Beschaffenheit der wie $c\,d\,a$, $c'\,d'\,a'$, $c''\,d''\,a''$ (Fig. 6) um die Axe herumliegenden Sectorenhälften gegenüber dem anliegenden von entgegengesetzter Drehung, sondern er nennt insbesondere noch mit vollkommener Bestimmtheit die genannten direct, die entgegengesetzten

[1]) An Elementary Introduction to Mineralogy. By the late William Phillips. New Edition, by H. J. Brooke and W. H. Miller.

[2]) Poggendorff's Annalen 1837—40. S. 607. Farbenlehre 1853. St. 359.

cdb, $c'd'b'$, $c''d''b''$ retrograd. Bei der optischen Analyse der directen durch lineare Polarisation folgen sich aber die Farbentöne wie die der linksdrehenden, die der retrograden wie die der rechtsdrehenden. Die Untersuchung der brasilianischen Amethyste, zuerst des von Herrn Dr. Ewald freundlichst mitgetheilten, dann mehrerer anderer, gaben immer dasselbe Resultat. In allen Fällen liegt, von dem oberen Ende des Krystalls besehen, das linke Individuum rechts und dreht die Polarisationsebene links, das rechte Individuum liegt links und dreht die Polarisationsebene rechts. Von dem oberen Ende des Krystalls besehen, denn von unten aus, der entgegengesetzten Seite der Platte, würde gerade das Entgegengesetzte eintreten. Woran erkennt man aber das obere Ende? Sehr leicht durch die pleochromatische Natur der Krystalle. Diese bestehen nämlich immer aus drei unter 120° an einander schliessenden Theilen und wie es oben Fig. 1, 2, 3 und 4 dargestellt ist, erhält man bei der einfachen Untersuchung mit der dichroskopischen Loupe jederzeit die im Hauptschnitte in der Richtung der Axe polarisirte Farbe schön violblau, die senkrecht darauf polarisirte, senkrecht gegen P gesehen, indigblau. Schon mit freiem Auge ist die Farbe senkrecht auf P röthlichviolett, die in der Richtung von P blaulichviolett. Zugleich sieht man die abwechselnd mehr und weniger farbigen Schichten, und ist überhaupt sehr leicht orientirt, so lange noch die letzte Spur von violetter Färbung übrig ist.

Die Zusammensetzung zweier Individuen, welche die einzelnen pleochromatischen Sectoren der Amethyste hervorbringt, ist aber nicht die zweier einander zur vollständigen Symmetrie ergänzenden Individuen, eines rechten und eines linken, in der hier gezeichneten parallelen Stellung, wie Fig. 7 und Fig. 8, sondern es sind dann zwei verschiedene, noch dazu in verwendeter Stellung befindliche verbunden, so dass die vergrösserten Flächen P und P der zwei Individuen eine gleiche Lage besitzen, wie etwa links Fig. 8 und rechts verwendet (Fig. 13), oder umgekehrt rechts und links verwendet.

Fig. 8.

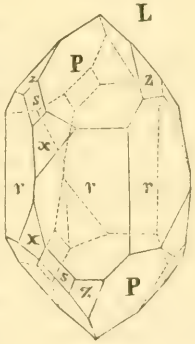
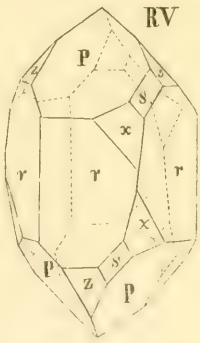


Fig. 13.



Diese Stellung ist es, in welcher Gustav Rose's Figuren,

Taf. I, Fig. 1 und 2, oder 3 und 4, oder 7 und 8, die Individuen jedes Paares, gegen einander abgebildet sind.

Wo rechtsdrehende und linksdrehende Platten an einander schliessen, erhält man bei der Untersuchung eine schwarze, weiss eingefasste Linie. Soleil hat dies selbst bei schiefliegenden Flächen durch unter gleichem Winkel keilförmig geschliffene Platten nachgewiesen [1]). Brewster [2]) hatte aus der Thatsache geschlossen, dass die polarisirende Kraft der rechts- oder linksdrehenden Adern grösser sei, als die der dazwischen liegenden Materie, und dass der Quarz also allmählich aus einer Structur in die andere übergehe. Die oben erwähnte Nachweisung scheint mir indessen entscheidend, denn man hat ja bei der Betrachtung der Linien immer einen Strahlenkegel, in welchem die entgegengesetzt drehenden Theile neutralisirend auf einander wirken. Bei dieser Betrachtungsart bleibt die Structur jeder Platte ganz gleichförmig, bis zur Berührung mit der anderen, ein Zustand, der gewiss viel mehr mit Allem Analogie besitzt, was man sonst an Krystallen zu finden gewohnt ist.

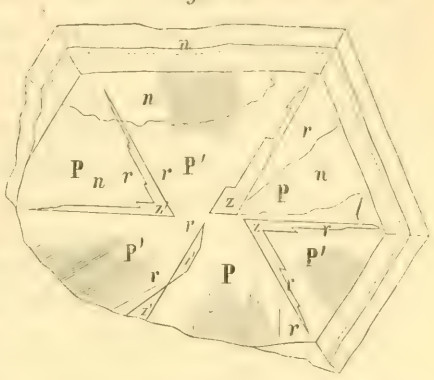
Amethyst von Meissau. Genau wie bei dem brasilianischen ist die Lage der Individuentheile bei dem Amethyste von Meissau; von oben gesehen, das linke linksdrehende rechts, das rechte rechtsdrehende links, wenn sie auch nicht, wie bei dem brasilianischen, heller von Farbe, sondern vielmehr viel dunkler sind als die dazwischen liegenden Theile. Aber diese letzteren selbst bestehen aus sehr viel feineren parallelen Schichten von rechten oder linken Individuen. Während ich bei einigen brasilianischen Krystallen deutlich 16 bis 18 Platten abwechselnd rechts- und linksdrehend auf eine Linie zählen konnte, die als Gesammteindruck im polarisirten Lichte ein sehr schönes schwarzes Kreuz geben, war es dieses letzte allein, welches bei den Amethysten von Meissau den aus der Axe parallelen Platten zusammengesetzten Zustand des Krystalls bewies, man konnte sie nicht mehr zählen, wie bei den brasilianischen, ja nicht einmal mehr überhaupt unterscheiden. Nur eine wellige Abwechslung von Farbentönen erschien im polarisirten Lichte durch die dichroskopische Loupe analysirt, aber diese Spuren hatten selbst mehr die Richtung

[1]) Dove, Darstellung der Farbenlehre und optische Studien. S. 259.

[2]) On Circular Polarisation as exhibited in the Optical Structure of the Amethyst with Remarks on the Distribution of the Colouring Matter in that Mineral. Transactions of the Royal Society of Edinburgh. 1821. Vol. 9. P. 139, p. 149.

parallel der Linie ca, cb, u. s. w. (Fig. 6), als die früher in den drei im Mittelpunkte an einander schliessenden. Ähnliche Lagen hat auch Brewster bereits an dem schönen Krystalle beschrieben, den er Fig. 12 abgebildet, wo sie gleichzeitig mit den eben genannten beobachtet werden.

Fig. 14.



Aber unter den Amethysten von Meissau beobachtet man auch zusammengesetzte Verhältnisse, die in einer zweiten Zwillingskrystallisation begründet sind. Ein bei drei Zoll hoher und noch über drei Zoll im Durchmesser haltender Krystall wurde in eine Anzahl paralleler Platten geschnitten. Die Fig. 14 stellt eine derselben vor, aus der man ein allgemeines Bild entwickeln kann. Die Theile, welche durch P und z bezeichnet sind, befinden sich genau in der vorhin bezeichneten Stellung. In den Richtungen senkrecht auf P betrachtet, sind sowohl die breiten, P entsprechenden Flächen, als die denselben über den Mittelpunkt hinüber der Lage der Flächen z entsprechende Keile röthlichviolett, entlang der P-Fläche blaulichviolett. Aber die Keile selbst, von sehr tief violblauer Farbe, sind von nur beschränkter Ausdehnung, obwohl ganz regelmässig, wie es in der Figur bemerkt ist, aus linken linksdrehenden und rechten rechtsdrehenden Individuentheilen. An mehreren gar zu schmalen Stellen der Keile gelang es mir nicht, die Drehungsrichtung zu erkennen. Dagegen bemerkt man von den Seiten her, welche mit z bezeichnet sind, Krystalltheile, in Bezug auf die Austheilung der Farben genau von derselben Stellung und Neigung gegen die Axe, wie die gegenüber liegende Fläche P. Sie sind durch P' und z' bezeichnet. Die Haupttheile der Platte zeigen sich zwischen linearen Polarisirern vollkommen neutral und geben deutlich das schwarze Kreuz einaxiger Krystalle, sie sind in der Figur durch n bezeichnet. Noch ist der ganze Krystall überall von einer weissen oder farblosen Krystallhaut umgeben; diese gibt überall das schwarze Kreuz. Anders zeigt sich mancher Theil im Innern: so ist der an der Figur rechts oben durch $r\,n$

und / bezeichnete Haupttheil, obwohl von normaler Stellung, deutlich in ein rechtes und ein linkes Individuum zertheilt, die in verticalen Zusammensetzungsflächen endigen, und noch zwischen sich einen neutralen Theil einschliessen. Zugleich ist dieser Theil der blasseste des ganzen Aggregates, er ist beinahe farblos. Die sämmtlichen Erscheinungen sind leicht erklärt, wenn man annimmt, dass man es hier mit Zwillingskrystallen aus Ergänzungszwillingen zu thun hat, die bei gleicher Axe nebst der Zusammensetzung von rechts und links auch noch die von zwei Paaren in entgegengesetzter, um 180° verwendeter Stellung zeigen. Für jede Seitenfläche des Prismas hat man dann eine gleich geneigte *P*-Fläche mit röthlichvioletter Farbe, welcher gleichfarbige Keile über die Axe gegenüber liegen. Es ist übrigens keineswegs schwierig, die Lage jedes einzelnen Theilchens einer solchen Amethystplatte zu studiren. Man hält sie erst horizontal, dann dreht man sie um eine horizontale Querlinie, bis man unter dem Winkel, etwa senkrecht auf die Quarzoidfläche *P*, durch die sechsseitige senkrecht auf die Axe geschliffene Fläche schief hindurchsieht. Wo man nun den gleichförmigen röthlichvioletten Farbenton wahrnimmt, da ist eine *P*-Fläche; ist dies bei dem Drehen der Platte in ihrer eigenen Ebene nur an den abwechselnden Seiten des Sechseckes der Fall, so hat man einen einfachen Zwilling, oder die Verbindung von rechts- und linksdrehenden Platten in nur einer Stellung. Geht aber von jeder Seite ein röthlichvioletter Farbenton aus, dann ist unzweifelhaft der Doppelzwilling vorhanden. Auch die Lage der Keile lässt sich auf diese Art beurtheilen. Die jenseits des Mittelpunktes der Platte gelegenen stimmen in ihrer röthlichvioletten Farbe je mit dem eben vor das Auge gehaltenen Sector überein; fällt der Farbenton in das Blaue, so ist die Stellung entgegengesetzt und gehört der Lage des verwendeten Ergänzungszwillings an. Von der unteren Seite der Platte beobachtet man natürlich statt des röthlichvioletten den blaulichvioletten Farbenton und die abwechselnde Aufeinanderfolge mehr und weniger tief gefärbter Schichten. Die Natur der rechts- oder linksdrehenden oder neutralen Theile der Platte muss man für sich studiren. In den meisten Fällen reichen ziemlich einfache Apparate aus, eine Turmalinzange, oder lose Turmalinplatten, zur Untersuchung des einfachen oder zusammengesetzten Zustandes und eine polarisirte Lichtfläche nebst der dichroskopischen Loupe zur Untersuchung der Aufeinanderfolge von Farbentönen. Auf

diese Weise wurde die Fig. 14 beigefügte Skizze nach der Natur entworfen.

Zwei Amethyst-Ergänzungs-Zwillinge mit einer Seitenfläche in verwendeter Stellung an einander gewachsen, hat bereits G. Rose aus Brasilien beschrieben. Diese Zwillingsbildungen sind gänzlich den Zwillingskrystallen am Bergkrystalle analog, wo zwei rechte oder zwei linke Individuen durch einander gewachsen sind, deren Dasein und Stellung man dann an dem Vorkommen von Rhomben- und Plagiëderflächen an den Ecken, wo sie bei einfachen Krystallen fehlen sollten, oder an der Abwechslung von Matt und Glanz auf den gleichen Flächen u. s. w. erkennt, wie sie im Zusammenhange so schön von meinem hochverehrten Freunde Gustav Rose dargestellt worden sind.

Amethyst von Schemnitz. Die Farbe ist gewöhnlich ziemlich blass. An einer noch recht gut gefärbten Krystall-Platte zeigte sich deutlich die bei den brasilianischen Krystallen so charakteristische Zusammensetzung aus drei Theilen, in Winkeln von 120° einander berührend; die drei Linien sind beim Hindurchsehen gut wahrzunehmen. Ferner ist der Pleochroismus auch vollkommen übereinstimmend nach den drei gegen die obere Spitze geneigten Flächen von *P* orientirt, und zwar senkrecht auf diese mehr röthlichviolett, und stärker farbig als in der Richtung derselben. Der in den brasilianischen und meissauer Amethysten vorkommende indigblaue Farbenton, senkrecht auf die Axe polarisirt, fehlt hier. Das entsprechende Bild der dichroskopischen Loupe ist farblos. Bei den Krystallen von Schemnitz erscheinen nur schwache Spuren von Farbenstreifen im polarisirten Lichte, die auf Abwechslungen der Structur parallel der Axe deuten, entsprechend den Streifen der brasilianischen Amethyste, und auch parallel den Seitenflächen, wohl aber auch die Zeichnung von Keilen an den Ecken der Krystalle, welche den Flächen z entsprechen. Aber das ist auch Alles. Die senkrecht auf die Axe geschnittenen Platten zeigen im Ganzen die durchaus gleichförmige optische Structur eines einzigen Individuums, und zwar waren beide Krystalle, die ich untersuchte, rechtsdrehende. Die verschiedene Lage der drei in ihrem Pleochroismus unterscheidbaren Stellungen ist ohne Einfluss auf die Erscheinung der chromatischen Polarisation.

Diese Austheilung veranlasst wohl eine krystallographische Frage, deren ich hier nur gedenke, ohne ihr freilich in dem gegen-

wärtigen Augenblicke weitere Folge zu geben. Wir sehen den Amethyst deutlich in seiner einfachsten Erscheinung aus drei unter Winkeln von 120° in der gemeinschaftlichen Axe an einander schliessenden unterscheidbaren Theilen bestehen. Gleiche Structur geht durch jedes Drittel hindurch, pleochromatisch nach einem Oben und einem Unten orientirt. Das Letztere ist noch der Fall bei den Krystallen von Schemnitz, wenn auch längst die optische Erscheinung der Axe keine Zusammensetzung aus Platten, sondern einfach rechts- oder linksdrehend ist. Ist nun das Ganze ein rechts- oder linksdrehendes Individuum, mit dreifach gestellter Structur? Sind es schon in diesem Zustande drei Individuen? Ich glaube diese Fragen und alle Folgerungen aus denselben am besten auf die Betrachtung der Ergebnisse noch anzustellender Studien vertagen zu sollen, ohne sie jedoch ihrer grossen Wichtigkeit wegen ganz zu übergehen. Jedenfalls würde die Definition, dass jeder Krystall aus durchaus homogener Materie bestehen soll, ein grosses Gewicht in die Wagschale für die zuletzt erwähnte Betrachtungsweise legen, während das Vorkommen der einzigen optischen Axe eben so nachdrücklich für ein einziges Individuum spricht.

4. Betrachtungen über die Bildung der Quarzkrystalle.

Bei der vergleichenden Untersuchung von Amethysten und Bergkrytsallen bemerkt man einen merkwürdigen Unterschied oder Gegensatz, dessen Natur ein Beispiel am besten darlegen dürfte. Platten von reinem Bergkrystall und ansehnlicher Grösse welche durchaus homogen wären, sind selten. Gewöhnlich zeigen sich die Stellen zunächst der Mitte homogen, etwa wie der Theil *r* in Fig. 15,

Fig. 15.

der nach der Natur skizzirt ist, und rund herum liegen Theile wie *n*, anscheinend von gestörter Krystallisation. Sie zeigen frei im polarisirten Lichte untersucht einen Mangel an Homogeneität, und in einem Polarisations-Instrumente wohl die Ringe der drehenden circulären Polarisation in den Centraltheilen *r*, aber in den Theilen *n* wechseln regelmässige Kreuze und Ringe einaxiger nicht circulärer

Krystalle mit rechts- oder links-gedrehten vollständigen oder unvollständigen Airy'schen Spiralen. Einzeln schliessen sie kleine entgegengesetzt drehende Theile ein, wie die mit / bezeichneten. Diese Erscheinungen sind eben so viele Beweise davon, dass sich nebst dem centralen rechtsdrehenden, dextrogyren Hauptkrystall, noch viele kleine Theilchen der entgegengesetzten Drehung vorfinden, die entweder in verticaler Schichtung, wie beim Amethyst, oder in geneigter Schichtung mit Theilchen jenes Hauptkrystalls wechseln, wodurch eben die verschiedenen Ausgleichungen hervorgebracht werden, je einander, nachdem die Theilchen bei der Beobachtung neben einander oder über und zwar bald links, bald rechts zu oberst liegen. Herr Prof. Dove sagt in Bezug auf diese Krystalle, die er bereits ebenfalls beschrieben und ihre constante Lage bezeichnet hat: [1]) „Es ist dabei „merkwürdig, dass wenigstens bei eilf von mir untersuchten Platten, „bei welchen die Gestalt und Grösse dieser Stelle sehr verschieden „sich zeigte, diese doch nie von dem" (homogenen) „farbigen Raume „umschlossen wurde, sondern immer an den Grenzen der sechsseiti„gen Scheiben, und oft sehr regelmässig vertheilt, in diese wie von „Aussen eindringend erschien."

Die eben ausführlicher erörterten Verhältnisse an den Amethystkrystallen zeigten, dass bei denselben gerade der mittlere zunächst der Axe liegende Theil regelmässig aus dünnen Rechts- und Linksblättchen der Axe parallel geschichtet ist, grössere Theilchen rechter und linker Individuen sich aussen nächst dem Umfange des Krystalls finden. Wohl verdient die Thatsache grosse Aufmerksamkeit und, sobald sie als sicher gestellt anerkannt wird, doch auch den Versuch, sich ein Bild eines möglicher Weise stattfindenden Vorganges zu entwerfen, und sie mit einander in Verbindung zu bringen. Gewiss ist die schnell in kleinen Zwischenräumen so regelmässig wechselnde krystallographische Spannung im Inneren der Amethyste. Gegen aussen hin sind die Individuentheile grösser, entweder unabhängiger gegen die Einflüsse der Veränderung, oder diese selbst wechselten weniger häufig. Ganz anders ist es im Bergkrystall. Hier ist die grösste Einwirkung gleichförmiger Krystallisationskraft, der eigentlich individualisirenden Kraft, wie sie Mohs nannte, gerade im Inneren sichtbar, Abwechslungen, noch dazu sehr unregelmässig,

[1]) Darstellung der Farbenlehre und optische Studien u. s. w. S. 256.

sind gegen die Aussenseite verwiesen; in ihrer sechsseitig sternförmigen Gestalt umschliesst gewissermassen dennoch der reine homogene Kern die äusseren mannigfaltig zwillingsartig gruppirten Sectoren, aber in sechs divergirenden Richtungen, jeder ungleichartige Keil zwischen zwei gleichartigen Strahlen. Durch die schönen Arbeiten des Hrn. Pasteur, dessen Scharfsinn und Beharrlichkeit wir die genaue Kenntniss rechter und linker Traubensäure verdanken, aber auch die ihres Zusammenhanges mit der neutralen Säure, und die Methode eine aus der anderen zu bilden, sind wir vorbereitet, auch bei dem in so vieler Beziehung analogen Quarz ähnliche Möglichkeiten vorauszusetzen. Gewiss dürfen wir annehmen, dass bei der Bildung des Amethystes, während welcher, durch die violette Eisensäure-Farbe beurkundet, eine im Ganzen elektronegative chemische Spannung vorwaltete, Rechts- und Links-Quarz aus der Auflösung sich ziemlich gleichmässig, von dem untersten in der Axe des Krystall-Aggregates liegenden Theile beginnend, an einander fügte. Hier ist von allem Anfange geordnete Lage. Aber so wie die Bildung fortschreitet gegen das Äussere des Krystalls zu, tritt in der Gesammtwirkung einer Plattenreihe von parallel stehenden Individuentheilchen gegen die durch einen Hauptschnitt (wie *mo*, Fig. 4) getrennte Plattenreihe ein neuer Gegensatz ein, der die Vergrösserung des nun als Keil oder Zwickel erscheinenden Theiles aus den zwei, zunächst der Trennungsfläche *op* in der Verlängerung von *mo*, zur Folge hat. Dies bezieht sich vorzüglich auf die gewissermassen einen einzigen zusammenhängenden Vorgang darstellenden Amethyste aus Brasilien. Sichtbar haben grössere, so zu sagen gewaltthätigere Unterbrechungen da stattgefunden, wo Amethyste oder Quarzkrystalle überhaupt von Überzügen gleicher Form umgeben sind. Offenbar sind diese spätere Absätze. Bekanntlich kann man sie oft von der Unterlage ganz abtrennen, wie bei vielen Beispielen aus Devonshire, Schlaggenwald u. s. w. Bei einem der ersteren in der Sammlung der k. k. geologischen Reichs-Anstalt liegt ein pulveriger Absatz zwischen der Unterlage und dem Überzuge. Bei den Amethysten von Meissau ist die äusserste Rinde weder Amethyst, noch rechts- oder linksdrehender Quarz, sondern es ist Quarz, der ein schwarzes Kreuz gibt, also aus Rechts- und Linkstheilchen ziemlich gleichmässig gemengt. Aber je tiefer man in das Innere dringt und eine Schale nach der anderen untersucht, um desto durchsichtiger wird auch die Masse; zugleich erscheinen nun die

Eigenschaften rechts- und linksdrehender Individuen, oft noch mannigfaltig gruppirt, aber doch sichtlich einem homogenen Zustande mehr genähert, als die äussere Hülle. Anders ist gewiss der Vorgang bei dem Absatze dieser Hüllen gewesen als bei den tieferen Schichten, oder besonders da, wo im Inneren (wie in Fig. 15) ein vorwaltendes rechtes oder linkes Individuum erscheint, umgeben von unregelmässigen Keilen mit den Spuren der entgegengesetzten linken oder rechten Individuentheilchen. Gerne möchte man annehmen, dass fortgesetzte genauere Anordnung der Theilchen, unter Verhältnissen, die wohl von denen der ersten Bildung eben so verschieden waren als von denen, welche bei der Entstehung des Amethystes stattfanden, eintrat, hier ohne fernere Vergrösserung von aussen, aber durch Herstellung eines vollkommenen homogenen Zustandes im Inneren. Zweierlei Hypothesen bieten sich zur näheren Bezeichnung des Vorganges dar: Entweder die, gegenüber dem centralen Individuum, fremdartigen Theilchen wurden nur einfach hinausgeschoben und durch gleichartige ersetzt, oder es wurden vielleicht unter veränderten Verhältnissen von Temperatur, Druck und elektro-chemischer Spannung die kleinsten Quarztheilchen selbst in ihre Gegenkrystalle, rechte in linke oder linke in rechte, verwandelt, wie man einen Handschuh umkehrt. Das erste wäre eine Umsetzung gleichartiger Theilchen, das zweite eine Veränderung in der Gruppirung der letzten, der ungleichen Bestandtheile, aus welchen jeder materielle Quarzpunkt besteht. Sehr wichtig ist überall die Beobachtung der Farbe an den Krystallen. Man hat oft bemerkt, dass der Amethyst, zum Beispiel der sibirische, tiefer violblau gegen die Spitze zu gefärbt ist als in dem Prisma. An seinem schönen Krystall macht Brewster darauf aufmerksam, dass nicht nur die Keile gelb sind, während der mittlere Theil violett ist, sondern dass er noch das Merkwürdige zeigt, dass gelbe Adern (Platten) durch die Mitte die drei gelben linksdrehenden Keile verbinden. Auch ich habe an mehreren Amethystplatten das nämliche Verhältniss beobachtet. Aber die gelbe Farbe ist Eisenoxyd, die violette Eisensäure, also der Fortschritt ein sichtlich reductiver, dem auch gewiss die blassgrünlichen Farben, oder endlich das gänzlich farblose angehören, wenn die Krystallisation vollkommen alles Fremde ausgeschieden hat.

Gewiss verdient der Quarz, obwohl lange schon Quelle der wichtigsten Lehren, doch noch immer die rege Aufmerksamkeit zahlreicher Forscher.

Über die Dolomite, die talkhaltigen Kalksteine, die Trümmerkalke, die Ruinen-Marmore, so wie die Sandsteine mit Spaltennetzen oder von breccienartiger Zusammensetzung.

Von dem w. M., **Dr. Ami Boué.**

Die Dolomite scheinen ihre Anomalie verloren zu haben, seitdem Professor Ch. Daubeny und andere Chemiker die Nacktheit und besonders die sonderbaren Gestalten der tiroler Dolomite durch ihre langsame Verwitterung erklärt haben (Brit. Associat. for 1841). Auch Forchhammer hat bewiesen, dass ein reicher Niederschlag von kohlensaurer Talkerde mit kohlensaurer Kalkerde erfolgt, wenn ein mit kohlensaurem Salze geschwängertes Sauerwasser mit Meerwasser in Berührung kommt (Erdmann's Journal f. prakt. Chem. 1850, B. 49, S. 52).

Wo plutonische Gebilde entstanden, wie z. B. die feldspathischen und quarzführenden Phorphyre, Serpentine und dergleichen, da mussten solche Mineralwasser noch lange nach jenen Eruptionen durch die im Erlöschen begriffene vulcanische Thätigkeit oder ihre nur mehr latent sich fortsetzende Kraft aus der Erde hervorsprudeln. Je grösser die eruptiven Massen, desto bedeutender mussten ihre Folgen, desto zahlreicher die Mineralquellen, desto grösser die Menge ihrer Wasser, so wie auch ihrer Kohlensäure und Salze sein.

Solche Verhältnisse stellen sich aber überall ein, wo wir Dolomite finden, indem sie im Gegentheil in den Örtern fehlen, wo die Kalksteingebirge solche talkhaltige Gesteine nicht aufzuweisen haben. So z. B. finden wir neben dem nassauischen primären Dolomite verschiedene eruptive, feldspathreiche Felsarten. Nach der quarzführenden Porphyr-Bildung im nördlichen England kam diejenige des so schön geschichteten *Magnesian-Limestone* oder englischen Zechsteins, wie wir es in kleinem Massstabe in dem Thüringerwalde bei Liebenstein auch wiederfinden. Die wohlbekannten talkhaltigen Kalkschichten des Trias, so wie der dolomitische Kitt einiger Flötzsandsteine, wie im karpathischen Sandsteine u. s. w. (Zeiszner, N. Jahrbuch f. Min. 1843, S. 165) haben auch keine andere Entstehung gehabt, doch müssen die dazu gebrauchten Mineralwasser die

Folgen einer Reihe von späteren Feldspath-Porphyr-Eruptionen gewesen sein. Die mehr localen Dolomite der Kreide und der tertiären Gebiete lassen sich auch leicht auf solche Entstehung zurückführen, denn in jenen Perioden fanden plutonische Gebilde in Menge Statt und die davon abhängigen Mineralwasser mussten nicht immer nur in ihrer Nähe sich zeigen, sondern sie konnten, durch sehr verschiedene Umstände, auch ziemlich weit von ihnen erscheinen. Herr Le Play hat endlich auch Süsswasser-Dolomite in der Nähe der Euphotiden bei Badajos in Spanien gefunden (Ann. d. Min. 1834, B. 6, S. 356—358). Nach diesen Beispielen kann ich unmöglich die Jura-Dolomite von ihren Brüdern trennen, um ihnen einen andern Ursprung zu geben. Ob zu gewissen Zeiten das Meer mehr Talkerde als zu andern enthielt, wie Hr. Middendorf es für jenen Zeitraum voraussetzt (Bull. Acad. d. St. Pétersbourg 1850, B. 8, S. 328), scheint nur eine gewagte Hypothese. Wenn wirklich diese Periode die reichste an Dolomiten gewesen wäre, was noch nicht ganz erwiesen ist, so käme man nur, nach unserer Meinung, zu der Erkenntniss, dass kein Zeitraum so reich an salzhaltigen Säuerlingen war als jener.

Ausserdem findet alles Anomale in der Lage der Dolomite eine leichte Erklärung, wenn man unsere Ansichten annimmt, während das Gegentheil eintritt, wenn man Anhänger der feurigen Dolomisation bleibt. So müssen wir ganz und gar nicht erstaunen, dass Dolomite in allen Kalkarten und Kalkgebilden allmählich übergehen und dass Dolomite eine viel localere Bildung als Kalksteine sind, weil Mineralwasser nur örterweise erscheinen. Ähnlich ist auch die Erklärung, warum gewisse Dolomite kieselige Ausscheidung verschiedener Art enthalten. Gyps kommt mit Dolomit vereinigt vor, wie z. B. in Val Canaria, im Solothurner umgestürzten Muschelkalke hinter dem Weisstein u. s. w., weil schwefelige Ausdünstungen eben sowohl als Mineralwasser die Folgen der plutonischen Thätigkeit waren, wie die jetzigen Solfataren es noch deutlich zeigen. Der kohlensaure Kalk ist dadurch in schwefelsauren verwandelt worden, oder es hat sich auch auf nassem Wege durch Schwefelwasserstoffgas-Reaction krystallisirter oder amorpher Gyps gebildet. Anderswo mag Chlornatrium sublimirt worden sein. Mögen spätere Erderschütterungen oder Gebirgshebungen Spalten in jenen Felsarten gebildet haben, so mussten die Thermalwasser bis jetzt eher diese Öffnungen als andere

Plätze für ihren Ausgang benutzen. Da aber Spalten im Thon- oder Sandgebirge sich viel leichter als jene im Kalke verschütten, so erscheinen noch jetzt ziemlich oft Thermen mit oder ohne Schwefelgehalt am Grunde von pittoresken Dolomit-Spalten.

Man kann sich selbst durch das Hervorbrechen eines mächtigen Pariser Mineralwassers die seltene Bildung eines localen dolomitischen Trichters oder Erhebungskraters denken, wie Herr Élie de Beaumont einen bei Beyne in der Pariser Kreide [1]) annimmt. Dazu braucht man nur die Hypothese einer solchen Quelle während der Bildung der Kreide und wenn man will eine kleine Hebung ihrer Unterlage um etwas geneigte dolomitische Kreideschichten zu bekommen. Wurde in der Alpenregion Kreide-Dolomit auf ähnliche Weise gebildet, so konnte es auch weit von jenen Bergen geschehen, aber darum erscheinen diese Felsen in der Kreide der Ebene nur als seltene Ausnahmen oder unbedeutende Massen gegen diejenigen der Alpen, wo ihre Bildungsursachen in einem viel grösseren Massstabe auftraten.

Aber, wird man einwenden, die feurige Nähe oder selbst die Berührung verschiedener plutonischer Felsarten erzeugte doch manchmal Dolomite, talkhaltige Kalke, serpentinhaltige Marmore und vorzüglich viele talkhaltige Mineralien. Wenn es auch unter den Geognosten Einige gibt, die an diese Thatsachen nicht glauben, so habe ich doch nie zu diesen Ungläubigen gehört, weil die Einwendung sehr leicht gehoben wird, wenn man die Wasser, Quellen und Dämpfe als mitwirkend voraussetzt und die Unterschiede wohl erwägt, welche zwischen einer kolossalen Dolomisation durch talkige trockene Sublimation und einer thermo-elektrochemischen Bildung kleiner Mengen von Mineralien unfern dem Orte, wo die Hitze-Entwickelung eintritt, stattfindet. Alle Zweifel darüber müssen verschwinden, wenn man zum Beispiel im Val di Fassa den Muschelkalk bei Canzacoli neben dem Granite im körnigen Zustande mit talkigen und mit krystallisirten Mineralien (Idocrasen u. s. w.) gefüllt findet, während anderswo dieses muschelreiche Flötzgestein wie in Norddeutschland erscheint und man jene umgewandelten Schichten in ihrer weiten südlichen Ausdehnung auch reinen Muschelkalk werden sieht. Die Brüche von

[1]) Es gibt auch Kreide-Dolomit bei Beauvais und Lusarches (Bull. Soc. géol. de Fr. 1839, Bd. 11, S. 105.

gewissen schönen Mineralien in körnigem Kalke in der Nähe des Monzoni-Sienits wären ein zweites Beispiel u. s. w. Kurz, in jenen Gegenden hat die Abneigung gegen die chemische Dolomisations-Theorie Leopold von Buch's einige Reisende über die anderen wahren feuerigen Metamorphosen Fassa's verblendet, so dass sie selbst ältere Granite und körnige Urkalke vor sich haben sehen wollen.

Ein anderer Umstand, der oft in den Schriften über die Dolomite erwähnt worden ist, besteht in der ungeheueren Anhäufung jener Jura- und Kreidegesteine in den Alpen, wenn man sie mit dem Dolomite der würtembergischen und bayerischen Alb vergleicht. Doch vergisst man, dass daselbst dasselbe Verhältniss für die eigentlichen Kalke und Sandsteinpartien besteht und dass dieser quantitative Unterschied in proportionalem Verhältnisse mit den nächsten älteren Ketten und ihren erlittenen Hebungen sind. Man hat sich oft irrthümlich auf den angeblichen Contrast zwischen dem littoralen Charakter des deutschen Jura's und dem pelasgischen des alpinischen Jura berufen. Wenn die böhmischen Gebirge, das Fichtelgebirge, der Odenwald und der Schwarzwald die Ränder des Jura-Meeres im südwestlichen Deutschland bildeten, so wurde der Zwischenraum auch etwas seicht durch ältere Gebirge gemacht, die durch die unteren Flötzformationen am Grunde des Meeres hervorragten, wie man es z. B. durch geognostische Verhältnisse im Riss erfährt. Aber auf dem jetzigen Platze der Alpen und neben ihnen, waren damals auch grosse Inseln aus älteren Gebilden, die nicht nur einen Theil des nothwendigen Alluviums lieferten, sondern auch dieses Material auf nicht sehr tiefen Ufern absetzten, wie die neueren paläontologischen Entdeckungen, wie z. B. eines Saurier u. s. w., so wie manche littorale Muschel, es uns deutlich machen.

Grosse Bewegungen in jenen festen Theilen Europas riefen auch da zahlreichere und salzreichere Mineralquellen hervor, indem wahrscheinlich auch da die Meeresströmungen zu gleicher Zeit stärker flossen und auch etwas zur Anhäufung des Materials, so wie nicht selten zur Zerstörung des Organischen beitrugen. Dies scheint mir zu genügen, um die grelle Verschiedenheit zweier so nahe liegender Ketten zu erklären.

Dass aber meine Erklärung kein Phantasiebild sei, dafür bürgen uns die bekannten Thatsachen über die Ausbreitung gewisser anderer

Formationen. Wenn wir durch die Anwesenheit eines ziemlich gleichförmigen Pliocens in Österreich und Ungarn, so wie im mittelländischen Gebiete auf einen Zusammenhang der Meere so wie der Temperatur-Verhältnisse jener Länder in der Pliocen-Periode geführt werden, so müssen wir durch die Ausbreitung des alpinischen Nummuliten-Eocen in südlicher und südöstlicher Richtung bis nach Indien zu ähnlichen Schlüssen auch für diesen Zeitraum kommen. Dasselbe stellt sich aber mit der Alpen-Hippuriten-Kreide und dem Jura-Gebilde dar, indem im Gegentheile die Triasschichten der Alpen auf einen nördlichen und nordöstlichen ziemlich freien Zusammenhang deuten. Festzustellen, ob dieses auch früher der Fall war, dazu genügen die wenigen Thatsachen über das alpinische Primäre noch nicht, wenn man dieses mit der Ausdehnung ähnlicher Gebilde in Nordost und Nordwest, oder mit dem ungeheueren Metamorphischen im Norden vergleicht. Solche geognostische Topographie sammt ihrer Paläontologie sind die einzigen hinterlassenen Hieroglyphen der damaligen Vertheilung der Länder und Meere, so wie ihrer Ufer, Meerengen, Wasser und Strömungen.

Jedenfalls steht die Thatsache fest, dass wir in allen Kalkformationen krystallinische Dolomite oder wenigstens talkartige dichte Kalksteine finden und alle möglichen Übergänge des einen Gesteines in das andere kennen. Dolomite sind seltener, wie ihre dichten Brüder und selbst wie jene dichten Trümmerkalksteine, deren Kitt mehr oder weniger Dolomit ist. Die Grösse der Gebilde als Nebensache für den Augenblick bei Seite gelassen, behaupten alle drei Gattungen von Gesteinen dieselbe Lage; namentlich findet man sie in Lagern, in Stöcken und auch halb- oder ganz gangförmig neben einander oder in der Mitte verschiedener Standsteine; seltener wechseln sie mit plutonischen Laven oder Aggregaten ab und noch seltener stecken sie als kleine Stöcke oder Gänge und Fragmente in dem einmal feuerflüssigen Materiale, das sie dann manchmal krystallinischer gemacht, oder in ihnen verschiedene Mineralien durch thermo-elektrochemische Thätigkeit hervorgerufen hat. Doch erscheinen die Trümmerkalksteine mit oder ohne dolomitischen Kitt und Spaltennetze viel häufiger in Gebirgen als im niedrigen Hügellande, wo die Schichten gar nicht oder sehr wenig aufgerichtet worden sind. So z. B. findet man im Keuper Schwabens Trümmerkalke, die gewissen Breccien des reinen oder kieseligen Süsswasserkalkes ähnlich sind, wie man sie

z. B. bei Saucats unfern Bordeaux und bei Champigny neben Paris kennt (Ann. d. Sc. nat. 1825, B. 4, S. 125). Die mittelländischen Kalkbreccien mit oder ohne Thierknochen in Spalten des Meeresufers wären andere Beispiele derselben Art. Man sieht deutlich, dass dieser Kalkschlamm nur halb gebildet und wenig erhärtet besonderen Bewegungen ausgesetzt, und dann in dieser Zerstückelung von scharfkantigen Stücken wieder zusammengekittet wurde. Die gegenseitige Lage dieser Trümmer zeigt oft, dass sie wie in einem breiartigen Kitte geschwommen haben müssen. Der Fall zeigt sich auch, wo jener Kitt selbst sehr talkartig und dolomitisch ist, so dass man dadurch einen Wink für die Bildung der räthselhaften Trümmer-Dolomite der Alpen, Karpathen u. s. w. bekommt. Diese Gesteine scheinen in der That nichts Anderes als jene Keuper-Breccien nur in einem grösseren Massstabe zu sein, weil die Kalksteine der hohen Ketten mit umgestürzten Schichten viel mehr und öfters gerüttelt wurden. Diese Bewegungen waren zweifacher Art, nämlich die oscillirenden der Erdbeben und die der Rutschungen, Erhebungen und Umstürzungen, beide aber, vorzüglich die erste, möchte ich als Hauptursache der Hervorbringung der meisten Kalkbreccien annehmen, doch schliesse ich darum nicht die Bildung von solchen Gesteinen als Resultate besonderer Reibungen bei Erhöhungen der Gebirgsketten oder beim Hervordringen eines plutonischen Gesteines aus. Die Unterscheidung der Reibungskalkbreccien von den anderen wird nur dann leicht, wenn in letzteren fremdartige Gesteine gemischt erscheinen. Wie gesagt, wurde der als lager-, stock- oder gangweise vorkommende Kalkschlamm oft gerüttelt, gespalten und zerstückelt und dann an Ort und Stelle wieder zusammengekittet. Von Fortführung der Fragmente kann da durchweg keine Rede sein, weil alle jetzt noch ihre scharfen Ecken haben. Der einzige Unterschied zwischen ihnen und den plutonischen Breccien wie diejenigen des Sienits, Diorits, Trappes u. s. w. bilden die Gleichheit der Masse, so wie die vielen zahlreichen kleinen Spalten, weil das Material sich dazu eignete und wichtige Nebenumstände wahrscheinlich vorhanden waren.

Die Unzahl der Spalten schien namentlich ehemals ein schöner Beweis der feurigen Dolomisation, weil wirklich nur in künstlich erhitzten Gesteinen eine solche Menge Spalten erscheinen können, indem auf der andern Seite Austrocknung und Rütteln wohl Zer-

stückelung, aber keine solche ins Unendliche gehende hervorbringen können. Dieser Einwurf gegen unsere Bildungstheorie wird aber nur seine Bestätigung finden, wenn man bedenkt, dass die ausstrahlende Wärme der Erde damals noch grösser sein musste als jetzt, da der Abkühlungsprocess noch nicht so weit vorgerückt war, dass die gerüttelten Erdtheile gerade diejenigen sein mussten, die der innern Hitze einen leichteren Ausweg öffneten, und darum gewisse Felsen gerade so geritzt und zerstückelt werden konnten. Wie gewisse Mineralien vor dem Löthrohre, wurden sie einer plötzlichen grossen Hitze ausgesetzt und die Cohäsion mancher Theile wurde dadurch bedeutend geändert. Da Helmersen durch Experimente gezeigt hat, dass unter den Felsarten der dichte Kalkstein der schlechteste Wärmeleiter ist, so konnte wohl gerade diese Eigenschaft die Hitze- und Kälte-Contraste sehr befördert haben, und dadurch die Zerstückelung. Diese Erklärung könnte auch dann das Räthsel von gewissen, wenn nicht allen gangförmigen Trümmerdolomiten auf eine einfache Art lösen. War der Kitt der Trümmer nur gewöhnlicher kohlensaurer Kalk, so entstanden Kalkbreccien, wie wir sie selbst bis in den untersten Theil unseres Leithakalk-Conglomerates sehen, waren aber Säuerlinge mit kohlensauren Salzen in ihrer Nähe durch das Rütteln herausgesprudelt, so bildeten sich jene räthselhaften Gesteine, deren Entstehen bei Wien Manchen so lange beschäftigte und durch die Buch'sche Theorie für einige Zeit zu chemisch unhaltbaren Hypothesen führte. Dass wir aber jetzt auf dem wahren Wege der Erklärung sind, dafür bürgt noch die jetzige Nachbarschaft von Thermalwassern bei manchen jener Trümmerdolomite, so wie auch die abgeriebenen und polirten Flächen längs der Spalten. Man erkennt diese manchmal noch in den Trümmern und diese Reibungen haben auch später stattgefunden, wie man es deutlich in den festen Breccien um Reichenhall in Bayern oder in Idria u. s. w. sieht. Ausserdem schmälert diese Erklärungsweise ganz und gar nicht die Thatsache des allmälichen Überganges des dichten Kalkes in die Kalkbreccien sowohl, als von diesen in den Dolomit, wie man es oft in Tirol sieht; nur scheint es mir ein Irrthum gewesen zu sein, diese Zerspaltungen feurigen Dämpfen zuzuschreiben, die zu gleicher Zeit die Dolomisirung vollständig oder nur halb hervorgebracht hätten.

An Ort und Stelle genügt meine Erklärung gänzlich, denn man sieht nicht nur ein, warum der Fels trümmerartig ist, sondern auch

warum jene Fragmente in ihrer Grösse die wunderbarste Mannigfaltigkeit zeigen. Der Uebergang der Breccie konnte natürlicherweise im dichten Kalke ganz allmählich auf einer geraden, geschlängelten oder mit sehr tiefen Einschnitten versehenen Fläche geschehen. Die Spuren von Petrefacten mussten durch diesen Erhitzungs- und Zerstückelungsprocess verschwinden, was im Dolomite keineswegs der Fall ist. Diese einzige Thatsache hätte schon hinlänglich auf zwei sehr verschiedene Bildungen hinweisen, so wie die Unmöglichkeit der Annahme einer und derselben Metamorphose für die Bildung dieser zwei Felsarten beweisen sollen. Aber noch weniger anempfehlend erscheint diese Theorie, wenn man annimmt, dass das Gestein, worin die Dolomisirung die Petrefacten nicht zerstört hätte, gerade die höchste Potenz dieser Unmöglichkeit sein sollte, während im Gegentheil diejenigen Felsarten, worin alle Spur von Organischem verschwunden war, nur als Anfang der Dolomisirung galten.

Die einzige merkwürdige Verschiedenheit dieser Gesteine und der gewöhnlichen Trümmerfelsen ist das wenige Zusammenhalten der Bruchstücke, das Lockere und die vielen leeren Räume in den kleinen Spalten. In der That sieht es aus wie eine Halde, ohne doch im Geringsten mit solchen künstlichen Anhäufungen etwas Gemeinschaftliches zu haben. Erstlich zeigen alle solche Breccien nicht diese Eigenheit, darum sie auch nicht alle als Sand gebraucht werden können. Dann frägt es sich, ob dieses Wesen nicht blos ihre äusseren Theile betrifft und nur ein Verwitterungsprocess durch Luftzutritt und vorzüglich durch die Kohlensäure der meteorischen Wasser ist. Dieses letztere namentlich hätte sich in jenen Felsen niedergesenkt, den kohlensauren Kalk theilweise aufgelöst und weggeführt und nur die doppelte Verbindung von kohlensaurem Kalk und Talkerde als weissen Staub zurückgelassen. Dass aber dieses scheinbar das Räthsel löst, zeigt die kurze Ausbeute des dolomitischen Sandes. Solche Arbeit kann man nicht in der Tiefe fortsetzen, sondern man muss sie nur immer weiter an der Oberfläche verfolgen. Darum versiegten die ehemaligen reichen Sandgruben des Kalvarienberges bei Baden, diejenigen bei der Gainfahrner Dorf-Kirche u. s. w.

Warum aber die Verwitterung nicht alle Kalkbreccien oder selbst die ganze äussere Fläche einer dolomitischen Breccie gleichmässig angreift, scheint auch leicht erklärbar, weil es der gewöhnliche Gang aller Verwitterungen ist. Erstens ist der Zutritt des atmosphäri-

schen Wassers nicht überall so leicht, dann hilft oder hilft nicht die atmosphärische Luft, nachdem die Gesteine dicht oder porös und fein gespalten sind.

Wären endlich auch die zersetzenden Kräfte überall dieselben, so fänden sie nicht überall und selbst wohl nicht in derselben Masse eines dolomitischen Kalkes das fügbare Material, um damit ihre Zersetzungen, Abführungen und Zerstörungen zu vollbringen. So wird ein minder dichter Krystall leichter aufgelöst als ein dichterer, und es mag selbst die Menge der Dolomit-Rhomboeder gegen die der Kalkspathe einen Einfluss auf die Zeit und die Folge der Zersetzungsthätigkeit ausüben. In allen Fällen sieht man überall die Oberfläche der Kalkbreccien mehr oder weniger äusserlich angegriffen, zersetzt und selbst oft zerbröckelt, aber nur diejenigen Breccien geben Anlass zu Sandgruben, wo der Kitt und die Spalten gänzlich oder nur bis zu einem noch nicht ermittelten Mengen-Werthe gegen den Kalkspath aus Dolomit bestehen. Möge diese fühlbare wichtige Lücke unseres Wissens über diese Trümmergesteine bald in dem schönen geologischen Reichs-Institute durch seinen geschickten Chemiker ausgefüllt werden. Es wäre selbst die Möglichkeit vorhanden, meine Hypothese der Hervorbringung jener Sandkalkbreccien durch Experimente zu prüfen.

Wenn man die hier auseinandergesetzte Ansicht über die Trümmerdolomite theilt, so hat man keine Mühe Ähnliches in kleinem Massstabe unter dem Kieselschiefer und mehr oder weniger jaspisartigen Gesteine der Apenninen zu erklären. Nur in diesem Falle war der Kitt kieseliger Art oder durch Kiesel enthaltendes Thermalwasser verursacht. Darum finden wir jene Kieselbreccien immer in der Nähe der Serpentin-Euphotide, der Diorite, kurz der plutonischen Gesteine. Auf der andern Seite gibt diese Erklärung vielleicht auch einigen Aufschluss über die Bildung des Ruinen-Marmors und alle jene Stufen des Überganges dieses letzteren Gesteines in mergelige und quarzige Sandsteine, die viele kleine Zerklüftungen zeigen und doch feste Massen sind.

Bis jetzt hatte man dieses spaltige, zerrüttete Wesen durch Austrocknung und Zusammenziehung der Massen zu erklären geglaubt. Da es zu abenteuerlich erscheint diese zwei Veränderungen der Erdhitze zuzuschreiben, so können sie nur während der Ebbe am Meeresufer geschehen sein, denn die häufige

Abwechslung jener Kalk- und Sandsteine machen es ganz unmöglich, dass jede gespaltene Schicht lange Zeit trocken durch Emporhebung liegen blieb, und später wieder durch Senkung unter das Wasser kam. Es ist aber schwer zu bestimmen, wie weit solche Veränderungen in der Cohäsion des Materials während der Ebbe zu der Hervorbringung der Spalten beigetragen haben mögen. In allen Fällen scheinen die meisten Zerklüftungen früher als die mechanische Umwandlung in der Schichtung stattgefunden zu haben, indem die letztern vorzüglich ihre Erklärung in den oscillirenden Bewegungen des Erdbebens finden würden. Vergleicht man die Spaltennetze mit jenen der früher besprochenen Trümmerkalke und Dolomite, so bemerkt man wohl meistens schärfere Absonderung der Spalten und vorzüglich viel wenigere unregelmässige oder geschlängelte Verzweigungen, aber das Material ist auch ein anderes.

Auffallend bleibt es doch, dass diese eigenthümliche Gattung von Kalk- und Sandsteinen fast nur ausschliesslich in der alpinischen, karpathischen und mittelländischen Region sich zeigt, indem nur annäherungsweise etwas dergleichen in Solenhofer-Schiefern, im Kleinen hie und da im Muschelkalke und im Grossen im Thüringischen rothen und bunten Sandsteine, so wie im Zechsteine bekannt wurde. (Voigt, Miner. brgmänn. Abh. 1789, Bd. 2, Taf. 1, und von Hoff, Leonhard's Taschenb. d. Min. 1814, Bd. 8. Taf. 2.)

Wenn Austrocknung die alleinige wahre Hauptursache davon wäre, so hätten sich Ruinen-Marmore und Sandsteine auch in den Flötzgebilden des Nord- und Central-Europas häufig bilden müssen, wo es doch Gesteine von der erwünschten Dichtigkeit und Feinheit, so wie auch Eisenoxydhydrat oder Mangan im Überflusse gibt, und auch Ebbe und Fluth lange walteten. Wahr ist es allerdings, dass die Ausfüllung der Spalten fast gleichzeitig mit ihrer Bildung hat stattfinden müssen, weil man sonst oft nicht verstehen würde, wie die Fragmente von einander getrennt bleiben konnten. Aber gerade dieser Umstand spricht eher für eine Bildung unter dem Wasser als theilweise an der freien Luft.

Ohne den Knoten dieser Controverse gänzlich lösen zu wollen, muss man doch nicht vergessen, dass in jenen erwähnten südeuropäischen Gegenden das Flötzgebilde, und selbst das Eocen zum grössten Theil aus aufgeschichteten Schichten besteht, so dass sie gewiss da mehr als in andern Ländern viele kleinere, so wie auch grosse

Erschütterungen erlitten haben. Wenn nun starkes locales Rütteln in halb verhärteten Kalkschlamm-Breccien und kleinere Bewegungen den Ruinen-Marmor erzeugten, so mussten sich diese Äusserungen der plutonischen Kräfte auch in den Sandsteinen offenbaren. Daher nimmt man auch nicht nur viele Zerklüftungen und feine Spalten wahr, die später mit Kalkspath oder dergleichen ausgefüllt wurden, sondern auch jene Anomalien in der Schichtung, wie ihre wellenförmigen oder unregelmässigen Biegungen, ihre verschiedenen localen Neigungen, ihre Verwerfungen, und selbst hie und da ihr verworrenes und breccienartiges Wesen. Alle diese letzteren Eigenheiten theilen die Kalksteine aber vorzüglich auch nur in den hohen Gebirgsketten. Doch bedingt die Verschiedenheit der Natur der zwei Gesteinsarten den wichtigen Unterschied, dass der Kalkschlamm sich viel leichter, als der Sandstein durch das Rütteln in Breccien verwandelte, indem der letztere zwei Veränderungsarten erleiden konnte. War der Sandstein noch sehr wenig zusammen gebacken, so schüttelte die Bewegung fast nur losen Sand, und verursachte hie und da grössere Anhäufung, aber da unter jenen verschiedenen Mineralien keine Cohäsionskraft wie im Kalkschlamme bestand, so kann man in dem endlich verhärteten Sandsteine diese Folgen der Bewegungen kaum oder gar nicht bemerken. Hielten aber die Sandkörner schon zusammen oder hatten sie einen mergeligen, talkhaltigen oder kieseligen Kitt, so konnten wohl jene Spaltennetze, jenes Breccienartige entstehen, das man an ihnen hie und da, und vorzüglich im sogenannten Wiener- und Karpathen-Sandsteine, kennt.

Über den Bau und die Eintheilung der Pycnodonten, nebst kurzer Beschreibung einiger neuen Arten derselben.

Von dem w. M. **Jakob Heckel.**

Auszug aus den für die Denkschriften bestimmten „Beiträgen zur Kenntniss der fossilen Fische Österreichs."

(Vorgetragen in der Sitzung vom 12. Jänner 1854.)

Das innere Skelet der *Pycnodonten* bildet den Übergang der mit einer weichen Chorda versehenen Ganoiden, zu jenen, deren Wirbelsäule aus vollständig verknöcherten Wirbeln besteht, und zwar in einer Weise, die sich an einer grossen Anzahl anderer dahin gehöriger Bewohner der Urwelt, so wie einiger jetzt noch lebender ebenfalls ähnlich vorfindet. Im Allgemeinen war dieses Skelet ziemlich stark, doch mehr zum Zerdrücken oder Zerreiben dünnschaliger Nahrungsstoffe als zum raschen Durchschwimmen weiter Strecken gebaut. An dem Schädel, der aus einer knorpligen Kapsel bestand, waren nur die äusseren Theile, vorzüglich der Kiefer- und Deckelapparat ossificirt und selbst diese haben sich stets so mangelhaft erhalten, dass sie eine vollständig genaue Beschreibung bisher nicht zuliessen.

Die Stirne bedeckt vom Hinterhaupte bis vor die Augen eine ziemlich starke, wahrscheinlich durch Näthe, den Stirnbeinen analog getheilte Schale, deren Oberfläche gekörnt, gefurcht oder netzförmig porös ist. Die vorderste, oft sehr hohe Jochbeinplatte nimmt einen grossen Theil an der Seite des Vorderkopfes ein und reicht stets bis zum Oberkiefer herab, der sich zum Theile darunter zu verbergen scheint. Die Augenhöhle liegt meistens sehr hoch und weit rückwärts im Kopfe. Der Vordeckel ist gewöhnlich kurz, der Deckel gross, flach, und nebst dem Unterdeckel rückwärts glatt abgerundet; die beiden letzteren zeigen auf ihrer Oberfläche meistens zarte, strahlenförmige Furchen. Der obere Mundrand wird von den an einander stossenden Kiefer- und Zwischenkiefer-Knochen gebildet; erstere bestehen aus ziemlich schwachen, zahnlosen Lamellen, letztere sind kurz aber stark, am Rande mit 4 meisselförmigen, oder stumpfeckigen Zähnen besetzt und besitzen, gleich Fischen mit weit vorschiebbarem Munde, lange, zwischen den Nasenbeinen aufsteigende Stiele. Die Unterkieferäste sind vorherrschend stark und so wie der aus

einem einfachen mit der Schädelbasis verwachsenen Knochenstücke bestehende Gaumen mit Mahlzähnen der Länge nach reihenweise gepflastert. Jeder Unterkieferast enthält 3 bis 4, der Gaumen 3 oder 5 Reihen, rückwärts allmählich an Grösse zunehmender Zähne. Sind 3 Zahnreihen auf jedem der ersteren vorhanden, so enthält die innerste Reihe die grössten, die Aussenreihe die kleinsten Zähne und ein breiter, nackter Zwischenraum scheidet die beiderseitigen innersten Reihen. Bei 4 Zahnreihen stossen die beiden innersten an einander, die äussere und dritte enthält alsdann die grössten, die zweite nebst der vierten oder innersten die kleinsten Zähne. Bei den Gaumenzähnen sind die Randreihen nach aussen stets eben abgeschliffen, so dass sie eine mehr oder minder dicht geschlossene Seitenwand darstellen; wo 3 Reihen vorkommen besteht die mittlere unpaare Reihe abwechselnd aus einem der grössten und zwei gepaarten kleinen Zähnen; sind 5 Reihen vorhanden, so enthält entweder die Mittelreihe die grössten Zähne, oder sie liegen in den beiden Randreihen, in letzterem Falle haben die Zähne der drei dazwischen befindlichen Reihen eine gleiche Grösse. Bei jedem dieser Verhältnisse der oberen und unteren Zahnreihen beträgt der Querdurchmesser sämmtlicher Gaumenreihen stets nur die Hälfte der ihnen entsprechenden Reihen des ganzen Unterkiefers, so dass die Aussenreihen des letzteren, gegen die Gaumenreihen drückend, natürlich keinen Widerstand finden würden, was jedoch der sichtbaren Abnützung jener Zahnreihen des Unterkiefers widerspricht und daher einen eigenthümlichen kahnförmigen Bau des Mundes voraussezt.

Agassiz gab, ohne diesen letzteren Umstand zu berühren, sämmtliche ihm bekannt gewesene Gaumenzähne als auf der Pflugschar (Vomer) festsitzend an. And. Wagner [1]) widerlegte diese Ansicht und stellte bei *Girodus circularis*, die von Agassiz dem Vomer allein zugeschriebenen fünf Reihen Gaumenzähne, jedoch ohne den Vomer desshalb für ganz zahnlos zu halten, auf einen der beiden Oberkieferäste (Gaumenbeine), wonach wenigstens 10 Reihen Gaumenzähne vorhanden sein müssten. Costa [2]) leugnet die unpaare Zahl der gesammten Gaumenreihen und versetzt die Gaumenzähne ausschliess-

[1]) Beiträge zur Kenntniss der in dem lithographischen Schiefer abgelagerten urweltlichen Fische. (Enthalten in den Denkschriften der königl. Akademie der Wissenschaften. München 1850.)

[2]) Paleontologia del regno di Napoli. (1853?) Parte II, pag. 23.

lich an die Seiten des Gaumens (Gaumenbeine), indem er den Vomer nackt, ja sogar durch eine mittlere Längsfurche getheilt angibt. Sowohl nach Herrn Wagners als Costa's Angabe der Stellung und Anzahl dieser Zahnreihen, müsste man auf eine innere Mundgestalt schliessen, die jener an jetzt lebenden mit Mahlzähnen versehenen gewöhnlichen Knochenfischen (*Boridia*, *Chrysophrys*, *Pagrus*) gleichet. Meine eigenen Untersuchungen ergaben jedoch ein, von den bisherigen Ansichten abweichendes Resultat und damit denselben weder mehr noch weniger Werth beigelegt werde, glaube ich diese Untersuchungen einzeln vorher anführen zu müssen.

An einem in dem hiesigen Museum befindlichen Exemplare des *Microdon elegans* Agass. ist der rechte Unterkieferast nebst dem ganzen Gaumen vollkommen erhalten. Ersterer hat sich halb gewendet und zeigt seine 4 Zahnreihen von abwechselnder Stärke. Letzterer ist noch in seiner ursprünglichen Lage, trägt an der linken, dem Auge zugekehrten Seite, ein an dem Zwischenkiefer hängendes Rudiment des Oberkiefers und enthält 3 vollständige Zahnreihen, deren mittlere stärkere abwechselnd aus einem grossen und zwei paarweise kleineren, den Raum eines Grossen einnehmenden Zähnen besteht. Eine sorgfältige Ablösung des verhüllenden Gesteines, von der unteren Seite der Platten aus bewerkstelligt, überzeugte mich vollständig, dass auch hier keine Zahnreihe fehlen könne, denn ein noch grösseres Rudiment des Oberkiefers lag etwas herabgeschoben an der rechten Seite der äusseren Zahnreihe, welche noch überdies gleich jener der linken eine abgeschliffene, dicht geschlossene Aussenwand darbietet, woran keine weitere Zahnreihe sich in gewöhnlicher alternirender Weise anzufügen vermag.

An unserem 19 Zoll langen Exemplare eines Pycnodonten des Karst-Gebirges, *Coelodus Saturnus* Heck., ist der Kopf vertical durch die Mitte gespalten und jede der beiden Platten enthält einen mit seinen 3 Zahnreihen vollständig besetzten Unterkieferast. Die Zähne des, durch den seitlich erfolgten Druck zusammengequetschten Gaumens haben sich alle in die Masse der linken Steinplatte versenkt und die rechte enthält nur leere Eindrücke derselben. Nach einer wie vorhin vorsichtig geschehenen Ausgrabung kamen fünf Zahnreihen zu Tage. Eine aus quer-elliptischen grösseren, die Mittellinie des Gaumens bedeckenden Zähnen, dann jederseits derselben zwei symmetrische Reihen aus mehr rundlichen kleineren Zähnen,

die mit ihrer Basis an den beiden Seiten eines gleichsam comprimirten Stabes ansitzen. An der Aussenseite der beiden äussersten Zahnreihen sind die rundlichen Zähne abgeflacht und schliessen sich wie bei Microdon, dichter und in gerader Linie an einander an. Ein Beweis, dass hier keine weitere Seitenreihe vorhanden war.

Auf dieselbe Weise untersuchte ich die beiden Gegenplatten eines hier aufbewahrten vertical gespaltenen Exemplares des bekannten *Pycnodus Platessus* Agass., in dessen halboffenem Munde, die Mahlzähne sich ebenfalls sehr gut erhalten hatten. Ich fand den Gaumen mit fünf Zahnreihen besetzt und an seinen beiden Seiten die breiten Überreste, ein wenig herab geschobener Oberkieferäste. Die vordere Hälfte des Gaumens hat ihre 5 Zahnreihen sämmtlich in der rechten Steinplatte abgelagert, während sich an der hinteren Hälfte durch den unebenen Bruch, nur 3 Reihen auf der rechten und 2 auf der linken Platte befinden. Der vordere ungetrennt gebliebene Theil des Gaumens bildet eine abwärts gekehrte Wölbung, an dem hinteren breiteren Theile ist diese Wölbung durch die Compression geborsten, und die Zähne der 4 Seitenreihen liegen mit ihrer Basis gegen einander. Sowohl die Mittelreihe als die ihr zunächst liegenden beiden Seitenreihen enthalten beinahe gleich starke (nur wie gewöhnlich nach rückwärts grössere) rundliche Zähne; die beiden Aussenreihen aber bestehen aus grösseren elliptischen Zähnen, die sich, nebst ihrer abgeflachten, die äussere geradlinige Wandung bildenden Fläche, auffallender Weise noch dadurch auszeichnen, dass sie nicht wie die elliptischen Zähne des Unterkiefers quer gestellt sind, sondern der Länge nach mit den Seiten des Gaumens parallel laufen.

Ein grosses Bruchstück des Kopfes von *Palaeobalistum Ponsortii* Heck. war der weichen, ihn umgebenden Steinmasse wegen vorzüglich zu dieser Untersuchung geeignet. Die starken, aussen zartgefurchten Unterkiefer-Äste lagen, ohne zertrümmert zu sein, gleich den Wänden eines schmalen Kahnes etwas gegen einander gedrückt und ihr Zwischenraum, oder vielmehr der Raum zwischen den rechten und linken, jederseits 3 Längsreihen bildenden, mit ihren Kauflächen sich entgegenstehenden Mahlzähnen war durch Steinmasse ausgefüllt. Nach Ablösung des Unterkiefers erschien beinahe unverletzt, der aus einem einzigen sehr lockeren, grobzelligen, abwärts halbrunden, oben leistenförmig erhöhten Knochenstücke bestehende Gaumen, mit fünf

Reihen etwas elliptischer concaver Zähne, von ziemlich gleicher Grösse. In der unpaaren Mittelreihe liegen diese Zähne querüber, in den beiden daran anliegenden Seitenreihen stehen die 3—4 hintersten Zähne schief, die mehr vorne sitzenden aber sind gleich denen der beiderseitigen Aussenreihen ihrer Länge nach gestellt. Letztere haben zugleich eine schmälere längere Gestalt und bilden eine dichter geschlossene Reihe.

Wir haben sonach die vollständige Überzeugung erhalten, dass an den vier hier untersuchten Gattungen *Microdon*, *Coelodus*, *Pycnodus* und *Paleobalistum* stets eine unpaare Anzahl von Zahnreihen, die nicht über fünf beträgt, die ganze Gaumenbreite einnehmen. Ebenso dass sich die Randreihen derselben durch die auswärts abgeflachte Gestalt ihrer Zähne charakterisiren. Auch wird, nach Analogie, Niemand ferner bezweifeln können, in den isolirt vorkommenden fünfzeiligen Zahngruppen von Gyrodus-Arten *(Recherches sur les poissons fossiles)* die vollzähligen Zahnreihen eines sich abgelösten Gaumens zu erkennen und ebenso wenig vermuthen, dass unter den sämmtlichen, durch ihren eigenthümlichen Bau so natürlich verwandten Pycnodonten, eine andere Anordnung der an dem Gaumen befindlichen Zahnreihen bestanden habe. Daher mussten, vermöge des Gesetzes der Symmetrie die äusseren dieser Reihen den beiden Gaumenbeinen angehören und wenigstens die unpaare Mittelreihe längs der Mitte des Gaumens oder des mit den Gaumenbeinen verschmolzenen Vomers ansitzen. Die Stelle der Pflugschaar war mithin nicht nackt, oder gar wie Herr Costa sah, durch eine Längsfurche getheilt [1]).

---

[1]) Die beiden Unterkiefer-Äste von Pycnodonten trifft man bisweilen flach neben einander liegen und isolirt im Gesteine an. Ihre durch den Druck geborstene lange Symphyse bildet alsdann eine starke Mittelfurche, gerade so, wie sie die, in der *Paleontologia del Regno di Napoli, Parte II*, auf Taf. 3, als *Palato anteriore del nostro Pyc. Achillis*, unter Fig. 7 (nicht 4, wie der Text auf Pag. 23 sagt; denn Fig. 4 wird später, Pag. 28, nur auf *Pyen. Rhombus* bezogen und zeigt auch nichts von einer *profonda solcatura longitudinale nel mezzo)* gegebene Abbildung darstellt. In Folge dieser unglücklichen Ansicht stellte Herr Costa eine neue Gattung *Glossodus* auf, als deren Typus *Pycnodus Mantellii* Agass. darum betrachtet wird, weil es dort (Poiss. foss. T. II, 2de Partie, pag. 196) heisst: *Il se pourrait que les pièces des fig. 9 et 13 fussent des plaques linguales. Les dents, dont elles sont couvertes, sont du moins plus serrées, que celles des fig. 7, 8 et 12 (plaques vomeriennes).* Abgesehen davon, ob die unter Fig. 9 und 13, dann die unter Fig. 7, 8 und 12 dargestellten Zahngruppen wirklich einer und derselben Art angehört haben oder nicht; abgesehen davon, dass ich bei der sorgfältigsten Untersuchung der mir zu Gebote gestandenen vielen

Ferner haben wir uns gleichfalls überzeugt, dass die Reihen der Gaumenzähne, sie mögen in einem deprimirten oder comprimirten Zustande angetroffen werden, jedesmal eine Breite einnehmen, welcher jener der ihnen zum Wiederstande bestimmten Zahnreihen des ganzen Unterkiefers kaum mehr als zur Hälfte gleichet. Es war mithin unmöglich dass, an lebenden Thieren, beide Zahnlager in Gestalt horizontaler Ebenen ihrer ganzen Breite nach gegenseitig wirksam sein konnten, wohl aber lässt sich ihre allgemeine Wirksamkeit bei einer kahnförmigen Vertiefung des Unterkiefers und einer in dieselbe abwärts gekehrten Wölbung des Gaumens denken. Dabei musste zwischen beiden ein mittlerer Raum, sowohl für die Zunge als auch für die zu erfassende, wahrscheinlich schalentragende Nahrung übrig bleiben, welche vorzüglich nur durch die seitlichen Zahnreihen und durch die Aussenreihen des dazwischen eindringenden Gaumens zerrieben werden mochte, während die Zähne der Mittelreihen, hinter den wenigen ergreifenden an der Spitze des Mundes, mehr zum Festhalten oder vorläufigem Zerbrechen von Schalen gedient zu haben scheinen.

Für diese kahnförmig vertiefte Gestalt des Unterkiefers, für die nach abwärts gekehrte Wölbung des Gaumens spricht in der That auch der Zustand in welchem beide Mundtheile nach dem durch die Steinmasse erlittenen Drucke, gegenwärtig sich vorfinden und nicht minder die Abnützung der Zähne selbst, welche vorzüglich bei grossen quer-elliptischen Zahnflächen darauf hinweiset. Die Lage, in der die beiden Unterkieferäste nach einem seitlich erfolgten Drucke immer gefunden werden, gleichet einfach jener einer zugemachten Schreibtafel, wenn man sich unter deren beiden Deckeln die Kieferäste und

---

Exemplaren von Pycnodonten, niemals eine Spur von bezahnten Zungenplatten finden konnte, so wie dass die in der *Paleont. del Regno di Napoli, parte II, Tom. 3* unter Fig. 12, 13 und 15 als Zungenzähne dargestellten Zahngruppen, gerade keine gedrängten Reihen bilden, sind dieselben gleich jenen erwähnten des *Pycnodus Mantellii*, den von mir am Fische selbst aufgefundenen Gaumenzähnen des *Coelodus Saturnus*, so sehr analog, dass ich keinen Augenblick ihre ehemalige Stellung als solche, nämlich Gaumenzähne, zu bezweifeln vermag. Was endlich die von Costa ebendaselbst unter Fig. 14 dargestellte Zahngruppe anbelangt, von welcher im Texte, pag. 32, gesagt wird: *rappresenta l'insieme della piastra linguale A 1, con un poco di carnosità slargata e nuda della sua punta; e quella spettante al palato posteriore A 2, che vi si trova congiunta, un poco obliquamente disposta e rovesciata*, so würde ich *A1*, für die selten erhaltene vordere Spitze des Gaumens und *A 2* für einen Theil des Unterkiefer-Astes halten.

unter deren Rücken die Symphyse vorstellen will; die Kauflächen der linken Zahnreihen berühren daher die der rechten, während umgekehrt, unter demselben Drucke, die Zähne in den Seitenreihen des Gaumens mit ihrer Basis sich zugewendet sind. An dem deprimirten Unterkiefer sind beide Äste flach ausgebreitet, die oberen oder inneren Ränder ihrer langen, durch das gewaltsame Flachlegen, auseinander gewichenen Symphyse zeigen sich scharf erhöht und öffnen zwischen sich eine prismatische Furche; die Zahnreihen bilden dann mit ihren nach oben gekehrten Kauflächen, auf jedem Kieferaste eine nach aussen und eine nach innen etwas abgedachte Fläche, welche letztere, wenn blos 3 Zahnreihen vorkommen, aus grösseren, gewöhnlich quer-elliptischen Zähnen besteht. Stellt man sich die geborstene Symphyse nun ursprünglich geschlossen dar, so sitzen diese grösseren Zähne der beiderseitigen innersten Reihen auf einer mehr, jene in den äusseren auf einer weniger verticalen Ebene oder Basis. Unter derselben Depression liegen die Gaumenreihen stets auf einer mehr oder minder erhabenen Wölbung des Gesteines, die dem Segmente, oder gar der Hälfte eines liegenden, durch seine Achse gespaltenen, gestreckten Kegels gleichet, wobei die mittlere Zahnreihe, wie an einem hier vorliegenden isolirten Gaumen des *Coelodus Saturnus*, zuweilen einen vorspringenden Kiel gebildet haben musste.

Niemals finden sich zwischen den Zahnreihen eines deprimirten oder eines comprimirten Gaumens Spuren von Spalten und eben so wenig sah man je einzelne dieser Reihen auf abgetrennten, den Gaumenbeinen oder dem Vomer entsprechenden Theilen ansitzen, wie es doch sicher vorkommen müsste, wenn der Gaumen wirklich aus jenen Knochenstücken zusammengesetzt gewesen wäre. An den grossen quer-elliptischen Zähnen, sowohl in der zweiten als dritten, nämlich innersten Reihe jedes Unterkieferastes, deren letztere oft viel zu schwach sind um einem verticalen Drucke zu widerstehen, zeiget sich am deutlichsten eine Art einseitiger Abnützung, wie sie nur durch ein Herabgleiten stufenweise gestellter kleinerer Gaumenzähne an schiefen Flächen entstanden sein konnte.

Nach den hier angeführten Thatsachen geht wohl ganz einfach hervor, dass die, bald dem Vomer, bald den Gaumenbeinen allein zugeschriebenen 5, zuweilen auch nur 3 Reihen Gaumenzähne beiden zugleich angehören würden, wirklich aber blos deren Stelle auf einem soliden, den Gaumen-Apparat bildenden Knochen-

stücke einnehmen, welches nahezu eine Vertiefung des Unterkiefers ausfüllt, dessen schiefe Wände zusammen mit 6 oder 8 Zahnreihen [1]) besetzt sind. — Kiemenstrahlen waren niemals mit Bestimmtheit bemerkbar, doch scheinen sie nach einigen schwachen Eindrücken, die sich als von ihnen herrührend deuten lassen, wenig zahlreich, breit und kurz gewesen zu sein. Der Schultergürtel ist stark und besonders unter der, in seiner tiefen Ausbuchtung ansitzenden Brustflosse sehr breit.

Die Wirbelsäule enthält eine *Chorda dorsalis* ohne eigentliche concentrische Wirbelbildung, ist ziemlich stark und bei manchen Arten besonders im Schwanztheile kräftig. Hinter dem Schädel beginnt diese Chorda in einer kurzen, die Stelle von drei bis vier Wirbelkörper vertretenden knöchernen Röhre, die aus der peripherischen Verschmelzung oberer und unterer Wirbelbögen besteht. Darauf folgen zwei geschlossene Reihen von Knochenschildern, nämlich obere und untere Wirbelbögen, welche bei Pycnodonten aus der tertiären Zeit, die Chorda durch Ineinandergreifen gänzlich umhüllen, bei den meisten Arten aber, oder vielmehr allen aus älteren Perioden herrührenden, trennen sich diese beiden Reihen schildförmiger Wirbelbögen bald nach ihrer anfänglichen Verschmelzung und lassen die Seiten der Chorda unbedeckt, wodurch diese auf dem Steine, wie ein bis in die Schwanzflosse fortlaufender glatter Streif erscheint, der gewöhnlich in der Hälfte des caudalen Theiles seine grösste Breite erreicht. In beiden Fällen ragt das äusserste Ende der Chorda, wie an allen Ganoiden, aus seiner knöchernen Hülle hervor und zeigt sich bei gut erhaltenen Exemplaren, als eine kurze nackte Spitze, die aus dem etwas aufwärts gebogenen stumpfen Schwanzstiele, zwischen dem letzten oberen und unteren Dornfortsatze eindringt. Aus dem Rücken jedes einzelnen Wirbelbogens treten horizontale Spitzen als Gelenkfortsätze hervor. Bei Arten aus der tertiären Zeit sind deren 2 bis 7 über einander, nach vor- und eben so viele nach rückwärts gewendet, wobei sie gleich Zähnen zweier Kämme in einander greifen [2]). In der Mitte zwischen den aus einander starrenden Gelenkfortsätzen erhebt sich ein schlanker Dornfortsatz, der gegen

[1]) Ich erinnere, dass auf einzelne Zahngruppen beruhende Genera, deren Stellung noch zweifelhaft bleibt, hier nicht berücksichtigt wurden.

[2]) Ein Beispiel doppelt über einander liegender Gelenkfortsätze bietet unter lebenden Fischen *Caranx Carangus* Cuv.

sein Ende gewöhnlich wie gespalten aussieht und dessen Vorderseite bis zur halben Länge sich in einen flachen, den voranstehenden Dornfortsatz erreichenden Flügel verbreitet, wodurch sowohl über als unter der Wirbelsäule eine knöcherne intermuskuläre Scheidewand entsteht [1]).

An jenem bereits erwähnten Exemplare des *Microdon elegans* war es möglich, den verticalen Querdurchschnitt eines oberen Wirbelbogens aus dem Schwanztheile auszuführen, wobei sich, mit Ausnahme nicht bemerkbarer oder auch nicht vorkommender accessorischer Stücke eine grosse Ähnlichkeit mit den knorpeligen Wirbelbögen der Störe ergab. Aus dem verknöcherten ziemlich starken Wirbelbogen erheben sich kurze, den Rückenmark-Canal umfassende Bogenschenkel, deren oberes Ende durch einen keilförmigen Einschnitt gespalten ist, in welchem der Dornfortsatz ansitzt. Letzterer besteht also nicht, wie an gewöhnlichen Knochenfischen, aus der vereinigten Verlängerung beider Bogenschenkel, sondern bildet wie am Störe eine einfache aufsitzende Röhre, die sich hier gegen das Ende allmählich, auf Kosten ihrer Wände erweitert und eingedrückt, gleichsam gespalten erscheinet. An Exemplaren wie jenes unseres *Coelodus suillus* aus Dalmatien, bei welchem die Höhlung der langen Dornfortsätze, ihr ehemaliger Markcanal, nicht wie gewöhnlich mit einer krystallisirten Masse ausgefüllt ist, lässt sich ein starkes Rosshaar sehr leicht in dieselbe, bis zur Basis hinab einführen und ebenso auch in die Strahlenträger der Rücken- und Afterflosse [2]).

Zuweilen trifft man, ausser dem an dem Hinterhaupte ansitzenden Wirbelbogencomplexe, selbst mitten in der Wirbelsäule ähnliche Verschmelzungen an, die jedoch nur zufällig zu sein scheinen und aus der Vereinigung zweier hinter einander folgender Wirbelbögen bestehen. Sie haben dann eine etwas grössere, aber nicht die doppelte Ausdehnung eines einzelnen Wirbelbogens und tragen zwei vollständig ausgebildete, parallellaufende Dornfortsätze, welche manchesmal durch einen horizontalen Seitenast auf halber Höhe miteinander verbunden sind. Eine solche Duplicität sowohl der Neurapophysen als Haematapophysen fand ich bisher nur bei Arten aus

[1]) Etwas Analoges haben die Dornfortsätze von *Mormyrus oxyrhynchus* aufzuweisen.

[2]) Diese Erscheinung erinnert zugleich an die von Agassiz bei seinen *Coelacanthi* angeführte Eigenthümlichkeit derselben Theile.

älteren Schichten; an jenen der tertiären Zeit, deren Wirbelbögen ihre höchste Stufe der Vollendung erreicht hatten, traf ich sie niemals an [1]). Die Neurapophysen erreichen vor der Rückenflosse ihre grösste Länge, und werden, wie auch die unteren Dornfortsätze des Schwanztheiles, nach rückwärts allmählich kürzer und mehr gegen die Wirbelsäule geneigt. Letztere beginnen, sobald sie die unteren Strahlen der Schwanzflosse zu tragen anfangen, allmählich sich wieder zu verlängern, werden flacher und breiter, nehmen hinter dem aufwärts gebogenen Ende der Chorda eine wagrechte Stellung an, und bilden dicht an einander geschlossen, gleichsam den unteren Theil einer Ruderschaufel, während die darüber liegenden viel schwächeren schmal und zugespitzt sich weit mehr dem Rücken der Chorda anschmiegen. Die Anzahl der oberen und unteren Wirbelbögen, welche die Chorda theilweise oder ganz umfassen lässt sich, da die vordersten nach dem Hinterhaupte unkennbar verwachsen sind, nur nach dem Vorhandensein der Neurapophysen angeben. Sie beläuft sich, an allen bisher bekannten Arten auf 31 bis 41; davon entfallen auf den abdominalen Antheil niemals weniger als ein Drittel, aber auch niemals ganz die Hälfte. Die Rippen sind daher nicht sehr zahlreich, jedoch stark, lang und gegen ihre Anlenkung ziemlich breit.

Die Strahlenträger sind zahlreich, doch nur zur Anlenkung der Rücken- und Afterflossenstrahlen vorhanden, sie erscheinen daher nicht als sogenannte blinde Träger der Rückenfirste vor der Flosse, noch finden sich welche in der Schwanzflosse. Sie sind kurz, schwach, dringen anfangs nur zu zweien, gegen Ende der Flossen zuweilen bis zu sechsen, aber stets nur sehr wenig zwischen die Dornfortsätze ein. Sowohl Rücken- als Afterflosse nehmen eine lange Basis ein, wobei erstere bald vor, bald über der letzteren beginnt. Ihre Strahlen sind, mit Ausnahme der zwei oder drei vordersten gewöhnlich gespalten und anfangs meistens zu einem vorragenden Lappen verlängert, dann aber in der grösseren Länge der Flossenbasis sehr kurz; selten erreichen sämmtliche Strahlen eine bedeutende Höhe. Die Schwanzflosse ist stark, ihr hinterer Rand mehr oder weniger eingebuchtet, zuweilen auch abgerundet und obschon die unteren Haupt-

[1]) Auch unter manchen jetzt lebenden *Teleostiern*, deren Wirbelsäule mit einer blossen Chorda endiget (*Steguri nob.*), kommt ein Verwachsensein zweier Wirbel mit doppelten Dornfortsätzen im Schwanzstiele vor.

strahlen etwas länger sind als die oberen, behält die ganze Flosse doch eine schöne symmetrische Gestalt, welche oft sehr an jene von lebenden Balistes-Arten erinnert. Zwei Drittheile der sämmtlichen Flossenstrahlen stehen mit den unteren und nur ein Drittheil mit den oberen Dornfortsätzen in unmittelbarer Verbindung, wobei die mittleren Strahlen durch Gelenkköpfchen an dem hinteren Rande der letzten, breiten, wagrecht stehenden unteren Dornfortsätze angeheftet sind, die übrigen dagegen wie gewöhnlich durch ihre Gabeln festsitzen. Die Brustflossen sind breit, mässig lang und schief abgerundet, ihre Strahlen zart, zahlreich und vielfach gespalten. Die abdominalen Bauchflossen gleichen der Gestalt nach den Brustflossen, sind aber kleiner und scheinen zuweilen gänzlich zu fehlen.

Der Rücken der Pycnodonten wird vom Hinterhaupte bis zur Rückenflosse, Brust und Bauch vom Schultergürtel bis zur Afterflosse, mittelst eines eigenthümlichen, äusseren knöchernen Gerüstes gestützt, welches mit dem inneren Skelete in keiner Verbindung steht und die vordere Hälfte des Rumpfes gleichsam mit einer Reihe stehender, comprimirter Reife umgibt. An jetzt lebenden Fischen sehen wir, wie es bereits Agassiz an Clupeiden nachgewiesen hat, auch bei einigen *Characinen*, *Zeus Faber* und der Gattung *Amphisyle* eine ähnliche Bildung, die aber lange nicht jene Bedeutung wie hier erreicht. Der obere Theil dieses Gerüstes, welcher durch die Steinmasse zusammengepresst, die schief stehenden langen Neurapophysen durchkreuzt und mit denselben eine Art von Gitter bildet, besteht aus paarigen, etwas convex gebogenen, den Rumpf beiderseits umfassenden Knochenstäbchen, die ich mit dem Namen Firstrippen bezeichnen will. Sie entspringen gewöhnlich nur in einzelnen, selten zu mehreren Paaren aus knöchernen Rückenschildern, die wie bei Stören, sich in einer bald mehr, bald weniger dicht geschlossenen Reihe, vom Hinterhaupte bis zur Rückenflosse hinziehen und meistens nach oben in eine centrale Spitze oder einen Haken auslaufen. Diese Firstrippen verdünnen sich von oben nach unten und reichen weit über die Wirbelsäule hinab, doch sind die letzten vor der Rückenflosse gewöhnlich verkürzt, wenn sie aber zu mehren Paaren entspringen, dann sind die hintersten fadenförmig verlängt und rückwärts gewendet.

Die entgegen stehenden Kielrippen erheben sich aus dem aufwärts gebogenen Rande schneidig gekielter, meistens wie an *Serra-*

salmo, sägeartig gezähnter Brust- und Bauchschilder, die gleich einer Reihe sich überdeckender Hohlziegel, von der unteren Vereinigung der Schulterknochen bis zur Afterflosse reichen und die kleinen Beckenknochen in ihrer Aushöhlung aufnehmen. Es bestehen jedoch diese Kielrippen seltener aus einfachen Paaren, wie bei *Clupeen*, sondern sind meistens sogar mehrfach von ihrer Basis aus gespalten und umfassen mit den grösseren aufwärts steigenden Ästen den unteren Theil der eigentlichen Rippen, indem sie sich oft sehr weit aufwärts, den ihnen entgegenkommenden zartauslaufenden Enden der Firstrippen anfügen und so die äussere Umreifung schliessen. Zuweilen sind, wenn nämlich auch die Firstrippen mehrpaarig entspringen, die letzten Kielrippen vor der Afterflosse so vielfach gespalten, dass sie ganze Büschel zarter, langer Stäbchen bilden, die dann rückwärts gewendet, einen Theil der unteren Dornfortsätze bis zu der Wirbelsäule hinauf umfassen. An den meisten Arten steigt jedoch das letzte Kielrippenpaar, in Gestalt einfacher starker Schenkel, bis zu dem ersten caudalen Wirbelbogen empor, umfasst dessen unteren Dornfortsatz und liesse sich im comprimirten Zustande, leicht für einen jener starken ersten Strahlenträger der Afterflosse halten, die bei manchen Scomberoiden den hinteren Theil der Bauchhöhle schliessen.

Bei den zu der Gattung *Gyrodus* gehörigen Pycnodonten ziehen sich die Firstrippen in gleicher Dicke, wie gerade parallele, oben etwas vorwärts geneigte Leisten, bis zu den Kielschildern herab, an welchen keine oder doch nur sehr kurze, aufwärts steigende Rippen wahrnehmbar sind. Erstere verkürzen sich auch vor der Rückenflosse nicht, sondern bleiben bis dahin in gleicher Länge, und setzen sich sogar, ohne mit Rücken- und Kielschildern verbunden zu sein, zwischen der Rücken- und Afterflossenbasis in paralleler Richtung fort, indem ihre Enden sowohl die eine als die andere erreichen und wahrscheinlich mit beiden zusammenhängen. Sowohl diese zwischen Rücken- und Afterflosse befindlichen Stäbchen, als alle einpaarigen Firstrippen der Pycnodonten, sind aus einzelnen sehr schief geschnittenen, dicht gefügten Gliedern zusammengesetzt, die bei Gyrodus-Arten eine ziemlich gleiche, nicht sehr grosse Länge haben, bei anderen Arten aber gegen das dünn zugespitzte Ende jeder Rippe bedeutend länger werden. Wenn mehrere Paare von Firstrippen aus einem Firstschilde entspringen, sind diese, gleich den Kielrippen, allzeit ungegliedert.

Mein gelehrter Freund, Professor Andreas Wagner, dem wir (l. c.) so manche interessante Berichtigungen über die Fische in dem berühmten lithographischen Schiefer verdanken, hat bereits darauf hingewiesen, dass alle mit den Dornfortsätzen sich kreuzenden, eine Art von Gitter darstellenden Stäbchen, die ich hier mit dem Namen Firstrippen bezeichnet habe, zur Auflage der Schuppen dienen, oder vielmehr dass jedes Glied derselben einen integrirenden Theil der einzelnen Schuppen selbst bilde, die sich oft leicht davon abzulösen scheinen. Jedenfalls hat diese Beobachtung bei den ganz beschuppten Gyrodus-Arten, bezüglich der Schuppenauflage ihre volle Richtigkeit und spricht auch selbst für jene Pycnodonten auf deren rippenartigen Stäbchen man bisher noch niemals Schuppen finden konnte. Ich halte mich um so mehr von dem gewesenen Dasein der Schuppen, auf allen First- und Kielrippen der letzteren für überzeugt, da ich die vielpaarigen feinen Firstrippen meines *Palaeobalistum Goedelii* vom Libanon, selbst zwischen Rücken- und Afterflosse, mit geschlossenen Reihen kleiner sehr zarter Schuppen bedeckt fand. Bei dem Umstande aber, dass an den vielpaarigen Firstrippen ebensowenig als an den aufwärts steigenden Kielrippen, die ich bei *Microdon elegans* gleichfalls beschuppt antraf, nicht die mindeste Gliederung wahrnehmbar ist, dürften alle diese Stäbchen, die noch dazu, wie an der neuen Art *Coelodus Rosthornii* vom Karste, bisweilen eine auffallende Stärke erreichen, vielmehr als eigenthümliche Hautrippen, wie als integrirende Theile der Schuppen selbst zu betrachten sein. Soviel stellt sich jedenfalls mit Gewissheit heraus, dass nur da eine Beschuppung vorhanden ist, oder vorhanden sein konnte, wo jene eigenthümlichen Stäbchen zu ihrer Auflage angewiesen waren; wo immer diese oder ihre im Gesteine zurückbleibenden Eindrücke fehlen, wird man auch stets vergebens nach den leisesten Schuppenspuren forschen. Daher konnten viele Arten von Pycnodonten, namentlich jene, deren Firstrippen vor der Rückenflosse allmählich sich verkürzen und da aufhören, auch nur auf dem vorderen Theile ihres Rumpfes mit Schuppen bedeckt gewesen sein. Die Schuppen selbst, so weit man sie kennt, haben eine etwas verschobene viereckige Gestalt. Ihre Oberfläche ist meistens etwas gekörnt oder netzförmig faltig, zuweilen auch glatt mit feinen, dem Aussenrande parallellaufenden Linien.

Ausser den First- und Kielrippen, dann jenen mit ihnen analogen Leisten zwischen Rücken- und Afterflossenbasis, sind an manchen Pycnodonten noch andere kleine Knochenstäbchen sichtbar, die eben so wenig wie jene zu dem eigentlichen Skelete gehören, obschon sie für Extremitäten desselben, nämlich für zufällig aus ihrer natürlichen Stellung verschobene Brustflossen gehalten wurden. Man findet sie vorzüglich bei Arten, deren Firstrippen vor der Rückenflosse sich verkürzen und aufhören, stets an den Seiten des Hinterhauptes ansitzen, von wo aus sie rückwärts gewendet, einen Strahlenbüschel bilden, der die vorderen oberen Dornfortsätze und Firstrippen wagrecht durchkreuzt, indem er erstere bedeckt, von letzteren aber bedeckt wird, folglich zwischen beiden sich befindet. Die Stäbchen, woraus dieser Strahlenbüschel besteht, sind sehr dünne, vollkommen ungegliedert, ungleich gespalten und in zarte Spitzen auslaufend, auch sind sie an ihrem Ursprunge mehr über einander gehäuft als neben einander liegend. Ich habe mich vielfältig überzeugt, dass diese scheinbaren verschobenen Brustflossen, die zuweilen sehr deutlich an dem Vorsprunge des äusseren Hinterhauptbeines ansitzen, nichts anders waren als verknöcherte Sehnenbüschel der grossen Seitenmuskeln des Rückens, die man auch am Schädel jetzt lebender Fische, obschon selten, wie bei *Sphyraena vulgaris*, *Elops salmoneus*, *Lophius piscatorius*, sowohl an derselben Stelle, als an anderen Vorsprüngen der Hinterhauptsbeine antrifft. Eine Verknöcherung solcher Sehnen weiset aber jedesmal auf ein vorgerücktes Alter des Thieres, besonders bei Fischen hin; und bietet uns daher auch noch im fossilen Zustande ein sicheres Kennzeichen bezüglich der erreichbar gewesenen Körpergrösse eines Individuums dar. Ein Umstand, welcher bei Bestimmung von Arten zuweilen von Wichtigkeit sein kann.

Eintheilung.

Die erloschene Familie der Pycnodonten, deren allgemeine Charaktere: eine von verknöcherten Wirbelbögen umhüllte *Chorda dorsalis*, ein mit hohlen Mahlzähnen bepflasterter Mundapparat und ein den Rumpf umgebendes äusseres Hautskelet, aus der vorangehenden Beschreibung hervorgehen, wurde bisher vorzüglich, man möchte sagen, einzig nach der Gestalt der Zähne in mehrere Gattungen geschieden. Der Grund hiervon lag offenbar darin, weil man von den allermeisten

gleichfalls hierher bezogenen Arten, eben nur einzelne Zähne oder einige mit Zahnreihen besetzte Kieferfragmente kannte und selbst bis jetzt nur kennt. Ob die nach letzteren in eigene Gattungen, wie *Placodus, Sphaerodus, Globulodus, Phyllodus, Colobodus, Pisodus, Periodus, Gyronchus, Acrotemus, Capitodus* und *Soricidens*, zusammengestellten Arten auch sämmtlich dieser Familie angehört haben, bleibt daher in so lange etwas ungewiss, bis es nicht durch weitere Entdeckungen erwiesen sein wird, dass ausser deren Zähne, auch der Bau ihres Knochengerüstes mit derselben übereinstimme. Indessen spricht die analoge Form mancher jener vereinzelten Zähne und ihre charakterisirende Aushöhlung so sehr dafür, dass ihnen wohl kaum mit besserem Rechte einstweilen eine andere Stellung anzuweisen wäre. Die Aufgabe, welche ich hier mir gestellt habe, beschränkt sich auf eine systematische, zugleich der Entwickelungsgeschichte folgende Eintheilung blos jener Pycnodonten, deren Arten nicht aus ihrer Zahnform allein, sondern auch durch andere wesentliche Theile ihres Knochengerüstes erkennbar sind. Es lässt sich zwar gegen die nachfolgende Eintheilungsweise einwenden, dass die dabei in Anwendung gebrachten mehrfachen Kennzeichen, je nach der Beschaffenheit eines Exemplars, nicht allemal sämmtlich daran wahrnehmbar seien; allein ausser, dass es eine Folge der Erweiterung unseres Wissens ist, bei der Zusammenstellung einzelner Arten zu natürlichen Gruppen, auch neu aufgefundene Eigenthümlichkeiten, wie hier den Entwickelungszustand der Wirbelsäule, zu berücksichtigen, so wird dadurch, namentlich bei fossilen Fischen, leichter die Möglichkeit geboten sein, selbst einzelne zahnlose Bruchstücke einer noch unbekannten Art jenen Gattungen zuzuweisen, worunter die ihnen nächstverwandten Arten eingereiht sind. Die früheren Gattungen, *Pycnodus, Microdon, Gyrodus* wurden im Sinne ihres verehrten Gründers, nach den von ihm als Hauptrepräsentanten derselben aufgestellten Arten festgehalten, und nur einigen Species darunter, wie dies schon Wagner begann, eine richtigere Stellung angewiesen. Die einzige neu aufgestellte Gattung *Coelodus* umfasst Arten, deren keine, wenigstens ihrem Skelete nach, Herrn Agassiz bekannt gewesen wäre, und ihre Charakterisirung war es vorzüglich, welche die Sichtung der früheren hervorrief.

Bei den täglich auftauchenden Überresten der Urzeit, die uns häufig neue Thierformen vorführen, oder bereits Halbgekannte zu-

weilen auf unerwartete Weise näher enthüllen, versteht es sich von selbst, dass auch die hier versuchte Eintheilung einer gänzlich ausgestorbenen Familie keine Vollständigkeit beanspruchen kann. Im Gegentheile muss es, besonders bei dem nur an wenigen Arten bis jetzt berichtigten Zahnsysteme des Gaumens, Jenen überlassen bleiben, die sich im Besitze eines günstigeren Materiales befinden, dasselbe auch an solchen Arten nachzuweisen, die ich, rücksichtlich ihrer übrigen Analogien, den hier aufgestellten Typen anzureihen berechtiget war.

I.

Chorda dorsalis von den Wirbelbögen unvollständig bedeckt. Gelenkfortsätze einfach.

a) Firstrippen bis zum Bauchkiele reichend, zwischen Rücken- und Afterflosse getrennte Stäbchen bildend. Vorderzähne kurz- konisch, spitz. Rückenflosse hinter des Rumpfes Mitte entspringend. Schwanzflosse tief gespalten. (Jura.)

GYRODUS Agassiz. Mahlzähne, rundlich-oval, am Rande der Kaufläche mit einem gefurchten peripherischen Walle, dem nach innen ein gefurchter Graben folgt, aus dessen Mitte ein konischer zuweilen gefurchter Hügel emporsteigt. Auf jedem Unterkieferaste vier Zahnreihen; in der Aussenreihe etwas kleinere Zähne als in der dritten die grössten enthaltenden, in der zweiten und vierten oder innersten Reihe die kleinsten Zähne. Fünf Reihen Gaumenzähne, in der Mittelreihe die grössten. Bauchflossen vor der Rückenflosse. Kielrippen sehr kurz. Schuppen auf dem ganzen Rumpfe.

Gyrodus circularis Agass. (als Typus).
„ **rhomboidalis** Agass.
„ **frontatus** Agass.
„ **rugosus** Agass.
„ **macrophthalmus** Agass.
„ **truncatus** Wag. } *Microdon* Agass.
„ **hexagonus** Wag. }
„ **jurassicus** Agass. } Unterkiefer.
„ **Cuvieri** Agass. }
„ **radiatus** Agass. } Gaumen.
„ **trigonus** Agass. }

Gyrodus punctatus Agass.
„ **umbilicus** Agass.
Pycnodus rugulosus Agass.
} Gaumen.

b) Firstrippen vor der Rückenflosse verkürzt, keine Stäbchen zwischen Rücken- und Afterflosse. Vorderzähne meisselförmig flach. Rückenflosse in des Rumpfes Mitte entspringend. Schwanzflosse seicht gebuchtet oder abgerundet.

(Jura, Kreide.)

COELODUS Heckel. Mahlzähne auf jedem Unterkieferaste in drei Reihen gestellt; in der Aussenreihe rundlich, mit einer seichten Vertiefung der Kaufläche; in der Mittelreihe grösser, quer-elliptisch, an beiden Enden erhöht, die Kaufläche von einer flachen, bisweilen zartfaltigen Querfurche durchzogen; in der innersten Reihe am grössten, ebenfalls quer-elliptisch aber flach und glatt gewölbt. Fünf Reihen Gaumenzähne, die der Mittelreihe am grössten, quer-elliptisch; in den Seitenreihen rundlich, kleiner. Bauchflossen vor der Rückenflosse. Schwanzflosse ein- oder zweimal seicht ausgebuchtet. Kielrippen lang, gespalten. Schuppen? (Bisher keine bemerkt.)

Coelodus Saturnus Heckel. (Als Typus.)

Die grösste bisher bekannte Art. Höhe des Rumpfes seiner Länge vom Schultergürtel bis zum Anfange des Schwanzstieles gleich, über der Wirbelsäule kaum minder hoch als unter derselben. Rücken- und Afterflossenbasis neigen sich in geraden Linien beinahe rechtwinkelig gegen einander. Der dreieckige Kopf nimmt ein Drittheil des Fisches (ohne die Schwanzflosse) ein. Das kleine Auge sitzt weit rückwärts und hoch oben, der grosse Mund tief unten. Die grössten elliptischen Unterkieferzähne der innersten Reihe messen über zwei Wirbelbogen- oder Halbwirbellängen. Die Wirbelsäule enthält 14 abdominale und 24 caudale Wirbelbögen von oben, welchen ebenso viele von unten entgegenstehen, ihre einander zugekehrten Ränder sind halbkreisförmig und fein gezähnelt. 13 Paare aus kleinen Rückenschildern entspringende, gerade, schlanke Firstrippen, deren 6 letzten sich allmählich verkürzen, sitzen vor der Rückenflosse. Diese besteht aus 65 Strahlen, die sich mittelst einer gleichen Anzahl von Trägern, mit 20 Dornfortsätzen verbinden; ihre Basis gleicht $^3/_4$ der grössten Körperhöhe und ihre kurzen Strahlen bilden vorne einen

erhöhten Lappen. Die ganz ähnliche aber kürzere, jedoch mit der Rückenflosse zugleich endende Afterflosse enthält 48, mit 14 Dornfortsätzen in Verbindung stehende Strahlen. Der Hinterrand der Schwanzflosse ist zweimal symmetrisch sanft ausgebuchtet, zwischen ihren ungetheilten Randstrahlen befinden sich 21 getheilte Mittelstrahlen. — Zwei Exemplare. 19 Zoll lang. — Karst.

Coelodus Rosthornii Heck.

Beinahe von derselben Grösse. Höhe des Rumpfes $^2/_3$ seiner Länge zwischen Schultergürtel und dem Schwanzstiele gleich, über der Wirbelsäule um $^1/_5$ minder hoch als unter derselben. Die geradlinige Rücken- und Afterflossenbasis bilden gegen einander einen Winkel von 70 Graden. Die Wirbelsäule enthält 12 abdominale und 24 caudale Wirbelbogenpaare, die meistens viereckigen Schildern gleichen und an ihrem gegenseitig zugekehrten Rande scharf und tief, aber unregelmässig gezähnt sind. 11 Paare oben sehr starke und rückwärts gekrümmte Firstrippen, deren 3 letzten sich vor der Rückenflosse verkürzen, entspringen aus eben so vielen grossen dicken, dichtgeschlossenen Rückenschildern. Das letzte Kielrippenpaar ist sehr dick und steigt bis in die Nähe der Wirbelsäule bogenförmig auf. Die Rückenflosse zählt 51 Strahlen, die mittelst der gleichen Anzahl von Trägern, mit 19 Dornfortsätzen in Verbindung stehen; ihre Basis enthält $^7/_9$ der grössten Körperhöhe und der Flossenrand ist vorne nur wenig erhöht. Die ähnlich gestaltete, weiter rückwärts entspringende Afterflosse enthält 41 Strahlen, die sich durch 39 Träger mit 12 Dornfortsätzen verbinden. Die breite Schwanzflosse ist zweimal sanft und symmetrisch ausgebuchtet, zwischen ihren ungetheilten Randstrahlen liegen 24 getheilte Mittelstrahlen. — (Kopf fehlt.) — Karst.

Coelodus suillus Heck.

Höhe des Rumpfes nicht ganz die Länge desselben, zwischen Schultergürtel und Schwanzstiel erreichend, über der Wirbelsäule um $^1/_3$ weniger hoch als unter derselben. Der grosse zugespitzte Kopf mit vorgeschobenem Munde und sehr schief ansteigendem etwas concaven Stirnprofile nimmt beiläufig $^2/_5$ der Fischlänge, ohne der Schwanzflosse ein. Das Auge sitzt weit rückwärts und hoch. Die Stiele des, mit vier vorwärts gerichteten Meisselzähnen besetzten

Zwischenkiefers sind länger als die Mundspalte. Die grössten elliptischen Zähne der innersten Unterkieferreihe sind halb cylindrisch und erreichen nur eine Wirbelbogenlänge. Stirne und vordere Jochbeinplatte sind körnig gefurcht, die Deckelstücke von Strahlen durchzogen. Die Wirbelsäule enthält 11 abdominale und über 20 caudale (das Schwanzende ist nicht erhalten) Wirbelbogenpaare, deren 4 nach dem Hinterhaupte verwachsene, doppelte obere Dornfortsätze tragen; an den folgenden Wirbelbogenpaaren ist ihr gegenseitig zugekehrter Rand glatt abgerundet. 11 Firstrippenpaare entspringen aus eben so vielen, dicht hinter einander folgenden knopfförmigen Rückenschildern. Die Kielschilder sind scharf gesägt, ihre aufwärtssteigenden Rippen bis viermal gespalten, das letzte Kielrippenpaar ist sehr dick, gerade, und steigt in der schiefen Richtung des ersten unteren Dornfortsatzes bis zur Wirbelsäule auf, seine Basis trägt 3 rückwärts gekrümmte Zähne. (Verticalflossen fehlen.) — Wahrscheinliche Länge 10 Zoll. Ein zweites unvollständiges Exemplar mit einem Theile der Rücken- und Afterflosse dürfte 17 Zoll gemessen haben. — Lesina.

Coelodus mesorachis Heck.

Höhe des Rumpfes der Entfernung von 22 mittleren Dornfortsätzen gleich, oder geringer als die Länge zwischen Schultergürtel und Schwanzstiel. Rücken- und Bauchschneide von der Wirbelsäule gleich weit entfernt. Die Linien der Rücken- und Afterflossenbasis bilden gegen einander einen Winkel von 80 Graden. Die gegenseitig sich zugewendeten Ränder der Wirbelbögen sind abgerundet. Über 11 Firstrippenpaare entspringen aus kleinen flachen Schildchen. Die mittleren Kielrippen sind mehrfach gespalten und das letzte Paar erhebt sich breit und stark bis in die Nähe der Wirbelsäule. Die Rückenflosse, welche 68 Strahlen enthält, steht mit 21, die aus 48 Strahlen bestehende Afterflosse mit 15 Dornfortsätzen in Verbindung. Die Basis der ersteren gleicht $^4/_5$ der Körperhöhe, jene der letzteren ist um $^1/_3$ kürzer. (Kopf und Schwanz fehlen.) Wahrscheinliche Länge des Exemplars 12 Zoll. — Lesina.

Coelodus oblongus Heck.

Höhe des Rumpfes kaum mehr als der Hälfte, der zwischen Schultergürtel und Schwanzstiel befindlichen Länge gleich; die grösste Höhe über der Wirbelsäule gleicht nur 7 Zwischenräumen

mittlerer Dornfortsätze. Die Länge des Kopfes erreicht nicht die Höhe des Rumpfes. Die Augenhöhle ist gross und liegt wie gewöhnlich weit rückwärts, hoch oben. Stirne, Jochbeinplatten und Schultergürtel sind rauh gekörnt. Die Wirbelbögen, deren Anzahl sich hier nicht bestimmen lässt, haben einen abgerundeten glatten Rand, die drei ersten oberen Dornfortsätze nach dem Hinterhaupte sind doppelt. 10 Paare sehr zarte Firstrippen, entspringen aus kleinen Rückenschildchen und scheinen kaum bis zur Wirbelsäule hinab zu reichen. — (Das ganze Exemplar sehr unvollständig erhalten.) Wahrscheinliche Länge 7 Zoll. — Lesina.

Coelodus pyrrhurus Heck.

Der Speciesnamen ist einer, vielleicht nur zufälligen, aber sehr auffallenden hoch-rostrothen Farbe sämmtlicher Schwanzflossenstrahlen, des vortrefflich erhaltenen Fragmentes dieser neuen Art entnommen. Der Körper war nicht besonders hoch, die Wirbelbögen aber so kurz, dass die Entfernung von mindestens 13 oberen Dornfortsätzen dem über der Wirbelsäule befindlichen Theile der Körperhöhe gleich kömmt. Die Chorda bedecken 38 Wirbelbogenpaare, deren 17 oder 18 auf den abdominalen Antheil entfallen dürften. Wenigstens 14 starke Firstrippen lagen vor der Rückenflosse. Die Schwanzflosse ist zweimal sanft ausgebuchtet und enthält zwischen ihren ungetheilten Randstrahlen blos 18 getheilte Mittelstrahlen. Ausgezeichnet ist die scharf stufenförmige Gliederung jener ersten. (Kopf, Vorderrücken und die ganze Bauchseite fehlen.) — Wahrscheinlich gehabte Länge 5½ Zoll. — Meleda?

Pycnodus Sauvanausii Thioll.
„ **Jtieri** Thioll.

Das Zahnsystem dieser beiden von Herrn Thiolliere (*Sur les gisements à poissons fossiles situés dans le Jura du Bugey, Lyon 1850*) beschriebenen ausgezeichneten Pycnodonten ist zwar noch nicht hinreichend bekannt, der Bau ihrer Wirbelsäule stimmt jedoch mit jenem meiner Coelodus-Arten so sehr überein, dass ihre Stellung unter denselben mir wenigstens einstweilen gerechtfertigt erscheint.

Pycnodus Rhombus Costa, Taf. IV, Fig. 8.
„ **Rhombus** Costa, Taf. V, Fig. 1.

In seiner *Paleontologia del Regno di Napoli, Parte I*, hat Herr Costa, wie es scheint, zwei verschiedene Species von Pycnodonten

unter dem Namen *Pycnodus Rhombus* Agassiz begriffen und dieselben l. c. sehr schön abgebildet. (Die Zähne sind im zweiten Theile desselben Werkes auf Taf. III, Fig. 4, besonders dargestellt.) Der geehrte Herr Autor erwähnet dabei zwar selbst der Verschiedenheit seiner Exemplare unter einander, so wie auch der kleineren, bei den *Recherches sur les poissons fossiles* vorgelegenen Individuen, sucht aber dieselbe theils aus dem verschiedenen Lebensalter, theils aus dem verschiedenen Geschlechte der Thiere oder aus mancherlei, während ihrer Compression vorgefallenen Umständen herzuleiten, obschon in letzter Beziehung versichert wird, dass die beiden, seinen *Pycnodus Rhombus* darstellenden Abbildungen vollständigen Individuen, deren Knochengerüste wenig oder gar keine Veränderung erlitten habe, entnommen seien. Da nun die Darstellung selbst als naturgetreu betrachtet werden muss, so lässt sich daraus ebenso schwer die Identität der Art beider Individuen zugeben, als annehmen dass eines derselben, mit dem Wiener Exemplare, der von Agassiz *Pycnodus Rhombus* benannten Species, wirklich übereinstimme. Ja es scheint sogar, dass Herr Costa Exemplare dieser, oder vielmehr der mir vorliegenden, von Agassiz selbst als solche bezeichneten Species nur flüchtig vor Augen gehabt habe. Eine Vermuthung, welche auch noch dadurch einigen Nachdruck erhält, dass Herr Costa unserem gelehrten Freunde eine falsche Angabe der, in der Rücken- und Afterflosse befindlichen Strahlenanzahl vorhält, während diese angeblich unrichtige Strahlenzählung an dem benannten vollkommenen Wiener-Exemplare, demselben dessen Agassiz am Schlusse seiner Beschreibung des *Pycnodus Rhombus* erwähnt, so wie auch an einem zweiten seitdem dazu gekommenen, sich als ganz richtig herausstellt. Eine so bedeutende Abweichung dürfte um so weniger in der blossen Altersverschiedenheit der Individuen liegen, da in der lebenden Welt, noch kein Fall bekannt ist, dass ein vollständig entwickelter, wenn auch noch jung sein sollender Fisch (wofür die Herrn Agassiz vorgelegenen Exemplare gehalten werden) in höherem Alter eine grössere Anzahl von Flossenstrahlen erlange, als er in seiner Jugend gehabt habe. Eher noch liesse sich zugeben, dass jener verhältnissmässig zwar bedeutende Strahlenunterschied, wie von 36 (nach Agassiz) auf 46 (nach Costa) in der Rücken- und zugleich von 30 (nach Agassiz) auf 37 (nach Costa) in der Afterflosse einer blos sexualen Verschiedenheit beizumessen sei. Allein abge-

sehen davon, dass letztere hier nicht nachweisbar ist, müsste ebenfalls zugegeben werden, dass gerade bei diesem *Pycnodus Rhombus* jedes Geschlecht auch einen besonderen Zahnbau besitze, denn die Zähne an den Wiener Exemplaren, oder der D. 36. A. 30 zählenden Species sind, wie es sich weiter unten in der Gattung *Stemmatodus* zeigen wird, von jenen der durch Herrn Costa dargestellten weit verschieden.

Was nun weiter den gegenseitigen Unterschied der beiden von Herrn Costa gegebenen Abbildungen seines *Pycnodus Rhombus* anbelangt, so weichen sie, ausser der bereits vom Autor selbst angeführten, im ganzen Umrisse liegenden Verschiedenheit, noch darin vorzüglich von einander ab, dass in der doch vollständig erhaltenen Afterflosse auf Taf. V blos 27, auf Taf. IV aber 45 Strahlen, dann dass in dem abdominalen Theile der Wirbelsäule auf Taf. V, 18, auf Taf. IV nur 14 obere Dornfortsätze der Wirbelbögen enthalten sind, während 13 Firstschilder anstatt 11 den Vorderrücken decken, und die Afterflosse bei Taf. V hinter, auf Taf. IV senkrecht unter dem Anfange der Rückenflosse beginnt.

Nachdem es beinahe mehr als wahrscheinlich geworden ist, dass Herrn Costa's *Pycnodus Rhombus*, nach dessen Beschreibung und Abbildungen zu urtheilen, aus zwei neuen, von jenem in den *Recherches sur les poissons fossiles* durch Agassiz als *Pycnodus Rhombus* bestätigten Wiener Exemplare sehr verschiedenen Arten bestehen müsse, so sah ich mich genöthigt, bis zu einer künftigen, von Seite des Herrn Autors erfolgten Berichtigung oder Bestätigung, diese beiden Pycnodonten, einstweilen unter meiner Gattung *Coelodus*, wohin sie der Wirbelsäule nach zu gehören scheinen, anzuführen, wenn ihr Zahnbau und namentlich die unter Fig. 4, B vergrösserte, ausgezeichnete Gestalt schief-konischer comprimirter Vorderzähne, anstatt meisselförmig breiter, sie nicht zu weit von anderen hierzu gezählten Arten entfernt.

Pycnodus grandis Costa.

„ **Achillis** Costa. } Unterkiefer.

„ **Muraltii** Heck. }

„ **Mantelli** Agass. Unterkiefer, Gaumen.

Glossodus angustatus Costa. Gaumen.

MICRODON Agassiz. Mahlzähne auf jedem Unterkieferaste in vier Reihen gestellt, in der Aussenreihe kleiner als in der dritten, rundlich oder stumpf-eckig, mit einer seichten Vertiefung in der Mitte der Kaufläche; in der zweiten Reihe viel kleiner als in der ersten, rundlich, mit einer concaven, bisweilen einwärts sanft gekerbten Kaufläche; in der dritten Reihe am grössten, querlänglich, mit stumpfen Ecken und einer ebenen Kaufläche; in der vierten oder innersten Reihe kleiner als in der zweiten, sphärisch und etwas gestielt. Drei Reihen Gaumenzähne, die Mittelreihe abwechselnd aus grösseren stumpf-viereckigen und zwei gepaarten kleineren, den Raum eines grösseren einnehmenden Zähnen; die Seitenreihen aus gleichförmig kleineren ebenfalls stumpf-viereckigen Zähnen. Bauchflossen etwas vor dem Anfange der Rückenflosse. Schwanzflosse zweimal mässig ausgebuchtet. Kielrippen gespalten. Vordere Hälfte des Rumpfes sehr zart beschuppt.

Microdon elegans Agass. (als Typus.)
„ **radiatus** Agass.
„ **notabilis** Münst.
Pycnodus umbronatus Agass. } Unterkiefer.
„ **Hügii** Agass.

Pycnodus formosus Wagner. Unterkiefer, wovon die innerste Zahnreihe wahrscheinlich nur zufällig fehlt.

STEMMATODUS Heckel. Mahlzähne alle concav, am Rande von einem gekerbten Walle oder gekörnten Kranze umgeben, auf jedem Unterkieferaste in drei Reihen gestellt; in der Aussen- und Mittelreihe rundlich, beinahe von gleicher Grösse; auf der innersten Reihe ein wenig mehr oval, aber kaum grösser. Gaumen mit fünf Reihen Zähne, von derselben Gestalt und ziemlich gleicher Grösse. Bauchflossen senkrecht unter dem Anfange der Rückenflosse. Strahlen der Rücken- und Afterflosse alle ungetheilt. Schwanzflosse beinahe gerade abgestutzt. Kielrippen gespalten. Schuppen? (bisher keine bemerkt).

Pycnodus Rhombus Agass. (als Typus).

Nicht ohne einiges Bedenken stelle ich gerade diese Species, von welcher Agassiz bezüglich ihres Zahnbaues sagt: „*Les dents sont disposées exactement comme dans le Pycnodus Platessus; elles*

ont aussi la même forme; *seulement elles sont un tant soit peu plus déprimées à leur surface exterieure*" als den Typus einer neuen Gattung dar. Ich bin jedoch überzeugt, dass, hätte unser verehrter voranleuchtender Freund den Zahnbau der am Schlusse seiner Beschreibung erwähnten Wiener Exemplare näher untersucht, er sicherlich zu dem gleichen Resultate gelangt wäre und diesen Repräsentanten seines *Pycnodus Rhombus* (und wahrscheinlich wenigstens auch jene seiner Fig. 6 und 7) gleich solchen Pycnodonten, deren konisch-erhöhte Zähne von einem gefurchten Walle umgeben sind, eine besondere Gattung zugewiesen haben würde.

Die Gestalt der Zähne an den Wiener Exemplaren ist, durch die concave Mitte ihrer Kaufläche, zwar jener ähnlich, welche Prof. And. Wagner an einzelnen Zähnen seines *Mesodon gibbus* (l. c. Taf. III, Fig. 2) nachgewiesen hat, so wie auch den Zähnen, die Costa an einem Exemplare seines *Pycnodus Achillis* in der Mittelreihe eines Unterkieferastes (l. c. Parte II, Taf. III, Fig. 9), wie er sagt, ausnahmsweise vorfand, oder solchen die sich in derselben Zahnreihe an einigen meiner Coelodus-Arten zeigen. Allein diese einzelnen Zähne bei *Mesodon gibbus*, dem *Pycnodus Achillis* und einigen Coelodus-Arten sind vom rundlichen Randwalle gegen die vertiefte Mitte hin zart gefurcht, während hier an *Stemmatodus Rhombus* alle Zähne, ohne Ausnahme, einen schneidig aufgeworfenen, durch circa 10 Einschnitte gekerbten, in etwas abgenütztem Zustande, wie mit einer Reihe kleiner Körner besetzten Randwall besitzen. Dass hier von keinem Jugendzustande die Rede sein kann, versteht sich von selbst: denn Kauflächen werden im Alter wohl niemals convex, auch müssten uns die convexen Zähne anderer Pycnodonten, an ihren jüngeren Individuen, eine ähnliche concave Beschaffenheit zeigen, anstatt dass sich bei solchen gerade das Gegentheil vorfindet. Übrigens sind, wie gesagt, alle Zähne des *Stemmatodus*, selbst die in den 5 Gaumenreihen, rundlich und von ziemlich gleicher Grösse.

Wer nun die in den *Poissons fossiles*, Tom. II, auf Taf. 72, Fig. 6 u. 7 gegebenen Abbildungen, so wie die treffliche Beschreibung, pag. 188, mit den Wiener Exemplaren vergleicht, wird (jene Angabe des Zahnbaues ausgenommen) nicht im Mindesten an der vollen Identität der letzteren mit jenen ersteren zweifeln können. Anders verhält es sich bei Vergleichung der eben daselbst unter Fig. 5 gegebenen Darstellung eines dritten, gleichfalls zu *Pycnodus Rhombus* bezoge-

nen Individuums, welches vielleicht der nachfolgenden Art angehören dürfte.

Die etwas unklare Darstellung der Zähne, welche Costa, l. c. Parte II, auf Taf. 3, Fig. 4 von seinem *Pycnodus Rhombus* gab und womit zugleich die Stellung von Gaumenzähnen bei Pycnodonten überhaupt erwiesen werden sollte, kann ebenso wenig wie ihre in Parte I, auf Pag. 102 enthaltene Diagnose: *denti anteriori in forma di scalpello, ai quali seguono 3 file di denti ovali, ottusi, o appianati, piu o meno compressi e decrescenti dallo esterno allo interno,* hier als massgebend angenommen werden, da dieser *Pycnodus Rhombus*, wie bereits nachgewiesen worden, durch Körpergestalt und Strahlenanzahl von *Pycnodus Rhombus* Agassiz sehr verschieden ist. Ich hoffe daher keinen Irrthum zu begehen, wenn ich mich, zwar ohne die Herrn Agassiz vorgelegenen Original-Exemplare des M. Pentland gesehen zu haben, an das ebenfalls von Agassiz dazu bezogene, mit dessen Beschreibung und Abbildung Fig. 6 übereinstimmende Wiener Exemplar haltend, seinen *Pycnodus Rhombus* als den Typus meiner Gattung *Stemmatodus* betrachte.

Stemmatodus rhomboides Heckel.

Ein mir vorliegendes schönes Exemplar, welches das böhmische National-Museum von Herrn Hofrath von Sacher daselbst erhielt und angeblich aus der Umgegend von Krakau herrühren soll. Es ist mit Fig. 5 des *Pycnodus Rhombus* Agass. so sehr verwandt, dass ich es nicht für specifisch verschieden halte. Mit dieser Abbildung verglichen ist sein Rücken nur etwas minder hoch, das Kopfprofil kaum mehr gebogen, die Augenhöhle unmerkbar grösser und höher liegend. Die Zähne aber sind bedeutend schmäler als an unseren Exemplaren der vorangehenden Art. Abdominale Wirbelbögen 13, caudale 30. Rückenflossen-Strahlen 33. Afterflossen-Strahlen 29. Firstrippen 12, Kielschilder 15. Das Gestein mit jenem von Castellammare ganz gleich.

MESODON Wagner. Mahlzähne (in so weit sie gekannt) länglich-oval, concav und auf der Wandung ihrer Aushöhlung gefurcht. Bauchflossen vor dem Anfange der Rückenflosse. Rücken- und Afterflosse mit durchaus langen Strahlen, erstere entweder in, oder nach des Rumpfes Mitte entspringend. Schwanzflosse abgerundet. Kielrippen? Schuppen in der vorderen Hälfte des Rumpfes.

Mesodon macropterus Wagner.

„ **gibbosus** Wagner.

Die erstere Art wurde von Agassiz, die zweite von Münster der Gattung *Gyrodus* irrig beigezählt. Prof. And. Wagner hat sie l. c. pag. 56 näher beschrieben, auf Taf. 3 und 4 abgebildet und unter einer neuen Gattung aufgestellt, deren Haupt-Charakter einstweilen auf der unter Pycnodonten ausgezeichneten Verlängerung sämmtlicher verticaler Flossenstrahlen beruht. Ob ihr Zahnsystem diese generische Trennung ebenfalls rechtfertigen wird, lässt sich von der Zukunft erwarten.

II.

Chorda dorsalis von den Wirbelbögen vollständig umfasst. Gelenkfortsätze kammförmig.

(Tertiär.)

PYCNODUS Agassiz. Vorderzähne meisselförmig. Mahlzähne sanft gewölbt, mitten etwas vertieft; auf jedem Unterkieferaste mit ihrem grösseren Durchmeser querliegend, in drei Längsreihen gestellt; in der Aussenreihe rundlich, in der Mittelreihe grösser, oval; in der innersten Reihe am grössten, elliptisch oder bohnenförmig. Gaumen mit fünf Zahnreihen; die Zähne der drei mittleren Reihen rundlich, beinahe gleicher Grösse; in den beiden Aussenreihen grösser, elliptisch; alle Gaumenzähne mit ihrem grösseren Durchmesser der Länge nach gestellt. Kopf hoch. Augen hoch-, Mund tief-liegend. Schwanzstiel lang und kräftig. Rückenflosse vor der Mitte des Rumpfes entspringend. Bauchflossen, klein. Schwanzflosse zweimal seicht ausgebuchtet. Firstrippen einpaarig, die letzte vor der Rückenflosse verkürzt. Kielrippen gespalten. Schuppen? (bisher keine bemerkt).

Pycnodus Platessus Agass. (als Typus).

„ **gibbus** Agass.

Letztere Art wurde zwar von Herrn Agassiz selbst in den *Poissons fossiles*, wieder zu *Pycnodus Platessus* bezogen; ein dem ungarischen National-Museum zu Pesth gehöriges Exemplar aber, welches der von Agassiz auf Taf. 72, Fig. 3, gegebenen Abbildung vollkommen entspricht, unterscheidet sich jedoch von dem eigentlichen *Pycnodus Platessus* vorzüglich durch die viel grössere, blos

$1\frac{1}{2}$, nicht zweimal in der Länge des Thieres (ohne Schwanzflosse) enthaltene Höhe des Körpers; dann durch seine 13, nicht 9, scharf gezähnten Kielschilder, sowie auch durch eine bedeutend geringere Strahlenzahl in der Rückenflosse, nämlich nur 56, anstatt 63. Das Profil der vorderen Hälfte des Fisches gleicht einem Halbkreise, aus welchem unter der etwas concaven, hohen Stirne nur die Schnauzenspitze hervorragt, das der hinteren bildet durch die Neigung der Rücken- und Afterflossenbasis einen Winkel von 80 Graden. Die Länge des Kopfes ist zweimal in der grössten Körperhöhe enthalten. Stirne und Hinterhaupt sind strahlig gefurcht. Die Gelenkfortsätze der Wirbelbögen sind blos doppelt, nicht zu 3 und 4 über einander stehend wie an *Pycnodus Platessus*. 12 abdominale Halbwirbel mit 10 starken Rippenpaaren bilden den abdominalen und 24 den caudalen Körpertheil. Vor der Rückenflosse umspannen 8 zarte Firstrippenpaare, mit Ausnahme der zwei letzten, den Vorderrumpf bis zum unteren von den Kielrippen umfassten Drittheile seiner Höhe. Jedes der kleinen kegelförmigen Firstschildchen trägt eine vor- und eine rückwärts geneigte Spitze. Die Rückenflosse steht mit 21, die Afterflosse wenigstens mit 13 Dornforsätzen in Verbindung.

Pycnodus tolliapicus Agass. (Unterkiefer.)

PALAEOBALISTUM. Blainville. Vorderzähne meisselförmig. Mahlzähne sanft gewölbt, mitten etwas vertieft; auf jedem Unterkieferaste in drei Längsreihen, mit dem grösseren Durchmesser querliegend gestellt, in der Aussenreihe rundlich, in der Mittelreihe grösser, oval; in der innersten Reihe am grössten elliptisch. Gaumen mit fünf Zahnreihen; Zähne elliptisch, beinahe gleicher Grösse, in der Mittelreihe quer- in den Randreihen mit ihrem grösseren Durchmesser der Länge nach gestellt. Augen hoch, Mund in der halben Kopfhöhe liegend. Schwanzstiel kurz und dünne. Rückenflosse vor des Rumpfes Mitte entspringend. Bauchflossen kurz. Schwanzflosse vielstrahlig (40—60), mit convexem Rande. Firstrippen sehr zart, die letzten vor der Rückenflosse verlängert, vielpaarig, theils rückwärts divergirend. Kielrippen gespalten, die letzten vor der Afterflosse meistens in einen Büschel nach rückwärts aufsteigender zarter Stäbchen zertheilt. Schuppen sehr zart, den ganzen Rumpf einnehmend?

Palaeobalistum orbiculatum Blainv. (als Typus).

Pycnodus orbicularis Agass.

Scheibenrund, obere und untere Linie des Kopfes vereinigen sich am Munde in einen stumpfen Winkel. Der Kopf ist viel höher als lang und macht $^1/_3$ des Thieres aus. Das Hinterhaupt ist grob gekörnt, der Kiemendeckel strahlig gefurcht. Die grössten Zähne des Unterkiefers enthalten nicht über eine Wirbelbogenlänge. Die Wirbelsäule liegt beinahe in der Mitte des Rumpfes, so dass dessen grösste Höhe zur grössten Tiefe sich wie 18 zu 22 verhält. Sie besteht aus 14 abdominalen und 27 caudalen Wirbelbögen-Paaren, mit doppelten Gelenkfortsätzen. Die Dornfortsätze sind dünn und lang. 11 an ihrer Basis starke Rippenpaare umfassen die oberen $^2/_3$ der Bauchhöhle. 16 dicke, konische Firstschilder mit rückwärts gekrümmter Spitze und zwei kleinen Seitendornen folgen nach dem Hinterhaupte bis zur Flosse, die 15 ersten werden jedes von drei Paaren, das letzte von einer viel grösseren Anzahl ungegliederter Firstrippen getragen. 16 Kielschilder, aus deren Schneide ein doppelter Haken mit vor- und rückwärts gekrümmten Spitzen hervortritt, besetzen Brust und Bauch bis zur Afterflosse, aus dem letzten erhebet sich ein Büschel zahlreicher, zarter, rückwärts divergirender Stäbchen. Die Rückenflosse besteht aus 67 nur einfach gespaltenen Strahlen, die, auf 64 Trägern sitzend, mit 22 Dornfortsätzen, nämlich dem 11. bis zum 33. in Verbindung stehen. Die Afterflosse enthält 56 Strahlen und steht mittelst 53 Trägern (gegen Ende beider Flossen sitzen immer 2—3 Strahlen auf einem Träger) mit 17 Dornfortsätzen in Verbindung. Die Strahlen der vorderen Flossenhälfte sind viel dicker und stärker als in der Rückenflosse, übrigens wie diese nur einfach gespalten. Der Rand beider Flossen ist zwar nicht ganz erhalten, scheint aber nicht concav, sondern wie jener der Schwanzflosse sehr convex gewesen zu sein. Letztere sitzt an einem sehr kurzen, dünnen Schwanzstiel und enthält 41 einfach gespaltene Strahlen zwischen 22 ungetheilten Randstrahlen, sie besteht mithin aus 63 fächerförmig ausgebreiteten Strahlen. Die Brustflossen waren ebenfalls sehr breit und enthielten mindestens 40 Strahlen; von Bauchflossen dagegen wie auch von Schuppen befindet sich wenigstens an dem mir vorliegenden, Sr. Excellenz Herrn Marchese Canossa zu Verona gehörigen seltenen Exemplare, keine Spur. — 9 Zoll lang. Monte Bolca.

Palaeobalistum Goedelii Heck.

Von diesem ausgezeichneten Pycnodonten besitze ich blos die zweite Hälfte des Körpers mit einem Theile des Abdomens, doch lassen die zahlreichen rückwärts verlängerten, die ganze caudale Region durchziehenden zarten First- und Kielrippen, so wie die vielstrahlige, im gestreckten Bogen gerundete Schwanzflosse keinen Zweifel über dessen Stellung übrig. Seine Gestalt ist im Allgemeinen jener des vorangehenden *Palaeobistum orbiculatum* ähnlich, unterscheidet sich aber bei dem ersten Anblicke gleich durch die auffallende Höhe des Rumpfes unter der Wirbelsäule, welche das Doppelte von jener über derselben beträgt. Aus den aufwärtssteigenden Bogenschenkeln der oberen Wirbelbögen richten sich 6—7 zugespitzte Dornen (Gelenkfortsätze) horizontal nach vor- und eben so viele nach rückwärts, so dass sie gegenseitig wie Kämme in einander greifen. Die Rückenflosse, wovon nur ein Theil hier übrig ist, hat kurze, starke, mehrfach getheilte, weit aus einander stehende Strahlen. Die lange Afterflossenbasis bildet gegen die Wirbelsäule beinahe einen rechten Winkel und enthält 50 eben so kurze aber etwas dichter stehende Strahlen, deren 15—18 vorderste sogar sehr gedrängt sind und einen etwas vorragenden Lappen bilden; sie stehen sämmtlich mit den 17 ersten unteren dünnen Dornfortsätzen mittelst ziemlich langen Trägern in Verbindung. Der Schwanzstiel ist dünn und sehr kurz, die Flosse selbst dreimal breiter als lang, daher an beiden Lappen spitz, sie enthält 25 vielfach gespaltene Strahlen, die zwischen 7 oberen und 8 unteren ungetheilten Randstrahlen, wie gewöhnlich am Rande des durch die unteren breiten Dornfortsätze des aufwärts gebogenen Wirbelsäulenendes gebildeten Fächers ansitzen. Die Schuppen sind länglich-viereckig, sehr klein und zart. — Das schöne, 6 Zoll hohe Fragment stammt vom Libanon und wurde mir von dem k. k. General-Consul Herrn von Gödel in Beyrut, welchem unser Museum schon so manchen schönen Libanoten verdankt, im verflossenen Jahre überbracht.

Palaeobalistum Ponsortii Heckel.

Herr Paul Gevais (Zoologie et Paléontologie françaises, Tome I, Explication des planches LXVII a LXXX, Poissons fossiles, page 3) erwähnt unter den fossilen Überresten des Mont Aimé bei

Chalons sur Marne, eines Pycnodonten mit folgenden Worten: *On y trouve de très belles empreintes de Pycnodus, dont quelques-unes ont été deposées dans les galeries du Museum, l'espèce ressemble au Pycnodus rhombus.* Aus derselben Localität erhielt das k. k. Hof-Mineralien-Cabinet so eben von dem Besitzer des Mont Aimé, Herrn Baron Ponsort, nebst anderen sehr werthvollen und ausgezeichneten Thierresten, auch drei der herrlichsten, vortrefflich erhaltenen Exemplare eines 4—5 Zoll langen Pycnodonten, dessen allgemeine Gestalt an jene des, von mir einstweilen unter die Gattung *Coelodus* eingereihten *Pycnodus Rhombus* des Herrn Costa auf Tafel IV, Fig. 8, erinnert und daher sehr wahrscheinlich der von Herrn Gervais angezeigten Species angehören dürften. Bei der grossen Vollständigkeit der mir durch die Güte des Herrn Einsenders vorliegenden Exemplare, deren ausführliche Beschreibung und Abbildung ich mir gleichfalls für meine Beiträge in den Denkschriften der k. Akademie vorbehalten habe, wurde es mir sehr leicht die wesentlichen Unterschiede wahrzunehmen, welche diesen schönen Pycnodonten, sowohl von obiger Art, wie von allen bisher bekannten in so auffallender Weise auszeichnen, dass ich es wagen darf, ihn hiermit dem um die Paläontologie eifrig bemühten Baron Ponsort hochachtungsvoll zu dediciren.

Von *Pycnodus Rhombus* Agass. *(Stemmatodus Rhombus nob.)* wie von *Pycnodus Rhombus* Costa, (ein *Coelodus nob.*) ist der Pycnodonte des Mont Aimé, nach meiner Ansicht sogar generisch verschieden, denn von beiden wie von allen bisher bekannten Pycnodonten der Jura- und Kreide-Zeit, trennt ihn die, von den Wirbelbögen vollständig umfasste Chorda, so wie die verdoppelten kammförmigen Gelenkfortsätze, welche mit einander einen Pycnodonten aus der tertiären Zeit, oder vielmehr aus der Periode des Monte Bolca charakterisiren. Die allgemeine Gestalt ist, wie gesagt, Costa's Fig. 8 ähnlich, noch mehr aber der des *Paleobalistum orbiculatum.* Der Kopf um $^1/_3$ höher als lang, macht wie bei letzterem ein Drittheil des Thieres ohne den Schwanzstiel aus. Alle Kopfknochen sind mit unregelmässigen kleinen Grübchen besäet, deren Zwischenräume ein zartes Netz bilden und auf dem hohen Kiemendeckel in strahliger Richtung verlaufen. Die quer-elliptischen Zähne der innersten Reihen des Unterkiefers und die lang-elliptischen in den äussersten Gaumenreihen haben eine sanfte ihrem grösseren Durchmesser folgende

Mittelfurche, die stumpferen quer-elliptischen der unpaaren Gaumenreihe sind glatt gewölbt, die mehr oder weniger rundlichen Zähne der übrigen Reihen sind etwas concav mit unregelmässigen zarten glatten Falten oder Runzeln, die sich an älteren Individuen mehr zu verlieren scheinen. Die Wirbelsäule befindet sich beinahe in der Mitte des Rumpfes, so dass die grösste Höhe des Rückens zur grössten Tiefe des Bauches sich wie 7 zu 8 verhält. Sie besteht aus 13 abdominalen und 22 caudalen Wirbelbogenpaaren mit doppelten spitzen Gelenkfortsätzen. Die Dornfortsätze sind mässig stark, vor der Rückenflosse befinden sich 7, nach derselben, so wie nach der Afterflosse nur einer, welche mit keinen Flossenstrahlen in Verbindung stehen. 10 an ihrer Basis starke und breite Rippenpaare umfassen die oberen $^2/_3$ der Bauchhöhle. Auf dem Vorderrücken liegen 10 Firstschilder; die ersten drei sind sehr klein und werden von einem langen schmalen, oben schneidig gezähnelten, eine Fortsetzung des Hinterhauptes bildenden Schildchen überdeckt; die nachfolgenden sind allmählich stärker und mit einem doppelten, vor- und rückwärts gekrümmten Haken gekrönt; ihre beiderseits abwärts gerichteten Schenkel sind in der Mitte gespalten, so dass jeder derselben zwei spitzauslaufende Lappen bildet, in deren Zwischenraum eine zarte, schiefgegliederte Firstrippe entspringt. Das letzte Firstschild ist am stärksten und jeder Schenkel in 4 oder 5 lange Spitzen gespalten, woraus 3 oder 4 Paar Firstrippen entspringen, die etwas mehr rückwärts gewendet, wenigstens bis auf die Wirbelsäule herabreichen. 13 dichtgedrängte Kielschilder senden ihre starken gespaltenen Rippen bis auf $^1/_3$ der Körperhöhe den zarten Firstrippen entgegen. Zwischen Bauch- und Afterflosse liegen deren zwei, mit starken vor- und rückwärts gewendeten Haken; aus dem letzten Schilde erhebt sich das stärkste, die ersten unteren Dornfortsätze umfassende Kielrippenpaar und nebst diesem entspringen aus derselben Basis noch 4—5 andere fadenförmige Paare, die sich dem von oben kommenden letzten Firstrippenbüschel nähern.

Die Rückenflosse enthält 65—66, an ihren Enden einfach gespaltene Strahlen, die durch eine gleiche Anzahl von Trägern mit 21 oberen Dornfortsätzen, zwischen welchen sie sich anfangs zu 2 und endlich bis zu 5 und 6 einschieben, in Verbindung stehen. Die Afterflosse enthält 54—55 Strahlen, deren Träger sich in ähnlicher Weise zwischen 14 unteren Dornfortsätzen einschieben. Die Strahlen

beider Flossen erreichen keine besondere Länge und werden gleich ihren Trägern, wie gewöhnlich nach rückwärts kürzer, dabei beschreibt der Rand der Rückenflosse einen flach convexen Bogen, während der vordere Theil der Afterflosse in einem mässigen Lappen vorspringt. Die einfach convexe Schwanzflosse zählt 19—20 doppeltspaltige Strahlen, die mit 9 oberen und 10 unteren einfachen Randstrahlen auf den 17 letzten Dornfortsätzen ansitzen, wobei 8 obere Dornfortsätze 14, und 9 untere 24 Strahlen tragen. Die Brustflossen sind breit, sehr feinstrahlig und sitzen in einem Ausschnitte des sehr breiten Schultergürtels auf 8—9 ziemlich starken Mittelhandknochen. Die senkrecht unter dem Anfange der Rückenflosse eingelenkten Bauchflossen sind klein und bestehen aus 7—8 gespaltenen Strahlen. Von Schuppen fand sich nirgends eine Spur, dagegen tritt der Sehnenbüschel an den äusseren Hinterhauptsbeinen bei allen drei Exemplaren kräftig hervor.

SITZUNG VOM 23. MÄRZ 1854.

Bericht über das von J. Anathon zur Beurtheilung eingereichte Manuscript: „Die natürlichen Gesetze der Musik," mit dem Motto: Wahre Musik ist Jedem verständlich.

Von dem w. M., **A. v. Ettingshausen.**

Über die Veranlassung und die Tendenz dieser Schrift spricht sich der Verfasser in der Vorrede mit folgenden Worten aus:

„In den mannigfachen Wechselfällen meines Lebens hatte ich oft das Bedürfniss gefühlt, den Regungen meines Gemüthes durch Töne einen passenden Ausdruck zu geben. Aber nur selten haben die Eingebungen der Fantasie den Gefühlen ganz entsprochen und noch seltener fand ich das Gesuchte in den mir zur Hand liegenden Tonstücken. Ich griff also zu den Compositions-Lehren, worin ich ganz sicher die Hülfsmittel zu finden glaubte, mit welchen ich die gewünschten Compositionen selbst zu Stande bringen könnte. Aber wie sehr war ich erstaunt, in den genannten Werken nirgends eine psychische Auffas-

sung der Töne, nirgends eine geistige Entwickelung der akustischen Grundlagen des Tonsystems, sondern überall nur eine rein mechanische Behandlung, und ein auf die engsten Grenzen beschränktes Material zu finden!

Um nun meinen lange gehegten Wunsch in Erfüllung zu bringen, war ich also genöthigt, selbst einen Versuch zu wagen, ob sich nicht, wenigstens für die Haupt-Momente des Gefühls-Lebens, bestimmte Sätze und Accorde finden lassen, welche unmittelbar aus den Eindrücken der Tonwellen hervorgehen, und daher als allgemein fassliche Formeln, als Naturlaute einer musikalischen Sprache gelten können. — Dieser Versuch führte mich auf die ersten Grundlagen des ganzen Tongebäudes und damit zugleich zu Entdeckungen, welche in den wesentlichsten Theilen unserer bisherigen Theorien eine völlige Umstaltung herbeiführen dürften.

Diese Entdeckungen haben mich bewogen, die Ergebnisse einer Arbeit, welche zuerst nur für mein eigenes Bedürfniss bestimmt war, der Öffentlichkeit vorzulegen."

Nach dem Plane des Verfassers soll das Werk in zwei Theilen erscheinen, wovon die vorliegenden Blätter den ersten Theil, unter dem Titel: „Mechanik der Töne", enthalten, der zweite Theil aber die Grundlagen der Composition behandeln soll. — Die Schrift beginnt mit der akustischen Entwickelung des Grundgesetzes der Tonfolge, aus welchem zunächst die diatonische Leiter, und sohin die zwölfstufige in der Form

$$c \; c^{+} \; d \; e_{s} \; e \; f \; f' \; g \; a_{s} \; a \; b \; h \; c$$

mit den Werth-Verhältnissen:

$$1 \; \frac{25}{24} \; \frac{9}{8} \; \frac{6}{5} \; \frac{5}{4} \; \frac{4}{3} \; \frac{25}{18} \; \frac{3}{2} \; \frac{8}{5} \; \frac{5}{3} \; \frac{9}{5} \; \frac{15}{8} \; 2$$

abgeleitet wird.

Diese Leiter wird als Vorbild für eine Tonleiter auf jeder anderen Grundstufe aufgestellt; die Stufen derselben werden mit den Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 bezeichnet, und mit diesen zugleich das Intervall jeder Stufe von der Grundstufe 0 angedeutet.

Diese mit den Stufen der Claviatur übereinstimmende Bezeichnungsart hat unstreitig die Vortheile:

1. Dass damit die bisherige jedenfalls unbequeme Nomenclatur mit den Beisätzen „gross, klein, übermässig, vermindert" beseitigt wird.

2. Dass die Addition und Subtraction der Intervalle als eine ganz einfache arithmetische Aufgabe gelöst werden kann, da jedes grössere Intervall numerisch wirklich gleich ist der Summe der in demselben enthaltenen kleineren Intervalle.

3. Dass nach derselben jeder Accord durch den einfachen Ansatz seiner Intervallzahlen gleichsam anschaulich bezeichnet werden kann, denn es wird hiernach z. B. der grosse Dreiklang mit den Intervallzahlen 43, der kleine Dreiklang mit 34, der verminderte mit 33, der Septimen-Accord mit 433, der verminderte mit 333 angezeigt.

Der Umfang einer Tonfolge bis zur Wiederkehr der Grundstufe (8^{ve}) wird eine Douzaine, die 12te Stufe aber die Douce genannt.

Eine vorzügliche Beachtung verdient die vom Verfasser aufgestellte Temperatur. Nachdem er vorerst die sämmtlichen Intervalle der reinen Scala zwischen allen Tönen der Haupt- und Mittelstufen auf der Taf. I mit Beifügung ihrer Werthe verzeichnet, sodann auf die zweifachen Grössen gleichnamiger Stufen, z. B. die grossen Secunden *cd, fg, ah*, die kleinen *de, ga* aufmerksam gemacht, und sohin angedeutet hat, dass selbst ein und dasselbe Intervall, z. B. *df* in verschiedenen Tonleitern eine verschiedene Grösse erhält, je nachdem es zunächst an der Grundstufe (*d*) oder an einer entfernteren Stelle, in einer Tonleiter mit einer andern Grundstufe, gelegen ist, bezeichnet er die Bedingungen einer allgemeinen, d. h. jedes Intervall erfassenden Temperatur mit folgenden Worten:

„Die Temperatur der reinen Scala muss, wenn sie möglichst vollkommen und allgemein anwendbar sein soll, folgende Aufgaben lösen: 1. muss jedes Intervall für alle Töne fixirt, und die Grösse desselben derjenigen Grösse möglichst nahe gebracht werden, welche es in der reinen Scala hat; 2. müssen die Differenzen zwischen den grossen und kleinen Grössen jedes Intervalls durch Aufstellung eines mittleren Intervalls ausgeglichen werden; 3. muss ein kleinster gemeinschaftlicher Massstab aufgefunden werden, womit die geringste Abweichung von der reinen Scala gemessen werden kann.“

Um die letzte dieser Bedingungen zu realisiren, hat er die Douzaine zuerst in 12 geometrisch-gleiche Stufen, sodann jede dieser Stufen wieder in 100 Theile zerlegt, und endlich auch die relativen Werthe aller dieser Theile mit Rücksicht auf den Werth der 12ten Stufe $=2$ berechnet. Durch Vergleich dieser Werthe mit den relativen Werthen der Stufen der reinen Scala war es ihm möglich

geworden die letzteren in Massen dieses Duodecimal-Systems auszudrücken. Hiernach fanden sich für die Werthe der nachbenannten Intervalle der reinen Scala die beigesetzten Duodecimal-Masse:

der kleine Halbton . . . . . = 0·71
die grosse 2de . . . . . = 2·04
„ kleine 2de . . . . . = 1·32
„ 3^{a} . . . . . = 3·16
„ kleine 3^{ce} (df) . . . . . = 2·94
„ 4^{t} . . . . . = 3·86
„ kleine 4^{t} (df') . . . . . = 3·65
„ 5ten ad und fb . . . . . = 5·20
„ übrigen 5ten . . . . . = 4·98
„ 6^{t} . . . . . = 5·69
„ 6ten fh und ad^{+} . . . . . = 5·91

Um nun ein mittleres Mass für jedes dieser Intervalle zu finden, wurde aus der Tafel I herausgehoben, wie oft jedes grosse und jedes kleine Intervall im Umfange einer siebenstufigen Leiter vorkommt; das Vielfache dieses Vorkommens wurde mit der Zahl des Werthes des Intervalls multiplicirt, die Producte aus den kleinen und grossen Werthen für jedes Intervall wurden summirt, und die Summe durch die Zahl der für jedes Intervall herausgehobenen Grössen (7) getheilt; der Quotient gab nun den mittleren Werth jedes Intervalls. Es finden sich nämlich:

unter 7 Secunden 4 kleine, 3 grosse,
„ 7 Terzen 6 grosse, 1 kleine,
„ 7 Quarten 6 „ 1 „
„ 7 Quinten 2 „ 5 „
„ 7 Sexten 2 „ 5 „

Die Summen dieser Grössen geben nach den oben angesetzten Werthen für die Intervalle:

	2	3	4	5	6
die Zahlen	13·40	21·9	26·81	35·3	40·27

diese durch 6 getheilt, geben zum mittleren Werth obiger Intervalle

1·914	3·128	3·83	5·043	5·753

Diese Zahlen hat Anathon auf die Grössen:

1·92	3·12	3·84	5·04	5·76

den Werth der $1^{me} = 0{\cdot}71$ aber auf $0{\cdot}72$ modificirt, und hierdurch lauter Grössen erhalten, welche durch $0{\cdot}24$ ohne Rest theilbar sind. Durch diese Intervalle wurden zugleich die grösseren normirt, da sie als Complemente der ersten nothwendig gleich sind dem Unterschiede zwischen diesen Grössen und der Douce, daher für die Intervalle:

11	10	9	8	7	6
$= 11{\cdot}28$	$10{\cdot}08$	$8{\cdot}88$	$8{\cdot}16$	$6{\cdot}96$	$6{\cdot}24$

Da auch diese Zahlen alle durch $0{\cdot}24$ ohne Rest theilbar sind, so erscheint die Zahl $0{\cdot}24$ als der gemeinschaftliche Massstab für die Werthe aller temperirten Intervalle. Da derselbe in der Douce gerade 50mal enthalten ist, so wird er der 50theilige oder auch schlechtweg Ein Tonmass genannt.

Mit diesem Tonmass wurden auch die Intervalle aller Zwischenstufen gemessen, und zugleich dem Werthe der reinen Verhältnisse möglichst nahe gerückt.

Jedes Intervall dieser temperirten Tonleiter ist somit das Vielfache dieses gemeinsamen Tonmasses, und jedes Intervall hat seine festgestellte mittlere Grösse in allen möglichen Tonhöhen. Es ist daher eine Beirrung in der Reinheit der Harmonie eines nach dieser Temperatur componirten Tonstückes durch Versetzung desselben auf eine andere Tonhöhe unmöglich.

Die Tafel 3 enthält die Aufstellung aller Intervalle nach dieser Temperatur, mit den hiernach berechneten Saitenlängen für sämmtliche temperirte Tonstufen.

Zur Bequemlichkeit dieser Rechnung wurden diese Intervalle auf der Tafel IV auch in halben Tonmassen $= \frac{1}{100}$ der Douzaine ausgedrückt.

Aus diesen Tafeln ersieht man, dass die Abweichung der temperirten Grössen von den Grössen der reinen Verhältnisse so gering ist, dass man Mühe haben dürfte diese Abweichung einfach nach dem Gehör zu entdecken; eine Scala nach dieser Temperatur kann somit in der Praxis ganz füglich für die reine Scala gelten. Ihr Vorzug vor den bisherigen in gemeinen Brüchen berechneten Temperaturen ist für sich klar. Insbesondere sind mit dieser Temperatur auch jene Intervalle dargestellt, welche den Schwingungs-Verhältnissen zur Zahl 7 entsprechen, und welche mit Unrecht bisher von den Consonanzen ausgeschlossen wurden.

Da auch nach dieser Temperatur jedes Intervall in 2- bis 3facher Grösse erscheint, nämlich die 1me mit $c—c^+$ oder $c—d_,$, die 2de mit $a_,—a^+ = 6$ Massen mit $a—h = 8$ Massen oder mit $e—g_,$ 10 Massen u. s. f., so war es nöthig, die Abweichungen von den einfachen Grössen der oben aufgestellten Duodecimal-Scala durch die Bezeichnung: klein oder gross, anzudeuten; dies geschieht hier durch Beifügung eines Punktes, welcher zur Bezeichnung des grossen Intervalls der Zahl desselben rechts oben beigesetzt, zur Andeutung eines kleinen Intervalls aber links unten vorgesetzt wird, wonach z. B. die obbenannten Intervalle durch 1·, .2, 2, 2· angezeigt werden.

Die vorliegende Schrift bringt ferner eine Entdeckung, welche, obgleich sehr einfach und nahe liegend, dennoch der gesammten musikalischen Welt bisher entgangen war, nämlich die Thatsache: dass die Schwingungen des kleinen Dreiklanges im umgekehrten Verhältnisse zu den Schwingungszahlen des grossen Dreiklanges stehen, dass die Intervalle eines jeden reinen Moll-Accordes in umgekehrter Richtung auf einander folgen, wie die Intervalle des adäquaten Dur-Accordes, und dass man demgemäss aus jedem Dur-Accorde den ihm gleichsam wie ein Spiegelbild dem Objecte entsprechenden Moll-Accord machen kann, wenn man dessen Intervalle in umgekehrter Richtung, also von oben nach unten oder von der Rechten zur Linken abliest, und diese umgekehrte Intervallenfolge durch die derselben entsprechenden Töne ausdrückt.

Diese Thatsache liegt beispielsweise schon in den Tonfolgen ceg, $cega'$, $cdef$ mit den Intervallen 43, 43.3, 221 vor; spielt man nämlich diese Intervalle in umgekehrter Richtung von der Rechten zur Linken mit den Tönen eca, d^+hg^+f, $agfe$ an, so hat man in der letzten Tonfolge den deutlichen Gegensatz zu der obigen, und zwar nicht blos in der Intervallenfolge, sondern auch im psychischen Ausdrucke der Töne und in dem Verhältnisse der Schwingungszahlen; denn die letzteren sind für die 1. Tonfolge mit den Zahlen 4 : 5 : 6; 4 : 5 : 6 : 7; 24 : 27 : 30 : 32 angedeutet, diese gelten aber auch zugleich für die 2te Tonfolge, da sich $a \div c = 5 \div 6$, $c \div e = 4 \div 5$, $f \div g^+ = 6 \div 7$, $g^+ \div h = 5 \div 6$, $h \div d^+ = 4 \div 5$ u. s. w. verhalten.

Mit dieser einfachen Entdeckung hat sich der Verfasser ein unbestreitbares Verdienst erworben, da sie das Wesen der Moll-Tongattung aufklärt, und der Tonsatzkunst das Mittel an die Hand gibt, aus jedem Accord und jeder Tonfolge der einen Tongattung unmittel-

bar die entsprechende in der anderen Gattung zu bilden, und hiermit auch die Harmonie in jeder Tongattung auf ihre akustische Reinheit zurück zu führen.

Dem geraden oder umgekehrten Verhältnisse der Schwingungszahlen entsprechend, nennt er auch die Tongattung der ersten Art die gerade und die der zweiten Art die umgekehrte und bezeichnet die erste mit *R*, das ist in *recto*, letztere mit *V* (in *verso*).

Das Charakteristische dieser beiden Tongattungen besteht demnach darin, dass die Intervalle jeder Tonfolge der einen in der andern in der umgekehrten Richtung erscheinen.

Es werden aber noch weiters viele Tonfolgen aufgezählt, deren Intervalle in der einen wie in der anderen Richtung die gleiche Ordnung behalten, z. B.

a h c d e f g oder *a h c d e f* oder *g a c e g a* oder *c d f g a h* u.s.f.
2 1 2 2 1 2 2 1 2 1 2 2 3 4 3 2 2 3 2 2

Diese Gattung der Tonfolge wird die gemischte genannt, und durch *M (mixtum)* oder *X* bezeichnet. Sie vereinigt auch in der That die Charaktere von Dur und Moll. Endlich wird noch eine vierte Tongattung angedeutet, welche gleichmässige Intervalle: 3333, 444, 55, 66, 22222, enthält, daher weder mit Dur noch mit Moll bezeichnet werden kann; diese Tongattung wird die neutrale genannt und mit ∞ bezeichnet. Diese steht gleichsam zwischen Dur und Moll, und die Tonfolgen derselben schliessen sich an die eine wie an die andere Tongattung gleich gut an.

Im Einklange mit dieser Benennung der Tongattungen werden auch die in denselben gebildeten Accorde mit den Namen: die geraden, die verkehrten, die gemischten, und die neutralen bezeichnet.

Auf der Tafel 9a sind die Accorde im harmonischen Zusammenhange und mit Andeutung ihrer Tonlage aufgestellt. Die ganze Intervallen-Reihe einer bestimmten Form gilt hier nur für Einen Accord. Die Verrückung des Anfangspunktes dieser Reihe wird eine Verschiebung des Accordes genannt. Demnach gilt z. B. die Intervall-Form des grosen Dreiklanges 5 4 3 5 4 nur für den Typus desselben
g e e g e
Accordes, und die Abtheilungen dieser Form, welche in der gewöhnlichen Schule mit eigenen Namen bezeichnet werden, erhalten hier nur die Zeichen ihrer Stellung in der allgemeinen Form. Nur wenn die Intervall-Grössen durch Versetzung der Tonstufen verändert wer-

den, wird diese Änderung eine Versetzung des Accordes genannt. Eine Anleitung zu einer sehr mannigfaltigen Versetzung mit gleichzeitiger Verdopplung der Stufen zeigt die Tafel 10.

Die Zahl der eigenthümlichen Accord-Formen erstreckt sich für die Accorde aus 2 Tönen auf 6, für die dreitönigen auf 12, die viertönigen auf 24; von den fünftönigen sind vorerst nur 16 aufgestellt.

In diesen Accord-Formen dürfte jeder von den Praktikern bisher gebrauchte Accord gefunden werden, wogegen manche dieser Formen vergeblich in den Tonstücken gesucht werden möchten. — Der Bildung von Scalen zu melodischem Gebrauche hat der Verfasser eine besondere Aufmerksamkeit und Tiefe der Forschung gewidmet.

Das Wesentliche jeder Scala, und hiernach insbesondere die Scalen der Alten entwickelt er im §. 9 des II. Abschnittes mit Folgendem:

„In den vorliegenden Accorden und deren Versetzungen ist bereits eine grosse Zahl von Tonfolgen gegeben, deren jede einen eigenthümlichen Charakter hat; allein dieselben enthalten meistens nur grosse Intervalle. Die auf der Tafel 8 aufgestellte zwölfstufige Scala hat dagegen lauter kleine Intervalle, die sich nur zu Passagen eignen. Für die gewöhnliche melodische Bewegung der Stimme aber werden melodische Scalen von 6—9 Stufen in der Douzaine benöthigt. Diese müssen nun entwickelt werden.

Die einfachste Art, solche Scalen aufzustellen, wäre nun freilich die Einschaltung von Tönen in die grösseren Intervalle nach einem beiläufigen Ermessen; allein die eingeschalteten Töne sollen doch sowohl unter sich, als mit den Tönen, zwischen welchen sie eingeschaltet werden, in einem akustischen Zusammenhange sein; dies würde auf dem Wege des willkürlichen Ermessens wohl zuweilen gelingen, häufig aber auch ganz verfehlen. — Wenn aber die einzuschaltenden Töne selbst nach den Stufen irgend eines Accordes geordnet werden, und dieser mit dem Accorde, in welchem die Töne einzuschalten sind, nach irgend einem Systeme in Verbindung gebracht wird, so möchte dem oben ausgesprochenen Erfordernisse wahrscheinlich entsprochen sein. — Um hierüber eine nähere Aufklärung zu erhalten, wollen wir das Wesentliche einer Scala im Allgemeinen zunächst an der bekannten diatonischen Scala erforschen:

Die Gestalt dieser Scala ist folgende: $c^2\ d^2\ e^1\ f^2\ g^2\ a^2\ h^1\ c$. Man sieht hier sogleich, dass die Intervall-Zahlen 2 2 1 sich auf

der 7me wiederholen, dass also die obige Tonreihe eigentlich aus 2 Sätzen besteht, welche, über einander gestellt, sich so

g a h c

ordnen: $c^2\ d^2\ e^1\ f$

„Diese Scala war den Alten unter dem Namen der jonischen Scala bekannt."

„Setzt man bei dieser Scala die obere Tonreihe herab, und die untere hinauf, so dass das *g* zum Grundton wird, so wiederholt sich die Intervallen-Reihe schon auf der 5te, und die Scala wird nun zur myxolidischen. — Beide gehören zum *R*-System. — Macht man in der obigen diatonischen Scala *d* zum Grundton, so ordnen sich die

a h c d

Töne in folgender Art: $d^2\ e^1\ f^2\ g$, und die Scala wird zur dorischen; beginnt man dieselbe aber mit dem Grundton *a*, nämlich

d e f g

a h c d, so erlangt sie die Gestalt der äolischen. Beide werden mit der sogenannten Moll-Tonart bezeichnet, welche durch die Intervall-Reihe 212 charakterisirt ist. Sie gehören aber zum gemischten System. — Beginnt man die diatonische Reihe mit *e* oder mit *h*, so

h c d e

erhält man die Scala $e^1\ f^2\ g^2\ a$, welche auf dem Grundton *e* die phrygische heisst, auf dem Grundton *h* aber in einer bisher noch ungenannten Form sich darstellt."

„Die Scala 122 bildet den Gegensatz der jonischen Scala, und gehört zum *V*-System".

„Beginnt man endlich die diatonische Reihe mit *f*, so erscheint

c d e f

die Scala $f_2\ g_2\ a_2\ h_1\ c$, welche die lydische genannt wird; sie ist ähnlich der myxolidischen, und unterscheidet sich von dieser nur dadurch, dass sie mit *f* anstatt mit *g* beginnt. Sie gehört zum *R*-System. — Man sieht also, dass sich aus der diatonischen Tonreihe 7 Scalen entwickelt haben, welche in der Composition vielfältig in Anwendung kommen, — wenn gleich der Compositeur bei deren Gebrauch sich nur sehr selten an andere Namen als „Dur" oder „Moll" erinnert."

Es ergibt sich aus dieser Darstellung, dass das Wesentliche jeder Scala in der Zusammenstellung zweier melodischer Tonfolgen (Sätze) von gleicher Form besteht, und dass durchaus kein Grund vorliegt, diese Form auf die 2 einzigen Typen der „Dur- und der Moll-Scala"

zu beschränken, sondern dass in den Compositionen vielmehr noch viele andere Formen von Scalen eine Anwendung finden können. Ausser diesen Scalen der Alten entwickelt der Verfasser noch 20 neue Scalen, welche in umgekehrter Ordnung ihre Intervalle grösstentheils wieder eigene Gestaltungen annehmen, und demnach durch die Umkehrung wieder fast eben so viele Scalen bilden.

Die ganze Masse dieser Scalen, welche auf der Tafel 23 dargestellt sind, wird endlich unter 12 Hauptformen subsummirt, und mit den General-Zeichen dieser Formen bezeichnet.

In Bezug auf den praktischen Werth dieser neuen Scalen, und die eigentliche systematische Gestaltung der von den Tonlehrern aufgestellten A-Moll-Scala mit g^+ sagt er in seinem Resumé §. 5 wörtlich:

„Ich habe zugleich nachgewiesen, dass jede dieser Scalen einen eigenthümlichen psychischen Charakter hat, und dass daher diese Scalen-Bildung nicht etwa ein unfruchtbares Spiel der Fantasie ist, sondern einen sehr einleuchtenden praktischen Nutzen gewährt. Wenn gleich dieser praktische Werth bis jetzt den Musikern noch nicht klar vor Augen liegt, so ist er doch schon deutlich bewiesen, da die von mir aufgestellten Scalen schon vielfach in den Tonstücken angewendet, aber von den Componisten irrthümlich als ein ganz eigenthümliches Product ihrer Fantasie angesehen wurden. Wenn die Componisten aber auf den scalenmässigen Charakter dieser vermeintlich eigenen Formationen aufmerksam gemacht werden, so müssen sie auch einsehen, dass sie auf ganz natürlichem Wege zu diesen Formationen gelangt sind.“

„Man wird daher meinen Scalen das Verdienst nicht bestreiten können, dass sie nebst ihrer Brauchbarkeit für neue Compositionen auch zugleich den Schlüssel zur Erklärung manches Satzes in den schon vorliegenden Compositionen enthalten.“

„Insbesondere werden die Musiker aus meiner unter dem General-Zeichen I $\frac{2}{3}$ aufgeführten Scala ersehen, dass ihre verzerrte Moll-Scala mit g^+ eigentlich unter der Form: $\underset{1}{h}\ \underset{2}{c}\ \underset{2}{d}\ \underset{2}{e}\ \underset{2}{f''}\ g^+\ a$ aufgestellt werden muss, und dass sonach ihre neue „Moll“-Scala in dem ersten Theile der phrygischen, in dem zweiten der jonischen Scala angehört, somit Dur und Moll vereinigt.“

Ausser dieser, jedenfalls sehr schätzenswerthen Vermehrung des wissenschaftlich-künstlerischen Materials liefert der Verfasser noch

auf der Tafel 14 mehr als 200 besondere Formen von Gängen, die in der Umkehrung gleichfalls wieder eben so viele eigenthümliche Gestaltungen erhalten. Weiters zeigt er in den §§. 17 und 18 des IV. Abschnittes, wie eine gegebene Scala nach einer angezeigten Potenz erweitert oder verengert werden kann.

Endlich gibt er dem ganzen Tonsysteme durch eine kleine Modificirung der Intervall-Reihe der am Eingange aufgestellten zwölfstufigen Scala — welche er die General-Scala nennt — eine dreifache Gestalt, begründet damit neben dem bisherigen Tonsysteme noch zwei neue Systeme, und erzielt mit diesen den wichtigen praktischen Vortheil, dass er nach diesen Systemen durch eine einfache Erhöhung oder Erniedrigung der normalen Stufen eine Combination von Tönen zu Stande bringen kann, deren psychischer Ausdruck Eigenthümlichkeiten enthält, welche nach dem bisherigen Tonsysteme selbst durch eine doppelte Erhöhung oder Erniedrigung der Stufen oft vergeblich angestrebt worden.

Überdies stellt er auch das bisherige Tonsystem in einer Form auf, in welcher von den bezeichneten Verdopplungen nur f^{+} und ^{bb}e, und auch diese nur auf Einer Grundstufe (f'' oder g_s) vorkommen.

Die Aufstellung dieser 3 Tonsysteme, und deren Vorzüge vor dem bisherigen, macht der Verfasser in einer eigenen Parallele anschaulich.

Die Tafel 25 zeigt diese 3 Tonsysteme mit den darnach gebildeten 36 General-Scalen sowohl in *recto* als in *verso*.

Den hauptsächlichen Zweck dieses Werkes, nämlich eine psychische Charakteristik der Töne zu geben, und damit den Weg zu einer allgemeinen musikalischen Sprache anzubahnen, strebt der Verfasser auf folgende Art an:

„In den vorliegenden zwei Abschnitten ist das Materielle der Musik-Wissenschaft behandelt; dem Musiker sind in den Scalen, Gängen und Accorden, dann in der Versetzung der letzteren und in den Modificirungen der Intervall-Grössen zureichende Mittel geboten, alle nur denkbaren Empfindungen der Seele auszudrücken.“

„Um aber in der Anwendung dieses Materiales schnell dasjenige heraus zu finden, was man so eben zu seinen Zwecken nöthig hat, muss dasselbe nach den physischen Charakteren geordnet werden.“

„Zu diesem Zwecke müssen jedoch vorerst die mannigfachen Empfindungen und Zustände der Seele aufgezählt, in Classen und Ord-

nungen zusammen gestellt, und mit einfachen Zeichen, die sich auf dem möglich kleinsten Raume im Notenbuche anschreiben lassen, bezeichnet werden."

So vielfach auch diese Empfindungen sein mögen, so lassen sich dieselben doch im Allgemeinen in drei Classen zusammenfassen, denn sie sind entweder: 1. anregend, oder 2. herabstimmend, oder 3. neutral.

„Zur 1. Classe kann man zählen: den Muth, den Frohsinn, die Gemüthlichkeit (Freundschaft, Liebe), das Verlangen (Sehnsucht); zur 2. Classe gehört: die Rührung, der Trübsinn (Trauer), die Verstimmung (Morosität), die Beklemmung (Furcht), die Demuth; zur 3. Classe gehört: die Ruhe, der Ernst, der Gleichmuth."

Alle diese Zustände der Seele haben wieder mehrere Abstufungen; der Frohsinn z. B. steigert sich von der einfachen Heiterkeit zur Fröhlichkeit, zur Freude, zur Lust; die Gemüthlichkeit steigt von der blossen Freundlichkeit zur Herzlichkeit, zur Innigkeit, zur Schwärmerei; der Trübsinn von der Schwermuth zur Düsterkeit, zur Trauer, zur Trostlosigkeit, zur Auflösung."

„Bezeichnet man diese Haupt-Charaktere mit einem allgemeinen, etwa in der Musik-Sprache schon bekannten Namen, und die Abstufungen dieser Charaktere mit Zahlen, so kann man mit dem Anfangs-Buchstaben des Charakter-Namens und mit Beisetzung der Stufenzahl ganz einfach jede Empfindung bezeichnen, die sonst mit mehreren Worten beschrieben werden müsste."

„Der Versuch einer solchen Classification mit den Charakteren und den Abstufungen ist auf der Tafel 20 begonnen."

„Begreiflich bleibt es aber jedem Musiker überlassen, diese Skizze zu seinem Gebrauch nach eigenem Ermessen zu erweitern oder zu modificiren."

„Wenn nun irgend ein Accord, eine Scala oder ein Gang charakterisirt werden soll, so hat man zunächst darauf zu achten, ob man bei dessen Spiel eine Anregung, oder eine Herabstimmung empfindet, oder im Gleichgewichte bleibt; sodann suche man in der bezüglichen Classe der Tafel 20 den entsprechenden Charakter, und bei demselben die Stufe, die den Grad der Empfindung andeutet."

„Die Accorde haben aber nicht blos einen subjectiven, sondern auch einen objectiven Charakter, welcher sich im Klang, in der Harmonie der Töne (Reinheit), in der Kraft der Consonanz (Härte) und in sonstigen besonderen Eigenschaften ausspricht. Diese objectiven

Charaktere sind auf der Tafel 20 unter den Buchstaben α, β, γ, δ angezeigt."

„Wenn man einmal jede Tonfolge objectiv genau charakterisirt haben wird, dann tritt die subjective Charakteristik in eine secundäre Bedeutung, denn man wird sodann jede Empfindung, die durch die Töne angeregt wird, unmittelbar aus den objectiven Charakteren ableiten, und man wird endlich nicht mehr nach den Tönen forschen, welche diesen oder jenen subjectiven Charakter haben, sondern man wird die Forschung unmittelbar auf jene objectiven Charaktere richten, aus denen die subjectiven Empfindungen hervorgehen."

„Man wird sich aber bald überzeugen, dass manche Accorde so complicirt sind, dass es sehr schwer ist, dieselben genau und vollständig zu charakterisiren; solche Accorde müssen in ihre Elemente zerlegt werden, aus denen sie zusammengesetzt sind. Diese Elemente sind ihre Intervalle und deren einfachste Zusammensetzung zu zweien."

„Die Tafel 21 enthält eine Zusammenstellung aller möglichen Elemente mit einer kurzen Charakteristik derselben. Die Charaktere dieser Elementar-Accorde bedingen den Gesammteindruck des ganzen Accordes. Es ist sonach höchst wichtig, diese Elementar-Accorde möglichst genau zu charakterisiren."

„Eine allgemein gültige Charakteristik der Accorde, Scalen und Gänge zu geben, ist eine Aufgabe, welche die Kräfte eines Einzelnen weit überschreitet; denn abgesehen davon, dass der Eindruck einer Tonreihe oder eines Accordes durch den eigenthümlichen Klang des Instrumentes, durch die Tonhöhe, und durch die momentane Stimmung des Hörers immer etwas influirt wird, so liegt die grösste Schwierigkeit einer allgemeinen Charakteristik hauptsächlich in den verschiedenen Bildungsstufen der Beurtheiler, in ihrer gewohnten Auffassung der Töne, in den national eigenthümlichen Ausdrücken der Empfindungen, in der eigenthümlichen zum Theile noch sehr unvollkommenen Stimmung der Instrumente, und in vielen anderen Zufälligkeiten, deren Einfluss jeder aufmerksame Musikfreund schon vielfach erfahren haben wird. So z. B. gilt der sogenannte kleine Dreiklang (34) bei den Griechen und den Slaven als ein Ausdruck einer sanften Rührung, eines stillen Aufschwunges zum Erhabenen, — während derselbe Accord einem deutschen Oberländer, der an die heftigen Schwingungen des Walzers und Ländlers gewohnt ist, ganz traurig klingt.

„Einem wirklich traurigen, wenn auch gut harmonischen Accorde wird ein solcher Beurtheiler keinen anderen Namen geben können, als den der Disharmonie.“

„Wenn nur Jeder, der sich dazu berufen findet, und die wahrlich nicht geringe Mühe nicht scheut, jeden Accord, jede Scala und jeden Gang in verschiedenen Tonhöhen und zu verschiedenen Zeiten mit aller Aufmerksamkeit auf die Tafel 20 zu prüfen, und die Eindrücke, welche er dabei empfindet, ganz getreu zu notiren, und diese Notaten der öffentlichen Beurtheilung zu übergeben: so kann aus der Übereinstimmung vieler solcher Charakteristiken endlich eine allgemein gültige physische Bezeichnung jeder Tonfolge und jedes Accordes hervorgehen, und damit die erste Grundlage zu einer allgemein verständlichen musikalischen Sprache aufgestellt werden.“

Eine solche musikalische Grammatik kann aber begreiflich erst in vielen Jahren, und nur durch vielfache Prüfung von Seite der Gebildeten aller Nationen zu Stande kommen.“

„Dass ein solches Werk ein wahres Bedürfniss aller lebhaft Empfindenden, und ein hohes Bedürfniss für unsere Zeit ist, in welcher man sich von dem Genius der Musik schon so weit entfernt hat, dass man mit blos mechanischen Künsten und mit stundenlangem Durchpoltern weniger Sätze, oder durch das unaufhörliche Drehen, Wenden und Stürzen eines einzigen Satzes und durch das Durchschleppen desselben durch alle Gewässer der sogenannten Tonarten — ein musikalisches Kunststück aufzuführen glaubt, muss Jeder erkennen, der nicht durch die Regeln unserer bisherigen Compositions-Lehren in dem natürlichen Ausdrucke seiner Empfindungen beirrt worden ist.“ —

„Als einen kleinen Beitrag zu einer solchen Grammatik lege ich die Tafel 22 mit dem Versuche der Charakteristik der Elementar-Accorde und ihrer Versetzungen vor.“

„Mit Benützung dieser Tafel wurden die Accorde der Tafel 9, so wie die Scalen und Gänge der Tafeln 12 und 14 charakterisirt.“

„Die objective Charakteristik der einzelnen Intervalle ist auf der Tafel 3 bereits angedeutet worden.“

Am Schlusse seines Entwurfes zu dieser Charakteristik sagt er:

„Man wird meinen Entwurf vielleicht vorerst als eine Curiosität anstaunen; ich bin auch auf eine solche Aufnahme meiner mühevollen Arbeit gefasst; aber ich bin dennoch fest überzeugt, dass man

in einer nicht sehr fernen Zeit derlei Curiositäten als ein wahres Bedürfniss in jeder guten Musikschule einführen wird."

„Dann erst wird man erwarten können, dass jene Verwirrung, jenes mystische und bizarre Herumtummeln, welches jetzt in so vielen Compositionen auffällt, sich verlieren werde!"

Man kann dem Verfasser in der That nicht widersprechen, wenn er hervorhebt, dass gerade in diesem wichtigen Theile der Tonschule noch eine Lücke besteht, welche nothwendig eine Unklarheit in den Compositionen zur Folge haben muss; er sagt nämlich am Schlusse dieses Abschnittes:

„Die Grundsätze, nach welchen von der gesammten Tonmasse Gebrauch gemacht werden soll, sind ästhetisch und psychologisch in den bisherigen Tonschulen noch fast gar nicht entwickelt. Selbst in den ersten Compositionslehren liest man nichts anderes als eine blos mechanische Anleitung, die Tonfolgen und Accorde auf eine erträgliche Weise in Verbindung zu bringen. Man glaubt schon das Wesentlichste gethan zu haben, wenn man gelehrt hat, wie man von einer absoluten Tonhöhe (der sogenannten Tonart) auf eine andere gelangen könne."

„Von den sogenannten Dissonanzen wird nur zu dem Zwecke ein Gebrauch gemacht, um eine Abwechslung in das Spiel zu bringen."

„Wenn nun der Zuhörer eines solchen Spiels in eine bestimmte Gemüthsstimmung versetzt ist, so wird er durch eine solche heterogene Einmischung so widerlich afficirt, dass meistens der ganze Eindruck, den das Spiel bis dahin hervorgebracht hat, verloren geht. Wenn nun noch ein mehrfacher Wechsel in der Tonhöhe dazu kommt, so wird der Zuhörer in seiner Auffassung des Tonstückes ganz irre, und es bleibt ihm am Ende nichts als die Erinnerung an einzelne schöne Stellen, aber er weiss nicht, was er aus dem Ganzen machen soll."

„Sein Ausspruch ist dann gewöhnlich: Es mag recht schön sein, aber ich verstehe nichts davon!"

„Ein solcher Ausspruch auch von dem letzten Laien enthält aber einen ganz gerechten Tadel des Stückes; denn wahre Musik ist der naturgemässe Ausdruck irgend einer Empfindung, in die jeder Zuhörer sich bald finden wird, weil er sie entweder schon selbst gehabt, oder an Andern wahrgenommen hat."

„Wahre Musik muss daher Jedem verständlich sein!"

„Man wird mir aber entgegnen: Das Stück ist aber doch den Musikern ganz gut verständlich; der Laie muss sich's nur selbst zuschreiben, wenn er davon nichts versteht, er soll Musik lernen, wenn er diesen Kunstgenuss haben will! — Aber welche Erklärung lässt sich denn überhaupt von solchen Tonstücken geben, die dem Nichtmusiker ganz unverständlich sind? Offenbar keine andere als eine technische; in der Technik besteht aber nicht die Musik, sie ist nur das Mittel dazu: folglich ist eine solche Erklärung so gut wie keine."

Eine aus den ersten Grundlagen des Tongebäudes geschöpfte Aufklärung über das Wesen der Tonarten und über die hierüber fast die gesammte musikalische Welt beherrschenden Vorurtheile gibt der Verfasser in dem §. 4 des III. Abschnittes.

Der wahre Begriff der Tonart fällt hiernach eigentlich mit der psychischen Charakteristik zusammen; da jedoch die auf der Tafel 25 aufgestellten 36 General-Scalen eben so viele eigenthümliche Zusammensetzungen ihrer Intervalle, und damit zugleich wahrhaft eigenthümliche psychische Charaktere enthalten, so will der Verfasser, um den in der musikalischen Sprache schon so geläufig gewordenen Ausdruck der Tonart und die Beziehung dieses Wortes auf die Grundstufen einer Scala beizubehalten, die Eigenthümlichkeiten dieser General-Scalen mit dem Ausdrucke „Tonart" bezeichnen, und diese nach den Grundstufen der Scalen benennen. Die bisher irrig dafür gehaltenen sogenannten Tonarten, welche blosse Parallelen der Normal-Scala sind, nennt er Parallel-Scalen; dagegen heisst die entsprechende Scala in der entgegengesetzten Tongattung „eine Versal-Scala" zur ersten.

Aus der Abhandlung über Harmonie ist hervorzuheben die Nachweisung, dass die sogenannte *A*-Moll Scala mit Accorden in *R* und *V* begleitet werden müsse, dass sie eigentlich mit *e* begonnen und mit *e* geschlossen werden sollte, dass aber dessenungeachtet nicht *e*, sondern *d* die erste Dominante und *e* nur die zweite Dominante in *A*-Moll ist.

Zur Darstellung aller Tonstufen nach der mathematischen Grösse seiner Temperatur hat der Verfasser ein eigenes Instrument erfunden und ausgeführt, welches er die Harfencither nennt. Endlich hat er auch eine eigene Notenschrift auf der Grundlage des Sopranschlüssels ausgemittelt, womit er alle übrigen Schlüssel und Noten-

schriften beseitiget, und die Aufstellung der Vorsetzzeichen am Anfange des Tonstückes entbehrlich macht, da jede Note in ihrer eigentlichen Bedeutung unmittelbar abgelesen, somit die Aufmerksamkeit des Spielers wesentlich auf den Vortrag gerichtet sein kann.

Die hochverehrte Classe wird aus dieser Darstellung ersehen, dass die hier besprochene Arbeit die Frucht eines reiflichen Nachdenkens ist und dem Scharfsinn wie auch der Klarheit, womit der Herr Verfasser seinen Gegenstand erfasst und entwickelt hat, ihren Beifall nicht versagen. Der Berichterstatter beantragt, dass diese Anerkennung dem Herrn Verfasser, welcher lediglich ein Urtheil der Akademie über seine Arbeit zu erhalten wünscht, in einer eigenen Zuschrift von Seite des Herrn Secretärs mitgetheilt, der so eben vorgetragene Bericht aber in die Sitzungsberichte aufgenommen werde.

Eingesendete Abhandlungen.

Der Partschin von Oláhpian.

Von dem w. M. W. Haidinger.

Erst jetzt ist es mir möglich für den Partschin die sämmtlichen zur hinreichend genauen Charakterisirung einer Mineralspecies erforderlichen Daten zugleich in einem Bilde zusammenzufassen. Namentlich fehlte noch bis zuletzt eine doch annähernd bestimmte regelmässige Form, und die vollständig durchgeführte chemische Analyse, welche letztere insbesondere der k. k. Herr Hauptmann Karl Ritter v. Hauer so eben vollendet, und über welche er selbst den Bericht, wie unten folgt, mir freundlichst mitgetheilt hat.

Es sind nun wohl vierzig Jahre, seit ich, noch in der Sammlung des Joanneums in Gratz, aus dem bekannten Rutilsande von Oláhpian die braunen Geschiebe heraussuchte, welche sich so auffallend von dem Rutil sowohl, als von dem damit ebenfalls vorkommenden Granat unterscheiden. Auch fand ich einen kleinen etwa eine Linie grossen Krystall, den ich in der Absicht, ihn gelegentlich näher zu untersuchen, aufbewahrte, aber späterhin verlor. Das specifische Gewicht und die Härte hatte ich wohl damals schon un-

tersucht, die es nebst dem allgemeinen Ansehen ganz bestimmt von den andern zugleich vorkommenden Species unterschieden.

Herr Bergrath Breithaupt, dieser aufmerksame Forscher hatte sie seinerseits ebenfalls bemerkt, und in seiner „Vollständigen Charakteristik des Mineralsystems“ (1832, S. 324), unter den „Unbenannten Mineralien, welche weitere Berücksichtigung verdienen“, in seiner eigenthümlichen Orthographie aufgeführt, wie folgt: „Braunes Mineral, H. = 9“ (nach seiner Scale die Härte des Quarzes, = 7·0 nach der Scale von Mohs), „$G.$ = 4·005, aus dem Wäschsand von Ohlapian in Siebenbirgen“.

Aus Veranlassung einer Mittheilung von Herrn A. Patera über den Sand von Oláhpian in der Versammlung von Freunden der Naturwissenschaften am 3. December 1847 [1]), wurde auch dieser Mineralspecies gedacht, so wie der Form der Krystalle. Es heisst daselbst: „diese Krystalle sind höchst selten wohl erhalten; sie gehören in „das augitische Krystallsystem, und erinnern im Habitus an die des „Monazits“. Es war mir nämlich damals gelungen, wieder einen ziemlich vollständigen etwa anderthalb Linien grossen Krystall aufzufinden, und die Form zu erkennen. Eine Analyse wurde in dem Laboratorium des k. k. General-Landes- und Hauptmünzprobiramtes eingeleitet, einstweilen aber vorläufig, um doch die Begriffe in einem Worte zu sammeln, ein specifischer Name vorgeschlagen, wie folgt: „Gewiss wird der Name Partschin den Beifall aller Mineralogen „und insbesondere aller vaterländischen Forscher vereinigen, den „wir zur Bezeichnung der unzweifelhaft neuen Species vorschlagen.“ Aber die Arbeiten wurden bald darauf unterbrochen, und erst jetzt sind die Verhältnisse wieder so günstig, dass es gelang, den Abschluss zu machen.

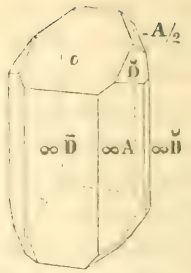
Die Figur zeigt die Gestalt einer Combination folgender Flächen $0 . \breve{D} . -A/2 . \infty A . \infty \breve{D} . \infty \bar{D}$. Mein verehrter Freund, Herr Fr. Foetterle, fand folgende Winkel:

Neigung von	0	gegen	$\infty \bar{D}$	= 127° 44′
„	„	$\breve{D}$	„ $\breve{D}$ (über 0)	= 116°
„	„	∞A	„ ∞A (über $\infty \bar{D}$)	= 91° 52′

[1]) Berichte über die Mittheilungen von Freunden der Naturwissenschaften in Wien u. s. w. Von W. Haidinger. 1848. 3. S. 438; daraus in der Übersicht der Resultate mineralogischer Forschungen in den Jahren 1844—1849, Von Dr. G. A. Kenngott. S. 267.

Ferner ist die Neigung:

von	0	gegen	$\breve{D}$	$= 148°$
„	0	„	$\infty\breve{D}$	$= 90°$
„	$\infty\bar{D}$	„	∞A	$= 135° 56'$
„	$\infty\breve{D}$	„	∞A	$= 134° 4'$
„	$\infty\breve{D}$	„	$\infty\bar{D}$	$= 90°$



Aus den obigen Messungen folgen die Verhältnisszahlen der Axen des Grund-Augitoides:

$$a : b : c : d = 1{\cdot}292 : 2{\cdot}533 : 2{\cdot}068 : 1.$$

Ferner ist die Abweichung der Axe $= 37° 44'$, und durch Berechnung die Neigung

von	0	gegen	∞A	$= 116° 5'$
„	0	„	$-A/_2$	$= 126° 52'$
„	$-A/_2$	„	$-A/_2$	oder die Kante von y' $= 103° 26'$
„	$-A/_2$	„	∞A	(anliegend) $= 117° 2'$

Die Flächen des einzigen vorhandenen Krystalls sind aber sämmtlich, obwohl eben, doch ohne Glanz, so dass die Winkel nur als Annäherung gegeben werden. Dieselbe Beschaffenheit zeigen die Flächen von Krystallfragmenten. Theilbarkeit ist nicht wahrzunehmen, sondern unvollkommen muschliger Bruch.

Die Farbe zeigt mehrere Abstufungen von Gelblich- und Röthlichbraun; die dunkleren Töne, wenn die kleinen Geschiebe doch etwas Weniges durchscheinender vorkommen. Doch sind sie stets nur wenig an den Kanten durchscheinend. Glanz, geringe Grade von Fettglanz. Spröde. Härte $= 6{\cdot}5 \cdots 7{\cdot}0$. Sie erreicht beinahe aber doch nicht ganz die Härte des Quarzes. Gewicht $= 4{\cdot}006$ nach einer neuen Bestimmung von Herrn Karl v. Hauer.

Herrn Karl Ritter v. Hauer verdanke ich die nachstehende Mittheilung über die von ihm ausgeführte chemische Untersuchung der Substanz.

„Partschin. Um mit Bestimmtheit festzustellen, ob die Zusam„mensetzung des Minerals in den einzelnen Stücken, welche bezüg„lich der Farbe eine wiewohl nur geringe Differenz zeigen, voll„kommen constant sei, wurde für jede der folgenden Analysen eine

„besondere Quantität für sich gepulvert, um nicht durch eine mecha-
„nische Mengung des gesammten Materials eine nothwendige Gleich-
„heit in den Resultaten herbeizuführen."

„Als Bestandtheile ergaben sich: Kieselerde, Thonerde, Eisen,
„Mangan, Kalkerde und eine geringe Menge (hygroskopisches) Was-
„ser. Die Analyse geschah auf folgende Art:

„Das gepulverte Mineral wurde mit einer entsprechenden Menge
„von kohlensaurem Natron geschmolzen, und mit Chlorwasserstoff-
„säure zur Trokne verdampft. Nach Abscheidung der Kieselerde
„wurde die Lösung mit Chlorammonium im Überschuss versetzt, und
„mit Ätzammoniak, Thonerde, Eisenoxyd nebst einer geringen
„Menge Manganoxydul gefällt. Thonerde wurde vom Eisenoxyd und
„Manganoxydul durch Ätzkali, und das Eisenoxyd von der geringen
„Menge von Manganoxydul durch bernsteinsaures Ammoniak getrennt.
„Das Filtrat von Eisenoxyd wurde mit der ursprünglichen Salmiak-
„Lösung vereinigt, und hierin die gesammte Menge des Manganoxyduls
„durch Hydrothionammoniak niedergeschlagen, hierauf in Salzsäure
„gelöst, und mittelst kohlensaurem Natron abgeschieden. Die Be-
„stimmung der Kalkerde geschah durch oxalsaures Ammoniak."

„Es ergab sich für 100 Theile folgende Zusammensetzung:

	a.	*b.*	*c.*	
Kieselerde . . .	35·28	34·89	46·72	
Thonerde . . .	19·03	18·95	34·12	Thonerde und Eisenoxyd.
Eisenoxydul . .	14·38	13·86		
Manganoxydul .	29·11	29·34	28·77	
Kalkerde . . .	1·82	(Verlust) 2·77		
Wasser	0·38			
	100·00			

„Wiewohl die Farbe des Minerals mehr für einen Gehalt an
„Eisenoxyd spricht, so würde doch bei dieser Annahme in allen drei
„Analysen sich ein Überschuss von mehr als anderthalb Procenten
„ergeben. Es erscheint somit gerechtfertigt dasselbe als Oxydul mit
„in Rechnung zu bringen."

„Die Berechnung ergibt für die unter *a)* angeführten Resultate
„folgende Verhältnisszahlen der Äquivalente:

0·763	Äquivalente	Kieselerde,	oder: 2	oder:	2
0·370	„	Thonerde,	0·96		1
0·399	„	Eisenoxydul,			
0·817 1·281	„	Manganoxydul,	3·35		3
0·065	„	Kalkerde,			

„Dies führt zu der Formel:

$$3\left\{\begin{matrix}Fe\,O\\Mn\,O\\Ca\,O\end{matrix}\right\}\,Si\,O_3+Al_2\,O_3\,.\,Si\,O_3,$$

„welche mit der allgemeinen Formel des Granats $3\,R\,O\,.\,Si\,O_3$ + „$R_2\,O_3\,.\,Si\,O_3$ ihrer Hauptform nach identisch ist.

„Die specielle Zusammensetzung des Minerals stimmt sehr nahe „überein mit jener, welche Seybert in einem Granat (Mangan-„granat; Rammelsberg Handwörterbuch, I, S. 278), aus Nord-„amerika und d'Ohsson in einem Granat von Broddbo fanden, deren „Analysen folgende Resultate geben:

Kieselsäure . .	35·83	39·00	
Thonerde . . .	18·06	14·30	
Eisenoxydul . .	14·93	15·44	
Manganoxydul .	30·96	27·90	
		1·10	Zinnoxyd.
	99·78	97·64	

„Namentlich die erstere dieser Analysen ist der für den Part-„schin angeführten sehr ähnlich, mit dem einzigen wesentlichen „Unterschiede, dass der Partschin etwas Kalkerde enthält, welche „in dem amerikanischen Granat nicht gefunden wurde."

In dem Spessartin Beudant's von Haddam in Connecticut, röthlich, durchsichtig, derb, von 4·273 specifischen Gewicht, fand Herr Professor Rammelsberg [1]) folgendes, dem vorhergehenden sehr genähertes Mischungsverhältniss, *A*, dem noch die erste Analyse dieser Art, des Mangangranats von Aschaffenburg durch Klaproth *B* beigefügt ist:

	A.	*B*.
Kieselsäure . .	36·16	35·00
Thonerde . . .	19·76	14·25
Eisenoxydul . .	11·10	14·00
Manganoxydul .	32·18	35·00
Kalk	0·58	0·00
Magnesia . . .	0·22	0·00
	100·00	98·25

Diese Analysen beziehen sich sämmtlich auf Varietäten, deren Form wohl zu erkennen ist, und dem tessularischen Krystallsystem

[1]) Kenngott, Resultate mineralogischer Forschungen im Jahre 1852. Poggendorff's Ann. 85. S. 299.

angehört, Granatoide, und damit in Verbindung stehende Gestalten. Hätte man von Oláhpian nur die Geschiebe, so würde man versucht sein, sie ebenfalls dem Spessartin zuzuschreiben, und die regelmässigere Gestalt der Krystalle voraussetzen. Einer solchen Annahme stellt sich aber die Thatsache entgegen, dass die Krystalle dem augitischen System angehören, und wenn auch vollständigere Krystalle bisher zu den grössten Seltenheiten gehören, indem der gegenwärtige als ein wahres Unicum in dem k. k. Hof-Mineralien-Cabinete aufbewahrt wird, so stimmen doch sehr viele Fragmente von Krystallen auf das Vollständigste mit den sämmtlichen kleinen Geschieben überein, die übrigens selbst selten mehr als zwei Linien im Durchmesser haben.

Soll man nun für die so sehr genäherten Mischungsverhältnisse bei der Verschiedenheit der Form einen Dimorphismus annehmen, oder eine nicht aufgeklärte Ursache, welche eine Verschiedenheit begründen könnte. Kaum ist das Erstere zu vermeiden, wenn wir auch gewärtig sein dürften, dass die Zeit uns später Anderes lehren wird.

Mineralogische Notizen.

Von **Dr. A. Kenngott.**

(Zwölfte Folge.)

1. Fluolith aus Island, eine Abänderung des Pechsteins.

E. F. v. Glocker erwähnt in seinem Handbuche der Mineralogie, Seite 721, eines schwarzen muschligen Minerals, welches mit dem Obsidian sehr nahe übereinstimmen soll und welchem Lampadius wegen seiner Leichtflüssigkeit vor dem Löthrohre den Namen Fluolith gab. Es soll dasselbe von dem Obsidian durch sein etwas grösseres specifisches Gewicht (=2·7 nach Breithaupt) und durch einen beträchtlichen Kaligehalt unterschieden sein. Als Fundort wurde die Insel Santorin im griechischen Archipelagus und Island angegeben.

In den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinets befindet sich ein Exemplar dieses Namens mit dem Fundortsnamen Island, welches ich dem Aussehen nach nur für einen Pechstein halten

konnte, und es daher einer genaueren Untersuchung unterwarf, wonach es sich als Pechstein erwies.

Das Mineral ist amorph und derb, im Bruche vollkommen muschlig. Grünlichschwarz in Masse; wachsartiger Glasglanz; an den Kanten und in Splittern durchscheinend mit dunkel-bouteillengrüner Farbe; Strich weiss oder graulichweiss; Härte = 6·5; spröde; specifisches Gewicht = 2·24.

Vor dem Löthrohre berstend, weiss werdend und leicht zu graulichweissem Glase schmelzbar. Im Glasrohre Wasser ausgebend. In Salzsäure als Pulver unvollständig löslich.

Herr Karl Ritter v. Hauer übernahm die quantitative Bestimmung und fand, dass es beim Glühen zu einer festen Masse von grauer Farbe zusammen backt. Zwei Proben: *a)* mit kohlensaurem Natron, *b)* mit kohlensaurem Baryt zerlegt, ergaben als Bestandtheile in 100 Theilen des lufttrockenen Minerals:

a.	*b.*	im Mittel	
66·83	68·11	67·470	Kieselsäure,
13·60	13·15	13·375	Thonerde,
1·84	1·73	1·785	Eisenoxyd,
Spur	„	Spur	Manganoxydul,
2·98	3·07	3·025	Kalkerde,
Spur	„	Spur	Talkerde,
„	1·38	1·380	Kali,
„	2·87	2·870	Natron,
9·30	„	9·500	Wasser (Glühverlust).
		99·405	

Obgleich bekannt und als gewiss anzunehmen ist, dass die mit dem Namen Obsidian, Sphärulith, Perlit und Pechstein belegten Minerale keine einfachen Minerale, sondern Verschmelzungsproducte sind, und die Berechnung der Äquivalente aus den gefundenen Mengen der Bestandtheile keine Formel ergeben kann, welche die chemische Constitution des Ganzen als eines einfachen Minerales ausdrückt, so vermuthete ich, dass die Berechnung der Äquivalente insoweit nützlich wäre, als sie im Stande sei, ein Licht auf die verschmolzenen Minerale zu werfen.

Legt man der Berechnung die im Mittel gefundenen Bestandtheile zu Grunde, so folgen

14·894	Äquivalente	Kieselsäure,
2·602	„	Thonerde,
0·223	„	Eisenoxyd (oder 0·446 Oxydul),
1·080	„	Kalkerde,
0·292	„	Kali,
0·926	„	Natron,
10·556	„	Wasser,

oder, wenn man die Basen der Formel RO, wozu das Eisenoxyd als Eisenoxydul wegen der grünen Farbe gefügt wurde, addirt

$$14{\cdot}894\ SiO_3\ 2{\cdot}602\ Al_2O_3\ 2{\cdot}744\ RO\ 10{\cdot}556\ HO.$$

Setzt man anstatt 2·602 Äquivalente Thonerde 2 Äquivalente und reducirt entsprechend die übrigen Zahlen, so erhalten wir

$$11{\cdot}448\ SiO_3\ 2{\cdot}000\ Al_2O_3\ 2{\cdot}109\ RO\ 8{\cdot}075\ HO$$

oder die annähernden Zahlen

$$11\quad 2\quad 2\quad 8$$

welche fast vollkommen entsprechen, wenn man nicht alles Eisenoxyd in Eisenoxydul umwandelt, sondern neben Eisenoxydul ein wenig Eisenoxyd bestehen lässt, um 2 Äquivalente der Thonerde mit Einschluss von ein wenig Eisenoxyd gegen 2 Äquivalente der Basen RO mit Einschluss von etwas Eisenoxydul zu erhalten.

Hiernach lässt sich die Masse des Fluoliths von Island, einer Abänderung des Pechsteins zerlegen in

$$CaO.\ Al_2O_3 + 4(2HO.\ SiO_3)$$
$$Na, KO.\ SiO_3 + Al_2O_3.\ 3SiO_3$$
$$3SiO_3$$

und man ersieht, dass der Fluolith ein Verschmelzungsproduct eines Minerals aus der Ordnung der Kuphite, des Sanidins und überschüssigen Quarzes darstellt, wofür auch die leichte Schmelzbarkeit vor dem Löthrohre in Folge des kuphitischen Bestandtheiles spricht.

Da es nun keinem Zweifel unterliegt, dass die mit dem Namen Pechstein, Perlit, Sphärulith und Obsidian belegten Minerale Verschmelzungsproducte sind, welche nur uneigentlich wegen ihres homogenen Aussehens in den Systemen den einfachen Mineralen bei-

gesellt werden, und der wesentliche Wassergehalt der meisten anzeigt, dass in ihnen oft ein wasserhaltiges Silicat enthalten sei, welches auch die Schmelzbarkeit dieser Substanzen befördert, nicht aber anzunehmen ist, wie Hausmann glaubt, dass die betreffenden unter dem Namen Pyraphrolith zusammengefassten Substanzen eine Verschmelzung von Orthoklas und Opal darstellen, weil von einem derartigen Verschmelzungsproducte aus einem unschmelzbaren und einem sehr schwer schmelzbaren Minerale ein mehr oder weniger leicht schmelzbares Ganzes nicht zu erwarten ist und die Bestandtheile eine so durchgehende Annahme nicht gestatten, so erschien es von Interesse auch einige andere Verschmelzungsproducte der Berechnung zu unterwerfen, um zu zeigen, dass sich in ihnen, wie in dem Fluolith die Annahme eines verschmolzenen Kuphits rechtfertige. Es darf dabei durchaus nicht auffallen, dass in einem anerkannt pyrogenen Gesteine ein wasserhaltiges Silicat als Verschmelzungsproduct involvirt vorkomme, denn die Anwesenheit desselben ist einerseits ebenso wahrscheinlich, als die des Opal und hat noch dazu die leichte Schmelzbarkeit als nothwendige Folge für sich. Wenn auch die Erfahrung gelehrt hat, dass in pyrogenetischem Gesteine wasserhaltige Silicate durch nachträgliche Umbildung entstehen, so ist desshalb nicht nöthig anzunehmen, dass sie sich immer erst nachträglich erzeugen müssten, da wir auch pyrogenetische Gesteine mit sichtlich geschiedenen Gemengtheilen besitzen, von denen einer wasserhaltig und unzweifelhaft als gleichzeitige Bildung während der Erkaltung ausgeschieden erscheint.

Betrachten wir der Vergleichung wegen, ohne zu erwarten, dass die verschmolzenen Minerale dieselben sein müssten, was durchaus gar nicht nothwendig ist, z. B. den Pechstein von Newry in Irland, worin Knox

72·800 Kieselsäure,
11·500 Thonerde,
3·036 Eisenoxydul,
1·120 Kalkerde,
2·857 Natron,
8·500 Wasser und Bitumen,

fand, so ergibt die Berechnung bei Ausserachtlassung des sicher sehr geringfügigen Bitumengehaltes

16·071	Äquivalente	Kieselsäure.	
2·237	„	Thonerde,	
0·843	„	Eisenoxydul,	2·165 RO
0·400	„	Kalkerde,	
0·922	„	Natron,	
9·444	„	Wasser,	

oder, wenn wir anstatt 2·237 Äquivalente Thonerde 2 Äquivalente setzen und demgemäss die übrige Zahl reduciren

$$14{\cdot}369\ SiO_3\ 2{\cdot}000\ Al_2O_3\ 1{\cdot}936\ RO\ 8{\cdot}443\ HO$$

oder die annähernden Zahlen

14 2 2 8

so lässt sich dieser Pechstein in

$$Fe.\ NaO.\ Al_2O_3 + 4(2HO.\ SiO_3)$$
$$Na,\ CaO.\ SiO_3 + Al_2O_3.\ 2SiO_3$$
$$7SiO_3$$

zerlegen, wonach er aus verschmolzenem Oligoklas, einem Kuphit und überschüssigem Quarz zu bestehen scheint.

Dass die Zerlegung vor der Hand nur eine willkürliche ist und die idealen Minerale auch anders formulirt werden könnten, versteht sich von selbst, es galt nur zu zeigen, dass man derartige Minerale darin auffinden könne. Untersuchungen geeigneter Art, durch mechanische und chemische Trennung unterstützt, werden in der Folge im Stande sein, diese Zerlegung vollständiger und sicherer darzuthun.

Als ein zweites Beispiel kann der Pechstein von Meissen in Sachsen dienen, welcher nach Erdmann

75·600 Kieselsäure,
11·600 Thonerde,
1·200 Eisenoxyd,
1·353 Kalkerde,
2·772 Natron mit etwas Kali,
6·690 Talkerde,
4·733 Wasser,

enthält. Die Berechnung ergibt

16·689	Äquivalente	Kieselsäure,	
2·257	„	Thonerde,	2·407 R_2O_3
0·150	„	Eisenoxyd,	

0·483	Äquivalente	Kalkerde	} 4·732 RO
0·894	„	Natron,	
3·345	„	Talkerde,	
5·259	„	Wasser,	

und wenn man 2·407 Äquivalente der Thonerde mit Einschluss des Eisenoxydes auf 2·000 Äquivalente und die übrigen Äquivalentzahlen entsprechend reducirt

$$13{\cdot}867\ SiO_3\ 2{\cdot}000\ R_2O_3\ 3{\cdot}932\ RO\ 4{\cdot}369\ HO$$

wofür man die annähernden Zahlen

$$14 \qquad 2 \qquad 4 \qquad 4$$

setzen kann und in dem Pechstein Minerale der Formeln

$$3MgO.\ Al_2O_3 + 4(HO.\ SiO_3)$$
$$Na, CaO.\ SiO_3 + Al_2O_3.\ 2SiO_3$$
$$7SiO_3$$

herausfindet.

Als drittes und letztes Beispiel möge noch der Perlit von Hlinik in Ungarn dienen, worin Erdmann

72·866	Kieselsäure,
12·050	Thonerde,
1·750	Eisenoxyd,
6·133	Kali,
1·297	Kalkerde,
1·100	Talkerde,
3·000	Wasser,

fand. Berechnet man aus diesen Bestandtheilen die Äquivalentzahlen, so ergeben sich

16·084	Äquivalente	Kieselsäure,	
2·344	„	Thonerde,	} 2·563 R_2O_3
0·219	„	Eisenoxyd,	
1·299	„	Kali,	} 2·312 RO
0·463	„	Kalkerde,	
0·550	„	Talkerde,	
3·333	„	Wasser.	

Durch die Reduction von 2·563 Äquivalenten auf 2 und die entsprechende der übrigen Zahlen folgen

$$12{\cdot}551\ SiO_3\ 2{\cdot}000\ R_2O_3\ 1{\cdot}804\ RO\ 2{\cdot}601\ HO$$

woraus, wenn man die annähernden Zahlen

13 2 2 3

setzt, in dem Perlit als Verschmelzungstheile Minerale der Formeln

$Mg, CaO. Al_2 O_3 + 3(HO. SiO_3)$ oder $+ 3HO. 2SiO_3$
$KO. SiO_3 + Al_2 O_3. 3SiO_3$
$6SiO_3$ oder $7SiO_3$

berechnet werden können.

Was hier die Berechnung allein gezeigt hat, wird die geeignete erneute Untersuchung derartiger Verschmelzungsproducte zeigen, welche mit grösserer Aufmerksamkeit bezüglich der einzelnen verschmolzenen Minerale untersucht zu werden verdienen, als es bis jetzt geschehen ist und die voraussichtlichen Resultate werden für die Geologie von grossem Werthe sein.

Nachträglich wurde ich von Herrn Carl v. Hauer auf die Analyse eines Pechsteinsporphyrs aufmerksam gemacht, welche C. T. Jackson lieferte. (Vergleiche meine Übersicht mineralogischer Forschungen in den Jahren 1850 und 1851, Seite 169.) Derselbe stammt von Isle Royale am oberen See in Nordamerika, ist muschlig im Bruche, pechschwarz, glasglänzend, von dem specifischen Gewichte = 2·375 und der Härte = 5·5. Vor dem Löthrohre bläht und blättert er sich auf, wird aschgrau und schmilzt zu einem apfelgrünen blasigen Glase. Er enthält Krystalle glasigen Feldspathes und zuweilen Kalkmandeln, umgeben von einer rothen jaspisartigen Rinde und einer dünnen Lage Chlorit. Jackson fand

67·90 Kieselsäure,
11·20 Thonerde,
6·40 Eisenoxyd,
0·80 Manganoxyd,
3·10 Kalkerde,
2·61 Natron,
8·00 Wasser,

die Berechnung der Äquivalentzahlen ergibt

14·989	Äquivalente	Kieselsäure,	
2·179	„	Thonerde,	3·080 R_2O_3
0·800	„	Eisenoxyd,	
0·101	„	Manganoxyd,	
1·107	„	Kalkerde,	1·944 RO
0·837	„	Natron,	
8·889	„	Wasser.	

Bei der Annahme von etwas Eisenoxydul neben Eisenoxyd, welche sehr wahrscheinlich wird, wesshalb von 3·080 Äquivalenten R_2O_3 nur 0·380 Äquivalente Eisenoxyd abgezogen und 0·760 Äquivalente Eisenoxydul zu 1·944 Äquivalenten RO addirt werden dürfen, gestalten sich die Äquivalente, wie folgt:

$$14{\cdot}989\ SiO_3\ 2{\cdot}700\ R_2O_3\ 2{\cdot}704\ RO\ 8{\cdot}889\ HO$$

oder nach der Reduction

$$11{\cdot}103\ SiO_3\ 2{\cdot}000\ R_2O_3\ 2{\cdot}003\ RO\ 6{\cdot}584\ HO$$

welche durch die annähernden Zahlen

11 2 2 6

ersetzt, eine Zerlegung des Pechsteinporphyrs in

$$CaO.\ Al_2O_3 + 2\ (3HO.\ 2\ SiO_3)$$
$$Na,\ CaO.\ SiO_3 + Al_2O_3.\ 3SiO_3$$
$$3SiO_3$$

gestatten, wobei das Eisen- und Manganoxyd und das Eisenoxydul als vicarirende Bestandtheile in geringen Mengen vertheilt sind, ohne dass sie erst in die Formeln besonders aufgenommen wurden.

2. Zusammensetzung des Biotit.

In der sechsten Folge meiner mineralogischen Notizen (siehe Octoberheft des Jahrganges 1853 der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe der kaiserl. Akademie der Wissenschaften) hatte ich einen Glimmer von Greenwood Fournace in Nordamerika beschrieben, welcher sich als Biotit erwies. Herr Carl Ritter v. Hauer hatte in der Folge die Güte, eine quantitative Bestimmung des betreffenden Minerals zu unternehmen, welche nachfolgende Resultate lieferte:

a.	*b.*	im Mittel	
39·54	40·88	40·21	Kieselsäure,
28·33	18·00	19·09	Thonerde,
	7·77	7·96	Eisenoxyd,
1·55	„	1·55	Kalkerde.
20·30	22·00	21·15	Talkerde,
„	5·22	5·22	Kali,
„	0·90	0·90	Natron,
2·89	„	2·89	Glühverlust.
		98 97	

Das Mineral zeigte nach dem Glühen eine gelbliche Färbung. Mit Soda geschmolzen zeigt sich keine Manganreaction. Phosphor-

säure wurde keine gefunden. Das Eisen ist grösstentheils als Oxyd enthalten, doch enthält es wirklich eine geringe Quantität von Eisenoxydul, wie die Reaction mit übermangansaurem Kali in einer Probe ergab, welche unter Anwendung von Druck und Hitze in einer zugeschmolzenen Glasröhre mit Salzsäure zerlegt worden war. *a)* ist mit Soda, *b)* mit kohlensaurem Baryt zerlegt und zwar in luftrockenem Zustande. Obwohl das Mineral hierbei nicht in gepulvertem Zustande, sondern nur in mit der Schere zerschnittenen dünnen Streifchen angewendet wurde, so fand doch in beiden Fällen eine vollkommene Zerlegung bei intensiver und anhaltender Hitze Statt.

Werden nun bei Ausserachtlassung des Glühverlustes, welcher auf wenig hygroskopisches Wasser und etwaigen Gehalt an Fluor und Chlor zu vertheilen ist, die nachfolgenden Äquivalentzahlen berechnet, so ergeben sich:

8·876	Äquivalente	Kieselsäure,	
3·714	„	Thonerde,	4·709 R_2O_3
0·995	„	Eisenoxyd,	
0·553	„	Kalkerde,	12·524 RO.
10·575	„	Talkerde,	
1·106	„	Kali,	
0·290	„	Natron,	

Da nun die allgemeine Formel des Biotits

$$m\ (3RO.\ SiO_3) + n\ (R_2\ O_3.\ SiO_3),$$

welche ich später besprechen werde, auf 3 Äquivalente der Basen RO ein Äquivalent Kieselsäure erfordert, so ist die Zahl 12·524 durch 3 zu dividiren, was die Zahl 4·175 ergibt, und die Äquivalente der Basen $R_2\ O_3$ eben so viel Äquivalente Kieselsäure erfordern, so zeigt die Analyse und die daraus erhaltenen Äquivalentzahlen evident, dass dieser Glimmer, wie seine übrige Untersuchung schon früher zeigte, Biotit ist.

Auf 4·175 (3RO)	kommen	4·175	Äquivalente	SiO_3
auf 4·709 $R_2\ O_3$	„	4·709	„	„
und die Summe		8·884	„	„

stimmt fast ganz genau mit den gefundenen 8·876 Äquivalenten Kieselsäure. Wäre nur Eisenoxyd vorhanden gewesen, so wäre die besondere Formel dieses Biotits

$$8\ (3RO.\ SiO_3) + 9\ (R_2\ O_3.\ SiO_3)$$

da aber in der That ein wenig Eisenoxydul gefunden wurde, so können wir dafür die einfachere Formel

$$3Mg, K, Ca, FeO.\ SiO_3 + Al_2, Fe_2\ O_3.\ SiO_3$$

oder $$3RO.\ SiO_3 + R_2\ O_3.\ SiO_3$$

setzen, so dass dieser Biotit gleiche Äquivalente der beiden isomorphen und in dem Biotit im Allgemeinen in unbestimmten Verhältnissen vicarirende Glieder zeigt.

Die grossen Schwankungen, welche die Glimmer, die ich in meiner Bearbeitung des Mohs'schen Mineralsystems, Seite 52, unter dem Geschlechtsnamen Biotit-Glimmer vereinigt habe, durch die Analysen ergeben haben, veranlassten mich, dieselben einer genauen Revision zu unterwerfen und ich habe gefunden, dass die Zahl der bereits aufgestellten und möglicherweise noch aufzustellenden Species bedeutend reducirt wird, wenn man von der Ansicht ausgeht, dass die Zusammensetzung in der Weise wechselt, dass innerhalb des Bereiches einer allgemeinen Formel mit zwei isomorphen Gliedern die verschiedensten Schwankungen vorkommen, dieselben aber nur die Vielfachen dieser beiden constant geformten Glieder betreffen, ein Umstand, auf welchen bereits Rammelsberg hingewiesen hat. Der Gehalt an Fluor und Chlor, welcher sich bei vielen vorfindet, stört die allgemeinen Verhältnisse nicht, wenn man von der schon vielfach bewiesenen Thatsache ausgeht, dass ein Theil des Sauerstoffs durch diese Stoffe in wechselnden Mengen vertreten wird. Die hierdurch erzeugten Schwankungen in den Bestandtheilen, sowie innerhalb der allgemeinen Formel durch die verschiedenen Vielfachen der beiden isomorphen Glieder bedingen höchstens geringe Schwankungen in den Winkeln, wenn diese überhaupt als mit Sicherheit bestimmt anzusehen sind, und in dem optischen Verhalten, welches mannigfach bestimmt wurde, dessen abweichende Bestimmung aber auch oft auf ganz anderen Ursachen beruhen mag, sicher aber nicht dazu beitragen kann, die wenigen Species des Geschlechtes der Biotit-Glimmer in viele im Übrigen nicht unterscheidbare Species zu trennen.

F. v. Kobell hat einen Biotit von Monroe in Nordamerika analysirt, welcher mit obigen sehr nahe übereinkommt und gefunden:

40·00 Kieselsäure,
16·16 Thonerde,
7·50 Eisenoxyd,
21·54 Talkerde,

10·83 Kali,
0·53 Glühverlust,
0·20 Titanoxyd,
0·20 Titansäure,
3·00 Wasser.

Die Berechnung der wesentlichen Bestandtheile ergibt:

8·830	Äquivalente	Kieselsäure,	
0·938	„	Eisenoxyd, }	4·082 R_2O_3
3·144	„	Thonerde, }	
10·770	„	Talkerde, }	13·065 RO
2·295	„	Kali, }	

woraus 4·355 (3RO) auf 4.355 Äquivalente SiO_3
4·082 R_2O_3 „ 4·082 „ „
folglich 8·437 Äquivalente SiO_3

hervorgehen, wenn die allgemeine Formel zu Grunde gelegt wird. Das Plus der gefundenen Kieselsäure ist zu gering, um auf die Abänderung der Formel Einfluss zu haben und die besondere Formel würde

$$15\,(3RO.\,SiO_3) + 14\,(R_2O_3.\,SiO_3)$$

sein, wofür man $3\,RO.\,SiO_3 + R_2O_3.\,SiO_3$ ohne weiteres Bedenken schreiben kann.

In der Grafschaft Monroe kommt an mehreren Orten Biotit vor, wesshalb es ungewiss ist, ob der von F. v. Kobell analysirte von Greenwood stammte, was sich ziemlich gleich bleibt. Von demselben Fundorte, von Greenwood in Monroe in New-York stammenden Biotit, welcher grosse dunkel-olivengrüne Krystalle, wie ich sie früher beschrieben habe, bildet, haben L. Smith und Brush analysirt. (Siehe Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften, Halle 1853, Seite 354.) Sie fanden:

a.	*b.*	
39·88	39·51	Kieselsäure,
14·99	15·11	Thonerde,
7·68	7·99	Eisenoxyd,
23·69	23·40	Talkerde,
9·11	{10·20}	Kali,
1·12		Natron,
1·30	1·35	Wasser,
0·95	0·95	Fluor,
0·44	„	Chlor,
„	0·44	Titan.

Werden hieraus die Äquivalentzahlen berechnet und dabei in der zweiten Analyse in Übereinstimmung mit der ersten 9·09 Kali, 1·11 Natron angenommen, welche zusammen 10·20 Procent betragen, so ergeben sich:

a.	*b.*		
8·804	8·722	Äquivalente	Kieselsäure,
2·916	2·939	„	Thonerde,
0·960	0·999	„	Eisenoxyd,
11·845	11·700	„	Talkerde,
1·930	1·926	„	Kali,
0·361	0·358	„	Natron,

oder

a) 8·804 SiO_3 3·876 R_2O_3 14·136 RO
b) 8·722 „ 3·938 „ 13·984 „

folglich kommen

in *a)* auf 4·712 (3RO) 4·712 Äquivalente SiO_3
auf 3·876 R_2O_3 3·876 „ „
in Summa 8·588 Äquivalente SiO_3

auf die Basen gemäss der allgemeinen Formel des Biotits, und

in *b)* auf 4·661 (3RO) 4·661 Äquivalente SiO_3
auf 3·938 R_2O_3 3·938 „ „
in Summa 8·599 Äquivalente SiO_3

auf die beiderlei Basen.

Hieraus folgt nun wegen des Verhältnisses von 3·876 : 4·712
3·938 : 4·661

welches in ganzen Zahlen = 5 : 6 ist, für den von Smith und Brush analysirten Biotit die Formel

$$6\,(3RO.\,SiO_3) + 5\,(R_2O_3.\,SiO_3)$$

welche unter die allgemeine Formel des Biotits sich unterordnet.

Ein beinahe gleiches Verhältniss der beiden vicarirenden Hauptbestandtheile ergibt der Biotit vom Vesuv, welchen Bromeis analysirte. Derselbe fand nämlich:

39·75 Kieselsäure,
15·99 Thonerde,
8·29 Eisenoxyd,
0·87 Kalkerde,
24·49 Talkerde,
8·78 Kali,
0·75 Glühverlust,
0·10 unzersetzte Substanz.

Die hieraus berechneten Äquivalentzahlen sind

8·775	Äquivalente	Kieselsäure,	
3·111	„	Thonerde,	4·147 R_2O_3
1·036	„	Eisenoxyd,	
0·311	„	Kalkerde,	14·416 RO.
12·245	„	Talkerde,	
1·860	„	Kali,	

Hiernach kommen 4·805 Äquivalente SiO_3 auf 4·805 (3RO)

4·147 „ „ „ 4·147 R_2O_3

8·952 Äquivalente SiO_3 auf die Basen

und aus dem Verhältniss 4·147 : 4·805

annähernd = 6 : 7

folgt für den Biotit vom Vesuv die besondere Formel

$$7(3RO.\ SiO_3) + 6\ (R_2O_3.\ SiO_3).$$

Ein tief gelblichbrauner breitblättriger Biotit von Edwards in St. Lawrence County in New-Jersey wurde von W. J. Craw analysirt. Derselbe enthielt:

40·14	Kieselsäure,
17·35	Thonerde,
28·09	Talkerde,
10·56	Kali,
0·63	Natron,
4·202	Fluor und etwas Wasser,

ist mithin eisenfrei, was keinen wesentlichen Unterschied macht, da Eisenoxyd und Eisenoxydul nur als vikarirende Bestandtheile eintreten und fehlen können. Die Berechnung ergibt:

8·861	Äquivalente	Kieselsäure,	
3·356	„	Thonerde,	
14·045	„	Talkerde,	16·485 RO
2·237	„	Kali,	
0·203	„	Natron,	

es kommen mithin 5·495 SiO_3 auf 5·495 (3RO)

3·356 „ „ 3·356 R_2O_3

in Summa 8·851 SiO_3 auf die Basen

und aus dem Verhältnisse 3·356 : 5.495

annähernd = 3 : 5

folgt für den Biotit von Edwards die besondere Formel

$$5\ (3RO.\ SiO_3) + 3\ (R_2O_3.\ SiO_3).$$

Ein wasserheller silberartig glänzender Biotit von ebendaher ergab nach W. J. Craw die nachfolgenden Bestandtheile:

40·35 Kieselsäure,
16·45 Thonerde,
29·55 Talkerde,
7·22 Kali,
4·93 Natron,
0·95 Fluor.

woraus

8·907 Äquivalente Kieselsäure,
3·200 „ Thonerde,
14·775 „ Talkerde,
1·529 „ Kali,
1·590 „ Natron,
} 17·894 RO

hervorgehen. Es kommen daher

5·965 Äquivalente SiO_3 auf 5·965 (3RO)
3·200 „ „ „ 3·200 Al_2O_3

in Summa 9·165 Äquivalente SiO_3 auf die Basen

und aus dem Verhältnisse 3·200 : 5·965

= 1 : 1·87

annähernd = 1 : 2

ergibt sich für diesen eisenfreien Biotit von Edwards die besondere Formel $2\,(3RO.\,SiO_3) + Al_2O_3.\,SiO_3$.

Dieselbe Formel folgt für einen undurchsichtigen silberartig glänzenden Biotit von ebendaher, welcher gleichzeitig von W. J. Craw untersucht wurde. Er enthielt:

40·36 Kieselsäure,
16·08 Thonerde,
30·24 Talkerde,
6·06 Kali,
4·39 Natron,
2·65 Fluor.

Die Berechnung ergibt

8·909 Äquivalente Kieselsäure,
3·128 „ Thonerde,
15·120 „ Talkerde,
1·284 „ Kali,
1·416 „ Natron.
} 17·820 RO.

Hiernach kommen 5·940 SiO_3 auf 5·940 (3RO)
3·128 „ „ 3·128 Al_2O_3

in Summa 9·068 SiO_3 auf die Basen

und aus dem Verhältnisse 3·128 : 5·940

$= 1 : 1{\cdot}89$

annähernd $= 1 : 2$

folgt auch für den undurchsichtigen die Formel

$$2\,(3RO.\,SiO_3) + Al_2O_3.\,SiO_3.$$

C. Bromeis analysirte einen Biotit aus einem Basaltblock im Laacher-See, derselbe enthielt:

43·02 Kieselsäure,
16·85 Thonerde,
11·63 Eisenoxyd,
0·71 Kalkerde,
18·40 Talkerde,
8·60 Kali,
1·15 Natron.

Die berechneten Äquivalentzahlen sind demnach:

9·497	Äquivalente	Kieselsäure,	
3·278	„	Thonerde,	4·732 R_2O_3
1·454	„	Eisenoxyd,	
0·254	„	Kalkerde,	11·647 RO
9·200	„	Talkerde,	
1·822	„	Kali,	
0·371	„	Natron,	

Da nun auf 4·732 R_2O_3 4·732 SiO_3

und auf 3·882 (3RO) 3·882 „

in Summa 8·614 SiO_3 auf die Basen kommen, die Analyse aber 9·497 Äquivalente Kieselsäure ergab, so könnte man vielleicht die allgemeine Formel des Biotits nicht für ganz entsprechend halten, doch ist der Mehrbetrag der Kieselsäure so gering, dass man ihn unbeachtet lassen kann und es ergibt sich aus dem Verhältnisse 3·882 : 4·732

$= 1 : 1{\cdot}22$

annähernd $= 5 : 6$

für den Biotit vom Laacher-See die besondere Formel

$$5\,(3RO.\,SiO_3) + 6\,(R_2O_3.\,SiO_3).$$

Ein grünlich-schwarzer Biotit vom Silberberge bei Bodenmais in Baiern, von F. v. Kobell analysirt, ergab die nachfolgenden Bestandtheile:

40·86 Kieselsäure,
15·13 Thonerde,
13·00 Eisenoxyd,
22·00 Talkerde,
8·83 Kali,
0·44 Wasser.

Die Berechnung ergibt:

9·020	Äquivalente	Kieselsäure,	
2·944	„	Thonerde, }	4·569 R_2O_3
1·625	„	Eisenoxyd, }	
11·000	„	Talkerde, }	12·871 RO
1·871	„	Kali, }	

wonach auf 4·290 (3RO) 4·290 SiO_3
auf 4·569 R_2O_3 4·569 „
in Summa 8·859 SiO_3

auf die Basen kommen. Aus dem Verhältnisse

$$4{\cdot}290 : 4{\cdot}569 = 1 : 1{\cdot}06$$
$$\text{annähernd} = 1 : 1$$

folgt für den Biotit vom Silberberge die besondere Formel

$$3RO.\ SiO_3 + R_2O_3.\ SiO_3.$$

Zu derselben Formel führt die Analyse des Biotits von Karosulik in Grönland, welchen F. v. Kobell untersuchte und in ihm

41·00 Kieselsäure,
16·88 Thonerde,
4·50 Eisenoxyd,
5·05 Eisenoxydul,
18·86 Talkerde,
8·76 Kali,
4·30 Wasser mit Fluor,

fand. Bei Ausserachtlassung des Wassers ergeben sich

9·051	Äquivalente	Kieselsäure,	
3·284	„	Thonerde, }	3·847 R_2O_3
0·563	„	Eisenoxyd, }	
1·403	„	Eisenoxydul, }	
9·430	„	Talkerde, }	12·689
1·856	„	Kali. }	

Obgleich hiernach auf 4·230 (3RO) 4·230 SiO_3
auf 3·847 R_2O_3 3·847 „
in Summa 8·077 SiO_3

auf die Basen kommen, während die Analyse 9·051 Äquivalente ergab, so dürfen wir im Vergleich mit den bereits erlangten Resultaten nicht Anstand nehmen, diesen an sich nicht bedeutenden Unterschied zu übersehen und aus dem Verhältnisse

$$\begin{aligned} &3{\cdot}847 : 4{\cdot}230 \\ = \ &1 \quad : 1{\cdot}1 \\ \text{annähernd} = \ &1 \quad : 1 \end{aligned}$$

die Formel $3RO.\ SiO_3 + R_2O_3.\ SiO_3$ als den Ausdruck der chemischen Constitution dieses Biotits zu wählen.

Auch der Biotit von Miask, welchen F. v. Kobell analysirte, führt zu dieser Formel. Derselbe enthält nämlich:

42·12 Kieselsäure,
12·83 Thonerde,
10·38 Eisenoxyd,
9·36 Eisenoxydul,
16·15 Talkerde,
8·58 Kali,
1·07 Wasser,

woraus nach Berechnung der Äquivalentzahlen

9·298 Äquivalente Kieselsäure,
2·486 „ Thonerde, } 3·784 R_2O_3
1·298 „ Eisenoxyd, }
2·600 „ Eisenoxydul, }
8·075 „ Talkerde, } 12·493 RO
1·818 „ Kali, }

folgen. Es kommen somit 3·784 Äquivalente SiO_3 auf 3·784 R_2O_3
und 4·164 „ „ „ 4·164 (3RO)
in Summa 7·948 Äquivalente SiO_3

auf die Basen, wobei wieder etwas zu viel Kieselsäure aus den Zahlen der Analyse hervorgeht. Dieselbe wird vermindert, wenn das Eisenoxydul als Eisenoxyd berechnet wird, indem dann

$$5{\cdot}084\ R_2O_3 \text{ auf } 9{\cdot}893\ RO = 3{\cdot}298\ (3RO)$$

kommen, was mit dem von H. Rose erhaltenen Resultate sehr gut stimmt. Im ersteren Falle würde das Verhältniss der Zahlen

$$\begin{aligned} &4{\cdot}164 \text{ und } 3{\cdot}784 \\ = \ &1{\cdot}10 \ : \ 1 \\ \text{annähernd} = \ &1 \ : \ 1 \end{aligned}$$

die Formel $3RO.\ SiO_3 + R_2O_3.\ SiO_3$ ergeben, während bei der zweiten Annahme das Verhältniss der Zahlen

3·298 und 5·084
= 1 : 1·54
= 2 : 3 annähernd

die Formel $2\ (3RO.\ SiO_3) + 3\ (R_2O_3.\ SiO_3)$ ergeben würde.

Diese folgt auch aus der Analyse H. Rose's des Biotits von Miask. Nach demselben enthält er nämlich:

40·00 Kieselsäure,
12·67 Thonerde,
19·03 Eisenoxyd,
0·63 Manganxoyd,
15·70 Talkerde,
5·61 Kali,
2·10 Flusssäure,
1·63 eisenhaltige Titansäure.

Die Berechnung ergibt daraus:

8·830 Äquivalente Kieselsäure,
2·465 „ Thonerde,
2·379 „ Eisenoxyd, } 4·924 R_2O_3
0·080 „ Manganoxyd,
7·850 „ Talkerde,
1·189 „ Kali, } 9·039 RO.

Es kommen somit 3·013 SiO_3 auf 3·013 (3RO)
und 4·924 „ „ 4·924 R_2O_3
in Summa 7·927 SiO_3 auf auf die Basen

und das Verhältniss der Zahlen 3·013 und 4·924

= 1 : 1·63
annähernd = 2 : 3

führt zu der Formel $2\ (3RO.\ SiO_3) + 3\ (R_2O_3.\ SiO_3)$, welche auch aus der Kobell'schen Analyse folgt, wenn man alles Eisen in der Verbindung des Oxydes voraussetzt.

Der Biotit vom Baikalsee, welchen H. Rose analysirte, enthält:

42·01 Kieselsäure,
16·05 Thonerde,
4·93 Eisenoxyd,
25·97 Talkerde,
7·55 Kali,
0·68 Flusssäure.

woraus sich die Äquivalentzahlen, wie folgt, ergeben:

9·274	Äquivalente	Kieselsäure,	
3·123	„	Thonerde,	3·739 R_2O_3
0·616	„	Eisenoxyd,	
12·985	„	Talkerde,	14·585 RO.
1·600	„	Kali,	

Hiernach entfallen 4·862 SiO_3 auf 4·862 (3RO)
und 3·739 „ „ 3·739 R_2O_3
in Summa 8·601 „ auf die Basen,

und weil die Zahlen 4·862 und 3·739

= 1·304 : 1
annähernd = 4 : 3

sind, so ergibt sich für den Biotit vom Baikalsee die Formel

$$4(3RO.SiO_3) + 3(R_2O_3.SiO_3).$$

Aus den angeführten Beispielen geht hervor, dass die hexagonal-krystallisirenden Biotite, bei welchen auch zum Theil Rhomboeder beobachtet werden (der rhomboedrische Talk-Glimmer nach Mohs), einer allgemeinen Formel

$$m(3RO.SiO_3) + n(R_2O_3.SiO_3)$$

entsprechen, worin die durch RO ausgedrückten Basen wesentlich Talkerde und Kali mit oder ohne vicarirendem Eisenoxydul, die durch R_2O_3 ausgedrückten Basen wesentlich Thonerde mit oder ohne vicarirendem Eisenoxyd sind. Ausser diesen finden sich auch noch, aber nicht durchgehends, geringe Mengen von vicarirendem Natron, Kalkerde, Manganoxyd und Manganoxydul. Fluor und Chlor, die letzten zwei für einen Theil des Sauerstoffes.

Nur dadurch unterscheiden sich die einzelnen Vorkommnisse, dass die beiden Haupttheile der allgemeinen Formel wechseln und bald mehr von dem einen, bald mehr von dem anderen Theile vorhanden ist. Diesen Wechsel ersieht man aus der nachfolgenden Zusammenstellung und fernere Analysen werden darthun, dass dieses wechselnde Verhältniss noch mannigfaltiger ist. Die im Vorangehenden aufgeführten Biotite lassen sich, wie folgt, gruppiren:

$2(3RO.SiO_3) + R_2O_3.SiO_3$ von Edwards nach Craw,
$5(3RO.SiO_3) + 3(R_2O_3.SiO_3)$ von Edwards nach Craw,
$4(3RO.SiO_3) + 3(R_2O_3.SiO_3)$ vom Baikalsee nach H. Rose.

$6(3RO \cdot SiO_3) + 5(R_2O_3 \cdot SiO_3)$ von Greenwood nach Smith und Brush,

$7(3RO \cdot SiO_3) + 6(R_2O_3 \cdot SiO_3)$ vom Vesuv nach Bromeis,

$3RO \cdot SiO_3 + R_2O_3 \cdot SiO_3$ von Greenwood nach Carl von Hauer, aus Monroe nach F. v. Kobell, von Bodenmais und von Karosulik nach F. v. Kobell, vielleicht auch der von Miask nach demselben.

$5(3RO \cdot SiO_3) + 6(R_2O_3 \cdot SiO_3)$ vom Laacher-See nach Bromeis,

$2(3RO \cdot SiO_3) + 3(R_2O_3 \cdot SiO)$ von Miask nach H. Rose, vielleicht auch nach F. v. Kobell, wenn er nicht der Formel $3RO \cdot SiO_3 + R_2O_3 \cdot SiO_3$ entsprechend angenommen wird.

Was den Glimmer vom Vesuv betrifft, so ist es noch zweifelhaft, ob alle von daher, welche in der chemischen Beschaffenheit dem Biotit gleichen, hexagonal krystallisiren, oder ob der klinorhombische von daher stets in den Bestandtheilen und in der Formel dem Biotit gleicht. G. Rose hat nämlich gefunden, dass Glimmer vom Vesuv klinorhombisch krystallisirt und Chodnew hat einen schwärzlichgrünen Glimmer vom Vesuv untersucht, welcher mit dem Anlegegoniometer geprüft, auch Winkelverhältnisse zeigte, die mit den von G. Rose gefundenen übereinstimmen. In der Zusammensetzung stimmt aber derselbe mit dem Biotit. Er fand nämlich:

40·91 Kieselsäure,
17·79 Thonerde,
11·02 Eisenoxyd,
19·04 Talkerde,
0·30 Kalkerde,
9·96 Kali.

Die Berechnung hieraus ergibt die nachfolgenden Äquivalentzahlen:

9·031	Äquivalente	Kieselsäure,	
3·461	„	Thonerde,	4·835 R_2O_3
1·374	„	Eisenoxyd,	
9·320	„	Talkerde,	11·737 RO
0·107	„	Kalkerde,	
2·110	„	Kali,	

wonach 3·912 SiO_3 auf 3·912 (3RO) und
4·835 „ „ 4·835 R_2O_3 kommen
in Summa 8·747 „ „ auf die Basen.

Da nun die Zahlen 3·912 und 4·835 in dem Verhältnisse
1 : 1·24 oder
4 : 5
stehen, so entspricht dieser Glimmer der besonderen Formel

$$4(3RO \,.\, SiO_3) + 5(R_2O_3 \,.\, SiO_3),$$

welche auch unter die allgemeine des Biotits fällt.

Es scheint hiernach freilich, als wäre der Glimmer vom Vesuv klinorhombisch und hätte die Zusammensetzung des Biotits, doch ist dies nicht allgemein anzunehmen, weil auch daselbst Glimmer vorkommt, welcher entschieden hexagonal krystallisirt und worüber ich nach beendeter Untersuchung Bericht erstatten werde.

3. Über den Karpholith.

Da ich früher einmal den Karpholith zum Gegenstande einer Untersuchung gewählt hatte (siehe Octoberheft des Jahrganges 1850 der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe der kais. Akademie der Wissenschaften) und wegen der chemischen Beschaffenheit desselben mich veranlasst fand, zu zeigen, dass, wenn man auf Grund der von Steinmann und Stromeyer gelieferten Analysen Mangan- und Eisenoxyd neben der Thonerde annimmt, die Resultate beider Analysen übereinstimmend zu der Formel $3HO \,.\, R_2O_3 + R_2O_3 \,.\, 2SiO_3$ führen, so ersuchte ich Herrn Carl Ritter v. Hauer eine neue Analyse zu übernehmen und die Anwesenheit der Oxyde oder Oxydule zu prüfen. Er fand zunächst ganz bestimmt, dass das Mineral nur Oxyde enthält, wie Steinmann und Stromeyer angegeben hatten, und keine Formel aufzustellen sei, welche Oxydule voraussetze.

Der zur Untersuchung übergebenen Probe waren sichtlich kleine Mengen von blauem Flusse beigemengt, welcher nicht entfernt werden konnte, da er innig damit verwachsen ist und sich unter der Loupe sehr deutlich erkennen liess, so wie er auch an Handstücken in grösseren Partien auf und neben dem Karpholith beobachtet werden kann.

100 Theile des lufttrockenen Minerals wurden stark geglüht und das Pulver sinterte zu einer braunen schwammartigen Masse zusammen, die sehr hart ist. Sie ergaben:

36·15 Kieselsäure,
19·74 Thonerde,
9·87 Eisenoxyd,
20·76 Manganoxyd,
2·56 Kalkerde,
11·35 Glühverlust.
100·43

Da nun der Glühverlust aus dem Reste bestimmt wurde und das geglühte Mineral zur Analyse diente, so geht daraus hervor, dass der wahre Glühverlust etwas höher war, weil das ausgetriebene Fluor des Fluorcalciums in dem Reste durch Sauerstoff ersetzt wurde. Wir haben demnach denselben entsprechend zu erhöhen, um den Wassergehalt zu bestimmen. 2·56 Procent Kalkerde enthalten 1·83 Calcium und 0·73 Sauerstoff, dem letzteren entsprechen 1·74 Fluor, mithin würde der Glühverlust 11·93 Procent betragen haben und wir hätten somit

36·15 Kieselsäure,
19·74 Thonerde,
9·87 Eisenoxyd,
2·56 Kalkerde,
20·76 Manganoxyd,
11·93 Glühverlust (Wasser+Fluor),
101·01

und wenn wir den Sauerstoff hinweglassen und die dem Calcium entsprechende Menge Fluor von dem Wasser trennen

36·15 Kieselsäure,
19·74 Thonerde,
9·87 Eisenoxyd,
20·76 Manganoxyd,
1·83 Calcium,
1·74 Fluor,
10·19 Wasser,
100·28.

Hieraus folgen nun durch die Berechnung

7·980 Äquivalente Kieselsäure,
3·840 „ Thonerde,
1·234 „ Eisenoxyd,
2·621 „ Manganoxyd, } 7·695.
11·322 „ Wasser,

oder 2·00 SiO_3 1·93 R_2O_3 2·84 HO
oder 2 2 3

woraus aufs Neue die Formel $3HO \cdot R_2O_3 + R_2O_3 \cdot 2SiO_3$ hervorgeht, welche schon früher als die den Analysen entsprechende aufgestellt wurde. R_2O_3 ist darin $= Al_2O_3$, Mn_2O_3, Fe_2O_3. Von den früheren Analysen unterscheidet sich die des Herrn v. Hauer, durch den mindern Gehalt an Thonerde und den entsprechend höheren an Eisen- und Manganoxyd. Der kaum zu beachtende Überschuss an Kieselsäure dürfte von anhängenden Quarztheilchen herrühren, da der zur Analyse gewählte Karpholith auf Quarz aufsass, doch ist auf ihn weiter kein Gewicht zu legen, da er sehr unbedeutend ist.

Gleichzeitig wurde mir auch die Gelegenheit geboten, die früher gemachten krystallographischen Bestimmungen zu vervollständigen. Ich fand nämlich in der sehr exquisiten Privatsammlung Sr. Excellenz des Herrn Grafen Beroldingen in Wien ein Exemplar des Karpholiths, welches die nadelförmigen Kryställchen so schön vereinzelt zeigte, wie ich sie noch nie gesehen hatte. Büschelförmige Gruppen nadelförmiger Kryställchen sind wie gewöhnlich auf Quarz aufgewachsen, die einzelnen Kryställchen aber gehen so auseinander, dass sie frei dastehen und unverbrochene Enden zeigen. An diesen sieht man nun, dass die Combination eines orthorhombischen Prisma und der Querflächen durch die orthorhombische Basisfläche begrenzt wird. Die Kryställchen, obgleich stärker als die von mir früher gemessenen, eigneten sich insofern nicht zu einer genauen Messung der verticalen Flächen, als die erwähnte Combination die beiderlei Flächen vertical gestreift zeigte, und daher bei der Messung vermittelst des Reflexionsgoniometers zu viele Bilder reflectirt wurden, jedoch konnte ich an ihnen finden, dass sich die Grösse der früher gefundenen Kantenwinkel im Wesentlichen bestätigte. Nebenbei bemerkte ich eine deutliche Spaltbarkeit parallel der Hauptaxe, doch war es nicht möglich, festzustellen, ob ein- oder mehrfacher Blätterdurchgang vorhanden ist. Bei einem sanften Druck quer auf die Nadeln konnte ich auch unter dem Mikroskope Sprünge beobachten, welche schiefe Winkel mit den verticalen Linien bildeten.

Die nadelförmigen Kryställchen ragten, wie erwähnt, frei für sich heraus, oder waren mit blauem krystallisirten Fluss verwachsen, wodurch derselbe braun punktirt erschien, indem die Kryställchen bei der Draufsicht auf die Basisfläche braune Farbe zeigen. Unter der Loupe kann man dabei ziemlich genau die Gestalten der Basisflächen erkennen, noch genauer aber unter dem Mikroskope.

4. Boltonit, eine selbstständige Species.

Ein Exemplar des mit dem Namen Boltonit belegten Minerals von Bolton in Massachusetts, welches aus der Mineralienhandlung des A. Krantz in Berlin in das k. k. Hof-Mineralien-Cabinet übergegangen war, zeigte den Boltonit in Gestalt undeutlicher körniger Krystalloide, eingesprengt in einem krystallinisch körnigen, dem Calcit ähnlichen Minerale. Die Farbe desselben ist frisch ein graulichs Grün, während das Grundgestein graulichweiss ist. Er ist spaltbar, wie es scheint, in einer Richtung am deutlichsten, schwach perlmutterartig glänzend auf den Spaltungsflächen und an den Kanten durchscheinend. Der Strich ist grünlichgrau. Härte = 5·5, wie bereits bekannt; spröde. Vor dem Löthrohre unschmelzbar; in Salzsäure in Stücken kaum löslich.

Durch den Einfluss der atmosphärischen Agentien wird der Boltonit und das Grundgestein angegriffen, wodurch beide gelb gefärbt werden, indem das Eisen als wasserhaltiges Eisenoxyd zum Vorschein kommt, wie man an der einen, der Luft gewiss lange ausgesetzten Seite des Stückes und an der ganzen Oberfläche eines zweiten sehen konnte.

Da die Analyse B. Sillimann's d. j. (vergleiche meine Übersicht der Resultate mineralogischer Forschungen in den Jahren 1844—49, S. 154) ein zweifelhaftes Resultat ergeben hatte, welches keine annehmbare Formel als den Ausdruck der chemischen Constitution aufzustellen gestattete, ersuchte ich Herrn Carl Ritter v. Hauer eine Probe aufs Neue zu untersuchen, wozu ich ihm Material übergab, welches von der frischen Seite getrennt worden war und keine Spur eingetretener chemischer Umänderung zeigte. Weil die Körner des Boltonits mit dem Grundgestein sehr fest verwachsen sind und eine genaue Sonderung nicht ermöglichten, wurde das Gemenge beider analysirt und zum Behufe dieser Brutto-Analyse das Mineral mit Soda zerlegt. Die Kohlensäure wurde aus dem Verluste bestimmt. 100 Theile ergaben:

13·32 Kieselsäure,
3·80 Eisenoxydul,
29·00 Kalkerde,
21·17 Talkerde,
32·71 Kohlensäure.

Die Berechnung der Äquivalentzahlen liess

2·940	Äquivalente	Kieselsäure,	
1·055	„	Eisenoxydul	21·997 RO
10·357	„	Kalkerde,	
10·585	„	Talkerde.	
14·868	„	Kohlensäure,	

finden, welche bei der Reduction der Kieselsäure auf 2 Äquivalente

$$2SiO_3 \; 14{\cdot}963 \text{ RO} \; 10{\cdot}114 \; CO_2$$

oder $2SiO_3$ 4·849 RO 10·114 RO 10·114 CO_2

$$\overbrace{10{\cdot}114 \text{ RO} \,.\, CO_2}$$

ergeben, wonach mithin für den Boltonit 4·849 RO oder annähernd 5RO auf $2SiO_3$ kommen, und als die Formel desselben $5RO \cdot 2SiO_3$ folgt.

Da aus der Analyse hervorgeht, dass das Grundgestein kein reiner Calcit ist, auch der Einfluss der Luft auf das Grundgestein zeigt, dass es Eisenoxydul enthält, so wurde eine zweite Probe desselben Gemenges mit sehr verdünnter Salzsäure digerirt, wobei das Silicat, der Boltonit, gewiss nicht angegriffen werden konnte. Die in der Lösung gefundenen Basen wurden als kohlensaure Salze berechnet. Der unlösliche Theil wurde mit Soda zerlegt. Die Talkerde wurde in beiden Antheilen aus dem Verluste berechnet, weil kein Stoff weiter vorhanden war. Es ergaben sich so in 100 Theilen:

3·37	kohlensaures Eisenoxydul,	72·70 löslicher Theil.
50·93	kohlensaure Talkerde,	
18·40	kohlensaure Kalkerde,	
12·85	Kieselsäure	27·30 unlöslicher Theil
1·74	Eisenoxydul,	
0·94	Kalkerde,	
11·77	Talkerde.	

Berechnet man aus der Menge der Kohlensäure in der ersten Analyse den löslichen Bestandtheil nach der Zusammensetzung, wie sie in der zweiten Analyse gefunden wurde, und zieht die so gefundenen Resultate von dem Gesammtresultate dieser Analyse ab, so lässt sich die Zusammensetzung des löslichen Bestandtheiles in beiden Analysen, wie folgt vergleichen:

3·37	Procent	$FeO \cdot CO^2$	=	1·28 CO_2	+	2·09 FeO
50·93	„	$CaO \cdot CO_2$	=	22·41 CO_2	+	28·52 CaO
18·40	„	$MgO \cdot CO_2$	=	9·64 CO_2	+	8·76 MgO
72·70	„	$RO \cdot CO_2$	=	33·33 CO_2	+	39·37 RO

Die 32·71 Procente Kohlensäure in Analyse I zerfallen demgemäss in

1·26 21·99 und 9·46 Procent Kohlensäure

und die entsprechenden Mengen der Basen sind

2·06 FeO 27·99 CaO 8·60 MgO

mithin verbleiben als unlöslicher Theil

1·74 Eisenoxydul,
1·01 Kalkerde,
12·57 Talkerde,
13·32 Kieselsäure,
28·64 Procent unlösliche Theile.

Werden die Resultate beider Analysen auf 100 Theile berechnet, so ergibt sich für das Silicat nach beiden Analysen:

46·50	47·07	Kieselsäure
43·89	43·11	Talkerde,
6·08	6·38	Eisenoxydul,
3·53	3·44	Kalkerde,

welche Resultate sehr gut mit einander stimmen. Die schliessliche Berechnung der Äquivalentzahlen aus beiden führt zu:

$$24{\cdot}895 \left\{ \begin{array}{lll} 10{\cdot}265 & 10{\cdot}391 & \text{Äquivalente } SiO_3 \\ 21{\cdot}945 & 21{\cdot}555 & \text{„ } MgO \\ 1{\cdot}689 & 1{\cdot}772 & \text{„ } FeO \\ 1{\cdot}261 & 1{\cdot}229 & \text{„ } CaO \end{array} \right\} 24{\cdot}556.$$

woraus man die schon oben aufgestellte Formel $5RO \cdot 2SiO_3$ aufzustellen vollkommen berechtigt ist.

5. Bemerkungen über den Leuchtenbergit.

Die grossen verwachsenen lamellaren Krystalle dieses Minerals, wovon sich in den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinets sehr schöne Exemplare befinden, sind schon Gegenstand wiederholter Untersuchungen gewesen, ohne dass sie zu einem sicheren Resultate geführt haben. Ich habe dieselben auf das Genaueste beobachtet und glaube auf einen Gegenstand hindeuten zu müssen, welcher bei weiterer Berücksichtigung zu anderen Resultaten führen wird.

Die grossen unregelmässig verwachsenen Krystalle lamellarer Bildungstendenz folgend, erscheinen auf den ersten Blick als orthorhombische Tafeln durch herrschend ausgedehnte Basisflächen gebildet und mit undeutlichen schmalen Verticalflächen versehen, deren Deutung durch Abrundung und verschobene Übereinanderlagerung der lamel-

laren Krystalle bedeutend erschwert wird. Die Basis repräsentirt einen Rhombus, wie er häufig bei Phylliten oder Glimmer vorkommt, mit dem stumpfen Winkel nahe = 120°. Oft erscheinen die Flächen oP sechsseitig, indem durch Eintreten der Längsflächen, die aber nie in besonderer Ausdehnung vorhanden sind, die Rhomben an ihren spitzen Winkeln abgeschnitten erscheinen. Trotzdem die lamellaren Krystalle an einem schönen Exemplare aus den Schischimskischen Bergen bei Slatoust am Ural nahe einen Zoll im Durchmesser der Länge und Breite haben, während die Dicke variirt, liess sich vermittelst des Anlegegoniometers keine definitive Messung vornehmen, nur finden, dass der stumpfe Winkel der rhombischen Basis nahe = 120° ist.

Ein kleinerer Krystall der eben so dick als breit war, zeigte aber das richtige Verhältniss der Krystallgestalten, wonach das Krystallysationssystem das klinorhombische ist, wie auch bereits schon Herr Professor Zippe gefunden hatte (vergleiche meine Übersicht der Resultate mineralogischer Forschungen in den Jahren 1844—49, Seite 92), wonach die Krystalle die Combination oP . ∞P und oP. ∞P. ($\infty P\infty$) darstellen. oP ist auf die stumpfen Kanten von ∞P aufgesetzt, so dass die kürzere Nebenaxe die schiefe oder die Längsaxe ist. $oP : \infty P$ wurde annähernd = 87° vermittelst des Anlegegoniometers gefunden.

Als hexagonale lassen sich an diesem Stücke die Krystalle durchaus nicht deuten, da die Abweichung des Neigungswinkels $oP : \infty P$ von dem rechten Winkel überall sichtbar ist, durch Verschiebung der über einander gelagerten Krystalle oft bedeutend von 90° abweichend erscheint. Wo jedoch in einiger Dicke die lamellaren Krystalle vorhanden sind und die Flächen der vertikalen Zone breiter werden, ersieht man, dass die Krystalle klinorhombische sind, wie der eine es ohne allen Zweifel zeigte.

Die aufgewachsenen Krystalle verlaufen nach unten in eine gelblichgrüne serpentinartige Masse. Sie sind bekleidet mit kleinen gelben Schüppchen, die einem Glimmer gleichen, wahrscheinlich aber kleine Kryställchen des Leuchtenbergits selbst sind, welche sich aus dem Fluidum zuletzt absetzten. Unter der Loupe sieht man eben so zahlreiche honiggelbe bis braune stark glänzende Körnchen, die dem blossen Auge entgehen und einmal aufgefasst, durch den Glanz neben dem Perlmutterglanz der Schüppchen bemerkbar sind. Bei genauer

Musterung ihrer Gestalt erwiesen sie sich als tessulare Kryställchen von der Gestalt des Granats ∞O . $2O2$. Die Härte wurde auch als Beleg gefunden, indem bei der Härte = 2·0 des Leuchtenbergits Glas sehr stark geritzt wurde, wenn man damit über die Bekleidung hinfuhr.

Diese Granatkryställchen bekleiden aber nicht nur den Leuchtenbergit, sondern sind auch in den Leuchtenbergit innig eingemengt, wie man zwar mit dem blossen Auge nicht sieht, durch die Reibung auf Glas aber erkennen kann; auch die dichte Masse ist innig mit mikrokrystallischem Granat durchmengt und es versteht sich von selbst, dass eine so reichhaltige Beimengung bedeutenden Einfluss auf die Analyse ausüben muss. Nebenbei sind auch einzelne eingewachsene gelblichweisse lange Krystalle zu bemerken, welche Hermann's Talkapatit sind.

Ein anderes Exemplar von Achmatowsk unfern Miask am Ural, zeigte viel kleinere aufgewachsene Krystalle des Leuchtenbergits, zum Theil rhombische, zum Theil sechsseitige Tafeln, meist dünn. Bei einiger Dicke, namentlich an einem, war wieder die klinorhombische Combination oP . ∞P zu beobachten.

Die weisslichgelben Krystalle des Talkapatits sind auch hier mit dem Leuchtenbergit untermengt, aber nicht frisch. Der mikrokrystallische Granat ist hier ebenso vorhanden, wie in dem oben erwähnten Stücke, er bekleidet mit gelben Schüppchen die Krystalle des Leuchtenbergits und tritt besonders an den Rändern deutlich hervor. Nach unten bildet er fast den grösseren Theil des Gemenges, wodurch bei fast dichterem Aussehen desselben das Ganze als ein grünlichgelbes, rauh anzufühlendes dichtes Gestein erscheint, in dem hin und wieder die lamellaren Krystalle des Leuchtenbergits hervortreten, während in Höhlungen etwas grössere Kryställchen des Granats sichtbar werden.

Auch an einem Exemplare vom Ilmengebirge ist entschieden zu sehen, dass aus einem fast dichten Gemenge von Granat und Leuchtenbergit letzterer in grossen Krystallen sich ausschied, während der interponirte Granat die Krystalle desselben durchdringt.

Aus dem Ganzen scheint mit Gewissheit hervorzugehen, dass in einer Lösung die Elementarbestandtheile des Leuchtenbergits und eines Granats reichlich vorhanden waren und beide Mineralspecies in Gestalt eines scheinbar homogenen dichten serpentinartigen Ge-

steins sich absetzten, welches die Grundlage des in grossen Kystallen hervortretenden Leuchtenbergits bildet, während die vorhandene Granatsubstanz in den Krystallen des Leuchtenbergits mikrokrystallisch interponirt wurde, den Schluss der Bildung bildeten die kleinen Schüppchen, welche wahrscheinlich auch Leuchtenbergit sind und die kleinen aufgewachsenen Granatkryställchen, welche mit den Schüppchen gemengt, besonders deutlich an den Rändern hervortreten.

Dass unter solchen Umständen die Analysen des Leuchtenbergits keinen genügenden Aufschluss über die chemische Constitution desselben geben können, versteht sich von selbst, da selbst die Wahl isolirter Krystalle zur Analyse nicht ausreichend ist. Es muss daher die Analyse erneuert werden, und es ist dabei ein Mittel ausfindig zu machen, durch welches die beiden Minerale chemisch geschieden werden, damit die Analyse beider gesondert ausgeführt werden könne, denn selbst die Loupe reicht nicht aus, um zu entscheiden, ob Granat den Krystallen des Leuchtenbergits interponirt ist oder nicht. Dann erst werden wir erfahren können, ob der Leuchtenbergit eine selbstständige Species ist, was wohl zu sein scheint, und wie er zusammengesetzt ist.

6. Nordenskiöldit, eine Abänderung des Grammatit.

Das mit dem Namen Nordenskiöldit belegte Mineral von Ruscula am Onega-See, wovon sich ein Exemplar in den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinets befindet, ist eingewachsen in krystallinisch-körnigem Calcit, bildet strahlig-blätterige Partien excentrisch gestellter linearer Krystalloide, welche leicht spaltbar unter der Loupe deutlich die stumpfen Winkel des Amphibol erkennen lassen, spröde und leicht zerbrechlich sind. Blass weisslichgrün, ins Gelbliche, an den Kanten durchscheinend bis durchscheinend, perlmutterartig glänzend; Strich weiss; Härte = 5·0; specifisches Gewicht = 3·12.

Vor dem Löthrohre ziemlich leicht mit Leuchten zu weissem opaken Glase schmelzbar, mit Borax zu einer farblosen klaren Perle, mit Phosphorsalz zu einer gleichen, die beim Erkalten trübe wird. In Salzsäure in Stücken unlöslich.

Herr Carl Ritter v. Hauer übernahm freundlichst die quantitative Bestimmung einer Probe des Gemenges und fand in 100 Theilen des lufttrockenen Minerals:

0·46	kohlensaures Eisenoxydul,	38·27 in Salzsäure löslichen Theil.
35·42	kohlensaure Kalkerde,	
2·39	kohlensaure Talkerde,	
37·69	Kieselsäure,	62·01 in Salzsäure unlöslichen Theil.
1·63	Eisenoxyd und Thonerde,	
8·76	Kalkerde,	
13·93	Talkerde,	
100·28		

Das Ganze wurde in Salzsäure gelöst, die in der Lösung enthaltenen Basen wurden als kohlensaure Salze berechnet, der unlösliche Rückstand aber mit Soda durch Schmelzen zerlegt.

Der unlösliche Antheil auf 100 Theile berechnet gibt:

60·78	Kieselsäure,
2·63	Eisenoxyd und Thonerde,
14·12	Kalkerde,
22·46	Talkerde,
99·99	

woraus im Vergleich mit anderen Analysen des Grammatit die Übereinstimmung leicht zu ersehen ist.

Die Berechnung gibt mit Ausserachtlassung der 2·63 Procent Eisenoxyd und Thonerde

13·417	Äquivalente	Kieselsäure		3·3
5·043	„	Kalkerde,	16·273 RO	4·0
11·230	„	Talkerde,		

woraus die Formel $4Mg, CaO . 3SiO_3$ hervorgeht, da auch etwas Kieselsäure für die 2·63 Procent Eisenoxyd und Thonerde in Abrechnung zu bringen ist. Man könnte auch ebensogut die Formel $5Mg CaO . 4SiO_3$ aufstellen, welche auch mit gleicher Geltung für die verschiedenen Glieder des Amphibol-Geschlechts aufgestellt wird.

Es folgt hiernach aus Allem, dass der Nordenskiöldit nichts weiter als eine Abänderung des Grammatit ist.

Allgemeine Ableitung der krystallometrischen Grundgleichungen.

Vom Schulrathe **Dr. J. H. T. Müller** zu Wiesbaden.

Bei krystallometrischen Untersuchungen erscheint es vortheilhaft, von derjenigen Form auszugehen, welche die Grundformen sämmtlicher Krystallsysteme in sich begreift, weil alsdann aus einem, wenn auch etwas verwickelteren Gesetze sich die für alle übrigen untergeordneten Fälle leicht ableiten lassen, und weil man zugleich den inneren Zusammenhang des Ganzen desto leichter und vollständiger übersieht. Diese Erwägung hat mich veranlasst, das sechseckige Achtflach, worin je zwei Gegenflächen einander parallel sind, in Beziehung auf Krystallometrie näher zu betrachten.

Setzt man bei diesem Körper voraus, dass dessen drei Eckenaxen, sowie die Winkel, unter denen diese einander in ihrem gemeinschaftlichen Halbirungspunkte schneiden, beliebig gross und von einander unabhängig sind, so entspricht derselbe in der That jenen Anforderungen völliger Allgemeinheit, indem er selbst die sechsseitige Doppelpyramide involvirt, deren sechs Randecken für irgend eine Flächenaxe jenes Achtflaches in die Halbirungspunkte der sechs zugehörigen Zwischenkanten fallen. — Der Kürze halber werde ich hier dieses allgemeine sechseckige und achtflächige Parallelepipedon ein Oktaeder nennen, also diesen Namen in einer weiteren Bedeutung gebrauchen, als in der Krystallographie gewöhnlich geschieht. Ausserdem nöthiget die nachfolgende Entwickelung, die Kanten von den daranliegenden Flächenwinkeln oder Keilen zu unterscheiden.

Seien in Fig. (1) a', a''; b', b''; c', c'' die Scheitel der drei Paare von vierflächigen Gegenecken unsers Oktaeders, so sind $a'\,a''$, $b'\,b''$, $c'\,c''$ dessen Eckenaxen, die in ihrem Durchschnittspunkte o halbirt werden und die wir mit $2a$, $2b$, $2c$ bezeichnen wollen. Die paarweise einander parallelen und congruenten dreieckigen Oktaederflächen

$$a'\,b'\,c' \;,\; a'\,b'\,c'' \;,\; a'\,b''\,c' \;,\; a''\,b'\,c'$$
$$a''\,b''\,c'' \;,\; a''\,b''\,c' \;,\; a''\,b'\,c'' \;,\; a'\,b''\,c''$$

sollen mit

$$D \;,\; C \;,\; B \;,\; A$$

und die paarweise einander parallelen und gleichen Oktaederkanten, so wie die daran liegenden Oktaederkeile

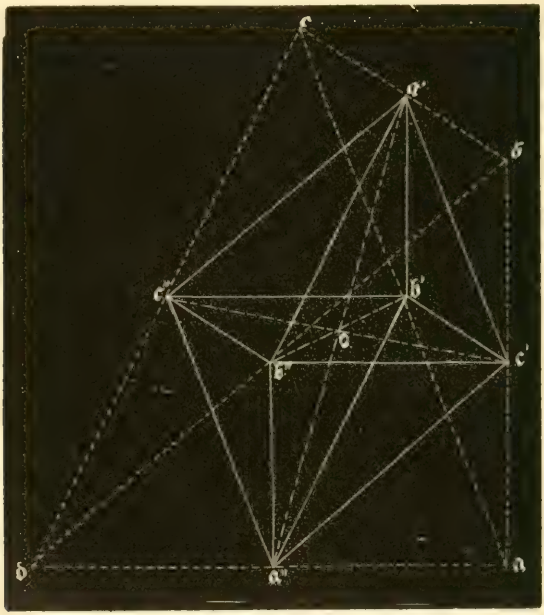
$$\mathfrak{b}'\,\mathfrak{c}'\ ,\ \mathfrak{c}'\,\mathfrak{a}'\ ,\ \mathfrak{a}'\,\mathfrak{b}'\ ;\ \mathfrak{b}'\,\mathfrak{c}''\ ,\ \mathfrak{c}'\,\mathfrak{a}''\ ,\ \mathfrak{a}'\,\mathfrak{b}''$$
$$\mathfrak{b}''\,\mathfrak{c}''\ ,\ \mathfrak{c}''\,\mathfrak{a}''\ ,\ \mathfrak{a}''\,\mathfrak{b}''\ ;\ \mathfrak{b}''\,\mathfrak{c}'\ ,\ \mathfrak{c}''\,\mathfrak{a}'\ ,\ \mathfrak{a}''\,\mathfrak{b}'$$

mit

$$a_1\ ,\ b_1\ ,\ c_1\ ;\ a_2\ ,\ b_2\ ,\ c_2$$

bezeichnet werden.

Fig. 1.



Es ist jetzt für die Krystallographie die Aufgabe:

Aus den sechs gemessenen Oktaederkeilen sowohl das Verhältniss der drei Halbaxen a, b, c, als auch die Grösse der drei Axenwinkel $\hat{bc}$, $\hat{ca}$, $\hat{ab}$ zu berechnen,

welche, so viel mir bekannt, bisher noch nicht in dieser Allgemeinheit behandelt worden ist.

Die directe Auflösung derselben führt auf ziemlich weitläufige Rechnungen. Diese werden vermieden, wenn wir, in umgekehrter Weise, wie man sonst in der Krystallkunde verfährt, unser Holoeder auf sein Hemieder zurückführen. Wir erweitern also die abwechselnden Oktaederflächen bis zu deren gegenseitiger Abgrenzung,

wodurch ein Tetraeder (dieses Wort ebenfalls im weiteren Sinne genommen) entsteht.

Seien $\mathfrak{a}'\mathfrak{b}'\mathfrak{c}'$, $\mathfrak{a}'\mathfrak{b}''\mathfrak{c}''$; $\mathfrak{a}''\mathfrak{b}'\mathfrak{c}''$, $\mathfrak{a}''\mathfrak{b}''\mathfrak{c}'$ die zu erweiternden Oktaederflächen und begrenzen diese das Tetraeder $\mathfrak{a}\mathfrak{b}\mathfrak{c}\mathfrak{d}$, so dass dessen Kanten

$$\mathfrak{b}\mathfrak{c},\ \mathfrak{c}\mathfrak{a},\ \mathfrak{a}\mathfrak{b};\ \mathfrak{d}\mathfrak{a},\ \mathfrak{d}\mathfrak{b},\ \mathfrak{d}\mathfrak{c} = a_1',\ b_1',\ c_1';\ a_2',\ b_2',\ c_2'$$

durch

$$\mathfrak{a}',\ \mathfrak{b}',\ \mathfrak{c}';\ \mathfrak{a}'',\ \mathfrak{b}'',\ \mathfrak{c}''$$

gehen.

Werden noch die den Scheiteln

$$\mathfrak{a},\ \mathfrak{b},\ \mathfrak{c},\ \mathfrak{d}$$

gegenüber liegenden Tetraederflächen mit

$$A',\ B',\ C',\ D'$$

bezeichnet, so ergeben sich sogleich die Beziehungen:

$$a_1',\ b_1',\ c_1';\ a_2',\ b_2',\ c_2' = 2a_1,\ 2b_1,\ 2c_1;\ 2a_2,\ 2b_2,\ 2c_2, \tag{1}$$

$$A_1',\ B_1',\ C_1',\ D_1' \quad = \quad 4A,\ 4B,\ 4C,\ 4D. \tag{2}$$

Denkt man sich ferner z. B. durch die Axen $\mathfrak{b}'\mathfrak{b}''$, $\mathfrak{c}'\mathfrak{c}''$ die Diagonalfläche $\mathfrak{b}'\mathfrak{c}'\mathfrak{b}''\mathfrak{c}'' = P_a$ gelegt, so ist wegen der Parallelität der Kanten $\mathfrak{b}\mathfrak{c}$, $\mathfrak{b}'\mathfrak{c}'$, $\mathfrak{b}''\mathfrak{c}''$ in dem zugehörigen dreiseitigen prismatischen Raume die Summe der drei Keile, welche die Flächen $\mathfrak{a}'\mathfrak{b}'\mathfrak{c}'$, $\mathfrak{a}'\mathfrak{b}''\mathfrak{c}''$, $\mathfrak{b}'\mathfrak{c}'\mathfrak{b}''\mathfrak{c}''$ mit einander bilden, $= 180^\circ$. Da aber, weil die Gegenflächen des Oktaeders parallel sind, der Keil $\mathfrak{a}'\mathfrak{b}''\mathfrak{c}''$, $P_a =$ dem Keile $\mathfrak{a}''\mathfrak{b}'\mathfrak{c}'$, P_a ist, so erhalten wir

$$\mathfrak{a}'\mathfrak{b}'\mathfrak{c}',\ P_a + \mathfrak{a}'\mathfrak{b}''\mathfrak{c}'',\ P_a = \mathfrak{a}'\mathfrak{b}'\mathfrak{c}',\ P_a + \mathfrak{a}''\mathfrak{b}'\mathfrak{c}',\ P_a = \text{dem Oktaederkeile } \mathfrak{b}'\mathfrak{c}' = a_1,$$

und eben so für alle übrigen. Dies gibt die dritte und zwar die Hauptbeziehung zwischen dem Tetraeder und Oktaeder, nämlich

$$\begin{aligned} a_1' + a_1 &= b_1' + b_1 = c_1' + c_1 = \\ &= a_2' + a_2 = b_2' + b_2 = c_2' + c_2 = 180^\circ. \end{aligned} \tag{3}$$

wornach je ein Tetraeder- und Oktaederkeil, deren Kanten parallel sind, einander zu 180° ergänzen.

Hierbei ist nicht zu übersehen, dass, wenn wir das Oktaeder auf eine seiner Flächen, z. B. auf D, stellen, den zugehörigen Grundkeilen a_1, b_1, c_1 im Tetraeder die der Ecke $\mathfrak{d}$ zugehörigen Keile a'_1, b'_1, c'_1; den Zwischenkeilen a_2, b_2, c_2 des Oktaeders aber die der Tetraederfläche D' anliegenden Keile a'_2, b'_2, c'_2 entsprechen.

Sonach reducirt sich die Untersuchung unseres Oktaeders auf die seiner Hemiedrie, so dass wir jetzt aus den Keilen des Tetraeders das Verhältniss und die gegenseitige Lage von dessen drei Kantenaxen zu bestimmen haben.

Zunächst ergibt sich hieraus, dass die sechs Oktaederkeile von einander abhängig sind, weil die nämliche Eigenschaft auch jedem Tetraeder zukommt. Wir erhalten demnach, wenn die bekannte Carnot'sche Tetraederformel auf das Oktaeder übertragen wird, die quadratische Bedingungsgleichung für die sechs Oktaederkeile:

$$\begin{aligned} &\cos a_1^2 + \cos b_1^2 + \cos c_1^2 + \cos a_2^2 + \cos b_2^2 + \cos c_2^2 \\ &+ 2\cos a_1 \cos a_2 \cos b_1 \cos b_2 + 2\cos a_1 \cos a_2 \cos c_1 \cos c_2 \\ &\qquad + 2\cos b_1 \cos b_2 \cos c_1 \cos c_2 \\ &= 1 + 2\cos a_2 \cos b_1 \cos c_1 + 2\cos a_1 \cos b_2 \cos c_1 \\ &\quad + 2\cos a_1 \cos b_1 \cos c_2 + 2\cos a_2 \cos b_2 \cos c_2 \\ &\quad + \cos a_1^2 \cos a_2^2 + \cos b_1^2 \cos b_2^2 + \cos c_1^2 \cos c_2^2. \end{aligned} \tag{4}$$

worin

$a_2\, b_1\, c_1$, $a_1\, b_2\, c_1$, $a_1\, b_1\, c_2$, $a_2\, b_2\, c_2$ Zwischenkeile,

$a_1\, a_2\, b_1\, b_2$, $a_1\, a_2\, c_1\, c_2$, $b_1\, b_2\, c_1\, c_2$ Eckenkeile,

und $a_1\, a_2$, $b_1\, b_2$, $c_1\, c_2$ Gegenkeile in den Ecken

des Oktaeders sind. — Diese Gleichung kann zur Prüfung der Schärfe der Messungen angewendet werden.

Aus der Goniometrie ist bekannt, dass für drei ganz beliebige Winkel φ, χ, ψ sets

$$\begin{aligned} &1 - \cos\varphi^2 - \cos\chi^2 - \cos\psi^2 + 2\cos\varphi\cos\chi\cos\psi \\ &= +4 \sin\tfrac{1}{2}(\varphi+\chi+\psi) \sin\tfrac{1}{2}(-\varphi+\chi+\psi) \sin\tfrac{1}{2}(\varphi-\chi+\psi) \\ &\qquad \sin\tfrac{1}{2}(\varphi+\chi-\psi); \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} &1 - \cos\varphi^2 - \cos\chi^2 - \cos\psi^2 - 2\cos\varphi\cos\chi\cos\psi \\ &= -4 \cos\tfrac{1}{2}(\varphi+\chi+\psi) \cos\tfrac{1}{2}(-\varphi+\chi+\psi) \cos\tfrac{1}{2}(\varphi-\chi+\psi) \\ &\qquad \cos\tfrac{1}{2}(\varphi+\chi-\psi) \end{aligned}$$

ist, und dass diese logarithmischen Werthe beziehungsweise mit $4L^2$ und mit $4\Lambda^2$ bezeichnet werden.

Tragen wir diese Ausdrücke auf unser Tetraeder über, so liegen an dessen Ecken

$$\mathfrak{a} \quad ; \quad \mathfrak{b} \quad ; \quad \mathfrak{c} \quad ; \quad \mathfrak{d}$$

die Keile

$$a'_2, b'_1, c'_1 \; ; \; a'_1, b'_2, c'_1 \; ; \; a'_1, b'_1, c'_2 \; ; \; a'_2, b'_2, c'_2 \; ,$$

deren Λ-Functionen demnach mit

$$\Lambda'_{\mathfrak{a}} \quad ; \quad \Lambda'_{\mathfrak{b}} \quad ; \quad \Lambda'_{\mathfrak{c}} \quad ; \quad \Lambda'_{\mathfrak{d}}$$

zu bezeichnen sein werden.

Nun ist aus der Tetraedrometrie bekannt, dass in jedwedem Tetraeder der Quotient jeder Tetraederfläche durch die Λ-Function ihrer Gegenecke constant, d. h. dass

$$\frac{A'}{\Lambda'_{\mathfrak{a}}} = \frac{B'}{\Lambda'_{\mathfrak{b}}} = \frac{C'}{\Lambda'_{\mathfrak{c}}} = \frac{D'}{\Lambda'_{\mathfrak{d}}} = K' \tag{5}$$

ist.

Da aber z. B. $a_2 = 180^0 - a'_2$; $b_2 = 180^0 - b'_2$; $c_2 = 180^0 - c'_2$ gefunden war, so geht

$$1 - cos\, a'^2_2 - cos\, b'^2_2 - cos\, c'^2_2 - 2cos\, a'_2\, cos\, b'_2\, cos\, c'_2$$

in

$$1 - cos\, a_2^2 - cos\, b_2^2 - cos\, c_2^2 + 2cos\, a_2\, cos\, b_2\, cos\, c_2$$

also überhaupt jede Λ-Function des Tetraeders in die entsprechende L-Function des Oktaeders über, und da zugleich die Tetraederflächen sich wie die entsprechenden Oktaederflächen verhalten, so ist im Oktaeder

$$\frac{A}{L_{\mathfrak{a}}} = \frac{B}{L_{\mathfrak{b}}} = \frac{C}{L_{\mathfrak{c}}} = \frac{D}{L_{\mathfrak{d}}} = K, \tag{6}$$

d. i. der Quotient jeder Oktaederfläche durch die L-Function der ihr zugehörigen Zwischenkeile ebenfalls constant. Diese Eigenschaft setzt uns in den Stand, aus den Keilen und Flächen des Tetraeders, und somit auch des Oktaeders, die Kanten zu bestimmen.

Es ist nämlich z. B.

$$b'_2\, c'_2\, sin\, \mathfrak{b}\mathfrak{d}\mathfrak{c} = 2A'$$
$$c'_2\, a'_2\, sin\, \mathfrak{c}\mathfrak{d}\mathfrak{a} = 2B'$$
$$a'_2\, b'_2\, sin\, \mathfrak{a}\mathfrak{d}\mathfrak{b} = 2C'$$

woraus sich mit Leichtigkeit z. B.

$$a_2'^2 = \frac{2B'C'}{A'} \cdot \frac{sin\ \mathfrak{cda} \cdot sin\ \mathfrak{adb}}{sin\ \mathfrak{bdc}}$$

ergibt. Nun weiss man aus der sphärischen Trigonometrie, dass $sin\ \mathfrak{bdc} = \frac{2\Lambda'_b}{sin\ b'_1 \cdot sin\ c'_1}$; $sin\ \mathfrak{cda} = \frac{2\Lambda'_c}{sin\ c'_1 \cdot sin\ a'_1}$; . . . ist. Man erhält also durch Einsetzung dieser Werthe in die vorige Gleichung

$$(7) \qquad a_2'^2 = \frac{B'C' \cdot sin\ a_1'^2}{A' \cdot \Lambda'_b} \quad ; \quad a_1'^2 = \frac{A'D' \cdot sin\ a_1'^2}{C' \cdot \Lambda'_b};$$

und nach Substitution der sich aus (5) ergebenden Flächenbeziehungen, welchen zufolge

$$A' = K' \cdot \Lambda'_a \ ; \ B' = K' \cdot \Lambda'_b \ ; \ C' = K' \cdot \Lambda'_c \ ; \ D' = K' \cdot \Lambda'_b \text{ ist,}$$

$$(8) \qquad a_2'^2 = \frac{\Lambda'_b \Lambda'_c}{\Lambda'_a \Lambda'_b} \cdot sin\ a_2'^2 \cdot K \quad ; \quad a_1'^2 = \frac{\Lambda'_a \Lambda'_b}{\Lambda'_b \Lambda'_c} \cdot sin\ a_1'^2 \cdot K';$$

Weil aber $a_1' = 2a_1, \ldots; D' = 4D \ldots; \Lambda'_a = L_a \ldots,$ so erhält man hieraus augenblicklich für das Oktaeder:

$$(9) \qquad \begin{aligned} a_2^2 &= \frac{L_b L_c}{L_a L_b} sin\ a_2^2 \cdot K \quad ; \quad a_1^2 = \frac{L_a L_b}{L_b L_c} sin\ a_2^2 \cdot K; \\ b_2^2 &= \frac{L_a L_c}{L_b L_b} sin\ b_2^2 \cdot K \quad ; \quad b_1^2 = \frac{L_b L_b}{L_a L_c} sin\ b_1^2 \cdot K; \\ c_2^2 &= \frac{L_a L_b}{L_c L_b} sin\ c_2^2 \cdot K \quad ; \quad c_1^2 = \frac{L_c L_b}{L_a L_b} sin\ c_1^2 \cdot K. \end{aligned}$$

Um daher das Quadrat einer Oktaederkante zu finden, hat man nur von den dieser Kante anliegenden Flächen, so wie von den ihr nicht anliegenden Flächen die Zwischenkeile zu nehmen, das Product der L-Functionen der beiden ersteren durch das der beiden letzteren zu dividiren, und den Quotienten mit dem Quadrate vom Sinus des der fraglichen Kante zugehörigen Oktaederkeils der Oktaederconstante zu multipliciren.

In jenen Formeln ist demnach

$$(10) \qquad \begin{aligned} L_a &= \sqrt{sin\ \tfrac{1}{2}(a_2 + b_1 + c_1)\ sin\ \tfrac{1}{2}(-a_2 + b_1 + c_2)\ sin\ \tfrac{1}{2}(a_2 - b_1 + c_1)} \\ &\quad sin\ \tfrac{1}{2}(a_2 + b_1 - c_1); \\ L_b &= \sqrt{sin\ \tfrac{1}{2}(a_1 + b_2 + c_1)\ sin\ \tfrac{1}{2}(-a_1 + b_2 + c_1)\ sin\ \tfrac{1}{2}(a_1 - b_2 + c_1)} \\ &\quad sin\ \tfrac{1}{2}(a_1 + b_2 - c_1); \end{aligned}$$

$$L_c = \sqrt{\sin\tfrac{1}{2}(a_1+b_1+c_2)\sin\tfrac{1}{2}(-a_1+b_1+c_2)\sin\tfrac{1}{2}(a_1-b_1+c_2)\sin\tfrac{1}{2}(a_1+b_1-c_2)};$$
$$L_b = \sqrt{\sin\tfrac{1}{2}(a_2+b_2+c_2)\sin\tfrac{1}{2}(-a_2+b_2+c_2)\sin\tfrac{1}{2}(a_2-b_2+c_2)\sin\tfrac{1}{2}(a_2+b_2-c_2)}; \quad (10)$$

wesshalb dieselbe eine ununterbrochene logarithmische Berechnung der Kanten zulassen, was für die Anwendung von Werth ist.

Auch folgt beiläufig noch aus (9), dass in unserem Oktaeder

$$\frac{a_1 a_2}{\sin a_1 \sin a_2} = \frac{b_1 b_2}{\sin b_1 \sin b_2} = \frac{c_1 c_2}{\sin c_1 \sin c_2} = K \quad (11)$$

sein muss, welche Beziehung für andere Zwecke als die gegenwärtigen vielfache Brauchbarkeit hat.

Nachdem jetzt die Oktaederkanten durch die Keile bestimmt sind, ist es leicht, hieraus die Axen zu finden. In den drei Diagonalparallelogrammen

$$\mathfrak{b}'\mathfrak{c}'\mathfrak{b}''\mathfrak{c}'', \quad \mathfrak{c}'\mathfrak{a}'\mathfrak{c}''\mathfrak{a}'', \quad \mathfrak{a}'\mathfrak{b}'\mathfrak{a}''\mathfrak{b}''$$

nämlich ist nach einem bekannten planimetrischen Satze

$$4b^2 + 4c^2 = 2a_1^2 + 2a_2^2;$$
$$4c^2 + 4a^2 = 2b_1^2 + 2b_2^2;$$
$$4a^2 + 4b^2 = 2c_1^2 + 2c_2^2.$$

Diese Gleichungen geben sofort die Werthe der drei Oktaederaxen durch dessen Kanten, nämlich:

$$4a^2 = -a_1^2 - a_2^2 + b_1^2 + b_2^2 + c_1^2 + c_2^2;$$
$$4b^2 = +a_1^2 + a_2^2 - b_1^2 - b_2^2 + c_1^2 + c_2^2; \quad (12)$$
$$4c^2 = +a_1^2 + a_2^2 + b_1^2 + b_2^2 - c_1^2 - c_2^2;$$

in welche Gleichungen man nur die in (9) enthaltenen Ausdrücke einzusetzen hat, um die Axen unmittelbar durch die Keile auszudrücken.

Nachdem jetzt ausser den Kanten a_1, a_2, .. auch die Axen a, b, c des Oktaeders gefunden sind, lassen sich eben so leicht auch die Axenwinkel bestimmen. Legt man hierbei diejenige Ecke in o zu Grunde, welche der Fläche D gegenüber liegt, und bezeichnet die Winkel

$$\mathfrak{b}'o\mathfrak{c}', \quad \mathfrak{c}'o\mathfrak{a}', \quad \mathfrak{a}'o\mathfrak{b}'$$

mit

$$\hat{bc}, \quad \hat{ca}, \quad \hat{ab},$$

so hat man

$$cos\ \hat{bc} = \frac{-a_1^2 + b^2 + c^2}{2bc},$$

und weil nach (12)

$$b^2 + c^2 = \tfrac{1}{2}a_1^2 + \tfrac{1}{2}a_2^2$$

ist,

$$(13)\quad cos\ \hat{bc} = \frac{-a_1^2 + a_2^2}{4bc};\ cos\ \hat{ca} = \frac{-b_1^2 + b_2^2}{4ac};\ cos\ \hat{ab} = \frac{-c_1^2 + c_2^2}{4ab}.$$

Würde, jedoch ohne Vortheil für die Rechnung, ein von den Axen gänzlich freier Ausdruck für die Axenwinkel verlangt, so wäre noch $1 - cos\ \hat{bc}^2 = sin\ \hat{bc}^2$ zu berechnen, und $\frac{cos\ \hat{bc}^2}{sin\ \hat{bc}^2} = tang\ \hat{bc}^2$ zu suchen. Dann erhielte man nach gehöriger Vereinfachung und Umformung

$$tang\ \hat{bc} = \frac{\sqrt{(2a_1a_2 + b_1^2 + b_2^2 - c_1^2 - c_2^2)\ (2a_1a_2 - b_1^2 - b_2^2 + c_1^2 + c_2^2)}}{-a_1^2 + a_2^2};$$

$$(14)\quad tang\ \hat{ca} = \frac{\sqrt{(2b_1b_2 + c_1^2 + c_2^2 - a_1^2 - a_2^2)\ (2b_1b_2 - c_1^2 - c_2^2 + a_1^2 + a_2^2)}}{-b_1^2 + b_2^2};$$

$$tang\ \hat{ab} = \frac{\sqrt{(2c_1c_2 + a_1^2 + a_2^2 - b_1^2 - b_2^2)\ (2c_1c_2 - a_1^2 - a_2^2 + b_1^2 + b_2^2)}}{-c_1^2 + c_2^2};$$

Sonach sind aus den sechs Oktaederkeilen sowohl die Axenverhältnisse, als die Axenwinkel, und zwar ohne Hülfe von Coordinaten, auf völlig elementarem Wege durch Rechnung abgeleitet worden, wobei es sich von selbst versteht, dass, weil es in der Krystallographie blos auf die Gestalt ankommt, die Oktaederconstante = 1 zu setzen ist.

Es werden nun noch die obigen allgemeinen Formeln auf die verschiedenen Krystallsysteme anzuwenden sein.

Werden alle Oktaederkeile einander gleich,

$$a_1 = a_2 = b_1 = \ldots = m,$$

so erhält man aus der Bedingungsgleichung (4)

$$1 - 6\ cos\ m^2 + 8\ cos\ m^3 - 3\ cos\ m^4 = 0.$$

Hier lässt sich die linke Seite in Factoren zerlegen, indem

$$1 - 6\ cos\ m^2 + 8\ cos\ m^3 - 3\ cos\ m^4 = (1 - cos\ m)^3\ (1 + 3\ cos\ m)$$

ist. Die Wurzeln der Gleichung sind demnach

$$cos\ m = 1;\ cos\ m = -\tfrac{1}{3}$$

deren erstere auf $m = o$ führt, also hier unbrauchbar ist, während die letztere den Cosinus des Keils vom regulären Oktaeder gibt.

Findet sich erstens

$$\hat{a}_1 = \hat{a}_2 \; ; \; \hat{b}_1 = \hat{b}_2 \; ; \; \hat{c}_1 = \hat{c}_2,$$

so wird

$$L_a = L_b = L_c = L_\delta,$$

folglich auch

$$a_1 = a_2 \; ; \; b_1 = b_2 \; ; \; c_1 = c_2,$$

wegen (9), und wegen (13)

$$cos\, \hat{bc} = cos\, \hat{ca} = cos\, \hat{ab} = 0,$$

also

$$\hat{bc} = \hat{ca} = \hat{ab} = 90°.$$

Sind je zwei Oktaederkeile, deren Kanten in einer und derselben Diagonalfläche liegen, einander gleich, so sind die Axen des Oktaeders aklinisch, indem sie auf einander senkrecht stehen, und die Diagonalflächen sind gleichseitige Parallelogramme.

Ist ausserdem

$$\begin{aligned}
&1)\ \hat{a}_1 = \hat{b}_1 = \hat{c}_1, \\
&2)\ \hat{a}_1 (=) \hat{b}_1 \; ; \; \hat{b}_1 = \hat{c}_1, \\
&3)\ \hat{a}_1 (=) \hat{b}_1 \; ; \; \hat{b}_1 (=) \hat{c}_1 \; ; \; \hat{c}_1 (=) \hat{a}_1,
\end{aligned}$$

so wird auch beziehungsweise

$$\begin{aligned}
&a_1 = b_1 = c_1, \\
&a_1 (=) b_1 \; ; \; b_1 = c_1, \\
&a_1 (=) b_1 \; ; \; b_1 (=) c_1 \; ; \; c_1 (=) a_1;
\end{aligned}$$

und daher auch

$$\begin{aligned}
&a = b = c; \\
&a (=) b \; ; \; b = c; \\
&a (=) b \; ; \; b (=) c \; ; \; c (=) a;
\end{aligned}$$

wo $m\ (=)\ n$ bedeutet, dass m ungleich n sei.

Wenn zweitens

$$\hat{a}_1 (=) \hat{a}_2 \; ; \; \hat{b}_1 = \hat{b}_2 \; ; \; \hat{c}_1 = \hat{c}_2$$

gefunden wird, so ergibt sich

$$cos\, \hat{bc} (=) 0 \; ; \; cos\, \hat{ca} = cos\, \hat{ab} = 0,$$

also $\quad \hat{bc} (=) 90° \; ; \; \hat{ca} = \hat{ab} \quad 90°,$

wesshalb dann die Axen monoklinisch sind.

Wird drittens

$$\hat{a}_1 (=) \hat{a}_2 \; ; \; \hat{b}_1 (=) \hat{b}_2 \; ; \; \hat{c}_1 = \hat{c}_2$$

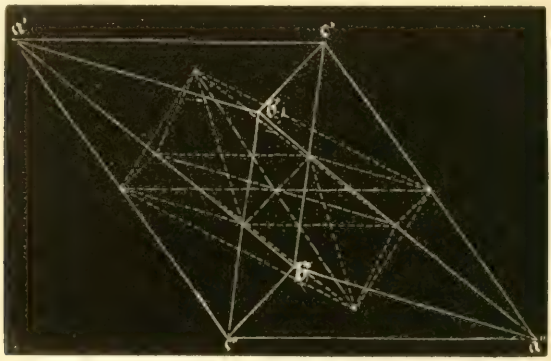
gefunden, so zeigt sich, dass

$$\hat{bc} (=) 90° \; ; \; \hat{ac} (=) 90° \; ; \; \hat{ab} = 90°,$$

dass also die Axen diklinisch sind.

Die Ungleichheit viertens aller drei Paare von Keilen gibt das triklinische Axensystem, womit dann die Grundformen aller Krystallsysteme erschöpft sind.

Fig. 2.



Schliesslich soll hier noch die sechsseitige Doppelpyramide aus dem Oktaeder abgeleitet werden. Durch ein Oktaeder mit beliebig grossen und beliebig geneigten Axen sind vier verschiedene solche Doppelpyramiden bestimmt, welche ihre Spitzen in den Schwerpunkten zweier Gegenflächen und ihre Randecken in den Halbirungspunkten der zugehörigen sechs Zwischenkanten haben. Wir wollen diese Pyramiden, je nachdem sie zu den Oktaederflächen

$$D, \; C, \; B, \; A$$

gehören, mit $\mathfrak{D}, \; \mathfrak{C}, \; \mathfrak{B}, \; \mathfrak{A}$

und die Sechsecke mit $S_b, \; S_c, \; S_b, \; S_a$

bezeichnen.

Dann sind z. B. in Fig. (2) in $\mathfrak{D}$ die drei Nebenaxen parallel und gleich den Kanten a_1, b_1, c_1 des Dreiecks D, wesshalb sie einander unter denselben Winkeln halbiren, welche die Seiten a_1, b_1, c_1

mit einander bilden, und in einem mit den Oktaederflächen D parallelen Sechsecke, hier S_b, liegen.

Die Hauptaxe von $\mathfrak{D}$ fällt, wie man sich augenblicklich überzeugt, längs der Verbindungslinie des Scheitels $\mathfrak{d}$ mit der Fläche D' in dem zum Oktaeder gehörigen Tetraeder. Sie ist daher halb so gross als diese Tetraederschwerlinie und hat gegen das Sechseck S_b dieselbe Neigung, als diese Schwerlinie gegen die Tetraederfläche D', so dass sich die Hauptaxe von $\mathfrak{D}$ wie deren Neigung gegen S_b aus den entsprechenden Eigenschaften des Tetraeders vollständig bestimmen, und zuletzt durch die Oktaederkanten oder Oktaederkeile ausdrücken liesse.

Da aber in der Krystallkunde nur solche sechsseitige Doppelpyramiden in Betracht kommen, deren Hauptaxe auf den drei Nebenaxen senkrecht steht, und worin zugleich die Nebenaxen unter einander gleiche Grösse und Neigung haben: so bedarf es hier nicht jener allgemeinen Untersuchung, indem wir blos zu ermitteln haben, aus welchen Oktaedern sich diese besonderen Doppelpyramiden hervorbringen lassen.

Weil die Nebenaxen einander gleich sein sollen, so müssen den obigen allgemeinen Erörterungen zufolge die Seiten des Dreiecks D einander gleich sein, woraus dann von selbst folgt, dass die drei Axen auch gleiche Winkel mit einander bilden. Damit ferner die Hauptaxe von $\mathfrak{D}$ auf S_b senkrecht stehe, so muss auch die mit ihr zusammenfallende Tetraederschwerlinie auf der Tetraederfläche D' senkrecht stehen. Nun ist D' ein gleichseitiges Dreieck, weil D ein solches war. Es steht daher der Schwerpunkt von D' von dessen drei Ecken gleich weit ab. Demnach müssen auch die der Ecke $\mathfrak{d}$ anliegenden Tetraederkanten a'_2, b'_2, c'_2 einander gleich sein. Tragen wir diese Bedingungen auf das Oktaeder über, so ergibt sich für unser $\mathfrak{D}$, dass von dessen Kanten $a_1 = b_1 = c_1 = m_1$, so wie $a_2 = b_2 = c_2 = m_2$ sein muss. Ausserdem sind in dem zugehörigen Tetraeder sowohl die der Fläche D', als auch die der Gegenecke $\mathfrak{d}$ anliegenden Keile einander gleich, wesshalb auch im Oktaeder

$$\hat{a}_1 = \hat{b}_1 = \hat{c}_1 = \hat{m}_1;$$
$$\hat{a}_2 = \hat{b}_2 = \hat{c}_2 = \hat{m}_2$$

und demnach auch

$$L_a = L_b = L_c$$

ist, während L einen hiervon verschiedenen Werth haben kann, weil letztere Function blos von m_2 abhängt. Hieraus geht hervor,

dass eine sechsseitige Doppelpyramide mit drei gleichen und gleich geneigten Nebenaxen und mit senkrechter Hauptaxe sich immer aus einem Oktaeder hervorbringen lässt, worin die einem Flächenpaare anliegenden, so wie die zugehörigen Zwischenkeile jede für sich einander gleich sind.

Die Hauptaxe der Doppelpyramide ist gleich der halben zugehörigen Schwerlinie des Tetraeders, also $= \nu(m_2^2 - \frac{1}{3}m_1^2)$, während jede Nebenaxe $= m_1$ ist, welche beiden Werthe sich endlich nach (9) durch die Oktraederkeile ausdrücken lassen. Hiermit ist daher auch das Axenverhältniss unserer Pyramide aus den Oktaederkeilen bestimmt.

Bezeichnet φ den Keil, welchen eine Seitenfläche unserer Doppelpyramide mit dem Sechseck S_6 macht, so ist, wie man durch eine leichte Rechnung findet,

$$cos\ \varphi^2 = \frac{9m_1^2}{5m_1^2 + 12m_2^2};$$

$$sin\ \varphi^2 = \frac{-4m_1^2 + 12m_2^2}{5m_1^2 + 12m_2^2};$$

$$tang\ \varphi^2 = \frac{-4m_1^2 + 12m_2^2}{9m_1^2}$$

und weil $cos\ \varphi^2 - sin\ \varphi^2 = cos\ 2\varphi$, so wird

$$cos\ 2\varphi = \frac{13m_1^2 - 12m_2^2}{5m_1^2 + 12m_2^2}$$

wodurch der an einer Randkante der Doppelpyramide liegende Keil bestimmt ist, dessen Cosinus im regulären Oktaeder $= \frac{4}{17}$ wird.

Ist endlich χ der an einer Seitenkante liegende Keil der Doppelpyramide, so wird wegen $cos\ \chi = cos\ \varphi^2 + sin\ \varphi^2 . cos\ 120^0$, nach Einsetzung der so eben angegebenen Werthe

$$cos\ \chi = -\frac{7m_1^2 + 6m_2^2}{5m_1^2 + 12m_2^2}$$

womit sonach auch der Seitenkeil der Pyramide gefunden ist.

Vorträge.

Versuch einer naturgemässen Erklärung der ehemaligen Temperatur-Verhältnisse auf dem Erdballe, insbesondere während der älteren Steinkohlen-Periode, so wie auch der Möglichkeit der Entstehung der Steinkohle in den Polar-Gegenden.

Von dem w. M., Dr. **Ami Boué.**

So wenig unsere ehemaligen Theorien den gründlichen Physikern und Chemikern munden konnten, um so mehr bringen uns die neuen Entdeckungen in der Geologie, Physik und Chemie, mit den Ansichten jener Gelehrten in Übereinstimmung, die, grösstentheils glücklicher als wir, schon die Periode der hohlen Theorien der Baconischen Zeit hinter sich haben, und bei der Zeit der Strenge des mathematischen Beweises angelangt sind. Ohne die ältesten Pflanzen-Anhäufungen gehörig botanisch studirt zu haben, glaubten Geologen sich ermächtigt für die ältere Steinkohlen-Periode ein wenigstens tropisches Klima für die ganze Oberfläche des Erdballes ansprechen zu können. Jetzt kennt man aber die fossilen Floren schon etwas besser, da geschickte Botaniker endlich auch diesem Theile ihres Bereiches ihre Aufmerksamkeit schenkten, und zu gleicher Zeit sowohl grosse Fortschritte in der gründlichen Kenntniss der Insular-Floren, als auch in dem bedeutenden Einflusse der warmen und feuchten Luft auf den Pflanzenwuchs gemacht wurden. Aus diesem Allem stellt sich jetzt heraus, dass die ältere Steinkohlen-Flora eine gemässigte Mittel-Insel-Temperatur von ungefähr 20 bis 25° beurkundet, wie es auch unser Collega Unger ausgesprochen hat.

Andererseits führten scheinbar alle mathematischen und physikalischen Untersuchungen, so wie viele Experimente über die Erd-Temperatur zu den Schlusse, dass der Erdball ehemals feuer-flüssig oder selbst gasartig war, und sich nur nach und nach abgekühlt hat. Wird dieses zugegeben, so ist die Hauptursache des Vorhandenseins der obenerwähnten Temperatur während der Steinkohlen-Periode dadurch gefunden.

Da die Erde damals noch nicht so abgekühlt sein konnte wie jetzt, so war es ihrer Hitze-Ausströmung leicht möglich, ein solches Klima an ihrer Oberfläche hervorzubringen, um so mehr, als wahrscheinlich noch keine grossen Continente und Gebirgsketten über die Wasserfläche hervorragten und es somit nur eine Inselwelt gab. Auf diese Weise wird aber nicht nur die immer wieder hervorgesuchte Hypothese einer Erd-Axen-Verrückung gänzlich unnütz, sondern auch das Übertragen der tropischen Verhältnisse auf die gemässigten und Polar-Zonen während dieses Zeitraumes. Dass damals die Temperatur zwischen den Tropen höher war als jetzt, könnte man darnach logisch schliessen, und gerade durch diese grosse Hitze die gänzliche Abwesenheit oder, wenn man will, nur die grössere Seltenheit der älteren Steinkohlen in jenen Erdgürteln sich möglichst einfach erklären. Die grosse Hitze wie die grosse Kälte sind ja die Feinde des Organischen. Bis zu diesen Augenblick bleibt die ältere Kohle auf dem jetzt unter einer gemässigten Temperatur stehenden Plateau von Bogota der einzige bekannte Fall einer solchen alten Pflanzenanhäufung unter den Tropen. Was die Kohlen Borneo's und der Halbinsel Malacca betrifft, so ist es noch immer nicht hinlänglich bewiesen, dass sie gänzlich oder vielleicht nur theilweise etwas anderes als jüngere oder selbst tertiäre Arten sind.

Wäre dieses alles annehmbar, so würde man ungefähr die mittlere Temperatur unter den Tropen zur Zeit der Steinkohlen-Formation bestimmen können, indem man zu dem jetzigen Werthe dieser Temperatur zwischen den Wendekreisen oder dem von 23·5° bis 30° oder ungefähr 27° R. die Differenz addiren würde, welche zwischen der damaligen mittleren Temperatur der gemässigten Zone und der jetzigen oder zwischen 20—25° R. und 10—15 oder 20° R. besteht. Das Resultat wäre 32 bis 37° R. Auf dieselbe Weise käme man auch zur Kenntniss der damals grössten Hitze unter den Tropen, weil man die erwähnten Differenzen der jetzt bekannten grössten Hitze unter den Tropen addiren könnte. Das Resultat würde einen Hitzegrad gleich 43 bis 56° R. geben, so dass die Möglichkeit des organischen Lebens fast ganz ausgeschlossen bliebe, wenn möglicherweise doch hie und da noch Stellen hätten vorhanden sein können, die keiner ganz so hohen Temperatur ausgesetzt gewesen wären.

In meiner Abhandlung „über die plastische Form der Erdoberfläche zu verschiedenen geologischen Zeiten, so wie über die Temperatur-Verhältnisse des Erdballes (Bull. Soc. géol. de Fr. 1852, B. 9, S. 347)“ habe ich schon gezeigt, dass die Grenze des Lebenden selten 56° überschreitet und nur einzelne wenige Wesen unter Temperaturen von 74 und 77° R. oder selbst 98° Cels. aushalten können. Diese letzteren sind nur gewisse Gattungen von Pflanzen, Infusorien, Schwämmen, Korallen und Mollusken. Unter den höheren oder Wirbelthieren ist es nur gewissen gepanzerten Fischen und Reptilien gegönnt, dauernd in einer so bedeutenden Wärme, wie 56°, leben zu können. Ich füge ausdrücklich dauernd hinzu, weil vierfüssige Thiere sowohl, als Menschen noch viel grössere Hitzegrade ertragen können [1]), obgleich sie mit der Zeit darin verschmachten würden, die animalische Hitze der Menschen und warmblutigen Thiere nur 29°7 R. im Durchschnitte erreicht. Darum sich auch die Fauna und Flora der primären Zeiten auf jene der erwähnten Thiere und Pflanzen beschränkt.

Wenn man aber diese damals wahrscheinlich vorhandene hohe Temperatur unter den Tropen nicht leugnen kann, so folgt auch daraus, dass, obgleich die ältere Steinkohlenflora überall auf eine ziemlich gleichmässige Insular-Temperatur hinweist, dieses doch das schon damalige Vorhandensein von eigenen Klimaten für die gemässigten und Polar-Zonen nicht ausschliesst. Wie in unseren Tagen der Lauf der Erde um die Sonne für jene Gegenden unseres Planeten verschiedene Jahreszeiten verursacht, so musste es damals, nur unter anderen Temperaturwerthen, sein, wenn man nicht an den ewig-dauernden Gesetzen der Astronomie zweifeln will.

Erhebt sich der Werth der jetzigen mittleren Temperatur unter den Tropen auf 23°5 bis 30°, so läuft daneben eine Zone von 20° bis 23°5 und höher eine von 20° bis 15°, indem noch weiter gegen die Pole eine von 10—5 und eine von 5—0 dazu kommt. Ähnliche Isothermen müssen immer bestanden haben, wenn auch nicht so viele Zonen gewesen sein mögen, und der Ausdruck ihrer Werthe anders war. Wenn man sich aber erinnert, dass ich im Jahre 1848 durch paläontologische und geologische Thatsachen nicht nur dieses Vor-

[1]) Compt. R. Ac. d. Sc. Paris 1836, B. 1, S. 211 u. Blagden, Lond. phil. Transac. 1775, etc.

handensein der Isothermen, sondern eine der jetzigen Form der Isothermen sehr nahen Ausbreitung, wenigstens schon retrorsum bis zu der jüngsten jurassischen Periode verfolgt habe [2]), so sieht man ein, dass es sich nur mehr um den ältesten Theil dieser Paläotemperatur-Vertheilungsverhältnisse handelt. War damals die mittlere Temperatur in den gemässigten Zonen 20 bis 25°, so konnte sie in den Polargegenden doch nur 20 bis 21° betragen, ohne dass dadurch das Leben der jetzt dort begrabenen Steinkohlenpflanzen ganz unmöglich geworden wäre.

Zu gleicher Zeit musste auch, wie heut zu Tage, ein ähnlicher Abstand zwischen den extremen niedrigen und hohen Temperaturen in jenen verschiedenen Zonen vorhanden sein. Wenn man die Extreme der Temperatur in jetzigen Inseln unter einer mittleren Temperatur von 20 bis 25°, wie in den Antillen, als Ausgangsthatsache annimmt, so folgt daraus, dass in der Steinkohlenperiode in den gemässigten Zonen die Temperatur wenigstens bis 12 und 10° fallen und bis 36—42° steigen konnte. Die beiden Werthe mussten sich aber schon etwas anders in den Polarinseln herausstellen, vorzüglich wenn man annehmen könnte, dass da schon nicht nur winterliche Nebel, sondern selbst ein förmlicher Winter war. Wäre es selbst denkbar, dass zu jener Zeit sich schon Eis bilden konnte, so müsste die Temperatur unter Null fallen und nie höher als vielleicht 33° im Sommer gestiegen sein.

Kann Niemand eine Einwendung gegen dieses machen, so wird man unwillkürlich zu der Frage geführt, was geschah während der Winterszeiten in jenen gemässigten Gegenden der Erde? War die Hitze-Ausströmung der Erde noch so bedeutend, um selbst während des Winters dieselbe Mitteltemperatur von 20 bis 25° zu unterhalten oder war dieses nur in gewissen Gegenden der Fall, die näher den Tropen lagen, oder sank im Gegentheile wirklich damals die Mitteltemperatur im Winter in manchen gemässigten Gegenden und vorzüglich gegen die Erdpole?

Kömmt man auf diese Weise zur gründlichen Überzeugung, dass es zu allen Zeiten, wie jetzt auf dem Erdballe Isothermal-Zonen und Klimate gab und dass die entgegengesetzte Meinung keinen Halt

[2]) Bull. de la soc. géol. de Fr. 1848. B. 3, S. 276—278. Mitthl. d. Fr. d. Naturwiss. in Wien 1848, B. 4, S. 136 u. 201, akad. Sitzungsber. 1850, S. 67.

habe, so müssen sich diese klimatischen Verschiedenheiten in dem verschiedenen Charakter des damals in verschiedenen Gegenden der Erde verschütteten Organischen wieder finden. In der That ist schon etwas Ähnliches entdeckt worden, doch Manches bleibt noch an das Licht zu fördern.

Andererseits sieht es aber ziemlich unwahrscheinlich mit der Anwendung der Regen- und trocknen Zeiten der Tropen für die Erklärung der Bildung jener erstaunlichen Abwechslungen von Erde, Sand, Gerölle und Pflanzentheilen aus. Wenn an dieser Hypothese möglicherweise etwas Wahres wäre, so muss man noch vorzüglich in den Polar- sowie in den nördlichen oder australischen Theilen der gemässigten Zonen die geologischen Hervorbringungen der Winterszeiten berücksichtigen. Ob diese letzteren nicht auch eine bedeutende Rolle in jener scheinbaren fast periodisch wiederkehrenden Ordnung der Erde, Sand, Gerölle und Pflanzentheile gehabt haben mögen. Da aber heut zu Tage die Mittel- und extremen Temperaturen der Winterszeiten verschiedenartig sich gestalten und diese Differenzen in der Folge der Zeiten sich manchmal gar als verschiedene Reihenfolgen von Jahren herausstellen, so musste daraus folgerichtig eine correspondirende Verschiedenheit in den Erd- und Pflanzenablagerungen entstehen. Dieses würde erklären, warum wir in dieser regelmässigen Wiederkehr des Erdigen oder Steinigen, so wie des Organischen, doch manche Sprünge und Verschiedenheiten sowohl in der allgemeinen oder localen Menge der Mächtigkeit des Abgelagerten als in der Reihenfolge der Schichten bemerken. Was sich aber während der häufigsten Regen- und der trockensten Jahreszeiten bildete, muss in allen Fällen seinen eigenen Charakter der Über-, Weg- und Anschwemmung oder der erdigen Ablagerung an sich tragen. Dieses wird in der Folge gewiss wissenschaftlich ausgemittelt werden können, und dann erst werden wir über die wahre Zeitdauer einer solchen Steinkohlenperiode etwas Annäherndes bestimmen können.

Gehen wir zu den Polargegenden über, so finden wir, dass daselbst die Schnee- und Eisbildung alle geologischen Formationen nach den älteren Steinkohlen fast unmöglich gemacht hat. Da liegen denn vor unseren Augen noch jene Insular-Gegenden, die zu jener Zeit vorherrschend waren. Wenn aber dieses Aufhören in der Bil-

dung des Anorganischen in jenen Gegenden nach jener Zeit eine Wahrheit ist, so muss dieses natürlich zur Erkenntniss führen, dass schon während der Steinkohlen-Periode die Winterszeiten da viel kälter sein mussten als in der gemässigten Zone, so dass man dadurch neuere Beweise der damaligen verschiedenen Klimate bekömmt, und wahrscheinlich davon die Producte in den Polar-Steinkohlen-Ablagerungen erkennen wird.

Diese Betrachtungen können selbst zu der Frage führen, ob diese Winterkälte nicht tödtlich für viele jener damals vorhandenen Pflanzen wirkte; — was man vielleicht durch das Verschiedenartige ihrer Polar-Ablagerung gegen diejenigen in den gemässigten Zonen, auch einmal entdecken wird. Könnte man anderntheils wirklich annehmen, dass dieses der Fall gewesen ist, so fällt die so oft vorgetragene Schwierigkeit, das Wachsen der Pflanzen ohne Licht im Winter an den Polen zu erklären, ganz weg. Es wäre daselbst zu jener Zeit nichts gewachsen oder nur gewisse Gewächse hätten den Winter überlebt. Doch, wie gesagt, müssten dieses der Bergmann und Geognost durch die Art der Abwechslung und der Lagerung des Anorganischen und Organischen erst beweisen.

Wenn wir berechtigt sind zu jener Zeit unter den Tropen eine grössere Hitze als zu der unserigen und sonst überall eine höhere mittlere Temperatur als jetzt anzunehmen, so müssen wir uns auch eine grössere Expansivkraft der Wasserdünste, einen viel grösseren Contrast zwischen der Wärme an der Erdoberfläche und der Kälte in den höchsten Regionen des Luftkreises und darum auch stärkere Äusserungen der elektrischen und magnetischen Kräfte denken. Nehmen wir aber die sinnreiche thermo-voltaische Hypothese des Herrn De la Rive und Faraday über die Hervorbringung der Nordlichter an [1]), so kommen wir zu dem Schlusse, dass diese Phänomene zu jener Zeit an den Polen eine Intensität haben mussten, die fast den ganzen Winter hindurch die Sonnenstrahlen ersetzen konnten. Wenn die grössere Hitze unter den Tropen schon eine solche Steigerung erzeugen würde, wie viel grösser müsste sie aber durch eine höhere mittlere Temperatur noch dazu in den andern Zonen werden. Dass dieser Ersatz auf keine Weise dem Pflanzenwuchs tödtlich sein konnte, scheint

[1]) Comptes Rendus Acad. Sc. d. Paris 1849, B. 29, S. 413, od. Anm. d. Ch. et Phys. 1848, B. 25.

schon bewiesen zu sein, auch sind wohl am Ende die Sonnenstrahlen im Grunde nicht von jenen verschieden. Auf diese Art ersieht man, dass die gegen die Lehren der Astronomie verstossende Annahme von der Verschiebung der Erdaxe auch für die Möglichkeit der älteren Steinkohlenbildung in den Polargegenden ganz und gar nicht nothwendig ist. Es ist hohe Zeit, dass diese schlechte Hypothese aus der Geogenie verschwinde, die für dieselbe das ist, was das Perpetuum mobile in der Mechanik oder die Quadratur des Cirkels in der Mathematik.

Würden selbst Astronomen für die Anstossungen und Zertrümmerungen der Gestirne den mathematischen Beweis liefern, so möchten diese für die Erde dann noch möglichen Fälle wenigstens nicht häufig vorgekommen sein; Kloeden's und Boucheporn's Fantasien blieben auf diese Weise ausgeschlossen und nur als letztes Auskunftsmittel zur Auflösung eines Räthsels würde man solche Katastrophen gebrauchen können.

Ich zweifle nicht im Mindesten, dass man bald auch zu ähnlichen numerischen Bestimmungen über die wahrscheinlichen mittleren und extremen Temperaturen der jüngeren geologischen Periode kommen wird. Man wird hiebei sowohl die bekannten Bedingungen der Temperatur für das Gedeihen der gefundenen Pflanzen- und Thiergattungen als auch die späteren Einflüsse der Continente und Gebirgszüge und die Ursachen des Vorhandenseins der Isothermen berücksichtigen müssen. Nur fleissig arbeiten und sammeln, und die geognostische Aufnahme eben so ins Detail treiben wie die Paläontologie. Mögen Manche sich jetzt darüber langweilen und über Speciesmacherei spotten, es wird die Zeit heran kommen, wo gerade alles dieses scheinbar Winzige nicht nur geläutert, sondern auch zu den wichtigsten Entdeckungen über die Paläo-Meteorologie und die Paläo-Orographie führen wird, indem es auch zu gleicher Zeit den wahren Schlüssel zu der Hervorbringung der jetzt noch so wunderbar scheinenden Reihenfolge des Organischen geben wird.

Bis jetzt haben wir durch unsere Kenntnisse der fossilen Pflanzen und Thiere nur erfahren, dass die ausgestorbenen ein tropisches und subtropisches Klima bis wenigstens in die Eocenperiode verkündigen. Doch dieses schliesst ganz und gar nicht eine allgemein verminderte Hitze-Ausströmung von Seite der Erde aus, denn dieser Wärmeverlust konnte leicht durch die verschiedene Beschaffenheit

und Lage der trockenen Erdtheile ausgeglichen werden. Man weiss nämlich, dass die Wärme der tropischen Continente viel grösseren Variationen, als die der Insular-Theile ausgesetzt ist, und dass die mittlere jährliche Temperatur in ersteren höher als in letzteren steigt. Während der ganzen Flötzperiode gewannen augenscheinlich viele Inseln an Umfang, wenn auch andere verschwanden oder andere kleinere dazu kamen. Dann entstanden auch gewisse Gebirgsketten. Auf diese Weise wird es möglich zu begreifen, dass, obgleich die Erde sich doch noch etwas abkühlte, die mittlere Temperatur in den gemässigten Zonen, wenigstens bis zur mittleren Jurazeit oder selbst bis zur Kreide, noch von 20 bis 25° R. variiren konnte, indem in Polargegenden schon Eis und Schnee das ganze Jahr lag und diese Anhäufungen immer bedeutender wurden, je näher wir der Eocenzeit vorrücken.

Unter den Tropen musste aber die Temperatur nicht mehr sehr verschieden von der jetzigen in jenen Zonen gewesen sein, weil wir sonst nicht so viele Thier- und Pflanzenüberreste in den Flötzschichten jener Gegenden finden würden. Würde es sich besonders bestätigen, dass die Permische und Muschelkalk-Formation in dem tropischen Amerika fehlen, oder dass wenigstens die sie ersetzenden Gebilde keine Versteinerungen oder nur sehr sparsam einige führen, so hätte man wieder Anlass an eine für das Leben in jenen Gegenden zu grosse Hitze zu jenen Zeiten vielleicht glauben zu können.

Auf der andern Seite, wenn wir uns erinnern, dass die jurassische Paläontologie nur auf solche Typen organischer Wesen hindeutet, wie wir sie noch heut zu Tage in Australien finden, so folgt wieder daraus, dass die mittlere Temperatur in den gemässigten Zonen jener Zeiten eine mehr insular-subtropische als tropische war. Doch konnte es in den subtropischen Gegenden ähnlicher Länder auch ziemlich hohe Gebirge gegeben haben, die ein sehr gemässigtes Klima oder selbst Schnee, wenigstens im Winter, aufzuweisen hatten. In den gemässigten Zonen waren aber keine Gletscher weder in der Jura-, noch in der Kreide- und Eocen-Periode vorhanden, weil sie sonst erratische Blöcke zurückgelassen hätten, was nicht der Fall ist.

Das Ende dieses subtropischen Klimas, vielleicht nicht über 21° oder 23° R. mittlerer Temperatur, musste aber in den gemässigten Zonen nach der Eocen-Periode aufhören, weil zu und nach jener

letzteren ungeheuere Gebirgsketten vorzüglich in ostwestlichen Richtungen entstanden, die, mit der Vergrösserung der Continente gleiche Schritte haltend, die jetzigen Isothermen fast gänzlich herstellten und die Isotheren und Isochimenen ihre jetzige grösste Divergenz mittheilten.

Die miocene Periode vermittelte den Übergang von der subtropischen Temperatur während der Kreide- und Eocen-Zeiten zu der jetzigen und es herrschten schon sehr verschiedene Klimate nicht nur auf den Erdballe, sondern auch in einem und demselben Lande durch die verschiedene Höhe, welche verschiedene Erdtheile über das Meer einnahmen. Es gab kalte Waldgegenden wie gemässigte Ebenen, Schneeberge im Winter und wenigstens drückende Hitze im Sommer, wie im südlichen Europa.

In der Pliocen-Zeit waren die Temperatur-Verhältnisse fast überall die jetzigen, aber später durch Versenkungen gewisser Theile der Erdrinde gegen die Pole, machte sich die bis dahin weniger verspürte Polarkälte in den gemässigten Zonen fühlbar. Das Eismeer erstreckte sich südlicher, oder fand Mittel sein Wasser mit dem anderer Meere der gemässigten Zonen zu mischen, oder verminderte wenigstens in letzteren die jetzige vorhandene mittlere Temperatur um einige Grade. Manche Gebirgszüge vereisten, es bildeten sich Moränen und erratische Blöcke auf beiden Seiten des Äquators namentlich bis zum 35° nördlicher und 40° südlicher Breite. Spätere Continental-Hebungen entfernten diese abkühlenden Wasser- und Luftströmungen und nach und nach traten wieder die Pliocen- oder jetzigen Temperatur-Verhältnisse ein. Darum sind auch die organischen Überreste im erratischen Gebilde nur solche der jetzt noch lebenden Pflanzen und Thiere.

Note in Betreff der Grundgestalt der Glimmer.

Von **Joseph Grailich.**

(Vorgetragen in der Sitzung vom 16. März 1854.)

Wenn Mohs den Begriff der Species so definirt, dass sie der Complex der gleichartigen Naturproducte ist und die Gleichartigkeit wieder durch den sehr bestimmten und klaren Begriff der Reihen festgestellt wird, einen Begriff, der so nothwendig und natürlich sich in der Systematik darbietet, dass auch jene Mineralogen, die die Mohsischen Difinitionen ablehnen, sich in praxi seiner Principien bedienen, so folgt, dass innerhalb einer Species, nebst den physikalischen Merkmalen, auch die morphologischen einer stetigen Variation innerhalb gewisser, die Species charakterisirenden Grenzen, unterworfen sein können. Denn wenn man auch von der Allgemeinheit der Mohsischen Definition abstrahirt, in welcher dieser Fall mit enthalten ist, so muss schon eine einfache Betrachtung der Ursachen der Reihen in den physikalischen Merkmalen darauf zurückführen. In den meisten Fällen hängen sie nämlich mit der chemischen Constitution der Körper in der Weise zusammen, dass einer stufenweisen und unmerklich fortschreitenden Verschiedenheit in der Zusammensetzung (wobei das chemische Schema der Species, das von den Formeln der Varietäten wohl zu unterscheiden ist, unverändert bleibt) geringe, und nach dem Mohsischen Begriffe der Reihen wachsende Wandlungen in der äusseren Erscheinung entsprechen; denn es sind die äusseren Merkmale insgesammt doch nur der sinnliche Ausdruck des inneren Baues, so dass sie sich zu dem letzteren verhalten wie Wirkung zu Ursache, und umgekehrt.

Diesem den gemeinen Denkgesetzen abgeleiteten Grundsatze, stellt sich in dieser Allgemeinheit scheinbar die Erfahrung gegenüber, durch Thatsachen, deren Vorkommen so häufig ist, dass man Mühe hat, Beispiele anzuführen, die nicht widersprechend wären. Man sieht, dass die chemische Zusammensetzung der Minerale, strenge genommen, nie constant ist, indem selbst da, wo keine gesetzmässigen Substitutionen sich finden, Verunreinigungen von veränderlichem Betrage vorkommen können, ohne dass dadurch Krystallform und physikalisches Verhalten sich ändern; oder es variiren Farbe, Härte,

Dichte, Glanz, nur die Krystallgestalt beharrt — u. s. f. Dieser Widerspruch ist aber leicht zu lösen; man braucht nur anzunehmen, dass das Gesetz der gegenseitigen Abhängigkeit von der Art ist, dass bedeutende Veränderungen der einen Grösse nur sehr unmerkliche in der andern hervorzurufen im Stande sind, — und dasselbe gilt in seiner vollsten Allgemeinheit. Einen empirischen Beleg gebe ich in der folgenden kurzen Notiz, welche den seltenen Fall behandelt, wo die Abweichungen in der Zusammensetzung innerhalb einer Species so gross sind, dass ihr Einfluss bereits auf die Krystallisation sich ausdehnt, und zwar unbeschadet der Vollständigkeit der Reihen.

Ich habe in einem früheren Aufsatze eine Anzahl von Untersuchungen am Glimmer mitgetheilt, und dieselben seit der Zeit gelegentlich fortgesetzt, wenn ich neue Fundorte erhalten konnte. Nach diesen und den früheren Untersuchungen von Blake, Silliman und Senarmont dürfte die Summe der über den Glimmer festgestellten Thatsachen folgende sein:

1. Die Theilungsgestalt aller Glimmer ist ein gerades, rhombisches Prisma, dessen Diagonalen gegen die Krystallgestalt so liegen, dass die Macrodiagonale der einen in die Brachydiagonale der anderen fällt; Abweichungen von dieser Gestalt lassen sich immer aus Störungen der Krystallisation durch das Nebengestein erklären. Die spitzen Ecken der Theilungsgestalt und der Krystallgestalt sind oft abgestumpft, so dass beide häufig sechseckige Tafeln darstellen.

2. Die Abmessungen dieses Prismas sind innerhalb enger Grenzen veränderlich; die Winkel liegen aber immer in der Nähe von 120° und 60°.

3. Die Ebene der optischen Axen liegt bei den meisten Glimmern in der längeren Diagonale; doch kommen auch Glimmer vor, bei denen sie in die kürzere Diagonale fällt.

4. Der Winkel der optischen Axen variirt bei den macrodiagonalen Varietäten zwischen 78° — 50° und zwischen 15° und 0°; bei den brachydiagonalen zwischen 0° und 15° und zwischen 35° — 60°.

5. Der Winkel der optischen Axen variirt an einem und demselben Stücke um 6—8° je nachdem die Schichten des Glimmers dichter oder minder dicht an einander haften.

An allen von mir untersuchten Stücken — und die Zahl derselben beträgt nun schon nahezu ein halbes Tausend — finden sich diese Sätze bestätiget; desshalb halte ich es nicht für passend, jetzt

schon einen Nachtrag zu dem Aufsatze von Juni v. J. zu geben, und begnüge mich, eine Beobachtung mitzutheilen, die ich an einem von Dr. Hochstetter aus der geol. Reichsanstalt mir zugeschickten Stücke gemacht habe.

In einem Granite aus Kuschwarda in Südböhmen, befindet sich brauner Glimmer eingestreut, der zum Theil in weissen übergegangen ist. Derselbe zeigt nirgends deutlich ausgeprägte Umrisse und die Lage der Diagonalen der Grundgestalt konnte nur aus dem Vorkommen einiger leiser Spaltungslinien und aus dem optischen Verhalten abgeleitet werden. Letzteres ist ebenso überraschend als belehrend. Während nämlich der schwarze Glimmer überall entweder einaxig ist, oder höchstens eine Divergenz von 2° zeigt, variirt der Winkel der optischen Axen im weissen Glimmer zwischen 70° und 76°. Nun finden sich aber Glimmerblättchen, die zum Theil weisse und braune Partien enthalten; und bei näherer Prüfung durch fortgesetztes Spalten zeigte sich, dass ausser der Farbenwandlung an diesen Stellen nicht die geringste Unterbrechung der Gleichartigkeit der Marterie statt fand; die farbige Abgrenzung des braunen und weissen Glimmers aber ist überall regelmässig und unter dem Mikroskope zeigt es sich, dass sie durch lauter gerade Linien gebildet wird, die sich unter Winkeln von 120° und 60° mannigfach unterbrechen und schneiden. Sehr kleine, eingesprengte Punkte zeigten sich zum Theil als vollkommene Sechsecke und die optischen Erscheinungen waren deutlich unterscheidbar. Die braunen Individuen sind parallel in die weissen eingelagert, so weit sich dies bei dem geringen Axenwinkel des braunen Glimmers feststellen liess. Nun gehen die secundären Theilungslinien des weissen oft so nahe an braunen hin, dass man die Neigung derselben genau prüfen kann und dabei zeigte sich überall und constant, dass die Richtung von $P + \infty$ des weissen mit derselben Richtung im braunen einen Winkel von etwa 3—4° einschliesst, woraus dann mit Bestimmtheit folgt, dass die Krystallgestalt des weissen andere Abmessungen habe, als die des braunen, wobei der ganze Unterschied aber innerhalb 6—8° liegt. Diesem entspricht ganz die Beobachtung, die ich an vielen weitaxigen Glimmern gemacht, wo der spitze Winkel des Rhombus der Basis von 60 bis 54° herab variirt, und zwar um so mehr von 60° abweicht, je grösser die Divergenz der optischen Axen sich zeigt. Hieraus lässt sich nun folgende Betrachtung ableiten: Bezeichnen wir mit a, b, c

die optischen Constanten irgend eines orthotypen Krystalls, so wird bekanntlich der Winkel der optischen Axe gemessen durch einen Quotienten wie

$$\frac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2}$$

und es wird sich der Betrag desselben ändern, je nachdem die optischen Constanten zu- oder abnehmen. Die Grösse der letzteren hängt aber ab von den Dimensionen der Grundgestalt, wenn man bisher auch noch nicht im Stande war, weder auf theoretischem noch empirischem Wege, das Gesetz dieser Abhängigkeit zu formuliren. Es kann nun — und beim Glimmer muss es wohl so gedacht werden — das veränderliche Maass der Bestandtheile derart beschaffen sein, dass dadurch stets nur eine Axe — hier die verticale Axe c — bedeutend afficirt wird, während sich im Verhältnisse der beiden Queraxen nur wenig ändert. Darum kann der Winkel der optischen Axen bedeutend variiren, und der Querschnitt des Prismas bleibt doch nahezu immer derselbe Rhombus; dass aber blos die eine Axe geändert wurde, wäre unwahrscheinlich und es zeigt eben auch der Glimmer geringe Abänderungen in dem Verhältnisse der Queraxen. Hieraus folgt schlüsslich der nothwendige Satz, dass beim Glimmer innerhalb der Grenzen einer Species die Grundgestalt bedeutende Abweichungen in ihren Abmessungen erleidet, welche aber grösstentheils oder ganz durch die ausgezeichnete Theilbarkeit des Minerals senkrecht gegen die Richtung der grössten Veränderlichkeit gedeckt wird, so dass nur die geringen in der Diagonalebene liegenden Unterschiede gemessen werden können. Da die chemische Zusammensetzung, die optischen Verhältnisse, Härte und Dichte beim Glimmer innerhalb einer viel ausgedehnteren Reihe variiren, als es sonst bei den Mineralspecies der Fall zu sein scheint, so ist es natürlich, dass hier auch die Grenzen innerhalb welcher die Wandlung in den Abmessungen der Theilungsgestalt stattfinden könne, weiter aus einander gerückt sind.

VERZEICHNISS

DER

EINGEGANGENEN DRUCKSCHRIFTEN.

(MÄRZ.)

Akademie, kön. bayerische, Abhandlungen der historischen Classe. Bd. VII, Abth. 1.

— Gelehrte Anzeigen.

— Bulletin 1853. Nr. 26—52.

Annalen der k. k. Sternwarte in Wien. Dritte Folge. Bd. III.

Archives des missions scientifiques et littéraires etc. Vol. III. livr. 3—8.

Bulletin des comités historiques, année 1852.

Bulletin du comité de la langue, de l'histoire et des arts de la France. 1853. Nr. 1—5.

Bulletin du comité historique des monuments écrits de l'histoire de France. Archéologie, beaux-arts. T. IV.

Bulletin des sociétés savantes etc. T. I. livr. 1. Paris 1854; 8°.

Du Bois-Reymond, On Signor C. Matteucci's letter to H. Benc. Jones etc. London 1853; 8°.

— Gedächtnissrede auf P. Ermann. Berlin 1853; 4°.

Cosmos. Vol. IV. livr. 8, 10, 11.

Gesellschaft, k. k. mährisch-schlesische, des Ackerbaues ꝛc. Mittheilungen 1853. Nr. 27—52.

— Schriften der historisch-statistischen Section. Heft 6.

Gesellschaft, physikalisch-medicinische, in Würzburg. Verhandlungen. Bd. IV, Heft 2.

Hefner, Jos. v., Das römische Bayern in seinen Schrift- und Denkmalen. München 1852.

Hermann, Fr. B. W., Über die Bewegung der Bevölkerung im Königreiche Bayern. München 1853; 4°.

Jahrbücher des Vereines für mecklenburgische Geschichte und Alterthumskunde. Jahrgang 18.

Krabinger, Joh. Georg, Die classischen Studien und ihre Gegner. München 1853; 4°.

Leymerie, M. A., Essai d'une méthode éclectique ou Wernérienne de Minéralogie. Paris 1853; 8°.

Mittheilungen aus dem Gebiete der Statistik. Jahrg. II. Heft 4. Wien 1854; 8°.

Münster, Schriften der Akademie zu, a. d. J. 1853.

Patellani, Luigi, Abbozzo per un trattato d'anatomia e fisiologia veterinaria. Vol. III, fasc. 2, pag. 2.

Reichsanstalt, k. k. geologische, Jahrbuch der, Jahrg. IV. Heft 3.

Reuter, Jakob, Über die Zukunft der bestehenden und im Entstehen begriffenen Flachszurichtungs-Anstalten in den verschiedenen Kronländern Österreichs. Wien 1854; 8°.

Thierarznei-Institut, k. k., Vierteljahrsschrift. Bd. IV, Heft 2.

Thiersch, Friedr. v., Rede zur Vorfeier des hohen Geburtsfestes Sr. Majestät des Königs Maximilian II. von Bayern. München 1853; 4°.

Übersicht der Witterung in Österreich im Februar 1854.

Beobachtungsort.	Mittlere Temperatur Reaumur	Maximum Tag	Maximum Temp.	Minimum Tag	Minimum Temp.	Mittlerer Luftdruck. Par. Lin.	Maximum Tag	Maximum Luftdr.	Minimum Tag	Minimum Luftdr.	Dunstdruck Par. Lin.	Niederschlag Par. Lin.	Herrschender Wind	Anmerkungen.
Ragusa [1]	+ 5°18	1·6	+ 10°6	13·3	2°8	—	—	—	—	—	1‴90	17‴4	N.	[Blitz u. Donner. Am 8. 9ʰ 27′ eine leichte Erderschütterung bei Sturm
Venedig	+ 2·35	3·6	+ 7·0	12·3	— 1·7	336‴52	28·3	341‴67	18·9	327‴75	1·68	0·87	NO.	Am 9. Schnee, v. 18. auf 19. Sturm aus Ost mit Schnee.
Mailand	+ 2·03	8·	+ 11·9	13·	— 6·6	332·42	28·5	336·75	18·6	325·17	1·60	0·30	NW.	
Meran	+ 0·85	8·6	+ 8·8	15·3	— 7·8	325·63	28·9	329·73	18·9	319·26	—	—	NW.	
Szegedin	+ 0·35	7·6	+ 8·5	15·3	— 8·3	334·13	28·9	338·63	19·3	328·53	1·83	9·33	NO.	
Wien	+ 0·24	7·	+ 8·1	15·	— 9·3	330·06	14·6	335·81	18·6	322·36	1·58	19·87	NW.	Am 7. 16. 26. 27. Stürme a. NW. und WNW.
Prag [2]	+ 0·17	7·	+ 7·7	15·	— 8·2	329·24	14·	335·77	18·	320·79	1·68	10·92	WSW.	Stürme: am 7. aus WSW., am 15 a. SW., am 25. a. W.
Gran	+ 0·03	7·6	+ 8·3	15·3	— 9·8	—	—	—	—	—	—	3·83	N.	Stürme am 7. aus NNW. am 25. aus N. und NW.
Pressburg	0·04	7·6	+ 8·0	15·3	— 9·0	331·46	28·9	335·68	18·6	324·95	1·78	33·72	NW.	Am 7. Sturm aus SW., am 26. aus NW.
Alt-Gradisca	— 0·10	7·6	+ 11·5	15·3	— 7·8	334·28	28·3	338·50	19·3	327·09	1·68	12·0	NNW.	Am 10. Nachts St. a. NO. mit Schnee, a. 26. Mit. a. NW.
Bodenbach	— 0·18	7·6	+ 7·9	14·9	— 9·7	330·60	14·3	339·30	18·3	323·83	—	33·30	NW.	Stürme am 7. und 26. aus NW.
Brünn	— 0·52	7·	+ 7·8	14·	— 15·8	328·66	14·6	334·35	18·6	321·83	1·63	13·22	NW.	Stürme am 6. 7. 9. 12. 24. 25. 26. v. NW., 13. a. N.,
Debreczin	— 0·34	19·6	+ 4·8	15·3	— 10·4	331·82	28·6	335·98	19·6	327·06	—	4·86	N.	[15. aus SW.
Pilsen	0·69	7·6	+ 6·0	15·3	— 10·0	325·42	14·3	331·02	18·3	317·25	—	3·00	W.	Am 7. 15. 17. 18. 23. 25. 26. Stürme aus NW.
Zavalje	— 0·69	7·6	+ 11·4	14·3	— 9·4	—	—	—	—	—	—	—	N.	Stürme am 2. u. 6. a. SW., am 19. a. N. mit Schnee.
Holitsch [3]	— 0·70	7·6	+ 8·8	14·9	— 11·0	330·72	14·6	336·54	18·6	323·74	1·74	19·38	N.	Stürme am 7. a. Nord. am 13. a. NO. am 26. a. NW.
Pürglitz [4]	— 0·84	7·6	+ 6·2	15·3	— 9·2	324·35	14·5	330·75	18·3	316·06	1·76	9·61	W.	Am 6. 7. 15. 25. und 26. Stürme aus W.
Bregenz	— 0·90	1·6	+ 9·1	14·3	— 13·8	323·36	28·9	327·95	18·3	316·06	—	41·90	S.	Am 3. Ab. Gewitter. am 19. Sturm.
Laibach	— 0·95	7·6	+ 9·3	23·3	— 9·8	—	—	—	—	—	—	15·14	NO.	Stürme am 6. 7. 9. a. NW.; am 13. 14. 26. a. NO. und
Olmütz	— 0·95	7·6	+ 7·6	15·3	— 11·6	329·60	14·3	335·03	18·6	322·37	—	—	—	[SW. am 15.—9°6.
Cilli	— 1·03	7·6	+ 10·0	15·4	— 10·6	328·32	15·1	332·68	19·1	320·64	1·58	7·92	NW.	[mit Gewitter um 10ʰ Ab.
Schössl	— 1·07	7·	+ 7·1	13·	— 9·4	324·70	14·6	330·84	18·3	316·41	1·53	12·11	NW.	Am 7. Sturm aus SW., am 17. aus W., am 25. aus SW.
Leipa	— 1·08	7·6	+ 6·8	14·9	— 11·2	327·27	14·3	334·33	9·3	322·11	1·51	17·13	NW.	Am 25. Ab. 11ʰ Gew. im Osten, am 26. Sturm aus NW.
Linz	— 1·13	7·6	+ 6·9	15·3	— 14·2	328·07	14·3	333·90	18·3	321·08	—	24·56	W.	Vom 7. auf 8. und vom 24. auf 25. Sturm.
Jolsva	1·26	2·6	+ 10·0	15·3	— 12·0	—	—	—	—	—	—	—	N.	Stürme am 1. 13. 22. 26. aus N., am 21. aus NO.
Czaslau [5]	— 1·38	7·6	+ 6·7	14·3	— 12·5	326·79	14·3	332·40	18·3	319·67	—	12·60	NW.	Stürme am 7. und 26. aus W.
Kremsmünster [6]	1·47	1·6	+ 6·8	15·4	— 13·7	323·52	14·5	328·92	18·5	315·80	1·68	38·83	NW.	Am 6. Ab. und am 7. den ganzen Tag Sturm.
Strakonitz	— 1·50	7·6	+ 6·7	15·3	— 18·1	322·20	14·6	327·50	18·3	314·56	1·49	23·00	W.	Stürme am 6. und 7. dann 17. 25. 26. aus W.
Oderberg	— 1·61	1·6	+ 4·0	14·3	— 11·6	—	—	—	—	—	—	17·00	NW.	Stürme am 7. 15. 25. aus SW., am 26. aus NW.
Sulzburg [7]	— 1·79	1·	+ 7·5	15·	— 19·4	321·50	14·	326·36	18·	314·10	1·54	38·07	NW.	Am 7. 8. 9. stürmisch aus W. und NW.
Krakau	— 1·90	7·	+ 6·4	15·	— 18·1	328·17	14·6	335·22	18·6	321·70	1·52	28·13	W.	Stürme am 1. 7. 18. 23. 26. 27. aus W., SW. u. NW.
S. Jakob	— 1·92	7·6	+ 6·0	15·3	— 10·2	300·86	28·3	304·25	18·6	295·41	1·70	3·20	NW.	
Mallnitz	— 1·92	7·6	+ 7·4	14·3	— 11·2	—	—	—	—	—	—	—	—	
Weissbriach	— 1·96	7·6	+ 8·0	15·3	— 10·0	—	—	—	—	—	—	—	—	
Obervellach	— 2·01	7·6	+ 7·8	15·3	— 12·6	314·93	28·3	314·63	18·6	305·98	1·31	7·43	NW.	
Czernowitz	— 2·02	7·6	+ 3·8	15·3	— 11·2	325·33	5·3	330·53	10·3	321·12	—	10·22	NW.	Am 1. 2. 7. 13. 14. 27. Stürme von N. und NW.
S. Paul	— 2·13	25·6	+ 5·9	15·3	— 12·2	320·27	28·3	324·04	18·6	314·10	1·39	1·72	NW.	[NW. und SW.
Saybusch	2·22	7·6	+ 6·2	15·3	— 19·7	322·95	14·6	329·17	18·6	316·67	1·45	31·49	W.	Stürme am 1. 2. 3. 6. 7. 15. 17. 18. 23. 25. 26. a. W.
Wildbad Gastein	— 2·24	7·6	+ 9·0	15·4	— 15·3	—	—	—	—	—	—	—	N.	In der Nacht v. 16. auf 17. u. 25. auf 26. Sturm a. N.
Leutschau	— 2·32	1·6	+ 5·1	15·3	— 11·8	323·24	14·6	327·96	19·3	319·03	—	15·72	NW.	Stürme am 1. 3. 7. 26. 27. und 28. aus NW.
Deutschbrod [8]	2·39	7·6	+ 4·8	15.3	— 14·8	—	—	—	—	—	—	25·19	NW.	Stürme am 7. 8. 16. 18. 23. 25. 26. aus NW.
Trautenau	— 2·41	1·6	+ 5·0	14·4	— 13·7	319·92	14·5	326·74	14·5	312·33	—	42·28	W.	Stürme am 18. und 26. aus NW. und N.

[1] Ragusa, vom 11. bis 16. ungewöhnliche Kälte, am 12., 13. und 14. war das Tagesmittel der Temperatur unter 0°

[2] Prag, am 25. Ab. gegen 10ʰ 45′ Gewitter bei sehr heftigem Schneefalle.

[3] Holitsch, am 26. Morg. 1ʰ 30′ Regenguss, heftiger NW. Sturm, starkes Blitzen und 4 Donnerschläge.

[4] Purglitz, am 25. Ab. von 10ʰ 15′ bis 12′ heftiger Sturm mit Blitz und Donner.

[5] Czaslau, vom 21. auf 22. Blitze im NW., vom 25. auf 26. Gewitter im Westen.

[6] Kremsmunster, am 24. Sturm aus W., der am 25. in SW. und am 26. Morg. 3ʰ in einen Orkan überging, dabei heftiges Schneegestober und im W. Blitze, um 4ʰ 30′ Morg. wurde es windstill.

[7] Sulzburg, am 8. Mittag 1ʰ 45′ gegen Osten Blitz und Donner; am 23. stürmisch aus S., am 26. Morg. 2ʰ aus W., dabei Wetterleuchten gegen O. und NO. in Ried im Inkreise, welches nordöstlich von Sulzburg und nordwestlich von Kremsmunster liegt, zundete der Blitz.

[8] Deutschbrod, am 25. 11ʰ Ab. Gewitter während eines Schneesturmes.

Beobachtungsort.	Mittlere Temperatur Reaumur	Maximum		Minimum		Mittlerer Luftdruck. Par. Lin.	Maximum		Minimum		Dunstdruck Par. Lin.	Niederschlag Par. Lin.	Herrschender Wind	Anmerkungen.
		Tag	Temp.	Tag	Temp.		Tag	Luftdr.	Tag	Luftdr.				
Markt Aussee	—2°43	1·6	+ 4°0	14·8	—15°0	312‴08	—	—	—	—	1‴59	—	SW.	Stürme am 9. und 26. aus SW. [26. a. NW.
Hermannstadt	- 2·45	7·8	+ 7·0	19·3	—12·2	319·87	5·3	324‴99	19·6	315‴94	1·33	20‴29	N.	Stürme a. 1. a. NW., a. 2. a. S., a. 4. a. WNW., a. 7. 8.
St. Magdalena bei Idria	—2·54	1·6	+ 6·4	15·3	—12·0	304·28	28·6	308·12	18·9	298·10	1·27	4·40	NO.	Am 19. Schneesturm.
Liens	—2·58	7·6	+ 6·2	14·9	—12·2	312·28	28·3	315·80	18·6	306·00	1·41	3·38	NW.	Stürme am 8. 13. 16. 24. 25. aus NW.
Kronstadt	— 2 63	7·9	+ 5·2	16·3	—12·8	313·53	5·3	318·88	9·9	309·75	—	26·77	—	Am 1. Sturm, am 7. von 5ʰ bis 11ʰ Ab. Orkan.
Mürzzuschlag	—2·63	1·6	+ 8·4	14·9	—13·1	310·25	14·6	314·23	18·6	304·25	1·55	7·88	N.	Stürme am 6. 26. aus N. und 27. aus S.
Seuftenberg	—2·66	7·	+ 4 3	15·	—17·9	320·17	14·4	326·13	18·4	312·80	1·54	46·93	NW. z.W.	
Stanislau	—2·70	7·6	+ 5·0	13·3	—13·8	325·85	14·6	331·47	9·9	321·04	1·36	17·25	NW.	Stürme am 7. und 26. aus NW.
Obir I.	—2·86	6·6	+10·5	14·3	—17·0	—	—	—	—	—	—	—	—	
Reichenau	—2·93	6·6	+ 3·0	15·3	—17·1	315·01	14·3	321·90	18·6	306·91	—	63·20	W.	Vom 25. auf 26. Orkan, am 27. und 28. Sturm a. NW.
Admont	—2·98	7·6	+ 5·3	15·3	—19·0	311·69	14·6	316·09	18·6	305·55	1·51	39·08	NW.	Starke Stürme am 9. 10. 11. 21. u. 26. a. NW.
Althofen	—3·13	7·2	+ 9·4	15·3	—13·2	—	—	—	—	—	1·28	1·85	NO.	
Plan	—3·24	7·6	+ 9·5	14·3	—16·0	273·14	28·9	277·30	19·3	267·60	—	—	NW.	Am 6. Schneesturm, am 23. 24. 25. 26. aus NO. u. S.
Innsbruck	—3·43	7·6	+ 5·9	15·3	—18·0	—	—	—	—	—	—	28·26	N.	
Wallendorf	—3·44	7 9	+ 3·8	15·3	—15·0	321·45	5·3	226·74	9·9	317·01	1·40	15·94	W.	Am 5. — 10°4, am 28. — 10°9, Stürme am 1 2. 3. 8.
Völkermarkt	—3·51	25·6	+ 4·5	15·3	—14·8	—	—	—	—	—	—	—	—	[21. 22. 26. a. SW. u. NW.
Lemberg	—3·52	17·5 / 18·5	+ 2·0	15· / 17·	—13·0	323·26	14·6	329·60	9·9	318·40	—	21·79	W.	St. am 1. 2. 7. a. SW., am 15. a. NO. Am 7. Morg. 6ʰ 30′
Klagenfurt[1]	—3·54	25·	+ 7·0	15·	—14·8	319·89	28·3	323·79	18·6	313·36	1·18	4·56	NO.	[Blitze im W.
S. Peter	—3·74	7·6	+ 6·0	15·3	—13·5	289·63	28·3	293·52	18·6	283·81	0·93	11·22	NO.	Sturm am 26. aus N.
Kesmark	—3·76	7·6	+ 5·8	15·3	—15·2	311·40	14·6	316·57	18·6	307·02	—	15·83	NNW.	Am 1. Sturm aus NNW.
Schemnitz	—3·90	1·6	+ 3·6	15·3	—13·2	313·22	14·6	317·34	19·3	308·87	—	36·00	NW.	Stürme am 1. aus SO., am 20. 25. und 26. aus. NW.
Kremsalpe	—3·99	7·6	+ 6·8	14·3	—14·5	—	—	—	—	—	—	—	—	Sturm am 26. aus N.
Altaussee[2]	—4·08	1·6	+ 6·5	15·4	—15·5	301·46	28·8	305·37	18·6	295·27	1·29	115·71	W.	Stürme am 8. 9. 25. und 26. aus NW.
Saifnitz	—4·23	7·6	+ 5·5	14·3	—13·5	—	—	—	—	—	—	4·50	NO.	
Tröpelach	—5·06	7·6	+ 5·6	15·3	—18·0	314·47	28·3	317·99	18·6	308·18	1·03	9·40	NO.	
Raggaberg	—5·47	7·6	+ 6·0	14·3	—18·5	—	—	—	—	—	—	—	—	
Obir III.	—9·82	7·6	+ 3·0	14·3	—21·0	—	—	—	—	—	—	—	—	
Udine	—	—	—	—	—	333·19	28·3	337·98	18·9	327·32	—	—	NNO.	

Nachträglich eingesendete Beobachtung.

Pilsen, Jänner	—1·84	29·6 / 31·5	+ 4·0	1 / 21.	— 8·7	325·02	27·9	332·67	5·3	316·38	—	3·70	WSW.	Am 29. 30. 31. Stürme aus W.

[1] Klagenfurt, Stürme am 9. 24. und 26. aus N. und NW. an allen Stationen in Kärnthen, besonders heftig am 26. in Klagenfurt, S. Peter und Kremsalpe.
[2] Alt-Aussee, der Niederschlag an Schnee allein betrug 106‴69.

Übersicht der Witterung in Österreich im Jahre 1853.

Das Jahr 1853 ist in meteorologischer Beziehung durch den so spät eingetretenen Winter ausgezeichnet, indem in manchen Gegenden im Jänner der erste Schnee fiel und die grösste kälte in der zweiten Hälfte des März stattfand; sie wurde nur durch die tiefen Thermometer-Stände gegen Ende des Jahres übertroffen. Ebenso bemerkenswerth ist die hohe Temperatur und die Heiterkeit im letzten Drittel des August, welche in manchen Orten erst am 23. und 24. August ihr Maximum erreichte.

Beobachtungsort.	Mittlere Temperatur Réaumur	Maximum Tag	Maximum Temp.	Minimum Tag	Minimum Temp.	Mittlerer Luftdruck. Par. Lin.	Maximum Tag	Maximum Temp.	Minimum Tag	Minimum Temp.	Mittlerer Dunstdruck. Par. Lin.	Niederschlag Par. Lin.	Herrscheder Wind	Anmerkungen.
Ragusa	+14°19	4. 5. Aug.	+25°0	13. Dec.	+ 2°4	334‴83	8. Nov.	339‴78	13. Feb.	325‴25	—	817‴67	SO.	Am 19. Juli u. 2. Sept. T. + 24°8.
Triest.	+11·64	30. Juni	+24·6	30. Dec.	— 2·2	336·62	24. Oct.	341·00	19. Feb.	325·59	4‴07	702·45	ONO.	Die Temp., so wie in den meisten
Mailand	+ 9·37	10. Juli	+27·5	29. Dec.	— 9·6	330·92	24. Oct.	336·51	19. Feb.	321·66	3·67	431·10	NO.	[südl. Orten im Aug. minder hoch.
Alt-Gradisca . . .	+ 8·65	18. Juli	+27·4	31. Dec.	—13·9	333·39	1. Jän.	339·57	19. Feb.	322·49	3·69	416·02	O.	Am 29. Nov. Max. d. Lftd. 339‴29.
Debreczin*	+ 8·40	2. Juli	+25·4	26. 31. Dec.	—11·0	—	1. Dec.	338·14	—	—	—	—	—	
Pesth*	+ 8·15	10. Juli	+27 6	31. Dec.	—10·6	332·82	1. Dec.	339·00	19. Feb.	322·00	—	—	—	
Hermannstadt . . .	+ 7·90	19. Juli	+27·5	31. Dec.	—11·6	320·47	23. Oct.	326·63	21. März	311·85	3·32	258·22	NW.	Am 19. Feb. Min. d. Luftd. 312‴01.
Gran*	+ 7·89	10. Juli	+27·0	31. Dec.	—12·8	—	—	—	—	—	—	—	SO.	
Kronstadt*	+ 7·57	19. Juli	+25·2	31. Dec.	—11·4	314·67	1. Dec.	320·64	21. März	305·87	—	271·45	—	
Zavalje	+ 7·47	8. Juli	+26·4	29. Dec.	—10·0	—	—	—	—	—	—	514·26	N.	
Pressburg	+ 7·46	10. Juli	+27·0	25. 26. Dec.	—11·0	331·46	1. Dec.	337·58	10. Feb.	320·70	3·24	—	NW.	
Adelsberg[1] . . .	+ 7·42	19. Juli	+24·7	26. Feb.	—10·8	315·41	24. Oct.	320·61	10. Feb.	306·31	—	648 94?	ONO.	
Laibach	+ 7·41	9. Juli	+26·2	30. Dec.	—15·9	—	—	—	—	—	—	794·92	N. u. SW.	
Cilli[2].	+ 7·23	10. Juli	+28·0	31. Dec.	—22·4	327·65	24. Oct.	333·78	10. Feb.	317·71	3·60	665·56	N.	
Wallendorf. . . .	+ 7·16	30. Juli	+25·0	31. Dec.	—17·5	327·65	24. Oct.	328·38	21. März	313·67	3·36	341·46	NO.	
Olmütz	+ 7·09	10. Juli	+29·9(?)	26. Dec.	—14·3	328·36	1. Dec.	336 64	10. Feb.	316·83	3·26	—	—	
Wien[3]	+ 7·08	9. Juli	+27·8	25. Dec.	—14·0	329·31	1. Dec.	335·61	10. Feb.	317·84	3·07	306·33	SO.	
Gratz	+ 6·83	9. Juli	+30·2(?)	31. Dec.	—16·8	322·33	24. Oct.	328·36	10. Feb.	309·58	—	—	—	
Holitsch	+ 6·69	9. Juli	+28·6	26. Dec.	—15·0	329·11	29. Nov.	336·50	10. Feb.	318·78	3·29	238·03	S.	
Czernowitz . . .	+ 6·57	24. Aug.	+26·2	31. Dec.	—14·0	327·52	1. Dec.	334·61	21. März	318·89	—	311·52	SO.	
Brünn.	+ 6·52	10. Juli	+27·8	26. 31. Dec.	—17·0	328·75	1. Dec.	335·51	10. Feb.	317·54	3·12	236·45	NW.	
Linz	+ 6·42	9. Juli	+25·6	26. Dec.	—18·7	—	29. Nov.	332·54	10. Feb.	314·97	—	262·62	W.	[u. höchste Max. d. Temp.
Prag	+ 6·42	23. Aug.	+29·5	26. Dec.	—19·8	328·62	30. Nov.	334·98	10. Feb.	317·23	3·01	213·63	S.	Seit 79 J. das spätest beobachtete
Stanislau	+ 6·42	2. Juli	+27·4	31. Dec.	—19·0	327·24	1. Dec.	334·66	21. März	318·63	3·17	369·57	N.	Am 26. Feb. Min. d. Lftdr. 318‴87.
Bregenz*	+ 6·28	8. Juli	+27·3	29. 30. Dec.	—10·3	321·30	10. Nov.	327·56	10. Feb.	310·64	—	465·79	S.	Am 29. Juni Temp. + 27°2, am
Rzeszow.	+ 6·24	14. Juli	+29·6(?)	25. Dec.	—15·7	328·87	1. Dec.	336·06	10. Feb.	319·78	3·28	378·61	SW.	[2. Aug. + 26°4.
Kremsmünster[4]) .	+ 6·19	23. Aug.	+26·3	26. Dec.	—16·8	321·94	29. Nov.	327·88	19. Feb.	309·86	2·97	479·72	W.	
Leutschau	+ 6·15	29. Juli	+24·8	26. Dec.	—13·9	·	1. Dec.	330·04	19. Feb.	315·05	—	358·16	SO.	
Klagenfurt[5]) . .	+ 5·99	10. Juli	+29·2	31. Dec.	—18·6	319·30	24. Oct.	325·33	10. Feb.	308·92	3·26	388·35	SW.	
Czaslau	+ 5·94	8. Juli	+25·3	26. Dec.	—18·6	326·53	24. Oct.	332·27	10. Feb.	314·96	—	230·50	NW. u. SO.	
St. Paul.	+ 5·92	10. Juli	+25·8	31. Dec.	—19·4	320·28	24. October 1. Dezember	325·91	10. Feb.	310·40	3·11	377·43	SO. u. SW.	
Bodenbach. . . .	+ 5·87	8. Juli	+25·1	26. Dec.	—15·8	330·98	29. Nov.	338·08	10. Feb.	320·65	—	278·57	—	
Pilsen.	+ 5·87	10. Juli	+25·4	26. Dec.	—21·3	—	—	—	—	—	—	—	W.	
Salzburg	+ 5·87	9. Juli	+26·3	27. Dec.	—13·0	319·77	29. Nov.	325·35	10. Feb.	308·15	3·19	498·42	SO.	
Krakau	+ 5·86	29. Juni	+26·5	30. Dec.	—18·7	328·64	1. Dec.	335·67	10. Feb.	318·52	3·10	301·28	O.	

Anmerkung. Die Beobachtungen der mit * bezeichneten Stationen wurden, da sie in manchen Monaten unvollständig waren, mittelst der nächstgelegenen Beobachtungsorte ergänzt. Beim Niederschlage bedeutet dieses Zeichen, dass ein Monat oder einige Tage in den Beobachtungen fehlen, und die Jahressumme von den übrigen genommen wurde, bei der Temperatur, dass bei diesen Stationen die Beobachtungen vom December fehlen, daher die zunächst tiefen Extreme des Februar genommen wurden.

[1]) Das Minimum am 26. und 31. December war nur — 8°2 (am 27. Jänner — 8°8).

[2]) Am 24. Februar — 10°3.

[3]) Das Minimum der Temperatur im Winter 1852—53 war am 30. März mit — 6°8; so weit die Beobachtungen reichen (1775), wurde noch nie so spät das Minimum der Temperatur beobachtet. Im letzten Drittel des März in ganz Österreich heftige Schneestürme.

[4]) Das Minimum der Temperatur im Winter 1852—53 fiel am 26. März mit — 9°6, welches seit dem Jahre 1767 nie so spät beobachtet wurde; das Maximum der Temperatur am 23. August mit + 26°3 ist ebenfalls das spätest beobachtete; (ein Maximum der Temperatur + 22°4 war am 23 August 1830). Seit dem 2. Februar 1823 kein so tiefer Barometerstand, wie 1853.

[5]) Am 24. Februar — 15°0; 6. März — 12°8.

Beobachtungsort.	Mittlere Temperatur Réaumur	Maximum		Minimum		Mittlerer Luftdruck. Par. Lin.	Maximum		Minimum		Mittlerer Dunstdruck. Par. Lin.	Niederschlag Par. Lin.	Herrscheder Wind	Anmerkungen.
		Tag	Temp.	Tag	Temp.		Tag	Luftdr.	Tag	Luftdr.				
Lemberg	+ 5°83	12. Mai 19. Juli	+ 25°5	25. 26. Dec.	— 15°0	325‴66	30. Nov.	332‴18	13. Feb.	316‴76	—	302‴90*	W. u. SO.	
Lienz*	+ 5·63	9. Juli	+ 24·4	31. Dec.	— 16 0	—	24. Oct.	317·30	—	—	—	-	NW.	
Saybusch [1])	+ 5·61	10. Juli	+ 25·0	26. Dec.	— 20·2	323·13	1. Dec.	329·65	10. Feb.	313·11	2·99	358·86	SW.	
Oderberg	+ 5·55	18. Juni 9. Juli	+ 25·4	25. Dec.	— 18·3	—	—	—	10. Feb.	318·31	—	295·07	SW.	
Kanning	+ 5·50	10. Juli	+ 24·6	23. Feb.	— 8·0*	—	—	—	—	—	—	—	—	
Innsbruck	+ 5·46	29. Juni	+ 24·2	30. Dec.	— 16·4	—	—	—	—	—	—	—	NW.	
Althofen	+ 5·37	10. Juli	+ 24·9	31. Dec.	— 15·6	—	—	—	—	—	—	365·47	NO.	
Schössl	+ 5·32	8. Juli	+ 25·8	26. Dec.	— 18·7	324·27	29. 30. Dec.	330·22	10. Feb.	313·44	2·89	254·57	NO. u. NW.	
Pürglitz	+ 5·16	23. Aug.	+ 23·8	26. Dec.	— 21·0	323 57	1. Dec.	329 84	10. Feb.	312·30	—	266·16	W.	
Leipa	+ 5·10	19. Juli 23. August	+ 24·7	26. Dec.	— 18·7	326·63	29. Nov.	333·04	10. Feb.	315·54	2·29	267·83	NW.	
Strakonitz	+ 5·10	23. Aug.	+ 30·1	25. Dec.	— 21·4	321·21	1. Dec.	326·85	10. Feb.	310·25	2·88	295·88	O.	Am 9. Juli + 27°8, am 22. und [23. August + 30°1.
Trópelach	+ 5·08	10. Juli	+ 25·9	31. Dec.	— 22·0	313·45	1. Jän.	319·29	17. März	301·91	—	367·15	SO.	
Obervellach	+ 4·98	10. Juli	+ 25·6	30. Dec.	— 18·6	310·89	24. Oct.	316·26	17. März	301·53	2·71	423·06	NW., o. o.	
St. Jakob	+ 4·96	10. Juli	+ 23·8	30. Dec.	— 10·4	300·82	24. Oct.	306·17	10. Feb.	290·79	2·92	459·55	SW. u. SO.	
Deutschbrod [2])	+ 4·92	9. Juli	+ 25·0	25. Dec.	— 22·5	—	—	—	—	—	—	262·77	NW.	
Saifnitz*	+ 4·90	10. Juli	+ 23·8	30. Dec.	— 17·0	—	—	—	—	—	—	—	—	
Schemnitz	+ 4·90	9. Juli	+ 24·0	30. Dec.	— 14·4	—	—	—	—	-	—	454·39*	N.	
Sörg*	+ 4·88	29. Juni	+ 24·0	23. Feb.	— 10·0*	—	—	—	—	—	—	—	—	
Markt Aussee*	+ 4·87	8. Juli	+ 24·8	30. Dec.	— 14·0	—	—	—	10. Feb.	300·22	—	—	—	
Senftenberg	+ 4·77	29. Juni	+ 23·4	26. Dec.	— 18·7	320·04	1. Dec.	326·36	10. Feb.	309·27	—	301·30*	—	
Admont	+ 4·74	10. Juli	+ 23·5	31. Dec.	— 16·0	311·04	24. Oct.	316·92	10. Feb.	300 37	2·97	557·34	NO.	
Kesmark	+ 4·57	23. Aug.	+ 25·2	26. 29. Dec.	— 19·2	—	23. Oct.	318·46	19. Feb.	303·31	—	—	N.	
Mürzzuschlag*	+ 4·34	9. Juli	+ 28·4(?)	30. 31. Dec.	— 14·9	310·16	1. Dec.	316·06	19. Feb.	299·66	—	—	N.	
Obir I.	+ 4·17	9. Juli	+ 27·5	31. Dec.	— 14·5	—	—	—	—	—	—	—	—	
Alt-Aussee	+ 4·03	9. Juli	+ 24·8	27. Dec.	— 12·6	300·46	24. Oct.	305·71	10. Feb.	289·74	2·64	702·89	W.	
St. Peter	+ 3·54	10. Juli	+ 22·1	31. Dec.	— 14·0	290·20	24. Oct.	295·82	10. Feb.	280·29	2·33	396·97*	NO.	
Plan	+ 3·21	9. Juli	+ 20·0	30. Dec.	— 14·3	272·04	24. Oct.	277·30	10. Feb.	263·24	—	—	-	Am 23. August auch hier + 19°5.
Kremsalpe	+ 3·15	10. Juli	+ 20·0	30. Dec.	— 14·7	—	—	—	—	—	—	—	—	
St. Lorenz*	+ 2·97	10. Juli	+ 22·1	23. Feb.	— 11·8*	—	—	—	—	—	—	—	—	
Obir II.*	+ 2·21	9. Juli	+ 24·0	30. Dec.	— 16·0	—	—	—	—	—	—	—	—	
Raggaberg	+ 1·98	17. Juli	+ 22·0	30. Dec.	— 16·0	—	-	—	—	—	—	—	—	
Obir III.	+ 1·30	24. Aug.	+ 23·0	30. Dec.	— 19·5	—	—	—	—	—	—	—	—	
Udine [3])	—	—	—	—	—	—	24. Oct.	337 63	—	—	—	—	—	
Trautenau [4])	—	10. Juli	+ 25·0	26. Dec.	— 16·4	—	1. Dec.	326·35	—	—	—	—	—	
S. Magdalena [5])	—	—	—	30. Dec.	— 11·6	—	23. Oct.	309·86	—	—	—	—	—	
Meran	—	9. 10. Juli	+ 26·1	31. Dec.	— 10·0	—	24. Oct.	330·37	—	—	—	—	—	
Venedig	—	11. Juli	+ 24·3	31. Dec.	— 8·9	—	24. Oct.	340·11	—	—	—	—	—	

Magnetische Störungen im Jahre 1853.

Jänner 9. Februar 14. 21. März 1. 3. 4. 8. 9. (stark). April 5. 6. 11. 23. Mai 4. 8. 19. 20. 24. Juni 2. 15. (stark) 19. 22. Juli 12. 13. 16. September 2. (stark) 6. October 24. 25. (stark) 31. (stark). November 9. (stark). December 5. (stark) 6. (stark) 13. 15. 16.

[1]) Ausserordentlich merkwurdig ist, dass das Minimum der Temperatur im Winter 1852 — 53 erst auf den 16. April nach einem bedeutenden Schneefalle mit — 12°7 fiel (um 5h früh sogar — 13°7). 26 Tage später, am 12. Mai, wurde in Lemberg das Maximum der Jahrestemperatur mit + 25°5 beobachtet.

[2]) Die tiefste Temperatur in Oesterreich während des Solarjahres 1853 findet sich in Deutschbrod am 25. December mit — 22°5. Die Kälte erreichte auf ihrem Zuge von Nord nach Süd in den nördlichen Gegenden (Böhmen) um den 25. December, in den südlichen (Kärnthen) aber erst am 31. December und zu Anfang Jänner 1854 den höchsten Grad. Auch die höchste Temperatur in ganz Oesterreich wurde in Böhmen, nämlich in Strakonitz am 23. August mit + 30°1 beobachtet.

[3]) Der 11. und 12. Mai zeichnet sich besonders in den nördlichen und östlichen Gegenden durch die hohe Temperatur bei südlicher Windrichtung aus (siehe Lemberg), auf welche aber durch das Gewitter am 13. Mai ohne eben so rasche Abnahme derselben erfolgte.

Im Juni waren reichliche atmosphärische Niederschläge, auf die in den letzten Tagen dieses Monats schnelle Heiterkeit und hohe Temperatur folgten. Die Gewitter am 10. und 18. Juli, so wie die am 2. und 7. September waren in Oesterreich die am weitest verbreiteten. In den letzten Tagen der Monate Juni, Juli und August in vielen Gegenden grosse Gewitterstürme. Vom 3. bis 5. October schnelle und ausgebreitete Temperaturabnahme mit Schneefall, Reif und Frost, besonders in den südlichen Alpengegenden Oesterreichs.

[4]) Der frühere Beobachter in Starkenbach, Herr Chrisogonus Brendl, wurde nach Trautenau versetzt.

[5]) Der frühere Beobachter in Ober-Gorjach, Herr Cooperator Aichholzer, wurde als Pfarrer nach St. Magdalena bei Idria versetzt.

Nachtrag zu den monatlichen Übersichten 1853.

Beobachtungsort.		Mittlere Temperatur Réaumur	Maximum Tag	Maximum Temp.	Minimum Tag	Minimum Temp.	Mittlerer Luftdruck. Par. Lin.	Maximum Tag	Maximum Luftdr.	Minimum Tag	Minimum Luftdr.	Niederschlag Par. Lin.	Herrschender Wind	Anmerkungen.
Ragusa [1]).	Jänner ...	+ 9°86	13·5 19·6	+ 13°0	26·3	+ 6°0	335‴59	3·3	339‴01	23·3	329‴53	55‴41	SO.	
	Februar ..	+ 9·01	7·6	+ 12·0	3·5 21·6	+ 5·0	331·59	22·3	338·34	13·3	325·68	181·31	SO.	
	März	+ 9·49	19·6	+ 14·5	7·3	+ 4·5	333·89	26·9	338·81	20·6	325·09	122·79	S.	
	April	+ 10·77	30·6	+ 15·0	16·3	+ 4·5	334·42	6·4	337·37	13·3 15·3	331·03	54·08	N.	
	Mai	+ 16·14	29·6	+ 19·5	23 1 2 5	+ 12·5	334·84	10·3	337·46	7·3	331·67	49·65	SO.	
	Juni	+ 17·71	30·6	+ 23·0	17·3	+ 13·0	334·75	15·3	336·66	4·3	332·42	39·45	SO.	
	Juli	+ 20·78	19·6	+ 24·8	1 1 5	+ 15·0	335·18	20·6	337·29	6·3	333·27	0·0	N.	
	August ...	+ 20·39	1·6	+ 25·0	10·3 11·3	+ 16·0	335·09	21·6	336·97	9·3	332·54	17·73	NO.	
	September	+ 19·17	2·6	+ 24·8	7·8 10	+ 13·0	335·14	29·3	337·04	12·3	332·60	21·28	NO.	
Czernowitz,	November.	+ 0·48	3·6	+ 9·6	26·9	— 3·6	329·82	30·9	334·06	11·3	324·26	32·04	SO.	
	December.	— 4·34	2·5 21·6	+ 1·2	31·9	—14·0	328·36	1·6	334·61	23·3	322·35	19·47	NW. u. SO.	
	März.....	— 1·77	15·6	+ 6·5	29·3	—10·0	327·18	11·6	329·87	24·9	321·58	13·10	NW.	
	April	+ 3·80	30·6	+ 13·7	17·3	— 4·2	325·27	17·3	329·30	13·3	322·40	14·70	NW.	
	Mai	+ 9·83	30·6	+ 18·6	9·3	+ 3·6	325·79	11·3	329·43	7·6	320·16	26·10	NW. u. SO.	Am 2. Wetterl.; 30. Gewitter.
	Juni	+ 14·06	29·6	+ 22·5	26·9	+ 8·3	325·29	9·3	327·71	22·6	321·79	48·80	NW.	Am 15. 16. 30. Gewitter.
	Juli	+ 15·23	8·6	+ 25·3	3·3	+ 9·8	327 23	17·6	329·48	14·9	323·14	27·90	NW.	Am 10. Ab. Gew.; a. 29. heft. Gew.
Czaslau,	August	+ 14·22	23·6	+ 24·0	31·3	+ 7·5	327·02	30·6	329·22	17·6	323·08	30·10	NW.	Am 21. und 29. Gewitter.
	September	+ 12·80	22·6	+ 17·6	17·3	+ 2·8	327·00	5·9	329·30	26·3	321·53	24·50	SW.	A. 24. Ab. Blitze i. W., a. 2. + 17°5.
	October ..	+ 7·69	25·6	+ 13·5	5·6	+ 0·4	326·92	24·3	332·27	18·6	321·35	3·70	SO.	Am 5. Reif.
	November.	+ 1·68	1·6 7·6	+ 7·0	30·9	— 5·9	329·19	30·3	332·20	17·3	323·00	6·00	SO.	Am 14. erster Schnee.
	December.	— 4·89	1·6	+ 2·0	26·9	—18·6	327·53	1·3	331·90	15·3	320·08	5·50	SO.	Am 19. + 1°6.
	Jänner ...	— 1·32	14·6	+ 3·0	7·8	— 7·2	—	—	—	—	—	25·49	N.	
	Februar ..	— 1·51	9·6	+ 3·2	23·8	— 7·2	—	—	—	—	—	63·59	N.	
Schemnitz.	März.....	+ 0·41	11·6	+ 6·2	26·8	— 6·4	—	—	—	—	—	43·84	N.	
	April	+ 1·67	25·6	+ 9·1	15·8	— 4·5	—	—	—	—	—	63·25	N.	
	Februar ..	— 2·51	17·6	+ 4·8	23·9	—15·0	309·01	1·9	315·46	19·9	303·31	34·90	S.	Am 27. Sturm a. S. [noch — 10°3.
	März.....	— 1·60	14·6	+ 5·1	23·3	—10·9	311·73	11·3	316 83	21·6	305·43	23·48	N.	Am 19. 20. 21. viel Schnee, am 30.
Kesmark,	April	+ 1·79	27·6	+ 12·0	16·9	— 5·6	310·99	17·9	313·61	15·3	308·24	45·48	N.	A. 12. — 5°2; v. 8. b. 11. gr. Schneef.
	Mai.....	+ 9·21	12·6	+ 20·9	16·3	+ 2·8	312·63	11·3	315·31	7·6	308·45	37·14	N.	Am 30. Ab. Gewitter.
	Juni	+ 12·92	29·6	+ 25·0	12·9	+ 7·8	312·07	9·3	314·49	26·9	311·26	56·71	W. u. S.	Am 8. und 30. Hagel.
	Jänner ...	—	—	—	—	—	331·98	2·3	336·95	23·3	325·40	—	SO.	
	Februar ..	—	—	—	—	—	327·56	1·9	332·40	13·3	321·68	—	SO.	
Fünfkirchen.	März.....	—	—	—	—	—	330·03	11·3	336·05	20·9	323·63	—	SO.	
	April	—	—	—	—	—	330·18	17·9	333·74	9·3	325·70	—	SO.	
	Mai.....	—	—	—	—	—	330·64	11·6	332·98	7·6	326·59	—	SO.	Am 2. 3. 19. Gewitter. [a. NW.
Udine, September		—	—	—	—	—	332·89	28·3	336·29	26·6	328·41	97·88	NW.	A. 2. 6. 7. 26. Gew. a. 6. Hgl. a. 26. St.

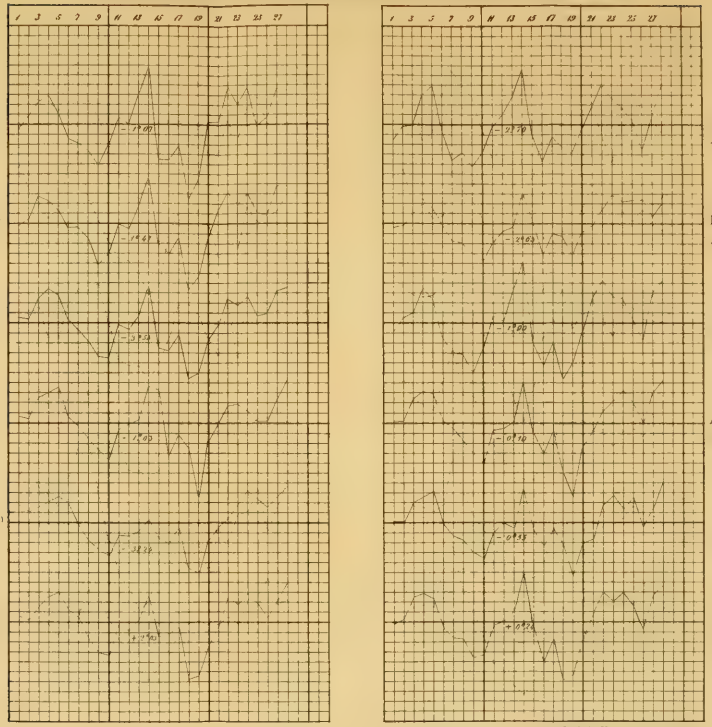
Verbesserungen bei den monatlichen Übersichten 1853.

Im Jänner bei Rzeszow. Mittlerer Luftdruck 329‴34 statt 326‴02.
„ März bei Prag. Maximum des Luftdruckes 333‴79 statt 339‴79.
„ April bei Kronstadt. Der Niederschlag 34‴60 statt 34‴86.
„ Mai bei Salzburg. Mittlerer Luftdr. 319‴23 st. 318‴10; mittlere Temperatur + 10°31 st. 9°82.
„ Juli bei Kronstadt. Maximum des Luftdruckes 317‴48 statt 317‴18.
„ „ bei Grau. Niederschlag 13‴50 statt 29‴98.
„ August bei Kronstadt. Niederschlag 17‴37 statt 17‴73; Minimum des Luftdruckes am 11·6 311‴00 statt 18·3 311‴87.
Im August bei St. Paul. Tag des Max. der Temperatur am 25·6 statt 25·3.
„ October bei Alt-Aussee. Max. der Temp. am 24·4 statt 4·4.
„ „ „ Linz. Max. des Luftdruckes 331‴92 statt 325‴29.
„ „ „ Ragusa der Niederschlag 18‴32 statt 28‴37.
„ November bei Bodenbach. Mittlerer Luftdruck 334·26 statt 335‴26.
„ „ „ Kronstadt. Minimum des Luftdruckes am 11·3 311‴68 statt 17·6 313‴03.
„ December bei Obervellach. Niederschlag 43‴46 statt 11‴32.

[1]) In den monatlichen Übersichten bis September wurde für Ragusa der Dunstdruck nach Beobachtungen gegeben, welche an einem bis 90° getheilten Haarhygrometer angestellt sind. Wegen der geringen Übereinstimmung dieser Beobachtungen mit denen, welche vom October an mit dem Psychrometer ausgeführt wurden, hat man sie hier ausgelassen. Die Monatmittel der Temperatur und des Luftdruckes wurden in den monatlichen Übersichten vom Jänner bis August 1853 aus den Extremen genommen, hier folgen dieselben aus den Tagesmitteln berechnet.

Gang der Wärme und des Luftdruckes im Februar 1854.

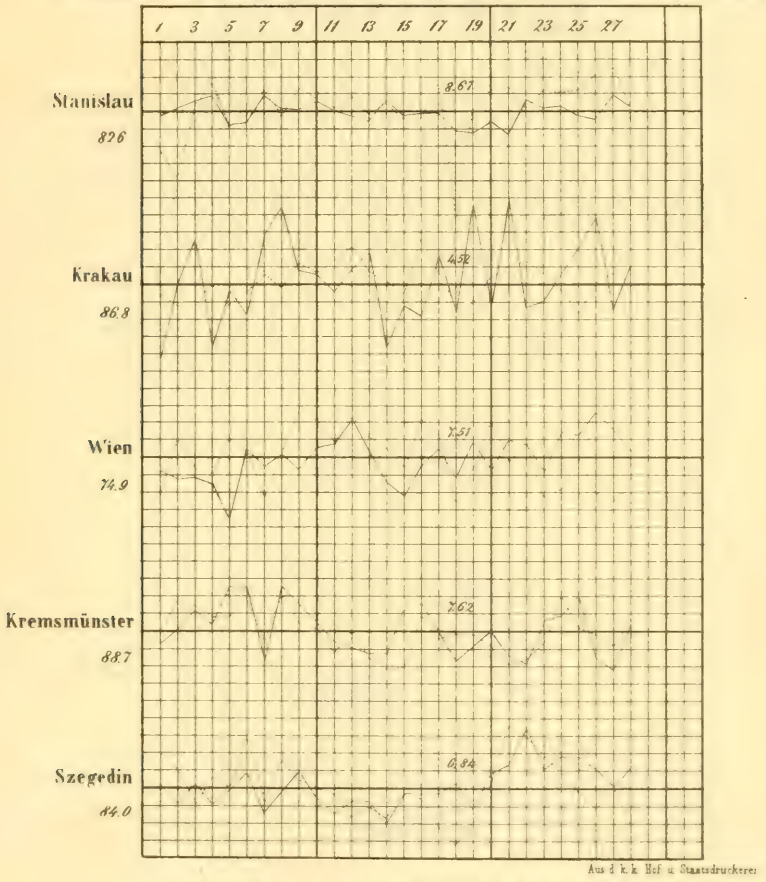
Die punctirten Linien stellen die Wärme, die ausgezogenen den Luftdruck dar.
Die beigeschriebenen Zahlen sind Monatmittel, denen die stärkeren Horizontallinien entsprechen.
Ein Netztheil entspricht bei der Wärme einem Grad Réaumur, beim Luftdrucke einer Pariser Linie.



Aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

Gang der Feuchtigkeit und des Ozongehaltes der Luft im Februar 1854.

Die punktirten Linien stellen die Feuchtigkeit, die ausgezogenen den Ozongehalt dar. Die am Rande befindlichen Zahlen sind die Monatmittel der Feuchtigkeit, jene zwischen den Curven die Monatmittel des Ozongehaltes.
Den Monatmitteln entsprechen die stärkeren Horizontallinien.
Ein Netztheil beträgt für die Feuchtigkeit 5 Procente, für den Ozongehalt einen Theil der Farbenscala, welche vom völligen Weis bis zum tiefsten Blau zehn Abtheilungen enthält.



Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. math. naturw. Cl. XII. Bd. 3. Heft. 1854.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

XII. BAND.

IV. HEFT. — APRIL.

JAHRGANG 1854.

SITZUNG VOM 6. APRIL 1854.

Die kaiserl. Leopoldin.-Carolinische Akademie der Naturforscher hat für das Jahr 1854/55 nachstehende Preisfrage ausgeschrieben, welche Fürst Anatol von Demidoff (Mitglied der Akademie unter dem Namen Franklin) zur Feier des allerhöchsten Geburtsfestes Ihrer Majestät der Kaiserin Alexandra von Russland ausgesetzt hat.

„Eine Classification der Gebirgsarten, gegründet auf die Gesammtheit ihrer Charaktere, hauptsächlich auf das Studium und ihrer Structur, ihrer mineralogischen Beschaffenheit und ihrer chemischen Zusammensetzung."

Termin der Einsendung ist der 1. März 1855, die Publication über die Zuerkennung des Preises von 200 Thlrn. preuss. C. erfolgt in der Zeitschrift „Bonplandia" mittelst einer Beilage vom 17. Juni 1855.

Eingesendete Abhandlungen.

Note über gewundene Bergkrystalle.

Von dem w. M. **W. Haidinger.**

Die Revision des Zusammenhanges der optisch rechts- und linksdrehenden Quarze mit der krystallographischen Form und ihrem Vorkommen in den Amethysten veranlasste mich, einen sehr schönen „gewundenen Bergkrystall" vom St. Gotthard in der Sammlung der k. k. geolog. Reichsanstalt wieder vorzunehmen und namentlich auch zugleich die treffliche Abhandlung des Herrn geheimen Bergrathes Weiss [1]) zu studiren, in welcher sie zuerst und sehr genau beschrieben worden sind. Auch in dem k. k. Hof-Mineralien-Cabinete werden einige schöne Exemplare aufbewahrt. Ein paar Bemerkungen, die ich

[1]) Über rechts und links gewundene Bergkrystalle. Abhandlungen der königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Aus dem Jahre 1836, Seite 186.

hier mittheile, haben weniger den Zweck einer genaueren Erläuterung im Auge, als vielmehr den, gewisse Beziehungen hervorzuheben, welche sich überhaupt seit dem Datum jener Abhandlung mehr in den Vordergrund gestellt haben, da man seitdem so viele vergleichende krystallographische und optische Studien am Bergkrystall angestellt hat.

Der oben erwähnte gewundene, und wie sich Weiss so richtig ausdrückt, tafelartige Bergkrystall ist ein linker. In der Projection auf dem Querschnitte des regelmässigen sechsseitigen Prismas ∞Q Fig. 1 erscheinen von dem Mittelpunkte ausgehend die Flächen der Plagieder x links von den Rhombenflächen s. In demselben Individuum wird für Licht die Polarisationsebene oben gegen links zu gedreht, es sind linksdrehende [1]). Die Drehung in dem gewundenen Krystall geschieht nun so wie es in Fig. 2 durch den festangewachsenen Theil AB und den Schlusskrystall CD angedeutet ist. Soll man ihn links oder rechts gedreht nennen? Gewiss erscheint er linksgedreht, so wie man ihn hier auf dem Papiere entlang der Drehungsaxe durch den Punkt E betrachtet. Wenn man sich den Krystall auf seiner Anwachsfläche liegend denkt, und ihn in der Richtung von B nach A betrachtet, dann liegt gegentheils CD zu oberst, und D ist nach rechts gedreht oder gewunden. Diese Lage der Betrachtung muss man wählen, wenn es darauf ankommt, das Rechts- oder Linksdrehen der Polarisationsebene des Individuums AB mit der durch die Drehung hervorgebrachten Lage der abweichenden Theile des gewundenen Bergkrystalls zu vergleichen.

Fig. 1.

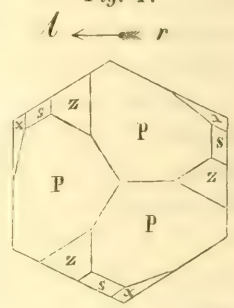
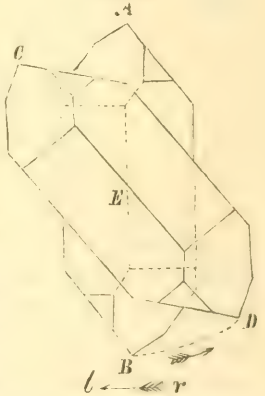


Fig. 2.



Die Drehung beträgt im festgewachsenen Bergkrystall für gelbes Licht bei einem Millimeter Dicke nach Biot zwischen 22°3138 und

[1]) Vergleiche: Über Pleochroismus und Krystallstructur des Amethystes. Sitzungsberichte. 16. März 1854.

25°6752 (für die Linie *D* im Orange 21°67, für *E* im Grün 27°46 nach Broch). Nimmt man in runder Zahl 24° so kommen auf 1 Wiener Zoll (26·342 Millimeter) schon mehr als 1¾ Umgänge (632°208). Bei dem gewundenen Bergkrystall, der von *E* senkrecht bis auf die Linie *AB* etwa 2½ Zoll gross war, betrug die sehr starke Drehung doch erst etwa 40°, zu 1¾ Drehung würden etwa 39 Zoll Höhe erforderlich gewesen sein; für einen Zoll kämen 16°, daher die zwei Drehungen in dem Verhältniss von 39·5 gegen 1 gegen einander stehen. Man sieht, dass diese beiden Drehungsverhältnisse sich wohl gar nicht numerisch mit einander in Vergleich bringen lassen. Aber sie beziehen sich auch auf gänzlich verschiedene Axen, die Drehung der Polarisationsebene nämlich auf die Hauptaxe des Quarzes, welche eine rhomboedrische ist, mit zugehörigen gleichseitigen Dreiecken zu Schnitten, wenn auch mit rechts- oder linksgyroidischer Symmetrie, und die Drehung der gewundenen Bergkrystalle auf eine der Nebenaxen, welche senkrecht auf jener rhomboedrischen Hauptaxe steht. Würde man auf einem Cylinder der Hauptaxe entlang die Durchschnitte der Drehung der Polarisationsebene in Linien auftragen, so entstünden für den Linksquarz und also auch für den eben vorliegenden Fall Schraubenlinien mit einem Verlaufe wie bei einer Rechtsschraube. Würde man Ähnliches für die Drehung des gewundenen Bergkrystalls versuchen, entlang der auf der Hauptaxe senkrecht stehenden Drehungsaxe durch den Punkt *E* (Fig. 2), etwa die Linie durch die Spitze *AC* u. s. w. und durch *BD* u. s. w. auf einem Cylinder aufzutragen, so wäre das Ergebniss ein Verlauf der Linie ebenfalls wie bei einer Rechtsschraube. Sie stimmen also auch in dieser Beziehung vollkommen mit einander überein.

Sehr richtig bemerkt Weiss, dass, weil der Krystall angewachsen ist, man sich einen Druck, der eine Drehung hervorbringt, nur an dem freien Ende angebracht denken kann [1]). Gewiss aber hat eine solche mechanische Drehung auch in der That stattgefunden. Alles spricht dafür, dass die klarsten, am schönsten ausgebildeten Krystalle das Ergebniss langer Perioden gleichförmigen Zustandes ihres Entstehens sind, während dessen sich in den zuerst, gewissermassen aus dem Gröbsten gebildeten Formen nach und nach die einzelnen Theilchen immer genauer an einander schliessen, und eine

[1]) A. a. O. S. 189.

mehr homogene Beschaffenheit des Krystalls hervorbringen. Die vorliegende gewunde Tafel ist ungeachtet der doppelten Krümmung ihrer Flächen ausgezeichnet klar und durchsichtig, man wird ihr gerne eine lange Bildungsperiode zugestehen. Überhaupt sind diese Krystalle nach Weiss, selbst in optischer Beziehung, so homogen, dass sie in Platten an einer centralen Stelle senkrecht auf die Axe geschnitten eine einzige stetige Figur zeigten, freilich nicht in Kreisringen, sondern sehr stark oval [1]). Welche Beziehung zeigt sich nun zwischen dem Drehen der Polarisationsebene und der Abweichung der Lage der weiter und weiter von der Unterlage entfernten Theile des gewundenen Krystalls? Gewiss ist die Richtung der Drehung der Polarisationsebene, wie sie in den zwei Figuren mit der Richtung von Rechts (*r*) nach Links (*l*) angedeutet ist, entgegengesetzt der Richtung von *B* nach *D* in Fig. 2 von Links nach Rechts. Da aber die Ablenkung nur ganz allmählich und stetig geschieht, so drückt dies eben so gewiss eine Anziehung aus, ein Entgegenkommen der freistehenden, wenn auch schon im Krystall geschlossenen, doch noch beweglichen Masse gegen die Richtung der gedachten Polarisationsebene. Man könnte einen solchen Vorgang eine Bewegung nennen, der Erfolg wäre die Grösse der Drehung der Polarisationsebene zu vermindern, ein Streben zur Ausgleichung, das den gleichartig gyroidischen Theilchen nicht gelingt, während ungleichartige sogleich die Zwillingsbildung in ebenen Flächen erreichen würden. Man bemerkt an den gewundenen Tafeln keine entgegengesetzt drehende Individuentheile, sie sind ganz rein von einer der Quarzarten, der rechten oder linken, gebildet. Wohl aber zeigen sich hin und wieder kleine Eckchen aus gleichen Formen in abweichender Stellung, wie dies am Bergkrystall überhaupt so häufig ist, so dass die Rhombenflächen auch an vielen jener Ecken angetroffen werden, wo sie der reinen gyroidischen Hemiedrie nach nicht wahrgenommen werden sollten.

[1]) A. a. O. S. 20.

Über die Bildung der Kohlehydrate in den Pflanzen.

Von dem w. M., **Dr. Fr. Rochleder.**

In den Blättern von *Ledum palustre*, *Arctostaphylos officinalis*, *Erica herbacea*, *Calluna vulgaris*, *Rhododendron ferrugineum*, den Nadeln von *Pinus sylvestris*, den grünen Theilen von *Thuja occidentalis* sind in meinem Laboratorium Stoffe aufgefunden worden, die durch Einwirkung von verdünnten Säuren bei höherer Temperatur in ein Kohlenhydrat (Zucker) und ein flüchtiges Öl zerfallen. Nach einer Untersuchung von Herrn Meninger, die er bald vollendet haben wird, und deren Resultate ich der kaiserlichen Akademie vorzulegen die Ehre haben werde, kömmt eine ähnliche Materie auch in *Thymus Serpillum* vor, also in einer Pflanze aus der Familie der Labiatae. Aus Versuchen von Pettenkofer scheint hervorzugehen, dass *Micania Guaco* und *Eupatorium cannabinum* Körper von ganz ähnlichem Verhalten erzeugen. Auch in den Früchten einiger Umbelliferen fand Professor Hlasiwetz ähnliche Materien. Dass diese Substanzen nicht blos durch Säuren sondern auch durch Fermente, die in den Pflanzen enthalten sind, in Kohlenhydrate und ätherische Öle zerlegt werden, ergibt sich aus Versuchen, die Herr Kawalir im hiesigen Laboratorium mit dem Pinipicrin angestellt hat. Eine wässerige Lösung dieses Bitterstoffes, mit Emulsin zusammengebracht, entwickelt bald den eigenthümlichen Geruch, der auch bei Behandlung mit Säuren entsteht. Allein das sich bildende ätherische Öl hindert die weitere Einwirkung des Emulsin.

Es ist daher eine durch die Erfahrung constatirte Thatsache, dass diejenigen (bis jetzt untersuchten) Pflanzen, welche ätherische Öle produciren, einen Stoff enthalten, der durch Säuren und Fermente in ein Kohlehydrat und ein ätherisches Öl zerfällt.

Mir scheint es keine gewagte Hypothese zu sein, wenn man hierauf gestützt behauptet, dass diese Stoffe, welche durch Fermente und Säuren sich in Kohlehydrat und ätherisches Öl spalten, das in den Pflanzen erzeugte Material sind, aus welchem in diesen Vegetabilien die Kohlehydrate gebildet werden, unter gleichzeitiger Abscheidung eines ätherischen Öles. Die ätherischen Öle sind demnach Nebenproducte der Erzeugung von Kohlehydraten. Es liegt keine

Beobachtung vor, dass einmal producirte ätherische Öle mit Kohlehydraten in den Pflanzen sich zu derlei Verbindungen vereinigen.

Die gebildeten ätherischen Öle werden entweder als solche in den Pflanzen aufbewahrt oder sie gehen durch Sauerstoffaufnahme in Harze über, theilweise wohl auch in fette Säuren von niederer Zusammensetzung, wie z. B. das Terpentinöl in Ameisensäure u. s. w. Eine weitere Theilnahme an dem Stoffwechsel in den Pflanzen hat man keinen haltbaren Grund, den ätherischen Ölen zuzugestehen. Da aus den erwähnten Verbindungen Zucker entsteht, der Zucker aber, wie die Entwicklung der Samen zeigt, in Cellulose überzugehen fähig ist, so können wir sagen, dass in einer zahlreichen Menge von Pflanzen die Erzeugung der Cellulose, die Zellenbildung in der Weise vor sich geht, dass ein in Wasser löslicher, folglich der Bewegung fähiger Bestandtheil der Pflanzen sich in ein Kohlehydrat zerlegt, welches in Cellulose übergeht, während ein Theil seiner Elemente als ätherisches Öl abgeschieden wird und unter geeigneten Verhältnissen zur Erzeugung von Harzen und niederzusammengesetzten fetten Säuren Veranlassung gibt. Die Bildung von Harzen aus ätherischen Ölen wird bei Gegenwart von Sauerstoff um so leichter und schneller vor sich gehen, als hier die ätherischen Öle im Abscheidungsmomente, im sogenannten *status nascens* mit Sauerstoff zusammentreffen; der *status nascens* ist aber bekanntlich derjenige Zustand, in dem ein Körper die grösste Neigung besitzt, sich mit einem anderen zu verbinden.

Pflanzen, die keine ätherischen Öle enthalten, produciren andere Substanzen, die durch Fermente in ein Kohlehydrat, das der Umwandlung in Cellulose fähig ist, und einen Stoff zerfallen, der nicht die Eigenschaften eines ätherischen Öles besitzt. So enthalten die Salix- und Populus-Arten Salicin und Populin, *Aesculus Hippocastanum* das Aesculin, Materien, die durch Einwirkung von Fermenten neben einem Kohlehydrate einen anderen nicht flüchtigen Stoff erzeugen. Während das durch Spaltung entstandene Kohlehydrat in Cellulose übergeht und zur Zellenbildung den Anstoss gibt, wird das zweite, neben dem Kohlehydrat gebildete Product, wenn es in Wasser löslich ist, weiter geführt und zu verschiedenen Functionen verwendet werden, während es sich, wenn es in Wasser unlöslich ist, an der Stelle, wo es entstanden ist, ablagern und keine weiteren Metamorphosen erleiden wird. So finden wir das Alizarin in der Wurzel der

Rubia tinctorum, nicht in den Blättern und Stengeln dieser Pflanze, da es in der Wurzel durch Einwirkung eines (von Schunk entdeckten) Fermentes gebildet wurde und in Wasser unlöslich ist, während der neben Alizarin entstandene Zucker, als löslich in Wasser, fortgeführt und zur Bildung von Zellen verwendet werden wird.

Es scheint demnach zwei Bildungsweisen von Cellulose zu geben, die sich dadurch von einander unterscheiden, dass bei der einen neben einem Kohlehydrate ein Stoff entsteht, der keine weitere Verwendung im Stoffwechsel findet, während bei der anderen eine lösliche Materie neben dem Kohlenhydrate erzeugt wird, die zu weiteren Metamorphosen in andere Theile der Pflanze fortgeführt wird.

Ich bemerke hierbei, dass die Existenz von Stoffen, die durch Säuren und Fermente ein ätherisches Öl geben, auf die Entstehung der Ferment-Öle ein Licht zu werfen scheint. Solche Materien mögen in allen Pflanzen, wenn auch in manchen in unendlich kleiner Menge vorhanden sein, und bei der Gährung derselben sich zerlegen und zur Entstehung eines ätherischen Öles Veranlassung geben.

Pyroretin, ein fossiles Harz der böhmischen Braunkohlenformation.

Von dem w. M. **Dr. A. E. Reuss.**

Dieses Harz hat sich in der der Braunkohlenformation angehörigen Pechkohle auf der Segengotteszeche zwischen Salesl und Probosch unweit Aussig in Böhmen gefunden. Es kömmt dort theils in nuss- bis kopfgrossen unregelmässigen Knollen vor; theils bildet es bis mehrere Zoll dicke plattenförmige Massen, welche der Schichtung der Kohle selbst conform liegen. In dieser Richtung wird es auch von unterbrochenen Kluftflächen durchzogen, die ihm einen Anschein von Schichtung ertheilen, ist aber auch ausserdem noch stark und unregelmässig zerklüftet.

Es ist sehr spröde und zerbrechlich; selbst bei geringer Kraftanwendung zerbröckelt es in zahllose kleine scharfkantige Fragmente. Die Farbe ist bräunlichschwarz, der Glanz ein wenig intensiver fettiger Pechglanz. Bei flüchtiger Betrachtung hat es eine grosse Ähnlichkeit mit mancher bröcklichen Braunkohle und wurde auch an -

fänglich von den Bergleuten dafür gehalten und als Kohlenklein auf die Halden gestürzt, bis das Schmelzen desselben und der eigenthümliche Geruch bei dem Verbrennen sie eines Bessern belehrte.

Das Harz lässt sich sehr leicht zu einem dunkel-holzbraunen Pulver zerreiben. Die Härte ist beiläufig jene des Gypses. Das specifische Gewicht zeigt sich je nach der verschiedenen Reinheit und grössern oder geringern Beimengung von erdigen Bestandtheilen nicht unbedeutenden Schwankungen unterworfen: es wechselt nach mehrfachen Versuchen zwischen 1·05 und 1·18.

An der Kerzenflamme entzündet sich das Harz leicht und verbrennt mit heller, rothgelber, stark rauchender Flamme, wobei es einen intensiven Geruch, ähnlich jenem des brennenden Bernsteins, entwickelt und eine schwarze kleinblasige Kohle hinterlässt, die sich nur schwer einäschern lässt. Erhitzt wird es schwarz und schmilzt leicht, wobei es aber sich unter Blasenwerfen sogleich zu zersetzen beginnt, indem es graulichweisse Dämpfe ausstösst und den vorerwähnten Geruch verbreitet. Bei dem Erkalten erstarrt es zu einer zusammenhängenden, blasigen schwarzen asphaltähnlichen Masse.

Um die chemischen Verhältnisse dieses Harzes näher kennen zu lernen, übergab ich eine Probe desselben meinem Freunde, dem Herrn Professor Dr. Rochleder hierselbst mit der Bitte, es einer quantitativen chemischen Analyse zu unterziehen, welche er auch im chemischen Laboratorium der Universität durch Herrn Johann Stanèk unter seiner Beaufsichtigung vornehmen liess.

Es war eine solche genauere Untersuchung um so wünschenswerther, als die Verhältnisse, unter denen das in Rede stehende Harz vorkömmt, ein nicht geringes Interesse darbieten und sich daraus eine Aufklärung über seine Entstehung hoffen liess.

Bekanntlich liegt die Braunkohlenformation bei Grosspriesen, Binnowe, Salesl und Probosch am rechten Elbufer zwischen mächtigen basaltischen Massen eingeschoben. Basalte und basaltische Conglomerate bilden ihre Unterlage, so wie sie auch von der mächtigen Basaltdecke des Schreckensteiner Gebirges, das sich bei Pohorz bis zu 2069′ über die Nordsee erhebt, überlagert wird. Dem hohen Drucke, welchem unter diesen Umständen die wenig mächtigen Kohlenflötze unterworfen waren, ist es ohne Zweifel zuzuschreiben, dass ihre Beschaffenheit von jener der Braunkohle des übrigen nordwestlichen Böhmens bedeutend abweicht. Sie stellt nämlich grössten-

theils eine sehr schöne compacte Pechkohle von ausgezeichnet muschligem Bruche und intensivem Pechglanze dar.

Die Kohlenflötze werden von zahlreichen eine bis mehrere Klaftern mächtigen Basaltgängen durchsetzt, welche gleich Wurzeln aus dem überliegenden Basaltgebirge durch die ganzen nicht sehr mächtigen Schichten der dortigen Braunkohlenformation zu den darunter liegenden basaltischen Massen hinabreichen, beide mit einander verbindend. Es sind die Ausfüllungen der Spalten, durch welche die feurigflüssige Basaltmasse, die Kohlenschichten durchbrechend, emporgestiegen ist, um sich darüber zu ergiessen und zu einem mächtigen Basaltgebirge aufzuthürmen.

Dass es dabei an mannigfachen Einwirkungen der heissen plutonischen Masse auf die Glieder der Kohlenformation nicht fehlen konnte, ist leicht einzusehen. Hier interessiren uns zunächst nur jene, welche sie unmittelbar auf die Kohlenflötze selbst ausgeübt hat. Es sind dieselben theils mechanischer, theils chemischer Art. Zu den ersteren gehören vor Allem die zahlreichen Verwerfungen der Kohlenflötze, die mitunter mehrere Klaftern betragen. Diese sind ferner den Basaltgängen zunächst nicht selten ganz zertrümmert; jede Spur von Schichtung ist verschwunden, die ganze Masse besteht aus eckigen Bruchstücken, die durch zerreibliche Kohlensubstanz nur locker verbunden sind; diese russige Kohlenmasse erstreckt sich an manchen Stellen selbst bis in den Basaltgang, indem sie in die Klüfte desselben eindringt und sie überzieht.

An andern Orten erscheint die Kohle längs der Berührungsfläche mit dem Basalte in 2—3 Zoll lange und ¾—1½ Zoll dicke unregelmässige polygone Säulchen zerspalten, die sämmtlich senkrecht auf der Berührungsfläche des Basaltes stehen, allen ihren Unebenheiten folgend. Die Kohlenprismen sind gewöhnlich mit einer dünnen Schichte von sehr klein krystallisirtem gelblichweissem Kalkspath überkleidet. Damit ist aber auch zugleich eine chemische Umwandlung verbunden. Die Kohle zeigt nämlich eine eisenschwarze Farbe, schwachen unvollkommen metallischen Glanz, auf den Klüften zuweilen bunte, angelaufene Farben und bei genauerer Prüfung zeigt es sich, dass sie ihren Bitumengehalt verloren habe und in anthrazitische Masse verwandelt sei.

Dieselbe Metamorphose — Umbildung in natürliche Coaks — lässt sich bisweilen auch ohne die säulenförmige Zerspaltung wahr-

nehmen, in welchem Falle sie sich nicht selten von der Basaltgrenze aus 1—2 Fuss weit in die Kohlenmasse hinein erstreckt. In etwas grösserer Entfernung von dem Basaltgange stösst man nun auf das oben beschriebene Harz, das sich auch bis in das Liegende der Kohle, einen grauen oder grünlich schwarzen Thon, hinabzieht.

Hier liegt nun gewiss die Idee nahe, dass dasselbe aus den harzigen Bestandtheilen der Kohle bestehe, die in Folge der Einwirkung der intensiven Hitze des Basaltes aus der Kohle gleichsam ausgesaigert oder verflüchtigt wurden, um sich sodann in einiger Entfernung in den kältern Theilen wieder zu concentriren und zu den erwähnten Harzmassen anzusammeln. Dass dabei keine vollkommene Zersetzung eintrat, mag seinen Grund in dem hohen Drucke und dem Ausschlusse der athmosphärischen Luft finden.

So annehmbar die eben näher erörterte Entstehungsweise, welche ich auch in dem dem Harze beigelegten Namen auszudrücken versuchte, auch an sich zu sein scheint, so war es doch unerlässlich, sich durch eine analytische Untersuchung des fossilen Harzes die Ueberzeugung zu verschaffen, ob die chemische Zusammensetzung desselben der obigen Erklärungsweise nicht entgegenstehe oder ob sie ihr vielmehr günstig sei. Die unten mitgetheilte chemische Analyse verträgt sich aber mit dieser genetischen Ansicht nicht nur sehr wohl, sondern liefert für dieselbe vielmehr neue Unterstützungsgründe.

Fossiles Harz von Salesel bei Aussig.

Von **Johann Stanĕk.**

Herr Professor Dr. E. Reuss hat das fossile Harz, wovon die Analyse in den folgenden Zeilen mitgetheilt wird, zur Untersuchung übergeben; die geognostischen Verhältnisse und Eigenschaften dieses Harzes aber wurden oben näher beschrieben. Das spec. Gewicht wurde bei 13° C = 1·185 gefunden. Das gepulverte Harz löst sich nur zum Theil in kochendem Alkohol auf. Der Rückstand, der bei dieser Behandlung bleibt, ist ohne Zersetzung in keiner Flüssigkeit löslich. concentrirte Kalilauge löst nicht eine Spur davon. Der kochende alkoholische Auszug setzt beim Erkalten eine kleine Menge eines pulverigen Niederschlages ab. Die davon abfiltrirte Lösung

lässt nach dem Verdampfen eine braune, colophoniumähnliche Masse zurück, die durch Auflösen in Äther gereinigt wird, der eine kleine Menge einer schwarzen flockigen Materie ungelöst lässt. Nach Verjagen des Äthers bleibt eine spröde Harzmasse von schön rothbrauner Farbe zurück, die sich zu einem viel lichteren, braunen Pulver zerreiben lässt. Dieses Harz scheint ein Gemenge zu sein von zwei Harzen, demjenigen, wovon sich ein Theil aus der heissen alkoholischen Flüssigkeit absetzt und einem anderen sauerstoff-ärmeren Harze. Bei 100° C erweichen diese Harze, erleiden eine beginnende Schmelzung und nehmen, längere Zeit bei dieser Temperatur der Einwirkung der Luft ausgesetzt, Sauerstoff in merklicher Menge auf.

Ich lasse hier einige Analysen dieser Harze folgen.

0,1232 des aus dem heissen Alkoholauszuge niederfallenden pulverigen Harzes bei 100° C getrocknet gaben:

0,3615 Kohlensäure und 0,1045 Wasser.

Das Harz enthält keinen feuerbeständigen Rückstand.

Dies entspricht auf 100 Theile berechnet folgender Zusammensetzung:

			Berechnet.	Gefunden.
40	Äquivalente Kohlenstoff	= 240 —	80,00 —	80,02
28	„ Wasserstoff	= 28 —	9,33 —	9,42
4	„ Sauerstoff	= 32 —	10,67 —	10,56
		300 —	100,00 —	100,00

Der Zusammensetzung nach unterscheidet sich dieses Harz von der Sylvin- oder Pimarsäure und der Copaivasäure ($C_{40}H_{30}O_4$) durch einen Mindergehalt von 2 Äquivalenten Wasserstoff. Von dem Betaharze des Harzes von Pinus Abies nach Johnston $= C_{40}H_{29}O_5$ nur durch die Elemente von 1 Äquivalent Wasser. Das *a* Harz des Sandarach ($= C_{40}H_{32}O_6$) und der saure Theil des Dammarharzes ($= C_{40}H_{30}O_6$) enthalten nur die Elemente von 2 Äquivalenten Wasser mehr als das in Rede stehende Harz. Dieses enthält um 2 Äquivalente Sauerstoff weniger als das von Professor Rochleder analysirte, ebenfalls in Böhmen vorkommende, fossile Harz und das mit demselben gleich zusammengesetzte Perubalsamharz. Der Guajaquillit ($= C_{40}H_{26}O_6$) könnte durch Oxydation aus einem Harze von der Formel $C_{40}H_{28}O_4$ unter Ausscheidung von 2 Äquivalenten Wasserstoff und Aufnahme von 2 Äquivalenten Sauerstoff entstanden sei.

Die Formel $C_{40}H_{28}O_4$ lässt dieses Harz als ein Substitutionsproduct eines ätherischen Oeles aus der Familie der Camphene erscheinen, entstanden durch Ersatz von 4 Äquivalenten Wasserstoff durch 4 Äquivalente Sauerstoff, denn

$$(O_{40}H_{32} - H_4 + O_4) = C_{40}H_{28}O_4.$$

Der durch heissen Alkohol ausgezogene, von dem beim Erkalten ausgeschiedenen Harze getrennte und durch Äther gereinigte Antheil des fossilen Harzes gab bei 100° C. getrocknet folgende Zahlen:

0.1800 Harz gaben 0,5352 Kohlensäure und 0,1534 Wasser oder auf 100 Theile berechnet:

			Berechnet.	Gefunden.
80	Äquivalente Kohlenstoff	= 480 —	81,08 —	81,09
56	„ Wasserstoff	= 56 —	9,46 —	9,47
7	„ Sauerstoff	= 56 —	9,46 —	9,44
		592 —	100,00 —	100,00

Die Formel $C_{80}H_{56}O_7$ lässt sich als der Ausdruck der Zusammensetzung eines Gemenges von $C_{40}H_{28}O_3$ und $C_{40}H_{28}O_4$ zu gleichen Theilen betrachten. Das Harz $C_{40}H_{28}O_4$ ist höchst wahrscheinlich identisch mit dem früher besprochenen Harze. Dieses Harz stösst beim Erhitzen einen starken Weihrauchgeruch aus, verbrennt mit leuchtender, russender Flamme ohne Rückstand.

Die Zusammensetzung beider analysirten Harze, so wie der Weihrauchgeruch bei Zersetzung durch erhöhte Temperatur sprechen für die Abstammung von Pflanzen aus der Familie der Coniferen.

Der in Alkohol und Äther, sowie in alkalischen Flüssigkeiten unlösliche Bestandtheil des fossilen Harzes scheint das Product der Zersetzung eines Harzes durch höhere Temperatur zu sein. Die Analyse desselben gab folgende Resultate:

I. 0,208 Substanz gaben 0,5173 Kohlensäure und 0,198 Wasser
II. 0,1980 „ „ 0,4918 „ „ 0,1153 „
III. 0,2122 „ hinterliessen 0,0127 oder 5,999 pCt. feuerbeständigen Rückstand.

Auf 100 Theile berechnet nach Abzug der Asche:

			Berechnet.	Gefunden. I.	II.
39	Äquivalente	Kohlenstoff = 234 —	76,97 —	76,64 —	76,77
22	„	Wasserstoff = 22 —	7,24 —	7,31 —	7,30
6	„	Sauerstoff = 48 —	15,79 —	16,05 —	15,93
			304 — 100,00 —	100,00 —	100,00

Das Harz $C_{39} H_{22} O_6$ lässt sich mit Wahrscheinlichkeit aus einem Harze von der Zusammensetzung $C_{40} H_{23} O_9 = (C_{40} H_{32} — H_9 + O_9)$ durch Austreten von 1 Äquivalent Wasser und einem Atom Kohlensäure entstanden denken $(C_{40} H_{23} O_9) — (HO + CO_2) = C_{39} H_{22} O_6$, es wäre gleichsam das Aceton einer Harzsäure.

Beim Erhitzen stösst diese Substanz den Geruch von *oleum succini empyreumaticum* aus.

Der feuerbeständige Theil besteht hauptsächlich aus kieselsaurer Thonerde, Eisenoxyd, Bittererde und Spuren von Kalk und schwefelsaurem Kali.

Die Zusammensetzung der drei Bestandtheile dieses fossilen Harzes, ihre Eigenschaften, der geringe Gehalt an feuerbeständigen Bestandtheilen, von denen der in Lösungsmitteln unlösliche Theil nur 6 pCt., der lösliche nichts enthält, die Abwesenheit aller humusartigen Substanzen, die durch die Veränderung des Holzes entstehen, scheinen mit Bestimmtheit zu erweisen, dass dieses fossile Harz aus harzhaltigen Kohlen durch erhöhte Temperatur ausgeschmolzen, gleichsam ausgeseigert wurde, eine Temperatur, die so hoch war, dass ein Theil des Harzes unter Bildung von Kohlensäure und Wasser eine beginnende Zersetzung erlitt.

Diese aus der Analyse des fossilen Harzes abgeleiteten Ansichten stimmen vollkommen mit den vom Herrn Professor Dr. E. Reuss aus geologischen Betrachtungen geschöpften und weiter oben ausgesprochenen Ansichten überein.

Ich bemerke endlich, dass diese Untersuchung im chemischen Laboratorium des Herrn Professor Rochleder zu Prag ausgeführt wurde.

Bemerkungen über die Entwickelung der Schädel- und Gesichtsknochen, der äusseren Theile des Gesichtes, dann der Zunge, des Kehlkopfes und der Luftröhre.

Von **Professor Dr. Engel.**

(Mit III Tafeln.)

An die von mir zuletzt überreichte Darstellung der Entwickelung des Gehirns schliesst sich unmittelbar die Beschreibung der Ausbildung des Kopfskeletes. Zwar sind mehrere Punkte dieser Entwickelung bereits in meinen früheren Abhandlungen besprochen worden, doch möge es mir vergönnt sein, im Nachfolgenden das bisher an verschiedenen Stellen Zerstreute übersichtlich zusammenzustellen, an die bereits bekannten Punkte Neues anzuknüpfen, und die Entwickelung der genannten Theile mehr im Einzelnen zu untersuchen.

Wenn sich an der Kopfblase die erste Furchung in einen oberen und einen unteren Keim (Fig. 1) gebildet hat, so gibt ein nach der Linie *a b* geführter, und auf der Ebene des Papiers senkrechter Durchschnitt die Figur 2 mit der oberen oder Hirnblase 1, und der unteren oder Gesichts-Nackenblase 2. Ist aber durch eine weitere Furchung das gesammte Kopf-Halsblastem in acht Bildungskugeln zerfallen (Fig. 3), so bietet ein nach der Richtung *a b* senkreckt auf die Ebene des Papiers geführter Schnitt die Durchschnittsfigur 4. In dieser hat sich bereits die Haut von den Schädelknochen genetisch getrennt. Man sieht hier bei *A* die von dem Stirnbeinblasteme umschlossene Schädelhöhle; bei *B* die Höhle, welche die gesammte Gesichtsblastemmasse (die sogenannten Kiemenbogen) nach der Keimbildung darbieten; bei *c* sieht man die Durchschnittsfigur des künftigen *Sulcus longitudinalis*, bei *d* die Andeutung der *Crista galli*. Die Entstehungsweise der Winkel *c* und *d* wird aus den bisher gepflogenen Untersuchungen verständlich sein. Bei *m* erkennt man die Durchschnittsfigur des mittlerweile entstandenen Augenblastems. Die zwischen den beiden Augenkeimen liegende vierseitige Figur *r s r' s* ist der Zwischenraum zwischen der Vorderkopfblase 1 und dem Gesichtsblastem 2, den man in der Seitenansicht bei *r s* in der dritten Figur wahrnimmt. Dieser vierseitige Raum wird begreiflicher

Weise um so höher und um so schmäler, je näher dem vorderen Ende des Gesichtsblastems der Schnitt geführt worden ist. Nimmt man das ganze Kopfblastem in der Stirnansicht, so erscheint es in der unter Nr. 5 angegebenen Form. Hier hat man bei *A* die Ansicht des in zwei Hälften gespaltenen Stirnblastems, bei *B* das Gesichts-Halsblastem, gleichfalls in zwei Hälften gefurcht; *m m'* geben die Augenblastemmasse von der vorderen Seite her gesehen; der zwischen *A*, *B*, *m* und *m'* befindliche in sechs kleine Winkel auslaufende Raum entspricht dem Raume *r r' s s'* der früheren Figur, ist nicht leer sondern mit plastischer Masse vollgefüllt, und enthält die jetzt noch formlose Blastemmasse aller Theile des Gesichtes mit Ausnahme jener des Unterkiefers. Die beiden Winkeln α und β dieses sechsseitigen Raumes erscheinen bald darauf mit plastischer und geformter Masse vollgefüllt und aus der 5. Figur entsteht die Figur 6. Von diesen beiden zuletzt entstandenen Blastemen ist das obere α, welches sich zwischen die beiden Stirnbeine hineinlagert, bestimmt für den Nasenfortsatz des Stirnbeines, das Blastem β dagegen wird zum Zungenblastem, das ursprüglich eine dreiseitige Figur besitzt und um so breiter wird, je weiter nach hinten man untersucht.

Bei denjenigen angebornen Missbildungen, bei denen durch Verschwinden des Raumes *r r' s s'* eine Verwachsung der Augenblasteme *m* und *m'* erfolgt, bei den sogenannten Cyklopen-Missgeburten entwickelt sich das Blastem α zu einem birn-, oder rüsselförmigen Anhange, der über dem einzigen Auge herabhängt.

Wenn dann später in dem rinnenartigen Raume *r s* (Fig. 3) ein neues, rundliches Blastem unter dem Augenkeime entstanden ist (γ, Fig. 7), welches in der Entwickelungsgeschichte unter dem Namen des Fortsatzes vom ersten Kiemenbogen bekannt ist, so gibt ein nach der Linie *a b* geführter und auf der Ebene des Papieres senkrechter Durchschnitt die Fig. 8, in der man (γ) den Durchschnitt des unter dem Augenkeime befindlichen Oberkiefer-Gaumenblastems sieht; denn dies ist die Bestimmung des Blastems γ. In einer Frontansicht des Fœtusschädels aber erhält man die 9. Figur, in der die Bezeichnungen mit denen der vorhergehenden Figur congruent sind.

Geht man wieder auf die Durchschnittsfigur 8 zurück, so wird man bemerken, dass an der Kapsel des Vorderhirnes durch die Theilung in zwei seitliche Hälften an der Basis dieser Kapsel ein kleines

Stück *ab* (Fig. 8) abgeschnitten wird, das sich in der That auch später unabhängig vom Stirnbeine entwickelt. Dieses genetisch von der Kapsel des Vorderhirns abgetrennte Stück wird später zum Siebbeine und zwar der *lamina cribrosa* desselben.

Die Entwickelung des Oberkiefers kann wohl am füglichsten mit jener der äussern und innern Nase abgehandelt werden.

Das anfangs kugelige Blastem für den Oberkiefer und das Gaumenbein (Fig. 7, γ) spaltet sich bald in eine vordere und eine hintere Masse (Fig. 10, γ, δ) von denen die letztere in der grossen Furche zwischen dem Hirn- und dem Gesichtsblasteme nach vorne sich entwickelt. Nimmt man die Ansicht der Hirnkapsel von deren unterer Fläche aus, so bietet sie die Fig. 11 dar, in welcher das Oberkiefer-Gaumenblastem bei $\gamma\,\delta$ zu sehen ist. Die beiden hinteren Blasteme γ, γ sind durch eine dünne, brückenartig ausgebreitete Blastemschicht mit einander verbunden. Die ganze Blastemmasse γ, γ mit der verbindenden Zwischenschicht wird später, indem sie in ihrer Entwickelung hinter jener des Oberkiefers δ bedeutend zurückbleibt, zum Gaumenbeine; die die beiden Gaumenbeine verbindende brückenartige Blastemschicht, welche vor dem grossen Hinterhauptsloche *a* liegt, wird zum Gaumenfortsatze des Gaumenbeines und die Entwickelung des harten Gaumens erfolgt sonach von hinten nach vorne. Mittlerweile hat sich aber auch in dem vorderen Theile des Raumes *A* (Fig. 9) ein doppeltes kugeliges Blastem gebildet, und dadurch entsteht in der Frontansicht die 12. Figur, in der die Spalten zwischen den einzelnen Blastemen bald mehr, bald minder deutlich hervortreten. Nimmt man nun von der 10. Figur einen senkrechten Durchschnitt nach der Linie *ab*, so erscheint sie in der in der 13. Figur abgebildeten Weise. Man sieht hier bei δ den Durchschnitt des Oberkiefer-Blastems, bei ε aber die Durchschnittsfiguren der mittlerweile entstandenen inneren Nasenblasteme, die oben bei *abc* und unten durch kleine dreiseitige Räume von einander geschieden sind. Von diesen dreiseitigen Räumen wird der obere etwas grössere zum Blastem der senkrechten Platte des Siebbeines; in dem unteren dagegen, der in der Entwickelung sehr zurückbleibt, bildet sich das daselbst vorhandene Blastem zur Crista des harten Gaumens aus.

Nimmt man in dieser Entwickelungsperiode wieder die untere Ansicht der Hirnkapsel, so erhält man die in der 14. Figur abgebildete Gestalt. Die Bezeichnungen sind die gleichen wie jene der

11. Figur; ausserdem sieht man aber bei ε, ε eine Durchschnittsfigur der beiden äusseren Nasenkeime, die durch eine leistenartige Substanzschichte *a b c* (deren senkrechter Durchschnitt in *a b c* der 13. Figur zu sehen ist) getrennt sind.

Bei Hühnern ist in dieser Entwickelungsperiode die Entwickelung des Oberkiefer- und des Nasenblastems unverhältnissmässig gross, so dass sie jene des ersten Kiemenbogens weit hinter sich lässt. Die Gehirnkapsel mit dem Oberkiefer-, Nasen- und Kiemenbogen-Blasteme hat daher von der unteren Fläche aus gesehen, die Gestalt Nr. 15, in welcher die in einer Bogenreihe liegenden Blasteme *r s* dem ersten Kiemenbogen, die tiefer liegenden Blasteme δ und ε dagegen dem Oberkiefer und der Nase angehören.

Nimmt man endlich einen nach der Linie *m n* (Fig. 12) verlaufenden und auf der Ebene des Papiers senkrechten Schnitt, so erscheint er in dem unter Nr. 16 gegebenen Bilde. Man sieht hier bei *A* in die Höhle der Hirnkapsel; bei *B* hat man die Gesichts-Halsblastemmasse (die Kiemenbogen der anderen Autoren), der zwischen beiden liegende Raum *c* enthält bei ε das Blastem der äusseren Nase, bei δ jenes der inneren Nase, beide übrigens selten genau von einander getrennt und ihre Formen dem Raume, in denen sie entstehen, genau anpassend. Da die Entwickelung der ersten Kiemenbögen anfangs auch hinter jener der Nase und des Oberkiefers zurückbleibt, so hat der Kopf eines menschlichen Fœtus von der Seite gesehen, die unter 17 abgebildete Gestalt.

Mit diesen verschiedenen Durchschnitten sind nun alle Einzelheiten in Betreff der Lage der benannten Blasteme mit hinreichender Genauigkeit erörtert, und es wird möglich, die innere Ausbildung zu untersuchen:

Der nächste Vorgang, der in dem äusseren Nasenblasteme ε (Fig. 12, 13) beobachtet werden kann, ist eine horizontale Furchung; die Figur 12 — eine Frontansicht eines Fœtusschädels (Schaf) ohne die Kiemenbogen — übergeht daher in die 18. Figur; das obere Paar ζ, ζ der so neu entstandenen Blasteme wird hierdurch zum eigentlichen Nasenblasteme; das untere Paar η, η, welches theilweise die Blastemmasse der Kiemenbogen von der vorderen Seite her bedeckt, wird zum Alveolarfortsatze des Oberkiefers mit der daran befestigten Oberlippe. In der Seitenansicht eines Schaffœtus sieht man nach dieser ersten Spaltung bei ζ, Fig. 19, das eigentliche Nasen-

blastem, das hinter jenem des Alveolarfortsatzes γ vom Oberkiefer in seiner Längenentwickelung bedeutend zurückbleibt; beide überragen aber ihrerseits wieder die mittlerweile zum Unterkiefer metamorphosirte Masse des ersten Kiemenbogens *B*. Beim menschlichen Fœtus ist die Ungleichheit der beiden Blasteme ζ und η nicht so bedeutend und man erhält dann die unter 20 angegebene Seitenansicht.

In dem oberen Blasteme ζ bildet sich hierauf eine kreuzweise Furchung (Fig. 21, *A*); von den hierdurch entstandenen Furchen ist aber nur die unterste mit der Kreuzungsstelle *a* geblieben, erstere wird später zur Spalte, die Kreuzungsstelle zu einem rundlichen Loche (Fig. 21, *B*). Dieses Loch ist nun das Nasenloch, die sie umgebende Blastemmasse, welche anfänglich die Gestalt eines halben Bogens hat, wird zum Nasenflügelknorpel (Fig. 21, *C*), dessen bleibende Form nur durch ein ungleiches Wachsen der beiden Hälften entsteht.

Aber auch im inneren Nasenblasteme (Fig. 16, *S*), welches den ungleich sechsseitigen Raum *A* zwischen den bisher genannten Blastemen erfüllt (Fig. 14), ist die Bildung bereits weit vorgerückt.

Am besten kann die Entwickelung des Innern der Nase an senkrechten Querschnitten studirt werden, welche in parallel hinter einander befindliche Ebenen, z. B. nach der Richtung der Linien *ab* und *cd* (Fig. 19) fallen.

Verfertigt man sich einen solchen auf der Ebene des Papiers senkrechten Schnitt durch die Schnauze des Schaffœtus nach der Linie *ab*, so erhält man die Figur 22, *A*; ein weiter rückwärts liegender Schnitt gibt die Durchschnittsfigur 22, *B*. Hier sieht man im Innern des Nasenblastems zu jeder Seite eine oder zwei über einander liegende kleine Leistchen *a* und *a*, *b*, welche später zur Anheftung der Nasenmuscheln dienen. Es wird leicht sein, aus diesen Durchschnittsfiguren auf die Art ihrer Entwickelung zu schliessen.

Zu diesem Behufe sei in der 23. Figur ein senkrechter Querschnitt durch das Blastem der Nase ζ und das Blastem γ des Fortsatzes vom ersten Kiemenbogen (Alveolarfortsatz vom Oberkiefer). Das Nasenblastem unterliegt einer Blastemfurchung, und zwar einer einfachen, wenn der Schnitt nach der Linie *mu* (Fig. 29) verläuft; einer doppelten dagegen, wenn die Schnittlinie etwas weiter nach rückwärts liegt wie etwa *op* (Fig. 29). Durch eine solche doppelte

Theilung mit darauf folgender Keimbildung wird das nun verbundene Nasen- und Oberkieferblastem die Figur 24 annehmen, welche später dadurch, dass die drei Nasenblasteme an den Berührungsstellen verschmelzen in die Figur 22, *A* übergeht. In der 24. Figur war durch die Keimbildung ein dreiseitiger Raum *abc* an jeder Seite der Nasenkeime entstanden; dieser Raum wird später hohl und bildet das *Antrum Highmori* des Oberkiefers. Die äussere Wand des Nasenkeimes bildet jederseits bei *a* und *b* (Fig. 22, *A*, 24) kleine, nach einwärts springende Winkel — die Leistchen für die Befestigung der künftigen Nasenmuschel; diesen Leistchen entsprechend, zeigt auch die Nasenscheidewand *m n* zwei kleine Anschwellungen, von denen die unterste mit einem rundlichen Ende aufhört. Die Nasenscheidewand *mn* besteht aus zwei Keimschichten, die durch eine dünne Mittelschicht von einander geschieden sind. Alle diese thatsächlich leicht zu beweisenden Thatsachen gehen aus dieser Entwickelungstheorie mit grösster Leichtigkeit und überraschender Einfachheit hervor. In die bei *m* befindliche Vertiefung setzt sich die senkrechte Scheidewand, (*a b*. Fig. 14) zum künftigen Siebbein gehörig, fort; die am Grunde des Nasenkeimes befindliche Schicht *n o* bildet später den harten Gaumen; bei *p* (Fig. 24) treten die Gaumenblätter von beiden Seiten unter einem spitzen nach oben gerichteten Winkel — der künftigen Crista des harten Gaumens zusammen. Die nun erwähnten Keimschichten bilden die knöchernen Wände der Nasenhöhle, den harten Gaumen, die Nasenscheidewand (und zwar deren knorpeligen und knöchernen Theil), die Knochenwände des Oberkiefers.

Haben sich so die äusseren Theile der Nase zuerst gebildet, so erfolgt in dem im Innern angesammelten Blasteme von Neuem eine doppelte Furchung (Fig. 25) und Keimbildung (Fig. 26). Diese letzte Figur ist nicht vielleicht eine hypothetische, ich habe sie in der That bei Schaf-Embryonen dargestellt und zu Messungen benützt. Wie es nun schon in der 26. Figur angedeutet ist, fliessen die Markräume der über einander liegenden Blasteme theilweise zusammen und die Figur 26 übergeht in die vergleichsweise leicht zu präparirende Durchschnittsfigur 27. So hat sich nun an der Innenwand der äussersten in der Figur 22, *B* dargestellten Blastemschicht eine neue Lage hautartig gebildet; diese zweite innere, den Nasenwänden und der Nasenscheidewand genau anliegende Schicht wird zur Schleimhaut der Nase. In dem hiervon abgetrennten Innenraume *a b* (Fig. 27)

bilden sich zwei neue über einander liegende rundliche Blasteme *a b* (Fig. 28, *A*); in diesen scheiden sich wieder Peripherie und Inhalt; endlich treten später die beiden naheliegenden Markräume in unmittelbare Verbindung (Fig. 28, *A*, linke Seite); das in diesen enthaltene Blastem verknorpelt, wird später zum Knochen und bildet dann die untere Nasenmuschel, während die umgebende Blastemschicht zur Schleimheit der Nasenmuschel wird. So entsteht nun die Figur 24, *B*. Die hier roth gehaltenen Theile stellen die Knorpel und künftigen Knochen dar; die im Innern der Nase sichtbaren schwarzen Streifen stellen die noch spaltartigen Nasengänge und Höhlen dar, die zwischen beiden liegende weiss gehaltene Schicht ist die noch unverhältnissmässig dicke Mucosa.

So weit habe ich den Entwickelungsgang bei Schaf-Embryonen verfolgt; senkrechte Längenschnitte werden die bisherige Darstellung ergänzen. Die 29. Figur enthält einen, was die Nasenhöhle betrifft, schematisch gehaltenen Längenschnitt durch den Fœtusschädel; die 30. Figur dagegen eine nach der Natur aufgenommene Ansicht. Hier sieht man bei *a* die Siebbeinmuscheln mit der Andeutung einer mehrfachen senkrechten Furchung; die grosse Nasenmuschel *b* entspricht dem stark vergrösserten Blasteme *a b* der 28. Figur *A*.

Nicht minder einfach ist der Entwickelungsgang bei anderen Thieren. Die Figur 33 enthält einen senkrechten Querschnitt durch die Nase eines Schweinfœtus, der keiner weiteren Erklärung bedarf.

Bei nicht ganz gelungener Präparation erhält man an Schafen verschiedene Nasendurchschnitte. Indem z. B. die im Innern der Nase noch flüssigen Blastemmassen durch die Präparation entfernt werden, während die bereits fester gewordenen Massen zurückbleiben, erhält man nicht selten die Figuren 31 und 32, welche aus der Figur 28, *B* ohne weiters erklärt werden können.

Beim menschlichen Fœtus erhält man in den ersten Entwickelungsperioden ganz ähnliche Durchschnittsfiguren wie beim Schafe; auch der weitere Entwickelungsgang hat einige Ähnlichkeit; so ist z. B. die Form der Nasenscheidewand, ihre Zusammensetzung aus drei Platten, die Form der unteren Nasenmuschel beim Menschen wie beim Schafe.

Bei Maus-Embryonen hat ein senkrechter Nasendurchschnitt in den ersten Entwickelungszeiten die in der Figur 36 angegebene

Gestalt. Hier zerfällt jede Nasenhälfte im Innern durch eine senkrechte Furchung in zwei neben einander liegende Blasteme, wodurch bei weiterer Entwickelung die Form des Nasendurchschnittes bei weitem verwickelter erscheinen muss.

Das Grundgesetz der Entwickelung bleibt wohl für alle Thierspecies dasselbe; in der Ausführung jedoch erlaubt sich die Natur manche Variationen. Die Schnauze eines Schweins-Embryos hat z. B. die in Fig. 34 und 35 abgebildete Form, in welcher die Blastemfurchung noch in ihrer grössten Einfachheit beobachtet werden kann.

Mit der Entwickelung der Oberkiefer- und Nasenkeime hängt die Entstehung und der Verlauf der Blutgefässe innig zusammen. Durch die Ausbildung der erstgenannten Theile waren an dem Gesichte des Fœtus zwei anfangs horizontale Furchen entstanden; diese Furchen nehmen frühzeitig Blutgefässe auf, welche sonach horizontal und fast parallel am Gesichte von hinten nach vorne verlaufen, das in der unteren Furche verlaufende Gefäss *ab* wird zur *Arteria coronaria labii superioris.* Das zweite kleinere Gefäss *cd* entspricht der *Arteria nasalis lateralis.* Mit der zunehmenden Furchung der anliegenden Haut, der Muskulatur, des Knochenblastems u. s. w. vermehrt sich die Zahl der Äste dieser Gefässe; jede neue Furchung gibt auch einem neuen Gefässzweigchen seine Entstehung und es wäre sonach bei weiterer Untersuchung der Entwickelung besonders auf den Gefässverlauf Rücksicht zu nehmen.

Die schon oft erwähnten Grundsätze scheinen auch bis in die kleinsten Einzelheiten zu gelten. Betrachtet man z. B. die zierliche und regelmässige Stellung der Haarbälge an der Schnauze eines Mäusefœtus (Fig. 37), so erinnert sie auf den ersten Blick an mehrere neben einander liegende längliche Blasteme zwischen deren Furchen die Haarfollikel entstehen. Dass dieses Gesetz der Haarstellung auch anderweitig nachgewiesen werden könne, wird die Folge lehren.

Es gibt Fälle, in welchen die Abtheilung des Oberkiefergaumen-Blastems in mehrere, der Reihe nach hinter einander liegende Blastemkugeln nicht deutlich wahrgenommen werden kann; am öftesten habe ich dies bei Hühner-Embryonen beobachtet; dann erscheint dies Blastem (der sogenannte Fortsatz des ersten Kiemenbogens) wie *ab* in der 17. und 38. Figur als ein sehr in die Länge gezogener kolbenartiger Fortsatz, der Form des Raumes entsprechend, in dem die Entwickelung erfolgt. Ähnliche Verhältnisse bleiben auch bei der

weiteren Ausbildung des Oberkiefers, und derselbe erscheint daher beim Fœtus lange Zeit noch von vorn nach hinten verschmälert. Sieht man das Kiefer-Gaumen-Nasenblastem auf einem horizontalen Schnitte von seiner unteren Fläche an, so erscheint es nicht selten in der bei Fig. 39 abgebildeten Gestalt (Hühnerfœtus).

Zwischen den bisher abgehandelten Blastemen, jenem der Oberkiefer und jenem der äusseren Nase war sonach ein ungleich vierseitiger Raum *abcd* (Fig. 39) entstanden, der durch die mittlerweile erfolgte Entwickelung des Innern der Nase mit plastischer Masse vollgefüllt ist. Der unterste Theil des hier befindlichen Blastems wird zum Gaumenfortsatze des Oberkiefers, dessen senkrechter Durchschnitt bereits *abc* (Fig. 28, *B*) abgebildet wurde. Die horizontalen Durchschnittsfiguren sind eben so einfach und geben neue Belege für die Richtigkeit meiner ganzen Darstellung ab. Ein solcher horizontaler Schnitt, der nach der Linie *ab* (Fig. 32) geführt wird, erscheint unter dem bei Fig. 40 dargestellten Bilde. Man sieht hier bei *abc* den horizontalen Durchschnitt des Alveolar-Blastems vom Oberkiefer (Fig. 32), bei *de* die horizontale Durchschnittsfigur des Blastems der Nasenscheidewand mit den beiderseits befindlichen, dem Innern der Nase angehörigen Blastemen. Nach einer abermaligen Theilung des Blastems *A* erscheint die 41. Durchschnittsfigur, die keiner weiteren Erklärung bedarf.

Aus der ganzen Darstellung erhellt fürs erste die Nothwendigkeit der Bildung der *Ossa incisiva*, welche bestimmt sind, den zwischen den beiden Blastemen ε und ε (Fig. 14) befindlichen dreiseitigen Raum auszufüllen; dann folgt aber auch die Unabhängigkeit in der Entwickelung des harten Gaumens einerseits vom Oberkiefer, andererseits von der Nasenscheidewand. Hieraus wird denn auch erklärt, dass der harte Gaumen unbeschadet der Anwesenheit des Oberkiefers und der Nasenscheidewand fehlen kann; während umgekehrt ein Mangel der Nasenscheidewand fast nothwendig mit einer mangelhaften Entwickelung des harten Gaumens verbunden sein müsste. Auch zeigt die ganze Darstellung deutlich den Grund der nicht selten vorkommenden Erscheinung, dass der vordere Theil des harten Gaumens unentwickelt bleibt, während der mehr nach hinten liegende Theil sich ganz gesetzmässig entwickelt.

Indem ich die Bildung der Gesichts- und Schädelknochen weiter verfolge, gelange ich zunächst auf die Entwickelung des Jochbogens

und der Schläfeknochen. Diese Theile haben aber schon früher einen bedeutenden Grad von Vollkommenheit erreicht, und die Ossification ist bei ihnen schon vorgerückt, wenn die Nasenblasteme noch in einem ganz weichen Zustande sich befinden.

Hierbei wird es aber nothwendig werden wieder etwas zurückzugreifen, und namentlich sind es die ersten Stadien der Kopfblastem-Furchung, dann aber auch die späteren Stadien der Kiemenspaltenbildung, mit welchen die Ausbildung des Schläfebeines zusammenhängt; daher an demselben auch 3—4 Theile genetisch wohl unterschieden werden können.

Durch die Spaltung des Kopfblastems in 4, dann in 8 Blastemmassen, ist zwischen denselben eine ungleich vierseitige, nach innen verjüngte Mulde *a b c d* (Fig. 42) entstanden; in dieser entwickelt sich der Schuppentheil vom Schläfebeine sammt dem Jochfortsatze.

Der Blastemstreif *b d*, an welchem das Hirn- und das Gesichtsblastem zusammenstossen, wird zum Jochbogen und auch zum Jochbeine. Um diese Bildung ganz zu verstehen, wird ein horizontaler Schnitt durch den Schädel in der Höhe dieses Streifens nothwendig. Figur 43 stellt eine solche Durchschnittsfigur nach der ersten Blastem-Furchung dar. Von dem Punkte *d* sowohl als auch von dem Punkte *b* an, welcher an dem Schädel nach hinten zu liegt, trennt sich das Blastem der Schädelwand in zwei Schichten. Die Schicht *d b* ist die Projection des künftigen Jochfortsatzes vom Schläfebeine; die Blastemlage *f d*, über welcher sich der Augenkeim entwickelt, wird zum Jochbeine, das im Anfange seiner Entwickelung ein dünner länglicher Streif ist; die Blastemlage *b e* stellt einen Durchschnitt des Blastems für den kommenden Schuppentheil des Schläfebeines dar; die Vertiefung *b e d* ist die künftige Schläfengrube, welche anfangs sehr symmetrisch geformt ist, später aber, da von *f* nach *d* zugleich das Augenblastem entsteht, durch dasselbe in dem vorderen Theile eben räumlich sehr beeinträchtigt wird; der Winkel *b e f* ist zur Aufnahme des Schläfemuskels bestimmt; das Blastemstück *e f* wird später zum grossen Keilbeinsflügel.

Nimmt man in derselben Entwickelungsperiode einen senkrechten Schädelquerschnitt nach der Linie *r s* (Fig. 42) so hat er die 44. Figur. Hier sieht man von *m* nach *o* die Blastemschicht für den Schuppentheil des Schläfebeines; von *o* nach *p* die Blasteme des Warzentheiles vom Schläfebeine; bei *n* ist der Blastemdurchschnitt

für den Jochbogen; der Winkel *nmo* wird später von dem Blasteme des Schläfemuskels ausgefüllt, von *m* nach *n* steigt die künftige *Fascia temporalis* zum Jochbogen. Kehrt man wieder zur Seitenansicht des Fœtus (Fig. 42) zurück, so wird die Mulde *acbd* durch die nachfolgende Bildung des Augenkeimes bedeutend verengert, sie verliert ihre regelmässige Form; das im Grunde derselben befindliche in der angegebenen Art von dem übrigen Blasteme der Schädelwand abgegrenzte Blastem erscheint nun in der Form *abe* (Fig. 45) und bildet den Schuppentheil des Schläfebeines; der sonach in der Zeichnung nur an dem Rande von *a* nach *b* in der Ebene des Papiers liegt, hingegen nach der Linie *ae* hinter diese Ebene zurücktretend gedacht werden muss. Von dem Punkte *b* erhebt sich der dünne Blastemstreif des künftigen Jochbogens, der immer in der Ebene des Papiers bleibt, daher in der Gegend von *d* seine grösste Entfernung von dem Blasteme des Schuppentheiles vom Schläfebeine besitzt, und hier in den dünnen Blastemstreif des Jochknochens übergeht, der unter dem Augenblasteme verlaufend bei *f* sein Ende erreicht. Die Figur des Schuppentheiles vom Schläfebeine ist daher fast ungleich dreiseitig oder auch durch Abstumpfung der Winkel bei *a* und *b* anfangs ungleich fünfseitig, durch die rasch erfolgende Ossification werden die Ränder zackig und der Schuppentheil mit dem Jochbogen hat dann die Gestalt der Figur 46 (Schaf-Embryo).

In dem Gesichts- und Nackenblasteme *A'* und *A* (Fig. 45) ist aber inzwischen eine neue Blastemfurchung und nach dieser die Einlagerung des Gehörkeimes erfolgt. Die äussere Wand des Nacken-Blastems *A* wird nun zum Warzentheile des Schläfebeines; der Warzentheil ist daher im Verhältnisse zum Schuppentheile anfangs ungemein gross und erst allmählich stellt sich das beim ausgetragenen Fœtus bekannte Grössenverhältniss dar. Zum Warzentheile des Schläfenbeines treten aber noch einige Fortsätze hinzu, welche mit der Bildung der Kiemenspalten im innigsten Zusammenhange stehen. Um diese Vorgänge übersichtlicher zu erhalten, werde ich in dem Folgenden blos das Nackenblastem mit dem Gesichtsblasteme betrachten.

In der 47. Figur hat man nach der Entwickelung des Ohrkeimes bei *A* die Nackenblase, bei *B* die Gesichts-Blastemmasse, bei *a* das Gehörbläschen. Durch die Theilung des Blastems *B* in die zwei über einander liegenden Blastemmassen *B' B''* (den sogenannten

Kiemenbogen) entsteht aber eine Furche *b c* (die erste Kiemenspalte), in welche sich ein dünner, später selbstständig hervortretender Blastemstreif fortsetzt, und eben so füllt die Wand des Blastems *A* den von *e* nach *d* (Fig. 48) laufenden Zwischenraum der Blasteme *A* und *B* aus. Dadurch entstehen an dem Blasteme *A* mehrere Fortsätze, welche, wenn man sie mit dem Blasteme *A* verbindet und isolirt, den Warzentheil des Schläfebeines in der Form der 49. Figur auftreten lassen; zur genauen Verständlichung sind die Bezeichnungen in dieser und der vorhergehenden Figur ganz congruent. Die vorstehende Spitze bei *d* wird zum eigentlichen *Processus mastoideus*; die Spitze bei *b* wird zum *Processus styloideus*, der sich später noch bedeutend in die Länge vergrössert, der in der ersten Kiemenspalte lagernde Blastemstreif *b c* wird später zum *Ligamentum stylohyoideum*, das bald aus seiner anfangs fast horizontalen Lage in eine sehr geneigte übergeht. Von *c* nach *f* biegt sich dieser Blastemstreif bogenförmig nach unten.

Aus der 48. Figur bildet sich später, wie ich dies bereits in meinen früheren Abhandlungen angegeben habe, durch die Spaltung des unteren Blastems *B''* die Figur 50, in der die Kiemenbogen der Reihe nach durch Ziffern bezeichnet sind. Durch diese Spaltung ist eine neue Rinne *f h* (Fig. 50) entstanden, dessen Blastem sich dann unabhängig von jenem der beiden anliegenden Kiemenbogen metamorphosirt und zum Theile als selbstständiges Gebilde hervortritt. Indem das in der Mitte der Rinne von *f* nach *h* liegende Blastem später spurlos verschwindet, während alle übrigen Theile bleiben, erhält der ganze *Processus mastoideus* mit allen seinen Fortsätzen die in der 51. Figur dargestellte Gestalt. Hier ist nun bei *b* gleich unterhalb des äusseren Ohres der Griffelfortsatz des Schläfebeines mit dem daran befestigten *Ligamentum stylohyoideum b c*; der Blastemstreif *c f g* (der bei Schaf-Embyonen diese eigenthümliche Form beibehält) wird zum Zungenbeine; die Spitze *d* wird später etwas mehr abgerundet, und, wie gesagt, zum eigentlichen *Processus mastoideus*; die wie in der Zeichnung bei Schaf-Embryonen ganz regelmässig gestaltete Spitze *h* bleibt etwas in der Entwickelung zurück. Stellt man nun das ganze Schläfebein mit allen seinen Fortsätzen zusammen, so erhält man die 52. Figur. Das Grössenverhältniss der einzelnen Theile ändert sich später durch starke Ausbildung der Schuppe des Schläfebeines.

Sonach besteht dieser Knochen aus mehreren genetisch wohl von einander verschiedenen Stücken, von denen einige länger als andere im knorpeligen Zustande bleiben. So verknöchert die Schuppe des Schläfebeines und der Jochfortsatz zuerst, hierauf der Warzentheil des Schläfebeines; den Schluss macht die Pyramide des Schläfebeines.

Ich habe diesen Entwickelungsgang nur bei Schaf-Embryonen untersucht, weil mir hier das reichlichste Material zu Gebote stand; die etwaigen Abweichungen, welche sich bei verschiedenen Thierspecies finden, werden sich meiner Ansicht nach nicht allein aus den angeführten Entwickelungsgesetzen leicht erklären lassen, sondern gewiss auch als Beleg für die Richtigkeit des von mir aufgestellten Entwickelungsgesetzes und Ganges dienen.

Durch diese Entwickelung der Schuppe des Schläfebeines wird die Wand des sogenannten Mittelhirnes *B* (Fig. 52) oder der zweiten Hirnblase in zwei Theile zertheilt: der obere dieser beiden Theile, nämlich der Blastemstreif *mno*, wird nun zum Seitenwandbeine, dessen spätere Contouren in der angegebenen Figur deutlich genug schon vorgebildet erscheinen. Der obere Rand *mn*, an welchem die Seitenwandbeine von den entgegengesetzten Seiten her zusammenstossen, wird mehr gerade, der untere *mc* aber ausgehöhlt. Die Gestalt der vorderen und der hinteren Ränder ist aus der eben gegebenen Beschreibung ohnehin deutlich gemacht.

Mit der Entwickelung des Schuppentheiles vom Schläfebeine und der Augenbildung hängt auch die Entstehung des grossen Keilbeinflügels zusammen. Die trichterförmige Mulde *abd* (Fig. 42), in welcher die Schuppe des Schläfebeines und der Augenkeim entstehen, werden durch die benannten Theile nicht vollkommen erfüllt; sondern hinten und nach innen vom Augenkeime bleibt noch ein feiner Blastemstreif *ef* (Fig. 43) zurück, der in der Seitenansicht eine ungleich dreiseitige Gestalt *egh* (Fig. 59) besitzt. Dieser Blastemstreif wird nach Abrundung seiner Ecken zum aufsteigenden Theile des grossen Keilbeinflügel, welcher daher anfangs nur ein sehr dünner Schaltknochen ist.

Die Entwickelung des Hinterhauptbeines ist im Verlaufe schon hinreichend auseinandergesetzt worden, so dass es kaum nöthig erscheinen dürfte, noch specieller in die Sache einzugehen; ich kann daher zu einer Darstellung der Knochen der Schädelbasis und der

Begründung ihrer verschiedenen Gliederung übergehen. Leider macht aber die anfängliche Homogeneität des Blastems aller Theile der Schädelbasis eine Unterscheidung der gegenseitigen Grenzen nur sehr schwer möglich, so dass man nur durch das Zusammenstellen der bisher betrachteten Entwickelungsvorgänge die Art und den Grund der so complicirten Anordnung erklären kann.

Nachdem das Kopfblastem die erste Spaltung durchgemacht hat und somit in einer Seitenansicht die in Fig. 42 oder 45 abgebildete Form darstellt, sieht man auf jedem mit *m n* (Fig. 42) parallelen Schnitte zwei Bläschenpaare, ein vorderes und ein hinteres, die durch einen weiteren oder kleineren Zwischenraum von einander geschieden sind, je nachdem sich der Schnitt mehr der Linie *o p* (Fig. 42) nähert oder sich von derselben gegen den Scheitel des Embryo entfernt. Eine solche Ansicht beim Schweinsfœtus bietet die Figur 53, *B*; zu ihrer Erklärung dient die beigegebene theoretische Figur 53, *A*. Man sieht hier bei 1 das Vorderkopfbläschen in zwei seitliche Bläschen gespalten; bei 2 das Mittelhirnbläschen, aussen einfach, im Innern in 4, mit einander communicirende Keimbläschen getheilt. Wo diese 4 Keimbläschen der dritten Hirnblase zusammenstossen, bei *c e* nämlich erscheint eine ungleich vierseitige Öffnung, durch die die zweite Hirnblase mit der dritten, der sogenannten Nackenblase zusammenhängt. Zwischen dem ersten und zweiten Hirnbläschen erscheint ein anderer rundlicher Bläschendurchschnitt (4), an welchem sich später die Sattelgrube des Keilbeins entwickelt.

Die in dem Vorderhirnbläschen von *a* nach *b* verlaufenden einander berührenden Blastemstreifen, welche nach vorne wieder leicht divergiren, sind in der Entwickelungsgeschichte unter dem Namen der paarigen Balken bekannt. Während sie sich zur *Lamina cribrosa* des Stirnbeines entwickeln, wird der übrige Theil der Basis der Vorderhirnblasen zum Augenhöhlentheile des Stirnbeines. Ebenso entwickelt sich der von *d* nach *e* verlaufende Blastemstreif (der in der Fig. 53, *B* roth bezeichnet ist) zu einem selbstständigen Knochenstücke, der unter dem Namen des hinteren Keilbeinkörpers bekannt ist.

Die beiden Seitenhälften, aus denen ursprünglich die zweite Hirnblase entsteht, entwickeln sich aber rasch in der Richtung von hinten nach vorne und wachsen zu beiden Seiten des Blastems 4 gegen das Vorderhirnbläschen. Zugleich tritt die zweite mit der dritten Hirnblase in eine weite Communication und ein horizontaler

Schädeldurchschnitt zeigt dann die in Fig. 55 wiedergegebene Form, zu deren Erklärung die theoretische Figur 54 beigegeben ist. Die Bezeichnungen sind dieselben wie in den vorhergehenden Formen; die bleibenden Theile der Schädelbasis treten nun allmählich bestimmter hervor. Man sieht bei 1 die beiden vorderen Schädelgruben, die durch zwei kleine gekrümmte Leistchen *a b* (die paarigen Balken das künftige Siebbein) von einander geschieden sind, bei 4 sieht man, die obere Fläche des Keilbeinkörpers, welche grubenartig vertieft ist; von *d* nach *c* ist der vierseitige hintere Keilknochen, mit der vor ihm liegenden Sattellehne. Zu beiden Seiten des hinteren Keilbeins erblickt man die beiden mittleren Schädelgruben 2, und hinter diesen sieht man in den Grund der Nackenblase 3, welche durch eine kleine einspringende Leiste in zwei Hälften sich theilt.

Durch eine weitere Theilung zerfällt diese Nackenblase 3 wieder in eine vordere und hintere Abtheilung, Fig. 58 (Längendurchschnitt); Fig. 57 (Horizontalschnitt). Am Grunde der hinteren Abtheilung 5 bemerkt man eine ungleich vierseitige Öffnung (das spätere *Foramen occipitale magnum*). Durch diese Theilungen ist wieder ein sechsseitiger Blastemstreif ausgeschieden worden (*c f* Fig. 56, 57), welcher zur *Pars basilaris ossis occipitis* sich entwickelt. Mittlerweile hat sich aber nach der Ausbildung des Gehörblastems dieses in die Nackenhirnblase in der Richtung *g h* (Fig. 57) eingeschoben, wodurch die in dieser Richtung verlaufende Falte verschwindet, so dass von nun an nur 3 Paare von Schädelgruben zurückbleiben.

Die Basis des sogenannten Nackenbläschens 5 (Fig. 57) ist, wie aus der vierseitigen Gestalt des *Foramen occipitale magnum* ersichtlich wird, durch eine abermalige kreuzartige Furchung in ein vorderes und hinteres Grubenpaar getrennt worden; dieser Abtheilung entsprechend, zerfällt denn auch die Knochenmasse der Basis der hinteren Schädelgruben in vierpaarige und einem unpaaren Knochen — die *Pars basilaris ossis occipitis.*

Das an dem Grunde der Mittelhirnblase befindliche Blastem wird später zum horizontalen Theile des grossen Keilbeinflügels; das Blastem der kleinen Keilbeinflügel dagegen ist anfänglich ein kleines dreiseitiges Schaltstück *k l* (Fig. 56, 57) und gewinnt erst später durch Verwachsung mit dem nach rückwärts befindlichen Blasteme seine eigenthümliche Form.

Zur Vervollständigung des Gesagten wird aber auch noch die Betrachtung eines senkrechten Längenschnittes erforderlich. Solche Längenschnitte, die etwas seitwärts von der Mittelebene des Schädels liegen, sind in der 29. und 30. Figur dargestellt, die Figur 58 zeigt einen ähnlichen Schnitt, der in dieser Mittelebene selbst geführt worden ist. In dieser letzten Figur ist das Blastem der künftigen Knochen der Schädelbasis durch rothe Farbe mehr hervorgehoben. Die Abtheilungen, in welche dieses Knochenblastem zerfällt, sind der leichteren Vergleichbarkeit wegen in gleicher Weise bezeichnet wie in den vorhergegangenen Figuren. Man sieht in der 58. Figur von *a* nach *b* das Blastem für den oberen Theil des Siebbeins, jenes Blastem, das gewöhnlich der paarige Balken genannt wird. Von *b* nach *d* hat man den senkrechten Durchschnitt des vorderen Keilbeinkörpers der bei dem Punkte *d* den Türkensattel mit der *Glandula hypophysis* enthält. Von *d* nach *c* ist eine Blastemschicht, welche zwischen der zweiten und dritten Hirnblase sich bildet; sie wird zur Sattellehne und zum hinteren Keilbeine; von *c* nach *f* zieht sich das Blastem der *Pars basilaris ossis occipitis* hin, welches bei *f* in das Blastem der Halswirbel übergeht. Diese ganze Durchschnittsfigur von *a* bis *f* erhält sich mit geringen Modificationen bis in die Verknöcherung und wird dann bleibend.

Inzwischen sind am künftigen Keilbeinkörper die beiden Sehlöcher entstanden (Fig. 57); ohne dass eine wesentliche Veränderung der Form dieses Blastems entstanden wäre. Ein Querschnitt durch dieses Blastem erscheint bei *a b c d* in der rothgehaltenen Stelle der 44. Figur, und der Keilbeinskörper hat ganz die Figur des Zwischenraumes zwischen Hirn- und Kiemenbogen-Blastem, zwischen welchen er sich entwickelt.

Später sieht man an den hinteren Schädelgruben die *Foramina jugularia* erscheinen; nach dieser Bildung tritt die Jugularvene aus dem Schädel aus dieser Öffnung hervor; daher schwindet die Verbindungsstelle der Jugularvene mit dem frühzeitig entstandenen *Sinus transversus*, welche meiner früher gegebenen Beschreibung zufolge in der Furche hinter dem Kiemenbogen-Blasteme (hinter dem künftigen Unterkiefer) zu sehen war; hiermit ist die bleibende Form des Schädelkreislaufes hergestellt.

Alle diese Öffnungen, welche wir an den verschiedenen Knochen finden, verdanken übrigens einer kreuzförmigen Furchung ihr

Entstehen. Als Überbleibsel dieser embryonalen Furchung sieht man nicht selten noch am ausgetragenen Fœtus kleine Knochennäthe oder Spalten, welche gegen jene Öffnungen hin verlaufen.

Das Keilbein besteht sonach aus einer Reihe von Blastemen, welche der Entwickelungsgeschichte zufolge ganz von einander getrennt sind, und nur das mit einander gemein haben, dass sie neben einander entstehen. Der mittlere Theil des Keilbeines besteht aus einer Reihe hinter einander liegender Blasteme, welche zwischen der Vorder- und der Mittelhirnblase und den untergeordneten Theilen der letzteren entstehen. Die unteren und die aufsteigenden Theile der grossen Keilbeinflügel fallen wieder in ganz verschiedene Entwickelungsperioden und gehören auch getrennten Blastemen an; die Gaumenflügel des Keilbeines haben wieder mit der Entwickelung der übrigen Theile des Keilbeines wenig gemein; die Stelle, an der die Gaumenflügel des Keilbeines entstehen, ist der tiefere Theil der vierseitigen Mulde zwischen den Hirn-, den Nacken- und den Gesichtsblastemen. Diese Stelle ist in der Seitenansicht in der 42. Figur bei *abcd* dargestellt. Durch die Entwickelung des Augenblastems und die ungleiche Grössenzunahme der vier sich berührenden Blasteme ändert sich die ursprünglich regelmässige Form dieser Mulde und man erhält ungefähr die in der 59. Figur bei *eghkl* dargestellte fünfseitige Blastemmasse. Während nun das Blastem *ghe* zum grossen Keilbeinflügel und zwar zum aufsteigenden Theile desselben wird, bildet sich in dem Raume *ghlm* das Blastem des Gaumenflügels vom Keilbeine der mithin anfangs eine sehr schräge Lage hat und dessen beiden Ränder *gk* und *kl* leicht ausgeschweift erscheinen. Nimmt man einen senkrechten Querschnitt durch diese Gegend des Kopfes, die somit in der Richtung *mn* (Fig. 59) verläuft, so erhält man die 60. Figur und sieht bei *A* einen senkrechten Querschnitt der Vorderhirnblase; bei *B* einen Querschnitt des Gesichtsblastems; die in der Mitte zwischen diesen beiden Blastemen an jeder Seite befindliche plastische Masse *bc* entspricht dem Blasteme des Gaumenflügels: der Blastemstreif *ab* dagegen dem aufsteigenden Theile des grossen Keilbeinflügels. Wie aus der Zeichnung ersichtlich ist, schliessen sich diese letztgenannten Blasteme an das ungleich vier- oder sechsseitige Blastem des Keilbeinkörpers an.

Durch die Behandlung des Präparates mit Weingeist verlieren sich übrigens nicht selten die Grenzen der einzelnen Blasteme und

die Mulde *abc* (Fig. 60) scheint dann mit einem ganz homogenen Blasteme vollgefüllt.

Die Spaltung des Gaumenflügels in ein äusseres und inneres Blatt scheint durch eine abermalige senkrechte Furchung des Blastems *bc* bewerkstelligt zu werden; doch habe ich diesen Gegenstand nicht weiter verfolgt.

Im Vorbeigehen habe ich die Bedeutung der sogenannten paarigen Balken des Schädels besprochen. Man hat aus diesen paarigen Balken die Nasenscheidewand, die Nasenmuschel u. s. w. entstehen lassen; dies ist ein Irrthum, welcher wegen der unmittelbaren Nachbarschaft der genannten Theile, wegen der an den Präparaten nicht immer deutlichen Abgrenzung der Blasteme gewiss sehr zu entschuldigen war.

Ebenso wenig haben die unpaaren Balken mit der Entwickelung der Sattelgrube zu schaffen; zugleich erhellt aus der bisherigen Darstellung, dass diese Grube so wenig wie die *Hypophyse* sich durch eine Ausstülpung der Mundschleimhaut entwickelt.

An diese Darstellung schliesse ich die Beschreibung der Entwickelung der Kiemenbogenmasse, deren allgemeinste Verhältnisse bereits in einer meiner früheren Abhandlungen gegeben worden sind.

Es hatte sich gezeigt, dass die Blastemmasse der Kiemenbogen durch zwei rasch auf einander folgende horizontale Furchungen in drei Kiemenbogen zerfällt, die durch zwei sowohl aussen als innen sichtbare horizontal verlaufende Furchen (die Kiemenspalten) von einander unvollkommen geschieden sind. Mit der Blastemfurchung geht auch immer eine Schichtenspaltung Hand in Hand, wodurch sich Peripherie und Inhalt der Keime von einander abtrennen.

Während durch diese Scheidung der Blastemmassen in Peripherie und Inhalt die Keime des Gehirns ein bläschenartiges Aussehen zeigen und dasselbe lange behalten, bietet die Kiemenbogenmasse nur sehr kurze Zeit diesen bläschenartigen Zustand dar; doch habe ich an frischen Embryonen diesen Bläschenzustand bei auffallendem Lichte, so wie an gehärteten Präparaten an Durchschnitten beobachtet.

Denkt man sich einen senkrechten Querschnitt durch die ganze Kiemenmasse, nachdem die erste Furchung in horizontaler Richtung vor sich gegangen ist, nämlich einen Schnitt nach der Linie *op*

(Fig. 59), so würde ein solcher Durchschnitt mit Beibehaltung aller Furchungslinien, die in 61 dargestellte Figur besitzen, wo *A* die Vorderkopfkapsel, *B* die in der Furchung begriffene Kiemenbogen-Blastemmasse darstellt. Ist hierauf die Trennung der peripheren Schicht von dem mehr flüssigen Inhalte vor sich gegangen, so setzt sich diese periphere Blastemlage von *b d* nach *c* fort. Zeichnet man sich daher dieselbe Figur jedoch mit der Abänderung, dass man im Keime *B* alle Furchungslinien wegnimmt und nur die periphere Lage sammt dem Mulden-Blasteme *b d c* beibehält, so hat man die 62. Figur, das Blastem des weichen Gaumens *a b c d e* mit der Blastemmasse der Uvula *b c d*.

Die eben vorgetragene Erklärung ist eine Hypothese. Ich habe zwar an senkrechten Schnitten, die drei Theilungen der 61. Figur am Kieferblasteme, (der sogenannten Kiemenbogenmasse) beobachtet, wie ich denn auch in meiner früheren Abhandlung einen solchen senkrechten Schnitt bei Hühnerembryonen, freilich in einer etwas anderen Ebene geführt, zeichnete, doch habe ich die Entwickelung der Blastemmasse bei *b c d* zur Uvula nicht weiter verfolgt, weil die Untersuchung zu schwierig war. Wenn ich mich dennoch bestimmmen liess hier eine Hypothese zu wagen, so verlockte mich die Form des Gaumensegels beim Menschen, welche aufs Bestimmteste auf eine solche Blastemfurchung hinweist.

Ich kehre nunmehr wieder zu Beobachtungen und sicher begründeten Thatsachen zurück und verfolge die Entwickelung des ersten der sogenannten Kiemenbogen zum Unterkiefer.

Wie bereits im Früheren erwähnt worden ist, unterliegt die Blastemmasse des ersten Kiemenbogens an jeder Seite einer doppelten, senkrechten Furchung, wodurch dieselbe in einem Horizontalschnitte die in 63 dargestellte Figur erhält. Nimmt man die Seitenansicht dieses Kiemenbogens, so hat sie nach der ersten Furchung die unter 64, nach der zweiten Furchung unter 65 dargestellte Gestalt. In dieser ist nach der Entwickelung des Blastems zum Keime eine leichte Scheidung der Peripherie vom Inhalte unschwer nachzuweisen. In der Zeichnung ist diese Scheidung absichtlich greller hervorgehoben.

Das in der Mulde *a b c* (Fig. 65) liegende Blastemstück ist es nun, welches sich zuerst deutlicher von der übrigen noch homogenen Blastemsubstanz abtrennt und besonders nach hinten die übrigen

Theile überwächst. So erhält dann der erste Kiemenbogen die unter 66 dargestellte Gestalt, und das ungleichseitige Dreieck *a b c* ist es, welche zum Kronenfortsatze des Unterkiefers sich entwickelt, der bei *a* frühzeitig mit dem Blasteme des Schläfemuskels in Verbindung tritt. An der inneren Seite des Unterkieferblastems erfolgt aber eine neue horizontale Furchung (Fig. 67), und durch die Furche *d e* scheidet sich an den Blastemen 2 und 3 eine obere Hälfte — bestimmt für die Zahnfollikel — und eine untere Hälfte, welche später den Zahncanal enthält, aus. Durch diese Furchung erhält der hintere Theil des Unterkiefers eine leichte Einkerbung bei *e* (Fig. 68) und der über *e* rundliche Blastemtheil entwickelt sich später zum Gelenkskopf des Unterkiefers; der Winkel *a f e* wird zur *Incisura semilunaris*, die Furche *e d* nimmt den Meckel'schen Fortsatz auf. Diese Entwickelung kann man bei Schaf-Embryonen ohne Schwierigkeit beobachten; bei Schweins-Embryonen behält jedoch der Gelenkskopf die in der 66. Figur dargestellte Gestalt bei. Von nun an vergrössert sich besonders das Blastem 3 rasch in die Länge und die Breite, bleibt aber noch im ganz weichen Zustande, während die äusseren Lamellen der Blasteme 1 und 2 bereits verknöchert sind. Der Unterkiefer (des Schafes) erhält dadurch zunächst die unter 69 abgebildete Gestalt. Verfertigt man sich senkrechte Querschnitte, z. B. nach der Linie *m n* (Fig. 69), so erkennt man an diesen das Verhältniss des bereits verknöcherten zum nicht verknöcherten Theile wie in der Figur 70, wo der rothe Streif die fertig gebildete Knochenmasse andeutet, welche das noch nicht verknöcherte Blastem des Zahnfächer-Fortsatzes als eine rinnenartige Schale umgibt, die an der äusseren Seite eine grössere Höhe erreicht als an der inneren. An letzterer steigt sie nämlich nur bis zur Höhe der Furche *d e* (Fig. 68).

Ist aber diese Knochenschale in ihrer ganzen Ausdehnung gebildet, so zeigt ein ebenso geführter Querschnitt durch den Unterkiefer die unter 71 abgezeichnete Form. Der obere, gabelförmig geöffnete Theil ist hier der Querschnitt des Zahnfächerfortsatzes, in dessen Rinne nach und nach die Zahnfollikel hervortreten; der von der Furche *d* nach untenzu liegende Theil ist der Körper des Unterkiefers, in dessen Mitte der Zahncanal verläuft.

Durch die Entwickelung der Zahnfollikel wird die obere Hälfte des Unterkiefers, der eigentliche Alveolartheil immer breiter; die Blasteme 2 und 3 werden dadurch sehr dick, während das Blastem

1 zwar in die Höhe und Länge, aber nicht im gleichen Verhältnisse sich in die Breite vergrössert. Hierdurch nähert sich der Unterkiefer allmählich seiner bleibenden Form. Welche Verschiedenheiten bei Vogel-Embryonen in der Entwickelung dieses Knochentheiles vorkommen, dies ist bereits in einer meiner früheren Abhandlungen ausführlicher erörtert worden.

Wenn das in der Zahnrinne der Kiefer abgelagerte Blastem durch Theilung in die Blasteme einzelner Zähne zerfallen ist, scheint die Entwickelung der Zahnsäckchen und der Zähne ungefähr in nachstehender Art vor sich zu gehen.

Das anfangs rundliche und homogene Blastem unterliegt einer longitudinalen Furchung (Fig. 72) worauf nach der Bildung der Keimwand ein zapfenartiger Fortsatz *abc* (Fig. 73) in die Höhle des Zahnkeimes hineinragt. So entsteht nun zuerst der Zahnfollikel mit dem sogenannten Schmelzorgan *abc*. Das in dem Raume *A* (Fig. 73) enthaltene Blastem gestaltet sich zur *Pulpa dentis*, deren erste Form ganz dem Innern des Zahnfollikels entspricht.

Ferner erhielt ich Durchschnittsfiguren aus einer späteren Entwickelungsperiode, welche eine ungefähre Zusammenstellung der verschiedenen Entwickelungs-Vorgänge erlauben.

Eine leicht zu erhaltende Durchschnittsfigur habe ich in der 74. Figur abgebildet. Die äusserste Umgrenzung mit der von oben nach unten verlaufenden zapfenartigen Einstülpung entspricht hier dem Zahnfollikel der vorhergehenden 73. Figur. Hierauf kommt der in Peripherie und Mittelschicht getheilte Zahnkeim, dessen oberes Ende (das Präparat ist von dem Unterkiefer eines Schafes) eine bis in die Hälfte Länge der Zahnpulpe eindringende Furchung zeigt.

Verfertigt man sich horizontale Schnitte am Oberkiefer (des Schafes) etwas unter der Mitte der Höhe des Zahnfollikels, so erhält man die unter 75 verzeichnete Durchschnittsfigur. Die äussere Contour ist hier der Querschnitt des Zahnfollikels, die drei Blastemmassen *A*, *B*, *C* gehören der *Pulpa dentis* an. Diese hat sonach in Folge einer kreuzweisen Furchung im Innern eine rundliche oder ungleich vierseitige Vertiefung erhalten, welche zu oberst von dem zapfenartig eingestülpten Schmelzorgane, weiter gegen die Mitte von dem Blasteme *C* ausgefüllt wird, das gleichfalls zu einer Spitze der Zahnkrone sich entwickelt. Macht man nun einen Schnitt nach der Linie *ab* (Fig. 75), der senkrecht auf die Ebene des

Papiers fällt, so erhält man die Durchschnittsfigur 74; ein mit diesem parallel nach der Linie *de* geführter Schnitt dagegen gibt die Durchschnittsfigur 76. Führt man Schnitte nach der Linie *dc* senkrecht gegen die Ebene des Papiers, so erhält man die Durchschnittsfigur 77, Figuren, welche aus der Vergleichung mit 75 leicht verständlich werden. Wo ein Zahn mit mehr Kronenspitzen versehen ist, ist das Bild nur complicirter, die Entwickelungsgeschichte aber an dieselbe Gesetzmässigkeit gebunden. Ein senkrechter Längenschnitt z. B. durch den Zahnkeim eines Backenzahnes von einem Schaf-Embryo gibt das unter 78 dargestellte Bild. Dasselbe findet in der beigegebenen schematischen Form 79 seine Erklärung, wenn man die durch dreimalige Furchung entstandene Mulden *abc* durch eine ihnen entsprechend geformte Blastemmasse ausgefüllt denkt.

Jede dieser Blastemmassen, welche man im Zahnfollikel erblickt, zeigt einen deutlichen Unterschied der peripheren und der inneren Substanz; täusche ich mich nicht, so ist hiermit der Unterschied der verschiedenen Schichten des späteren Zahnes bereits angedeutet, und die abwechselnden Lagen von Schmelz- und Zahnbein an den Zähnen grasfressender Säugethiere fänden darin ihre Erklärung. Das würde natürlich auch zur Annahme führen, dass ein eigenthümliches, schmelzbereitendes Organ fehlt, eine Ansicht, welche ich übrigens seit langem schon bekenne, namentlich ist meiner Meinung nach die Einstülpung *abc* (Fig. 73) weit davon entfernt eine solche Bedeutung zu haben. In die weitere Entwickelung der Zähne bin ich vorerst nicht eingegangen.

Aus dem Vorhergehenden wird ersichtlich, dass im Beginne der Entwickelung eine vollständige Analogie zwischen der Entwickelung der Kiemenbögen und der Bildung der Extremitäten herrscht. Angenommen, es sei Fig. 80 das Blastem der Kiemenbogen in einem Horizontalschnitte, das sich bereits in zwei Hälften *a*, *b* gespalten hat, so könnte auch der Fall gedacht werden, dass durch eine neuere Spaltung des Blastems *a* die Figur 81 entstünde, in welcher *a* und *a''* aus *a* durch Furchung hervorgegangen. Lässt man das Blastem *a'* in der einen Richtung die beiden anderen Blasteme überwachsen, *a''* und *b* dagegen in einer auf der früheren Richtung senkrechten Linie sich furchen, so entsteht daraus die 82. Figur; in dieser findet sich an der einen Seite der Kiemenbogen eine extremitäten-gleiche Hervor-

ragung, der weiter nichts fehlt, als mehrere auf einander folgende Theilungen um den gegliederten Bau einer Extremität vollkommen zu zeigen.

Diese Darstellung beruht auf keinem wirklich beobachteten Falle; sie soll nur die leichte Anwendbarkeit meiner ganzen Entwickelungsmethode auf die Lehre von den Missbildungen zeigen. Es wird uns zwar immer unbekannt bleiben, warum in einem concreten Falle statt einer Furchung eine doppelte Furchung aufgetreten ist; aber diese einmal als Thatsache hingenommen, macht die weitere Entwickelungstheorie keine Schwierigkeit mehr, und es ist uns dann ebenso verständlich, wie aus dem Kiefer eine Extremität herauswachsen kann, wie uns der ganze Gang der Extremitäten-Entwickelung nach meiner bisherigen Darstellung klar vor Augen liegt.

Die Missgeburten jeder Art werden auf Blastemfurchungen zu beziehen sein; bald wird es ein Plus, bald ein Minus von Spaltung sein; je frühzeitiger dann eine Anomalie erfolgt, desto grösser wird die Reihe von Anomalien sein, welche sich daran knüpfen werden, und eine überflüssige Spaltung in der frühesten Entwickelungszeit kann leicht zur Entstehung von zwei mit einander mehr weniger fest verbundener Leiber führen, ohne dass desswegen eine Superfœtation anzunehmen gerathen sein dürfte. Das Geheimnissvolle, welches der Lehre von den angebornen Missbildungen bisher noch anklebt, wird hierdurch auf ganz natürliche Vorgänge zurückgeführt, und weit davon entfernt, dass für die Missbildungen andere Gesetze gelten als für die übrigen organischen Bildungen, ist jede Missbildung gerade eine Bestätigung des ganzen Entwickelungsgesetzes. Zugleich erhellt aus dem Gesagten, dass jede Missbildung in eine ganz andere Entwickelungsperiode fällt, als man dies bisher angenommen hat; denn bis einmal der Mangel oder Überfluss eines Theiles deutlich in die Erscheinung tritt, haben sich längst eine Reihe von Vorgängen abgewickelt, die bis zu ihrem Ursprunge zu verfolgen nur nach meiner Entwickelungstheorie möglich sein wird.

Die Metamorphosen des zweiten und dritten Kiemenbogens sind äusserlich zwar mehr einfach als jene des ersten Kiemenbogens, aber im Innern nicht minder complicirt. Es fehlt ihnen die äusserlich bemerkbare Querfurchung, ein horizontaler Schnitt zeigt bei ihnen meist nur die Figur 83; in der Seitenansicht sieht man den zweiten Bogen bei einem menschlichen Fœtus als eine

kleine Hervorragung *a* (Fig. 84), die sich vom Unterkiefer bis zum Zungenbeine erstreckt.

Dieser Kiemenbogen wird in seinen peripheren Schichten seiner Hauptmasse nach zu den vom Unterkiefer und der Zunge zum Zungenbeine verlaufenden Muskeln, Drüsen u. s. w. natürlich auf dem Wege einer fortgesetzten Spaltung. Doch habe ich hierüber keine weiteren genaueren Untersuchungen gemacht, und muss daher die Darstellung auf eine spätere Zeit verschieben.

Während an der peripheren Masse des Kieferblastems solche Metamorphosen erfolgen, ist der mittlere in die bemerkten Spaltungen nicht einbegriffene Theil der Blastemmassen nicht unverändert geblieben. Wie ich bereits in einer früheren Abhandlung erörtert hatte, entsteht in dem mittleren Raume *m* (Fig. 82) der ersten Kiemenbogenmasse ein rasch in 2 kugelförmige Theile zerfallendes Blastem der Zunge, das nach vorne sich besonders vergrössert und den bei β (Fig. 6) dargestellten dreiseitigen Raum erfüllt. Noch in den späteren Entwickelungsstadien ist an dem Rücken der Zunge eine mittlere Längenfurche der Verbindungsstelle dieser 2 kugelförmigen Blasteme entsprechend zu bemerken. Was man bei weiterer Entwickelung an einem Querschnitte der Zunge *abcd* (Fig. 85) bemerken kann, ist eine Unterscheidung zwischen der Peripherie und der mittleren Zungenschicht (Fig. 85), Schleimhaut und Muskelsubstanz der Zunge trennen sich hier von einander. An der Schleimhautschichte scheint eine fortgesetzte Furchung vor sich zu gehen, wenigstens deutet die Stellung der Papillen an der Zungenwurzel bei Schaf-Embryonen (Fig. 86) daranf hin. In dem dreiseitigen Raume *abc* der Zungenwurzel sind nämlich die Papillen in einer Art geordnet, welche in der schematischen Figur 87 ihre bündigste Erklärung findet. Durch eine fortgesetzte Schichten-Spaltung entstehen hier nämlich eine Reihe von neben einander laufenden Furchen, die an jeder Zungenhälfte unter einem sehr spitzen Winkel nach vorne convergiren. Je zwei dieser Furchen vereinigen sich an einem Punkte und umschliessen von beiden Seiten her wieder ähnlich verlaufende Furchen, die wieder andere, abermals ähnlich verlaufende Furchen umgeben. Denkt man sich in diesen Furchen die Zungenpapillen entwickelt, so erhält man die 86. Figur.

Aus solchen Theilungen scheinen auch die Muskeln der Zunge hervorzugehen; zwar habe ich hierüber keine besonderen Beobachtungen

angestellt, doch wird diese Schlussfolgerung bei Betrachtung analoger Fälle, von denen noch später die Rede sein soll, nicht zu gewagt erscheinen. Es sei Figur 88 ein senkrechter Längenschnitt durch das Zungenblastem und durch eine fortgesetzte Theilung entstehen die Furchen *ab*, *ac*, *ad*, *ae* u. s. w. Nimmt man an, dass sich, dem Laufe dieser Furchen entsprechend, Muskelbündeln entwickeln, so entsteht daraus die 89. Figur und in dieser sieht man einen senkrechten Längenschnitt *abcdef* durch den *Musculus genioglossus*, unter dem man unmittelbar den *Musculus geniohyoideus mn* erblickt.

Die erste Form des Kehlkopfblastems bemerkt man an dem hinteren Theile der Masse des zweiten Kiemenbogens. Von der Seite gesehen, ist es ein rundliches Blastem *a* (Fig. 90), welches sich etwas unterhalb vom Zungengrunde vorfindet und im Beginne der Entwickelung eine ganz homogene Masse darstellt. Das hier dargestellte Präparat war beim menschlichen Fœtus angefertigt; bei einem Hühnerfœtus zeigte das Kehlkopfblastem in einer horizontalen Ansicht die Form zweier durch eine seichte Furche geschiedener Höckerchen *m*, *m'* (Fig. 91). Macht man sich Querschnitte durch mehr entwickelte Kehlköpfe von Schaf-Embryonen, so bemerkt man, (Fig. 92) eine den ganzen Kehlkopf umschliessende Keimlage; eingeschlossen von dieser eine biscuitförmige Spalte, mit einem vorderen etwas längeren Theile, welche offenbar aus einer transversalen Spaltung der mittleren Blastemmasse hervorgegangen ist. Betrachtet man den Kehlkopf von der Seite, so sieht man seinen oberen Theil abermals in zwei Theile gespalten, *a* und *b* (Fig. 93), von denen der vordere, welcher der Zunge näher liegt, bald den hinteren an Länge übertrifft. Das obere Stück dieses nach vorne liegenden Theiles *b* wird zur *Cartilago Epiglottis*, die mithin anfangs fast senkrecht zur Eingangsöffnung des Kehldeckels steht. Nimmt man die Ansicht der hinteren Seite des Kehlkopfes (Fig. 94), so sieht man sowohl eine Furchung des oberen Endes des Blastems *a*, als auch jenes des Epiglottisblastems *b*. Durch eine abermalige Furchung der Blasteme *a* übergeht die Fig. 94 in die Figur 95 und hiermit ist der äussere Ausbau des Kehlkopfes vollendet. Die Spitzen von *a* sind es, welche die Gieskannenknorpel später einschliessen, zwischen denen nun die *Apertura laringis superior* entsteht.

Den äusserlich bemerkbaren Furchungen entsprechen auch solche im Innern und hierdurch werden die verschiedenen Theile von

einander abgegrenzt, aus denen der Kehlkopf zusammengesetzt ist. Die systematische Darstellung der Entwickelung des Kehlkopfes und des mit ihm verbundenen Schlundkopfes wird nach den oben gewonnenen Erfahrungen und nach der Betrachtung verschiedener Durchschnittsfiguren in bereits mehr entwickelten Organen folgendermassen gegeben werden können.

Die Figur 96 stelle einen horizontalen Durchschnitt durch den Kehlkopfkeim dar, nachdem die erste doppelte Furchung vor sich gegangen ist. Durch die verschiedenen Furchungen werden in der äusseren Blastemlage *a b c d* mehrere Theile abgegrenzt, welche später zu verschiedenen Geweben sich entwickeln, und zwar das aus zwei Theilen zusammengesetzte Stratum *a b c*, dann das zweite Stratum *a d c*, welches gleichsfalls aus zwei bei *d* mit einander verbundenen Theilen besteht, und bei *a* und *c* durch eine schräge Linie an die äussere Seite des Blastems *a b c* befestigt ist. Das Stratum *a b c* wird später zum Schildknorpel. Das Stratum *a d c* zur Muskulatur des Pharynx und ein Kehlkopfdurchschnitt, der hoch oben geführt worden ist, erhält, nachdem die genannten Theile sich wirklich von einander geweblich geschieden haben, die Figur 97, wo *a b c* die horizontale Durchschnittsfigur der Schildknorpel, *a d c* aber die horizontale Durchschnittsfigur den Schlundkopfmuskel darstellt. Ein senkrechter Längenschnitt durch das Kehlkopfblastem (Fig. 98) müsste an jeder Seite zwei über einander liegende Blastemmassen *a*, *b* des Kehlkopfes zeigen. Beide Blasteme stehen um so weiter von einander ab, je weiter nach aussen der Schnitt am Kehlkopfkeime gedacht wird. Die durch diese Furchung abgeschiedene Blastemlage *m n* ist der senkrechte Durchschnitt des Schildknorpel-Blastems; die Schicht *o p* ist der senkrechte Durchschnitt des Blastems für die Schlundkopfmuskel, und anfangs bietet ein senkrechter Durchschnitt durch den Kehlkopf und den Schlundkopf nach der Entfernung der Blasteme *a*, *b* in der That auch nur die Form einer Rinne dar (Fig. 99), welche nach unten in das Blastem der Trachea übergeht. Durch die Präparation mittelst Weingeist wird die innerhalb dieser Rinne befindliche Blastemmasse zum Gerinnen gebracht, und es zieht sich daher vor der Wirbelsäule ein solider Strang — das Blastem für Kehlkopf, Luftröhre, Schlundkopf und Speiseröhre hinab. So zerfällt das Blastem des Kehlkopfes gleich ursprünglich in zwei über einander liegende Theile; diese Theilung erscheint äusserlich durch eine Furche ange-

deutet, die der unter dem Namen der dritten Kiemenspalte bekannten Furche entspricht.

Das im Innern des so fertig gewordenen Kehlkopfkeimes enthaltene Blastem spaltet sich wieder in eine obere und eine untere Blastemmasse (Fig. 100) und jede dieser Kugeln wieder in eine rechte und linke Hälfte (Fig. 101) (ein Querschnitt durch das Kehlkopfblastem eines Hühnerfœtus). Verweilen wir einen Augenblick bei dem oberen Kehlkopfblasteme α (Fig. 100). In demselben bemerkt man bald eine neue transversale Furchung und der früher angegebene Querschnitt übergeht dadurch in die Figur 102, wenn der horizontale Schnitt in der Höhe der Linie mn (Fig. 100), dagegen m' die Figur 103, wenn der Schnitt in der Höhe der Linie op (Fig. 100) geführt worden ist. Die äussere Lage des Keimstratums abc (Fig. 102 und 103) entwickelt sich zu einem selbstständigen Gebilde nämlich zum Kehldeckel, das Blastem adc dagegen ist grösstentheils für die Giesskannenknorpel bestimmt, deren Querschnitt wie die Fig. 103 eine unregelmässige dreiseitige Form mit abgestumpften Rändern darbietet. Die zwischen den in der Zeichnung weiss gehaltenen Blastemen verlaufende Furche besteht aus 2 Theilen; einem hinteren halbmondförmigen Theile bei d (Fig. 102), der künftigen Höhle des Schlundkopfes, und einem vorderen ungleich vierseitigen tiefer unten (Fig. 103) schiffchenartigen Raume, der künftigen Kehlkopfhöhle.

In einem senkrechten Längenschnitte erscheint in dem oberen Kehlkopfblasteme α (Fig. 100) anfangs eine senkrechte Furchung, wodurch die 2 Blasteme 1 und 2 (Fig. 104) entstehen, von welchen das vordere 1 hauptsächlich in die Länge sich entwickelt; durch eine neue Quertheilung bildet sich die Figur 105 und hierauf durch eine Abrundung die Figur 106 (Kehlkopf beim Menschen, innere Fläche der A rechten Wand). Von diesen 4 Blastemmassen, welche der obere Theil jeder Kehlkopfhöhle enthält, ist nur 1) die *Cartilago Epiglottis*; 2) enthält das Blastem der Sartorini'schen Knorpel, 3) das Blastem der Giesbeckenknorpel, 4) das Blastem der inneren Kehlkopfmuskel. Ungleiche Entwickelung dieser 4 Blastemmassen geben dem ganzen Kehlkopfblasteme allmählich den bleibenden Typus.

Die eben gezeichneten Entwickelungsformen sind ganz in Übereinstimmung mit den oben gegebenen Seitenansichten und den Querschnitten.

Erst nach all' diesen Vorgängen schreitet die Natur zur Entwickelung der Schleimhaut mit der Stimmritze. In dem Raume *A* der 103. Figur entsteht ein rundliches Blastem (Fig. 107), das bald in zwei Theile zerfällt, zum Keime sich umstaltet, mithin in Peripherie und Innenraum sich theilt. Durch das Zusammenschmelzen der beiden Innenräume entsteht die Figur 108 und die Stimmritze mit ihrer anfänglich achterförmigen Gestalt und dem sie umgebenden Schleimhautsaume ist nun fertig (Mensch). An einem senkrechten Längenschnitte fällt die Stimmritze in die Gegend von *A* (Fig. 106) und der in dieser Zeichnung schwarz gehaltene Raum ist der Morgagni'sche Ventrikel. Die Form dieses Raumes spricht zu deutlich für den Entwickelungsmodus, als dass es nöthig erscheinen möchte, noch Näheres darüber zu erwähnen.

Nimmt man einen horizontalen Querschnitt nach der Linie *qr* (Fig. 100) durch das untere Kehlkopfblastem, so erscheint dieser in der bei 110 abgebildeten Form mit einer biscuitförmigen Öffnung, welche offenbar durch eine transversale Theilung und darauffolgende Keimbildung, mithin aus der Figur 109 entstanden sein muss. Die Blastemschicht, welche bei *abc* an das Blastem der Schildknorpel, bei *adc* an das Blastem der Pharynxmuskel stösst, entwickelt sich später zum Ringknorpel.

Kehrt man wieder zu einem senkrechten Längenschnitte (Fig. 105) zurück, so ist nicht allein der Raum β, sondern auch der Muldenraum γ zur Entwickelung des Ringknorpelblastemes bestimmt, und ein Schnitt durch diesen Knorpel hat daher die in 106 bei β und γ angegebene Form, d. h. der Ringknorpel ist — einem Siegelringe ähnlich — rückwärts höher als vorne. — Hiermit ist die Darstellung der ersten Entwickelung des Kehlkopfes vollendet.

Was die Entwickelung der Luftröhre betrifft, so sind in meinen früheren Abhandlungen hierüber bereits Andeutungen gemacht worden; ich habe diesen in Betreff der Knorpelentwickelung nur noch Einiges hinzuzufügen.

Nimmt man eine Reihe hinter einander liegender, an den Berührungsstellen leicht abgeplatteter Blasteme (Fig. 111), — die Blasteme für die Trachea — so wird in Folge einer Keimbildung und Blastemfurchung das ganze Luftröhrenblastem die in 112 abgebildete Form annehmen. Späteres Verschmelzen der einander berührenden Theile führt nunmehr zur Form 113 und die Entwickelung der Luftröhren-

ringe hat hiermit begonnen. Die aus zwei seitlichen Theilen bestehenden Blastemlagen *abcd* (Fig. 113) werden zu den Luftröhrenknorpeln, die dazwischen liegenden Streifen *cdef* dagegen zu den fibrösen Verbindungsstreifen je zweier Luftröhrenringe. Die ursprünglich sehr markirt eckige Form der Luftröhrenringe (das Präparat 113 ist von einem Schaf-Embryo) verliert sich später durch Abstumpfen der Spitzen und die Luftröhrenringe erhalten allmählich die unter 114 abgebildete abgerundete bleibende Form. Dass die Entwickelung der Trachea schichtenweise von aussen nach innen erfolgt, und zwar auf dem Wege einer fortgesetzten Theilung, lässt sich der Analogie nach mit Gewissheit annehmen; ich habe mich aber mit dem directen Nachweise nicht weiter beschäftigt. Die Theorie der Entwickelung eines Luftröhrenquerschnittes muss wie jene eines Kehlkopfquerschnittes nach den Figuren 96 und 97 gedacht werden; der Gegenstand schien mir hier aber so einfach, dass ich einen factischen Nachweis kaum mehr für nothwendig erachtete.

Auch die Weichtheile an der Oberfläche des Kopfes und Halses entwickeln sich mit Hülfe einer fortgesetzten Spaltung zu Keimen, in deren Innerem fortwährend neue Blastembildungen, Furchungen vor sich gehen, bis endlich auch die verwickeltste Form der schöpferischen Naturthätigkeit gelungen ist. Einen weiteren Beleg hierzu liefert die Entwickelung der Ohrmuschel.

Die erste Spur der Ohrmuschel (beim Menschen) erscheint als eine linsenförmige Hervorragung über dem Gehörbläschen, die anfangs farblos und durchsichtig ist, und daher gewöhnlich übersehen wird, später aber sich trübt, so dass es bald das Gehörbläschen vollständig verdeckt. Bald hierauf hat aber das Ohrmuschelblastem die unter 115 angegebene Form, und ist sonach in drei Blastemmassen zerfallen, die durch eine dreiseitige Furche von einander abgegrenzt sind; später haben sich in den einzelnen Blastemen die peripheren von den inneren Schichten getrennt und das Ohrmuschelblastem bietet dann die in 116 dargestellte Gestalt. Von nun an heben sich die einzelnen Blasteme, indem sie sich zugleich in verschiedenen Verhältnissen vergrössern, deutlicher hervor und das Ohrblastem erhält nun die in 117 angegebene Form. Das Blastem *a* (Fig. 116) wird nun zum Tragos (Fig. 117); das Blastem *b* (116) zum Antitragos (117); das Blastem *c* (116) bildet noch anfangs eine Hervorragung an der Stelle der künftigen *Fossa navicularis; Helix* mit

der *Spina helicis mn* ist das Überbleibsel der äusseren, das ganze Ohrblastem umgebenden Wand (116) mit einem Theile *mn* der Wand des Keimes *c*. Durch diese Entwickelungen sind die Haupt-Umrisse der menschlichen Ohrmuschel bereits fertig und es bedarf dann nur noch weiterer Furchungen von mehr untergeordneter Bedeutung um diesen Theil zu vollenden.

Eben so einfach gestaltet sich der Bildungsgang an der Ohrmuschel verschiedener Säugethiere. Auch bei diesen erscheint anfangs in der Gegend des Gehörbläschens ein linsenförmiges, farbloses und durchsichtiges Blastem, in dem bald darauf eine Theilung in drei Theile deutlich unterschieden werden kann (Fig. 118). Während nun die Blasteme *a* und *b* noch lange durchsichtig bleiben, ja in ihrer Grössen-Entwickelung hinter dem Blasteme *c* weit zurückbleiben, hat das Blastem *c* sich in drei mit einander parallelen Richtungen gefurcht; dabei ist es noch grösser und zugleich minder durchsichtig geworden; auch trennt es sich allmählich von den Blastemen *a* und *b*, die es zum grösseren Theile bedeckt und erhält nun die unter 119 angegebene Gestalt. Immer mehr und mehr hebt sich der spitz zulaufende Zipfel *d* des Blastems *c* (Fig. 120) bis er endlich sich senkrecht gegen die Gesichtsfläche erhebt und allmählich sich so umlegt, dass die frühere äussere Fläche zur inneren und hinteren wird (Fig. 121), wodurch der Raum *m* zwischen den ursprünglichen drei Blastemen der Ohrmuschel deutlich sichtbar wird und als Eingang in die *Concha Auris* zurückbleibt. Eine weitere Furchung der Blasteme *a* und *b* (121) vollendet die äussere Ausbildung der *Auricula* und diese erhält die in 122 gezeichnete Gestalt. So weit habe ich die Entwickelung dieses Theiles bei Schaf- und Schweins-Embryonen verfolgt.

Wie wenig Schwierigkeiten würde die Entwickelungstheorie anderer Weichtheile am Kopfe, wie z. B. jener der Lippen, der Augenlider u. s. f. darbieten, wenn man es versuchte, eine solche zu geben. Weist doch die Form und Lage des Philtrums der Oberlippe mit grösster Bestimmtheit auf eine vorausgegangene Furchung des Blastems der Oberlippe hin, ja selbst die Nervenbahnen in der Oberlippe geben ein sicheres Zeugniss für vorausgegangene mehrfache Furchungen ab.

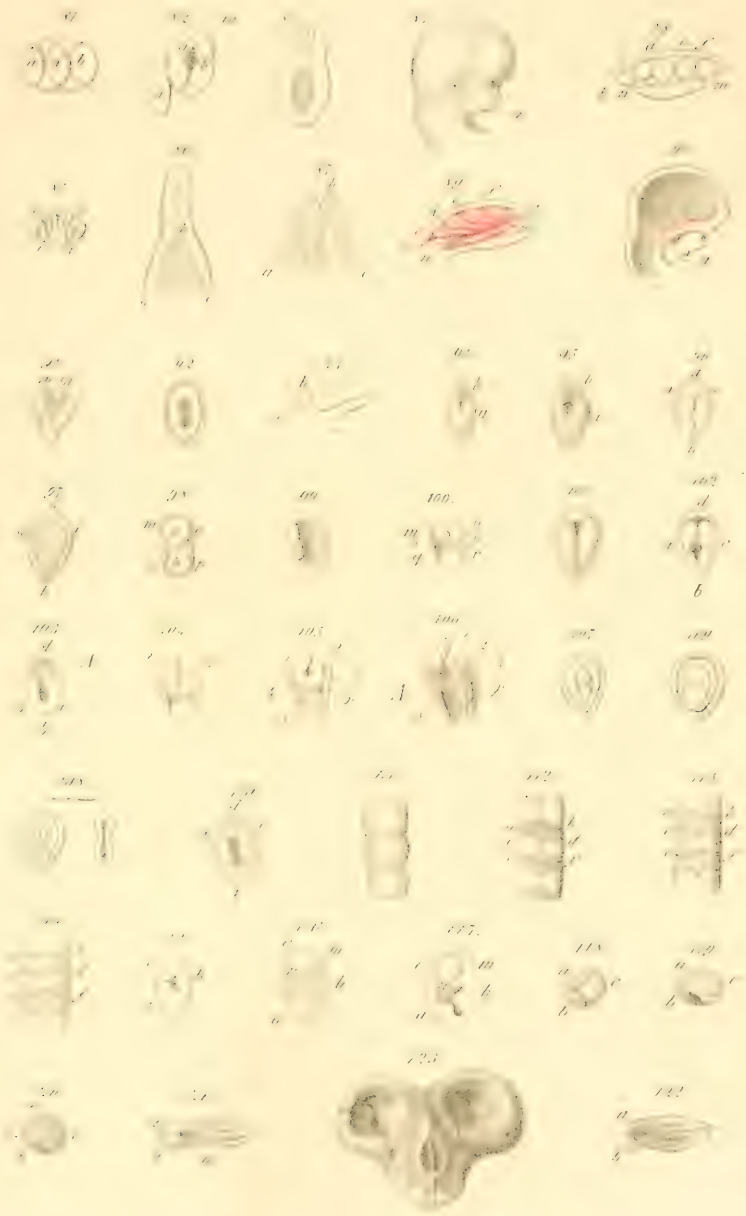
So wie einerseits die verschiedenen Missbildungen auf eine sehr einfache Weise nach den Principien meiner Entwickelungstheorie

erklärt werden können, so wird andererseits, wie gesagt, jede Missbildung ein neuer Beweis für die Richtigkeit meiner ganzen Darstellung werden. Ich habe in der 123. Figur eine Frontansicht eines Kopfskeletes vom *Hemicephalus* gegeben. Man sieht hier den Augenbraunenbogen und den Nasenfortsatz des Stirnbeines entwickelt, während der Stirntheil des Stirnbeines fehlt, und man wird sich auch meiner Darstellung erinnern, dass eben die genannten Theile zwar erst nach der Blastembildung der Stirnbeine entstehen, aber sich unabhängig von den letzteren entwickeln. So findet man auch bei derselben Missbildung das Schläfebein entwickelt sammt den grossen und kleinen Keilbeinflügeln, nicht aber die Seitenwandbeine; aus der von mir aufgestellten Entwickelungsgeschichte der Schädelknochen geht hervor, dass die genannten Theile zwar so lange als sie auf der Stufe der Blastembildung stehen in einem bestimmten Zusammenhange zu einander sich befinden, dass sie aber in ihrer weiteren Entwickelung eine grosse Unabhängigkeit von einander zeigen. — Es wäre ein Leichtes, diesen sehr interessanten Gegenstand weiter zu verfolgen, doch glaube ich hier abbrechen zu müssen, um die normale Entwickelungsgeschichte in ihren Haupt-Umrissen darstellen und zu einem vorläufigen Abschlusse bringen zu können.

Beiträge zur Kenntniss des Ricinus-Öles.

Von **J. Stanèk**.

Das Ricinusöl ist schon oft Gegenstand chemischer Untersuchungen gewesen; besonders widmeten die Chemiker ihre Aufmerksamkeit den flüchtigen Producten der trocknen Destillation desselben. Die ersten Versuche über das Verhalten des Ricinusöles bei hoher Temperatur wurden von Bussy und Lecanu angestellt. Sie gaben an, dass das in Rede stehende Öl bei der Destillation ohne merkliche Gas-Entwickelung ein, anfangs vorzüglich aus flüchtigem, später aus fixerem Öle bestehendes Product liefere, dass aber, nachdem beiläufig der dritte Theil des Öles übergegangen sei, sich plötzlich eine reichliche Entwickelung brennbarer, kohlensäure-freier Gase einstelle, während der Rückstand, ohne sich zu färben, gleichzeitig sich in eine blasige, schwammige, elastische Masse umwandle, der das ganze Destillationsgefäss erfülle. Sie geben ferner an, dass das Destillat aus



Wasser, brenzlichem Öle, Essigsäure, Ricinsäure und Elaiodinsäure bestehe. Der Rückstand, durch Weingeist von etwas anhängendem Öle befreit, ist nach den Angaben von Bussy und Lecanu blassgelb, geruch- und geschmacklos, in der Hitze, ohne zu schmelzen zersetzbar, wenig veränderlich durch Schwefel-, Salz- und Salpetersäure, unlöslich in Wasser, Weingeist und Äther, in flüchtigem und fettem Öle, so wie in verdünnter Kalilauge, aber leicht verseifbar durch eine Lösung von ¼ Kalihydrat in einem Theile Wasser. Aus der Seife lässt sich eine eigenthümliche, dickflüssige Säure abscheiden, die mit Bittererde eine in Alkohol und Wasser unlösliche Verbindung bildet.

Das unveränderte Ricinusöl gibt nach Bussy und Lecanu durch Verseifen und Zersetzen der ausgesalzenen Seife mittelst Salzsäure ein Gemenge von Margaritin-, Elaiodin- und Ricinsäure.

Saalmüller hat in Will's Laboratorium das Ricinusöl einer Untersuchung unterworfen. Er fand, dass es bei der Verseifung Glycerin, eine feste fette Säure und eine flüssige fette Säure liefere, welche letztere Saalmüller Ricinölsäure nannte. Glycerin war schon früher von Prof. Rochleder durch Behandeln einer alkoholischen Lösung des Ricinusöles mit Salzsäuregas dargestellt worden. Bei der Analyse der festen, fetten Säure des Ricinusöles erhielt Saalmüller keine constanten Resultate, einmal bekam er Zahlen, welche mit der Zusammensetzung der Stearinsäure, ein andermal Zahlen, die mit der Formel der Palmitinsäuse übereinstimmten. Entgegen den Angaben von Bussy und Lecanu erklärt Saalmüller, dass in dem Ricinusöl nur eine flüssige, fette Säure enthalten sei, für welche er die Formel $C_{38} H_{36} O_6 = C_{38} H_{35} O_5 + HO$ aufstellt.

Jules Bouis gibt dagegen die Formel $C_{36} H_{34} O_6$ als Ausdruck der Zusammensetzung dieser Säure, die er Ricinölsäure nennt und beschreibt ein Amid dieser Säure von der Zusammensetzung: $C_{36} H_{35} NO_4$. Dieses Amid, so wie die Säure zerfallen beim Schmelzen mit Kalihydrat in Caprylalkohol und Fettsäure, nach folgendem Schema:

$$\underbrace{C_{36} H_{34} O_6}_{\text{Ricinölsäure.}} + 2(KO, HO) = \underbrace{C_{20} H_{16} O_6, 2KO}_{\text{Fettsaures Kali.}} + \underbrace{C_{16} H_{18} O_2}_{\text{Caprylalkohol.}} + 2\,H$$

Diese Angaben von J. Bouis wurden von Moschnin in Will's Laboratorium bestätigt.

Bussy hat in einer zweiten Arbeit über Ricinusöl (1846) gezeigt, dass das Product der trockenen Destillation des Ricinusöles ein Gemenge mehrerer Producte sei. Er destillirte die ölige, auf einer wässerigen schwimmenden Schichte des Destillates mit Wasser. Es blieben Ricin- und Elaiodinsäure zurück, während Acrolein und Oenanthol überdestillirten, verunreinigt durch kleine Mengen mitgerissener fetter Säuren. Für das Oenanthol fand Bussy die Formel $C_{14} H_{14} O_2$ und entdeckte ein krystallisirtes Hydrat dieses Körpers $= C_{14} H_{14} O_2 + HO$. Er fand, dass das Oenanthol durch Salpetersäure bei 0° in das krystallisirte, dem Oenanthol isomere Metönanthol übergehe. Bei der Einwirkung von Salpetersäure auf Oenanthol bei höherer Temperatur erhielt Bussy ein dem Cinnamylwasserstoff sehr ähnliches (vielleicht damit identisches) Öl unter gleichzeitiger Bildung von drei fetten Säuren, wovon die eine sich als Oenanthylsäure erwies, die früher von Tilley durch Einwirkung von Salpetersäure auf Ricinusöl in der Wärme und von Arzbaecher durch Behandlung dieses Öles mit Schwefelsäure und chromsaurem Kali dargestellt worden war.

Bussy stellte das Oenanthol in die Reihe der Aldehyde und bezeichnet es als den Aldehyd der Oenanthylsäure.

$$\underbrace{C_{14} H_{14} O_2}_{\text{Oenanthol.}} - \underbrace{C_{14} H_{14} O_4}_{\text{Oenanthylsäure.}}$$

Williamson bestätigte (1847) die von Bussy gegebene Formel des Oenanthols. Er fand, dass Oenanthol mit Kali unter Erwärmung in Oenanthylsäure, die sich mit Kali vereinigt und ein flüchtiges Product zerfällt, das nach Williamson's Vermuthung sich zur Oenanthylsäure verhalten musste, wie Äther zu Essigsäure. Tilley hat (1848) das Oenanthol, dem er überflüssiger Weise den Namen Oenanthol gab, näher untersucht und gefunden, dass es durch schmelzendes Kalihydrat in Oenanthylsäure, bei Einwirkung von Kali in der Kälte aber in Oenanthylsäure und Oenanthylhydruret umgewandelt werde.

$$3\,\underbrace{(C_{14} H_{14} O_2)}_{\text{Oenanthol.}} = \underbrace{C_{14} H_{14} O_4}_{\text{Oenanthylsäure.}} + 2\,\underbrace{(C_{14} H_{14} O)}_{\text{Oenanthylhydruret.}}$$

Tilley fand, dass das Oenanthol sich mit zweifach schwefligsaurem Ammoniak zu einer krystallisirten Verbindung vereiniget. Es verhält sich demnach wie alle Aldehyde nach den neuen Untersuchungen von Bertagnini.

Da der schwammige, elastische Rückstand der trocknen Destillation des Ricinus-Öles bis jetzt von Niemanden genauer untersucht ist, unternahm ich die Untersuchung desselben auf Veranlassung des Prof. Rochleder in dessen Laboratorium.

Um diesen Körper darzustellen, wurde Ricinus-Öl in einer Glasretorte auf freiem Feuer der Destillation unterworfen. Als der Rückstand sich unter Gasentwickelung aufblähte, wurde das Destillationsgefäss vom Feuer genommen und verschlossen. Nach dem Erkalten wurde Alkohol auf die Substanz gegossen und diese aus der Retorte genommen. Durch Auspressen zwischen feiner Leinwand, öfteres Aufquellenlassen in Alkohol und Abpressen wurde alles in Alkohol Lösliche entfernt. Es wurde hierauf dieses Verfahren mehrmals mit Äther und zuletzt wieder mit Alkohol in Anwendung gebracht. Bei 100° C. getrocknet gab dieser caoutchouc-artige Körper bei der Analyse folgende Zahlen:

I. 0,2566 Substanz gaben 0,7255 Kohlensäure und 0,2487 Wasser.
II. 0,2607 Substanz gaben 0,7380 Kohlensäure und 0,2531 Wasser.

Dies entspricht folgender Zusammensetzung in 100 Theilen:

		Berechnet.	Gefunden. I.	Gefunden. II.
42 Äquivalente	Kohlenstoff = 252 —	77,30 —	77,11 —	77,20
34 „	Wasserstoff = 34 —	10,42 —	10,77 —	10,77
5 „	Sauerstoff = 40 —	12,28 —	12,12 —	12,02
	326 —	100,00 —	100,00 —	100,00

Wird diese caoutchouc-artige Masse, die alle von Bussy und Lecanu angegebenen Eigenschaften besitzt, mit Kalilauge verseift, so entsteht ein brauner, klarer Seifenleim unter Verbreitung eines unangenehmen, etwas zimmtähnlichen Geruches. Die Seife wurde durch Kochsalz ausgeschieden. In der gelben, kochsalzhaltigen Mutterlauge konnte kein Glycerin aufgefunden werden, statt dessen fand sich eine geringe Menge eines schmierigen, braunen Harzes.

Die in Wasser gelöste Seife wurde mit Chlorcalcium-Lösung versetzt, die Kalkseife getrocknet und mit Äther behandelt, der Spuren einer ölartigen Materie auszog. Die durch Salzsäure aus der Kalkseife abgeschiedene Säure wurde in kalihaltigem Wasser gelöst und mit Bleizuckerlösung gefällt. Das Bleisalz, welches hiebei entsteht, ist in Alkohol und Äther ganz unlöslich. Es wurde unter Alkohol durch

Schwefelwasserstoffgas zersetzt, die vom Schwefelblei abfiltrirte Lösung der Säure mit Wasser vermischt und der Alkohol verjagt.

Mehrere Stunden bei 100° C. getrocknet stellt die Säure eine dickflüssige, bernsteingelbe, schwach bräunliche Masse von eigenthümlichem, jedoch sehr schwachem Geruche dar.

0,4296 Säure geben 1,109 Kohlensäure und 0,4254 Wasser.

Dies gibt, auf 100 Theile berechnet, folgende Zusammensetzung:

			Berechnet.	Gefunden.
36 Äquivalente	Kohlenstoff	= 216 —	70,59 —	70,40
34 „	Wasserstoff	= 34 —	11,11 —	11,00
7 „	Sauerstoff	= 56 —	18,30 —	18,60
		306 —	100,00	- 100,00

Bei fortgesetztem Trocknen bei 100° C. geht noch Wasser weg, es gelang aber nicht, den Punkt zu treffen, wo die Substanz, der Formel $C_{36} H_{31} O_4$ entsprechend, zusammengesetzt war, da diese Säure beim Trocknen Sauerstoff und Wasserstoff in der Form von Wasser verliert, die nicht als Wasser darin enthalten sein konnten. Ein solches Product gab nach drei Tage langem Trocknen bei 100° C. 82,5 pCt. Kohlenstoff entsprechend der Formel $C_{36} H_{29} O_2$.

Das Bleisalz der Säure bei 100° C. getrocknet, besitzt folgende Zusammensetzung.

0,2737 Salz gaben 0.5498 Kohlensäure und 0,1881 Wasser.
0,220 „ „ 0,063 Bleioxyd.

			Berechnet.	Gefunden.
36 Äquivalente	Kohlenstoff	= 216,000 —	56,58 —	56,65
30 „	Wasserstoff	= 30,000 —	7,86 —	7,66
3 „	Sauerstoff	= 24,000 —	6,29 —	7,05
1 „	Bleioxyd	= 111,738 —	29,27 —	28,64
		381,738 —	100,00 —	100,00

Sowohl die freie Säure, als die an Bleioxyd gebundene gaben etwas weniger Wasserstoff als die Rechnung verlangt, offenbar in Folge einer nicht weitgreifenden Veränderung beim Trocknen. Wird eine frisch bereitete Kaliseife dieser Säure, mit überschüssigem Natronkalk vermischt, einer Temperatur von 260° C. ausgesetzt, der Rückstand, mit verdünnter Schwefelsäure übersättigt, der Destillation unterworfen, so erhält man ein milchiges Destillat von penetrantem

Geruch, das mit Barythydrat gesättigt zur Darstellung eines Silbersalzes benützt wurde. 0,262 Salz hinterliessen geglüht 0,114 Silber oder 46.73 pCt. Silberoxyd. Die flüchtige, fette Säure ist dem zufolge Caprylsäure. In dem Rückstande von der Destillation der Caprylsäure war keine Fettsäure nachzuweisen. Es waren nur kleine Mengen einer amorphen, harzartigen Masse darin vorhanden.

Fassen wir die Resultate zusammen, so scheint sich uns daraus Folgendes zu ergeben:

Der caoutchouc-artige Körper $C_{42} H_{34} O_5$ ist eine den Fetten analoge Verbindung, erhitzt gibt er, wie diese Acrolein. Bei seiner Verseifung liefert er aber statt Glycerin unter Verbreitung eines Geruches, ähnlich dem, welchen Aldehyd in Berührung mit Kali entwickelt, ein braunes Harz. Es ist daher anzunehmen, dass dieser Körper kein Glyceryloxyd, sondern eine Acryloxyd-Verbindung sei.

Seine Zusammensetzung $= C_{42} H_{34} O_5$ lässt sich zerlegen in

$$\underbrace{C_{36} H_{30} O_3}_{\text{Pyroricinsäure.}} + \underbrace{C_6 H_4 O_2}_{\text{Acrolein.}}$$

Die Pyroricinsäure $= C_{36} H_{34} O_7$, durch Verseifen der besprochenen Verbindung erhalten, verliert, längere Zeit bei 100° C. erhalten, 5 Äquivalente Wasser und geht in $C_{36} H_{29} O_2$ über.

Das Hydrat der Pyroricinsäure muss der Analyse des Bleisalzes und des caoutchouc-ähnlichen Körpers zufolge der Formel $C_{36} H_{30} O_3 + HO = C_{36} H_{31} O_4$ entsprechend zusammengesetzt sein. Sie enthält um 3 Äquivalente Wasserstoff weniger als die Ricinölsäure nach J. Bouis.

$$\underbrace{C_{36} H_{34} O_4}_{\text{Ricinölsäure.}} - H3 = \underbrace{C_{36} H_{31} O_4}_{\text{Pyroricinsäure.}}$$

Wäre die Formel von Saalmüller für die Ricinölsäure die richtige, so müssten aus dieser ein Äquivalent Wasserstoff und ein Äquivalent Methyloxydhydrat austreten, um Pyroricinsäure zu geben.

Während die Ricinölsäure durch Kalihydrat in Fettsäure und Caprylalkohol zerfällt, unter Aufnahme von 2 Äquivalenten Sauerstoff, gibt die Pyroricinsäure unter ähnlichen Verhältnissen Caprinsäure.

$$\underbrace{C_{36} H_{31} O_4}_{\text{Pyroricinsäure.}} + 4\,HO = C_{36} H_{35} O_8 \text{ oder } 2\,(\underbrace{C_{16} H_{16} O_4}_{\text{Caprinsäure.}}) + C_4 H_3.$$

Ob bei dieser Reaction Essigsäure gebildet werde, konnte ich nicht mit Sicherheit ermitteln.

Soviel geht aus meinen Versuchen mit Bestimmtheit hervor, dass die Entstehung der flüchtigen Producte, des Önanthols, Acrolein u. s. w. in keinem ursächlichen Zusammenhange mit der Bildung des caoutchouc-artigen Rückstandes steht. Es sind zwei Phasen der Zersetzung, die nach einander im Ricinus-Öle durch erhöhte Temperatur hervorgerufen werden.

In der ersten zerlegt sich das Ricinus-Öl in Acrolein und flüchtige Zersetzungsproducte der Ricinölsäure, die Bildung des Acrolein ist von Wasserbildung begleitet. In der zweiten Phase entsteht unter Gasentwickelung der caoutchouc-artige Körper und Wasser, dessen Bildung durch den Übergang des Glyceryloxydes in Acrolein erklärt wird, das in dem festen Rückstande chemisch gebunden enthalten ist. Zufolge der Zusammensetzung des festen Productes müssen aus einem Äquivalente Ricinölsaure drei Äquivalente Wasserstoff austreten.

Die Entstehung des Önanthols aus der Ricinölsäure findet vielleicht durch gleichzeitige Aldehyd-Bildung ihre Erklärung. Zwei Äquivalente Önanthol und zwei Äquivalente Aldehyd enthalten die Elemente von 2 Äquivalenten Wasser und einem Äquivalente Ricinölsäure.

$$\underbrace{C_{36}H_{34}O_6}_{\text{Ricinölsäure.}} + 2\,HO = 2\,(C_{14}H_{14}O_2) + 2\,(C_4H_4O_2)$$

Schon Bussy hat angegeben, dass das Destillat des Ricinus-Öles Essigsäure enthält, die sehr leicht aus Aldehyd bei Luftzutritt entsteht. Die zur Zersetzung der Ricinölsäure nöthigen zwei Äquivalente Wasser müssen gebildet werden, wenn das Glyceryloxyd in Acrolein übergeht.

Vorträge.

Zur Flora des Cypridinenschiefers.

Von dem w. M., **Prof. F. Unger.**

Durch Göppert's Arbeit über die fossile Flora der Grauwackenformation ist unsere Kenntniss von den frühesten Zuständen der Vegetation des Erdballs nicht unbedeutend gefördert werden. Überblickt man jedoch das in diesem Werke mit vieler Mühe und grossem Fleisse Zusammengestellte und neu Dargebotene, so muss man sich leider gestehen, dass des Mangelhaften und unsicher Erkannten noch bei weitem mehr vorliegt, als was wir als sicheres Eigenthum der Erkenntniss ansehen können. Die Seltenheit der vegetabilischen Einschlüsse in allen ältesten Sedimentbildungen, das Fragmentarische derselben, wo sie immer vorkommen mögen, und endlich das Fremdartige jener Bildungen, die nur hie und da entfernte Ähnlichkeiten mit Gewächsen der gegenwärtigen Weltperiode zeigen, machen jene Unvollständigkeit und Unsicherheit in der Erkenntniss leicht erklärlich.

Unter solchen Umständen ist jeder auch noch so kleine Gewinn von grösster Bedeutung.

Ich muss es einem glücklichen Zufalle zuschreiben, der mich in Stand setzte der geehrten Classe hier einen Beitrag zur Erweiterung der Grauwackenflora vorlegen zu können. Sie betrifft jene Periode, welche in dem als devonische Formation abgelagerten Schichtensysteme sich erhalten hat, und zwar wie genaue hierüber angestellte Forschungen ergeben, in einem seiner untersten Glieder, dem Cypridinenschiefer. Bisher sind nur eine äusserst geringe Menge von Pflanzenarten aus dieser Erstlingszeit der Schöpfung bekannt.

Das Material, welches mir zu dieser Untersuchung zu Gebote stand, ist durch eine freundliche Mittheilung des Herrn R. Richter, Rector der Realschule, des Pro-Gymnasiums u. s. w. zu Saalfeld in Thüringen, in meine Hände gelangt. Derselbe, seit längerer Zeit mit der Erforschung der thüringischen Grauwacke beschäftigt, hat auch den Pflanzenresten derselben seine Aufmerksamkeit zugewendet und ein für die Sparsamkeit ihrer Vorkommnisse überhaupt ziemlich reich-

haltiges Material zusammengebracht, welches er mir zur genaueren Bestimmung überliess.

Seit anderthalb Jahren mit dieser Aufgabe beschäftiget, bin ich nun im Stande der hohen Akademie die Haupt-Ergebnisse dieser Untersuchungen vorzulegen, indem ich mir vorbehalte, seiner Zeit die Details derselben in einer ausführlicheren Darstellung und zugleich in Verbindung mit den von Herrn R. Richter selbst bearbeiteten Thierresten der thüringischen Grauwacke zu übergeben.

Die Pflanzenreste, welche in einem dem Cypridinenschiefer untergeordneten Grauwackensandsteine in der Nähe von Saalfeld in Thüringen vorkommen, sind eines Theiles Abdrücke von Stengeln, Blättern u. s. w., anderen Theiles Versteinerungen von krautartigen sowohl als holzartigen Stengeln, Rhizomen, Blattstielen und Holzstämmen. Obgleich beiderlei Pflanzenreste nur in kleinen Fragmenten, die selten über einen Zoll in der Länge betragen, vorkommen, so sind sowohl die Abdrücke durch die feine Sandsteinmasse in scharfen Zeichnungen, als insbesondere die in Quarz versteinerten Stengel- und Stammreste in ihrer organischen Structur gut erhalten. Leider haben die letzteren in Folge vorausgegangener Abreibung viel gelitten, sind in der Regel an der Aussenseite ohne alle Spuren von Blattnarben und häufig sogar eben dadurch sehr mangelhaft geworden. Nicht weniger hat der ursprüngliche Zusammenhang der Elementartheile überdies noch durch die vor der begonnenen Versteinerung erfolgte Quetschung Schaden gelitten. Alles dies machte die Untersuchung nicht nur sehr schwierig, sondern in vielen Fällen das Resultat auch zweifelhaft.

Die Pflanzenabdrücke sind bisher bei weitem sparsamer als die Versteinerungen aufgefunden worden, und es zeigt sich nur zu sehr, dass beiderlei Pflanzenreste nicht zusammengehörige Theile von Gewächsen darstellen. Unter den Abdrücken wiegen Farren vor, während die versteinerten Stengel und Stammtheile gewiss grösstentheils ganz anderen Pflanzen-Familien angehören.

Für die erschöpfende Untersuchung der letztgenannten Pflanzenreste war es unumgänglich nothwendig, sich mittelst einer Schneid- und Schleifmaschine dünne, durchscheinende Plättchen zu verschaffen, die erst weiter durch das Mikroskop geprüft, und gezeichnet wurden. Die vor dem Versteinerungs-Processe in eine Art von Verkohlung übergegangene Pflanzensubstanz, wodurch dieselbe eine dunkle, fast schwarze Farbe erhielt, erheischte es, um zu diesem Ziele zu

gelangen, jene Plättchen zu einer ausserordentlichen Dünnheit zu schleifen. Ich habe mich mit der Präparation und Anfertigung von derlei mikroskopischen Gegenständen selbst befassen müssen, was den Fortschritt der Untersuchungen nicht wenig verzögerte. Es war mir interessant zu erfahren, bis zu welcher Dünnheit ich solche mikroskopische Gegenstände geschliffen hatte. Die Untersuchung mit dem Fühlhebel zeigte, dass die Plättchen, welche auf Spiegelglas mittelst eines Mastix-Kittes aufgetragen sind, sammt diesem nicht mehr als $^1/_{30}$, $^1/_{40}$, ja in manchen Präparaten sogar nur $^1/_{100}$ Linie Wiener Mass betragen.

Nur auf diese Weise wurde mir ein Blick in das Innerste der, man kann sagen wahrhaft ursprünglichen, das feste Land bewohnenden Pflanzen unserer Erde verstattet. Dass dies nicht blos für die Geschichte der Pflanzenwelt von hohem Interesse war, sondern auch eine reiche Ausbeute für die Anatomie der Gewächse lieferte, brauche ich wohl nicht erst anzuführen. Ganz neue bisher nicht geahnte Formen der Structur der Gewächse traten sofort ans Licht und es war mir vergönnt in denselben sicherlich die einfachsten Typen der Gestaltung des Pflanzenreiches überhaupt aufzufinden. Mit Bedauern muss ich es aussprechen, dass das äusserst sparsame Material es mir unmöglich machte, dort und da noch weiter zu gehen, wo ich es gewünscht hätte, doch kann ich zugleich die Hoffnung aussprechen, dass spätere glückliche Auffindungen die von mir gelassenen Lücken sicher noch ausfüllen werden. Mit den vollendeten Untersuchungen der Pflanzen dieser Schöpfungs-Periode wird ohne Zweifel eine gründliche Einsicht in die Bau-Elemente der Pflanzenwelt gebracht werden, die wir durch noch so fleissige Erforschungen dessen was uns lebend zugänglich ist, nie erreicht haben würden.

Diese wenigen Andeutungen mögen vor der Hand genügen, um auf die Wichtigkeit dieser Untersuchungen aufmerksam zu machen. Ich erlaube mir nur noch über das beifolgende Verzeichniss der bisher eruirten Pflanzen des Cypridinenschiefers einige erläuterde Bemerkungen beizufügen. Vor Allem ist es ersichtlich, dass aus der Gesammtzahl dieser Pflanzen, welche die Zahl 35 erreicht, nur sehr wenige (4—5) Pflanzenarten sind, die bereits von Göppert a. a. O. beschrieben und abgebildet und die somit auch noch auf etwas jüngere Perioden der grossen Grauwackenformation übergegangen sind. Alle übrigen sind als bisher unbekannt anzusehen.

Alle hier untersuchten Pflanzen gehören den Thallophyten, den Gefässkryptogamen oder den Acrobryiis, und zwei Pflanzen sogar den Gymnospermen an.

Aus der Ursache, dass man hier eine Landvegetation vor sich hat, sind die Algen nur sehr gering, ja sogar zweifelhaft vertreten. Es wiegen also nicht blos die sogenannten Gefässkryptogamen vor, sondern sie machen fast ausschliesslich die Gesammtflora dieser Periode aus.

Unter den einzelnen Gliedern dieser Gewächsabtheilung sind vorherrschend die Calamarien und Filices; untergeordnet hingegen die Lepidodendreen, Stigmarieen und Lycopodiaceen u. s. w.

Als Typen ganz neuer Familien sind die von mir benannten Haplocalameen, Calamoxyleen und Cladoxyleen zu betrachten. Der Bau dieser Pflanzen weicht so sehr vom Baue aller übrigen fossilen sowohl als lebenden Pflanzen ab, dass man sie mit gutem Grunde nicht blos anderen Familien ebenbürtig betrachten, sondern in ihnen sogar eine typische Ursprünglichkeit erkennen kann. Es sind die Stammältern, die Patriarchen vieler in der späteren Zeit aus ihnen hervorgegangenen Pflanzenfamilien und Gattungstypen. Was noch für die Anatomie oder für die Kenntniss der kleinsten organischen Elementartheile und ihre Bedeutung von Wichtigkeit ist, ist der Umstand, dass hier fast ohne Ausnahme selbst bei Pflanzen, die zahlreiche Gefässbündel besitzen, dieselben nur aus einerlei Elementartheilen, aus langgestreckten Zellen o h n e G e f ä s s e bestehen, somit die sogenannten Spiralgefässe erst in einer späteren Erdperiode zur Entwickelung kommen.

Eben so interessant und bedeutungsvoll ist, dass der einzige hier vorkommende holzbildende Stamm, offenbar ein Nadelholz, aus Holz-Zellen o h n e T i p f e l zusammengesetzt ist, was mir zur Bezeichnung desselben als Aporoxylon Veranlassung gab.

Man sieht, wie in dieser Erstlingsflora die Form der Elementartheile und der Bau der Organe noch ganz den Charakter der Einfachheit und Ursprünglichkeit an sich tragen.

Übersicht der Flora des Cypridinenschiefers.

ALGAE.

Haliserites Dechenianus G ö p p.

CALAMARIAE.

Haplocalameae.

Kalymma striata Ung.
„ *grandis* Ung.
Calamosyrinx devonica Ung.
Calamopteris debelis Ung.
Haplocalamus thuringiacas Ung.

Calamoxyleae.

Calamopitys Saturni Ung.

Asterophyllitae.

Asterophyllites coronata Ung.

FILICES.

Neuropterideae.

Cyclopteris elegans Ung.
„ *trifoliata* Ung.
„ *dissecta* Göpp.
„ *Richteri* Ung.

Sphenopterideae.

Sphenopteris refracta Göpp. p. p.
„ *devonica* Ung.
„ *petiolata* Göpp.
„ *imbricata* Göpp.

Rhachiopterideae.

Sparganum maximum Ung.
„ *minus* Ung.
Megalorhachis elliptica Ung.
Stephanida gracilis Ung.
„ *duplicata* Ung.
Clepsidropsis antiqua Ung.
„ *robusta* Ung.
„ *composita* Ung.

SELAGINES.

Stigmarieae.

Stigmaria annularis Ung.
Aphyllum paradoxum Ung.

Sigillarieae.

Sigillaria notha Ung.

Lepidodendreae.

Lepidodendron Richteri Ung.

Lycopodiaceae.

Arctopodium insigne Ung.

„ *radiatum* Ung.

Cladoxyleae.

Cladoxylon mirabile Ung.

„ *centrale* Ung.

„ *dubium* Ung.

ZAMIEAE.

Noeggerathia graminifolia Ung.

CONIFERAE.

Aporoxylon primigenium Ung.

Über die Nervation der Blätter der Papilionaceen.

Von dem c. M., **Dr. C. v. Ettingshausen.**

(Mit XXII Tafeln.)

Vorliegende Abhandlung schliesst sich der im XII. Bande der Sitzungsberichte der mathematisch-naturw. Classe, pag. 138, enthaltenen: „über die Nervation der Blätter der Euphorbiaceen" als weiterer Beitrag zur Kenntniss der Nervationsformen des Gewächsreiches unmittelbar an. Sie befasst sich mit den Blättern der umfangreichen Ordnung der Papilionaceen und zwar vorzugsweise mit solchen Typen, welche zu den aus der Vorwelt erhaltenen Resten dieser Ordnung in näherer Verwandtschaft stehen. Die Methode der Behandlung des Stoffes und die Ausführung des beschreibenden Theiles sind im Wesentlichen genau jene geblieben, wie sie in der eben citirten Abhandlung vorliegen. Ich erlaube mir jedoch ausdrücklich hervorzuheben, dass wenn auch diese Arbeiten die Tendenz verfolgen, Merkmale aufzufinden, nach welchen man einzelne Arten durch die Blätter allein mit Sicherheit unterscheiden kann, ihre Aufgabe keineswegs als im Gebiete der Charakteristik oder der Systematik liegend

betrachtet werden darf. Vielmehr finden selbe ihre eigentliche wissenschaftliche Rechtfertigung darin, dass sie Vorstellungen und Begriffe von solchen naturhistorischen Eigenschaften der Pflanzen — die der Nervation der Blätter nämlich — schaffen, welche bisher zum Schaden der Naturgeschichte des Pflanzenreiches gänzlich unberücksichtigt geblieben sind. Diese Aufgabe gehört aber ausschliesslich in den Bereich der Terminologie.

Die beigegebenen Tafeln sind durch den Naturselbstdruck dargestellt. Die Schnelligkeit und die Wohlfeilheit der Ausführung der genauesten Abbildungen [1]) welche nur genannte Druckmethode möglich macht, werden die für die Sitzungsberichte ungewöhnlich grosse Zahl derselben hinlänglich entschuldigen.

Übersicht der Nervationsformen.

I. Vollkommene Randläufer.

Secundärnerven einfach, meist genähert, geradlinig oder in sehr wenig gekrümmten Bogen dem Rande zulaufend, an welchem sie sogleich endigen.

Tertiäre Nerven aus dem primären unter 80—90°, aus den secundären unter 40—50° entspringend, querläufig; Netz derselben von länglichen Maschen gebildet. *Machaerium ferrugineum* Pers.

— — aus dem primären unter 80—90°, aus den secundären unter 90—100° entspringend, nicht querläufig; Netz derselben von rundlichen Maschen gebildet. *Milletia caffra* Meisn.

II. Unvollkommene Randläufer.

Die meisten der Secundärnerven sind randläufig; mit diesen combiniren sich ästige, meist schling- oder bogenläufige.

1. Untere Secundärnerven einfach, randläufig, obere ästig, anastomosirend. 2.
— — ästig, bogen- oder schlingläufig, obere einfach, randläufig. 3.
— — die einfachen randläufigen, unter Winkeln von 85—95° entspringenden Secundärnerven sind unregelmässig mit gabelig-ästigen gemischt. *Mirbelia rubiaefolia* Sm.

2. Die randläufigen Secundärnerven kaum um die Hälfte schwächer als der an der Basis beiläufig $\frac{1}{2}$ Millim. starke Mediannerv; obere Nerven netzläufig. *Podolobium staurophyllum* Sieb.

[1]) Um die oft wundervoll schön gelungene Darstellung der Blattnetze am Besten zu gewahren, muss man sich bei Ansicht der Tafeln einer wenigstens acht- bis zehnmal vergrössernden Loupe bedienen.

— Die randläufigen Secundärnerven um mehr als die Hälfte schwächer als der an der Basis beiläufig 1 Millim. starke Mediannerv; obere Nerven meist schlingläufig. *Podolobium trilobatum* R. Brown.

3. Auf jeder Seite nur 1—2 randläufige Secundärnerven, welche in die haarspitzigen Zähne des Blattes übergehen; die übrigen einfach oder nur an der Spitze ästig, schlingläufig. *Mirbelia dilatata* R. Brown.

— — 4—6 randläufige Secundärnerven auf jeder Seite; die übrigen an der Aussenseite ästig, bogenläufig. *Mucuna pruriens* D. C.

III. Spitzläufer.

Zwei oder mehrere untere Nerven laufen im Bogen zwischen dem Mittelnerv und dem Rande der Spitze des Blattes zu.

Die spitzläufigen Secundärnerven entspringen an der Basis der Blattfläche; Netz der Tertiärnerven aus grossen unregelmässigen und vieleckigen Maschen, das der quaternären aus kleinen, im Umrisse rundlichen Maschen bestehend. *Daviesia cordata* Smith.

— — entspringen über der Basis der Blattfläche; Netz der tertiären Nerven aus kleineren, im Umrisse rundlichen Maschen bestehend; quaternäres Netz fehlend. *Mirbelia grandiflora* Ait.

IV. Bogenläufer.

Secundärnerven verhältnissmässig vielmal stärker als die tertiären, in einem Bogen dem Rande zulaufend, um erst da mit den zunächst liegenden oberen Nerven zu anastomosiren; in meist grösseren Abständen von einander entspringend.

1. Tertiäre Nerven aus den secundären an der Aussenseite unter spitzen, an der Innenseite unter stumpfen Winkeln entspringend. 2.

— — zu beiden Seiten der secundären Nerven unter Winkeln von 90° entspringend. 3.

— — an der Innen- und Aussenseite der Secundärnerven unter spitzen Winkeln abgehend. *Hecastophyllum Brownii* Pers.

2. Secundärnerven aus dem primären unter Winkeln von 30—45° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des primären $^1/_8$. *Collaea peduncularis* Benth.

— — unter Winkeln von 50—65° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_{10}$; tertiäre Nerven meist netz-, selten querläufig. *Collaea glaucescens* Benth.

— — stark bogig, unter Winkeln von 50—65° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des primären $^1/_8$; Tertiärnerven meist querläufig; Netz der quaternären Nerven äusserst fein, rundmaschig. *Centrolobium robustum* Mart.

— — wenig bogig unter Winkeln von 50—60° entspringend; mittlere Verhältnisszahl der Entfernung zur Länge des primären $^1/_9$; tertiäre Nerven genähert, quer- und netzläufig. *Ormosia coccinea* Jacks.

— — unregelmässig unter verschiedenen spitzen Winkeln entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des primären $^1/_7$; tertiäre Nerven

spärlich, meist netzläufig; Blättchen ungleichseitig-länglich, ei-lanzettförmig, lederartig, an der Basis sehr schief, nach der Spitze verschmälert. *Hymenaea*-Arten.

— Secundärnerven unter Winkeln von 45—55° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des primären $^1/_9$; tertiäre Nerven sehr fein, aus dem primären sowohl unter rechtem als unter spitzem Winkel abgehend, durchaus netzläufig; Blättchen ei-lanzett-förmig oder elliptisch, stumpflich, lederartig. ***Collaea scarlatina*** Mart.

3. Tertiärnerven oft querläufig, stark hervortretend; Abgangswinkel der Secundärnerven vom primären 45—60°; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_5$; Blättchen eiförmig oder länglich, am Rande wellig, nach der Spitze etwas verschmälert. ***Kennedya rubicunda*** Vent.

— — meist querläufig, ziemlich hervortretend; Abgangswinkel der Secundärnerven vom primären 30—40°; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_6$; Blättchen rundlich-rhombenförmig, an beiden Enden stumpf. ***Butea frondosa*** Roxb.

— — durchaus netzläufig, Netz derselben ziemlich hervortretend; Abgangswinkel der Secundärnerven vom primären 55—65°; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_7$; quaternäres Netz wenig entwickelt, oft gänzlich fehlend; Blättchen länglich-elliptisch oder ei-lanzettlich. ***Collaea Neesii*** Benth.

— — durchaus netzläufig, Netz derselben ziemlich hervortretend; Abgangswinkel der Secundärnerven vom primären 60—70°; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_6$; Netz der quaternären Nerven vollkommen entwickelt, fein, rundmaschig; Blättchen eiförmig. ***Bionia coriacea*** Benth.

— — durchaus netzläufig, Netz derselben grossmaschig, wenig hervortretend; Secundärnerven stark bogig, Abgangswinkel derselben 50—60°; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_7$; Netz der quaternären Nerven vollkommen entwickelt, sehr fein, rundmaschig; Blättchen eiförmig, an der Basis auffallend schief. ***Dioclea lasiocarpa*** Mart.

— — durchaus netzläufig, Netz derselben aus lockeren, kaum deutlich entwickelten Maschen bestehend; Secundärnerven wenig bogig, ziemlich stark hervortretend, Abgangswinkel derselben 50—60°, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_8$; Netz der quaternären Nerven vollkommen entwickelt, sehr zart, rundmaschig; Blättchen breit-eiförmig oder rundlich, an der Basis fast herzförmig. ***Dioclea violacea*** Mart.

V. Vollkommene Schlingläufer.

Secundärnerven verhältnissmässig nur unbedeutend stärker als das tertiäre Netz, meist ziemlich entfernt, unter wenig spitzen Winkeln entspringend und fast geradlinig oder im schwachen Bogen oft nur bis zur Mitte der Blatthälfte oder wenig über dieselbe hinaus verlaufend, mit beiden zunächst liegenden gleichnamigen Nerven Schlingen bildend, aus deren dem Blattrande zugekehrten Seite Tertiärnerven oder stärkere Netznerven abgehen; die Schlingen treten sehr hervor und erscheinen so stark wie die Secundärnerven an ihrem Ursprunge.

1. Schlingenbildende Ästchen unter stumpfen Winkeln divergirend: Schlingenbogen fast parallel zum Blattrande stehend, meist lang und wenig gekrümmt. 2.
— — unter spitzen Winkeln divergirend: Schlingenbogen schief zum Rande gestellt, meist sehr kurz und stark gekrümmt. 11.
2. Die Mittelaxe der ganzen Schlinge schneidet den primären Nerven unter 90° oder unter einem stumpfen Winkel; Secundärnerven unter 80—90° entspringend. 3.
— — Die Mittelaxe der Schlinge schneidet den primären Nerven unter einem spitzen Winkel. 4.
3. Secundärnerven stark hervortretend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des primären $^1/_6$; Tertiärnerven meist (die unteren fast durchgehends) aus den secundären unter spitzen Winkeln entspringend und dann oft querläufig, ziemlich stark ausgeprägt; quaternäres Netz locker, hervortretend, vorwaltend aus quadratischen Maschen gebildet.
Chorozema cordatum Lindl.
— — stark hervortretend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_4$; Tertiärnerven durchaus unter rechtem Winkel entspringend, ziemlich stark ausgeprägt, sehr selten querläufig; quaternäres Netz fein, wenig entwickelt.
Platylobium formosum Smith.
— — fast haarfein, ungleich entfernt, mittlere Verhältnisszahl der Distanzen $^1/_5$; Tertiärnerven meist unter rechtem Winkel entspringend, wenig entwickelt, netzläufig; quaternäres Netz sehr ausgebildet, zart, rundmaschig.
Plagiolobium chorozemaefolium Sweet.
— — haarfein, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_{20}$; Tertiärnerven durchgehends unter rechtem Winkel entspringend, netzläufig.
Hovea venulosa Cunnh.
4. Mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der Secundärnerven zur Länge des primären zwischen $^1/_{25}$ und $^1/_{12}$ (Secundärnerven genähert; die absolute Entfernung beträgt oft weniger als 5 Millim.). 5.
— — Mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der Secundärnerven zur Länge des primären zwischen $^1/_9$ und $^1/_4$ (die absolute Distanz derselben beträgt meist über 5 Millim.). 6.
5. Secundärnerven aus dem primären unter Winkeln von 60—70° entspringend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_{15}$; Tertiärnerven haarfein, netzläufig, kaum hervortretend; Blatt einfach, länglich- oder lineallanzettlich an der Basis verschmälert. *Callistachys parviflora* Benth.
— — unter Winkeln von 70—85° entspringend, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_{25}$; Tertiärnerven stark, hervortretend, oft querläufig; Blatt einfach, länglich-lanzettlich, an der Basis ausgerandet-herzförmig.
Hardtenbergia monophylla Benth.
— — unter Winkeln von 55—65° entspringend, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_{12}$; Tertiärnerven ziemlich hervortretend, netzläufig; Blatt gefiedert, Blättchen eiförmig. *Leptolobium elegans* Vog.
6. Tertiärnerven aus dem primären unter Winkeln von 85—90° entspringend, den secundären nicht parallel. 7.

— Tertiärnerven aus dem primären unter spitzeren Winkeln entspringend; mit den secundären parallellaufend. 8.

7. Secundärnerven unter Winkeln von 60—75°, die untersten oft unter spitzeren entspringend, stark, hervortretend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des primären $^1/_5$; Tertiärnerven ein gedrängt-maschiges, hervortretendes Netz bildend; quaternäres Netz kaum entwickelt; Blatt einfach eiförmig. *Lalage ornata* Lindl.

— — unter Winkeln von 60—75° entspringend, stark hervortretend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_7$; Tertiärnerven ein mehr lockeres, hervortretendes Netz darstellend; quaternäres Netz wenig entwickelt; Blatt einfach, ei-lanzettlich. *Platylobium parviflorum* Smith.

— — unter Winkeln von 50—60° entspringend, fein, wenig hervortretend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_6$; Tertiärnerven ein unregelmässiges, lockeres, feinmaschiges Netz bildend; quaternäres Netz ziemlich entwickelt, sehr fein; Blatt einfach, ei-lanzettlich, fast rhombisch. *Hovea Celsii* Bonpl.

— — unter Winkeln von 70—80° entspringend, gerade, haarfein, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_5$; Tertiärnerven ein sehr feines, aus grossen unregelmässigen Maschen bestehendes Netz darstellend; quaternäres Netz sehr ausgebildet, äusserst zartmaschig; Blatt gefiedert, Blättchen eiförmig. *Pterocarpus australis* Endl.

— — unter Winkeln von 60—70° entspringend, hervortretend, bogig, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_6$; Tertiärnerven ein ausgebildetes, stark ausgeprägtes, aus gedrängten im Umrisse rundlichen Maschen bestehendes Netz darstellend; quaternäres Netz wenig entwickelt; Blatt gefiedert, Blättchen elliptisch. *Leptolobium tomentellum* Pohl.

— — unter Winkeln von 70—80° entspringend, fast haarfein, jedoch ziemlich hervortretend, gerade, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_5$; secundäre Schlingen ansehnlich, oft bis 5 Millim. vom Rande abstehend; tertiäre Schlingen ziemlich gross, deutlich hervortretend; tertiäres Netz wenig, quaternäres mächtig entwickelt, Maschen ansehnlich, gleichförmig; Blatt gefiedert, Blättchen eiförmig, mit lang vorgezogener Spitze. *Humboldtia laurifolia.* Vahl.

— — unter Winkeln von 65—75° entspringend, ziemlich hervortretend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_4$; Tertiärnerven oft querläufig, ein lockeres hervortretendes Netz darstellend; Blatt gefiedert, Blättchen klein, rundlich-eiförmig. *Cassia ovalifolia* Pohl.

— — unter Winkeln von 55—65° entspringend, haarfein, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_6$; Tertiärnerven oft querläufig, ein lockeres, unregelmässiges Netz bildend; Blatt gefiedert, Blättchen klein, eiförmig. *Cassia indecora* H. B. K.

8. Schlingen der secundären Nerven an ihrer Aussenseite von einer Kette grosser und hervortretender Tertiärschlingen eingefasst. 9.

— — Die an der Aussenseite der secundären Schlingen sichtbaren tertiären sind klein, nicht hervortretend und meist unvollkommen entwickelt. 10.

9. Secundärnerven unter Winkeln von 55—65° entspringend, sehr stark hervortretend, meist gerade: Netz der Tertiärnerven deutlich ausgeprägt, in das der starken quaternären Nerven allmählich übergehend.
Leptolobium tomentosum Pohl.

— — unter Winkeln von 50—60° entspringend, hervortretend, meist unregelmässig bogig; Netz der Tertiärnerven deutlich ausgeprägt und hervortretend, von dem äusserst feinen, rundmaschigen Netze der quaternären scharf geschieden. *Cynometra cauliflora* Linn.

— — unter Winkeln von 70—80° entspringend, fast haarfein.
Humboldtia laurifolia Vahl.

10. Mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der secundären Nerven zur Länge des primären $^1/_8$, absolute Distanz 7—11 Millim.; das lockere grossmaschige tertiäre Netz in das feine hervortretende quaternäre unvermerkt übergehend.
Callistachys lanceolata Vent.

— — Verhältnisszahl der Entfernung der Secundärnerven $^1/_7$, absolute Distanz 5—7 Millim.; tertiäres Netz fast gänzlich fehlend, quaternäres stark entwickelt, hervortretend. *Podolobium scandens* DeCand.

— — Verhältnisszahl der Entfernung der Secundärnerven $^1/_6$, absolute Distanz 3—5 Millim.; tertiäres Netz kaum entwickelt, quaternäres fehlend.
Pultenaea daphnoides Smith.

— — Verhältnisszahl der Entfernung der Secundärnerven $^1/_5$, absolute Distanz 3—5 Millim.; tertiäres Netz kaum deutlich, quaternäres stark entwickelt, hervortretend. *Gastrolobium Brownii* Meisn.

— — Verhältnisszahl der Entfernung der Secundärnerven $^1/_4$, absolute Distanz 5—8 Millim.; tertiäres Netz locker, von dem wenig entwickelten quaternären nicht scharf geschieden. *Leptolobium bijugum* Vog.

— — Verhältnisszahl der Entfernung der Secundärnerven $^1/_6$, absolute Distanz 9—14 Millim.; tertiäres Netz fein, aus lockeren unregelmässigen Maschen bestehend, vom sehr feinen rundmaschigen quaternären ziemlich scharf geschieden. *Leptolobium nitens* Vog.

11. Secundärnerven sehr genähert, etwas bogig, mittlere Verhältnisszahl der Distanz zwischen $^1/_{15}$ und $^1/_{25}$; Schlingen vorgezogen, spitz. 12.

— — meist gerade, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zwischen $^1/_5$ und $^1/_{10}$: Schlingen kaum vorgezogen, stumpf. 13.

12. Secundärnerven haarfein, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_{25}$; tertiäres Netz kaum entwickelt. *Callisemaea grandiflora* Benth.

— — ziemlich hervortretend, mittlere Verhältnisszahl $^1/_{20}$; tertiäres Netz entwickelt, Maschen meist länglich, in das feine, spärliche quaternäre übergehend. *Platypodium viride* Vog.

13. Secundär- und Tertiärnerven stark ausgeprägt; an der Aussenseite der Secundärschlingen entspringen grosse und hervortretende Tertiärschlingen. 14.

— — Secundär- und Tertiärnerven schwach, oft haarfein; die an der Aussenseite der Secundärschlingen hervorgehenden tertiären sind klein und unansehnlich. 15.

14. Untere Secundärnerven unter nahe rechtem, obere unter Winkeln von 65—80° entspringend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_4$.
Platylobium cordatum Smith.

— — Untere Secundärnerven unter nahe rechtem, obere unter Winkeln von 50—60° entspringend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_7$.
Hardtenbergia cordata Benth.

— — Alle Secundärnerven unter Winkeln zwischen 60° und 70° entspringend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_7$.
Leptolobium dasycarpum Vog.

15. Secundärnerven unter Winkeln von 50—60° entspringend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_{10}$, absolute Entfernung 5 – 8 Millim.; tertiäres Netz wenig entwickelt, in das ziemlich hervortretende quaternäre allmählich übergehend. *Callistachys ovata* Sims.

— — unter Winkeln von 30 – 40° entspringend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_6$, absolute Entfernung 9—14 Millim.; Secundärschlingen lang; tertiäres Netz wenig entwickelt, in das feine rundmaschige quaternäre allmählich übergehend. *Gastrolobium praemorsum* Meisn.

— — unter Winkeln von 40—50° entspringend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_8$, absolute Distanz 2—4 Millim.; Secundärschlingen sehr kurz; tertiäres Netz wenig entwickelt, vom feinen rundmaschigen quaternären kaum geschieden. *Gastrolobium bilobum* R. Brown.

— — unter verschieden spitzen Winkeln entspringend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_7$, absolute Distanz 4—7 Millim.: tertiäres Netz kaum, quaternäres vollkommen entwickelt, feinmaschig.
Gastrolobium daphnoides Meisn.

— — unter Winkeln von 50—60° entspringend: mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_5$, absolute Distanz 5—10 Millim.: tertiäres Netz vom wenig entwickelten, sehr feinen quaternären ziemlich scharf geschieden.
Zichya coccinea Benth.

— — unter Winkeln von 40—50° entspringend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_9$—$^1/_7$, absolute Distanz 5—9 Millim., tertiäres Netz wenig hervortretend, jedoch vom sehr fein ausgebildeten quaternären ziemlich scharf geschieden. *Machaerium erianthum* Benth.

— — unter Winkeln von 45—55° entspringend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_9$, absolute Distanz 2—5 Millim.; tertiäres Netz stark hervortretend, in das spärliche quaternäre unmerklich übergehend.
Leptolobium leiocarpum Vog.

— — Die untersten Secundärnerven unter Winkeln von 20—30°, die oberen unter Winkeln von 40—50° entspringend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_7$, absolute Distanz 3 – 6 Millim.; tertiäres Netz stark hervortretend, quaternäres fehlend. *Cassia Candolleana* Vog.

— — Alle Secundärnerven unter Winkeln von 60—70° entspringend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_{10}$, absolute Distanz 6—11 Millm.: tertiäres Netz locker, ziemlich hervortretend, in das quaternäre allmählich übergehend. *Cassia splendita* Vog.

VI. Unvollkommene Schlingläufer.

Secundärnerven oft verhältnissmässig unbedeutend stärker als das tertiäre Netz, meist unter wenig spitzen Winkeln entspringend und fast geradlinig oder im schwachen Bogen verlaufend, mit beiden zunächst liegenden gleichnamigen Nerven schwache kaum hervortretende Schlingen bildend.

1. Mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der Secundärnerven zur Länge des primären zwischen $^1/_7$ und $^1/_4$: Maximum der absoluten Distanz derselben zwischen 6 und 15 Millim. 2.
— — Entfernung der Secundärnerven zwischen $^1/_{10}$ und $^1/_8$; Maximum ihrer absoluten Distanz zwischen 3 und 15 Millim. 6.
— — Entfernung der Secundärnerven zwischen $^1/_{10}$ und $^1/_{25}$; Maximum ihrer absoluten Distanz zwischen 1 und 5 Millim. 9.
2. Secundärnerven unter Winkeln von 70—85° abgehend, fast geradlinig oder nur schwach bogig. 3.
— — unter Winkeln von 45—65° abgehend, meist bogig. 4.
— — die untersten Secundärnerven sind grundständig, nach aussen ästig und entspringen unter Winkeln von 30—50°, die übrigen unter 55—70°. 5.
3. Mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der Secundärnerven $^1/_4$; tertiäre Nerven oft querläufig. *Brachysema praemorsum* Meisn.
— — der Entfernung der Secundärnerven $^1/_6$; tertiäre Nerven spärlich, kaum hervortretend, nur netzläufig. *Brachysema latifolium* R. Brown.
4. Primärnerv stark, nach der Spitze wenig verschmälert; Abgangswinkel der Secundärnerven 40—55°, mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_5$; tertiäre Nerven aus dem primären und den secundären unter rechtem Winkel entspringend, hervortretend, meist netz-, selten querläufig. *Kennedya arenaria* Benth.
— — schwach, nach der Spitze zur Haardünne verfeinert; Abgangswinkel der Secundärnerven 45—55°, mittlere Verhältnisszahl der Distanzen $^1/_5$; tertiäre Nerven vom primären unter rechtem, von den secundären unter wenig spitzen Winkeln abgehend, quer- und netzläufig, kaum hervortretend. *Kennedya arabica* Hochst. et Steud.
— — wenig verschmälert; Abgangswinkel der Secundärnerven 40—50°, mittlere Verhältnisszahl der Distanzen $^1/_6$; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, quer- und netzläufig, stark hervortretend. *Zichya sericea* Benth.
— — wenig verfeinert; Abgangswinkel der Secundärnerven 40—50°, mittlere Verhältnisszahl der Distanzen $^1/_6$; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, netz-, seltener querläufig, wenig hervortretend. *Dioclea argentea.*
— — wenig verfeinert; Abgangswinkel der Secundärnerven 50—60°, mittlere Verhältnisszahl der Distanzen $^1/_6$; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter wenig spitzen Winkeln entspringend, netzläufig, wenig hervortretend. *Erythrina isopetala* Lam.

— Primärnerv nach der Spitze bis zur Haardünne verfeinert; Abgangswinkel der Secundärnerven 55—65°, mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_5$; tertiäre Nerven aus dem primären und den secundären Nerven unter spitzen Winkeln entspringend, netzläufig, sehr fein und kaum hervortretend. *Erythrina coralloides* De Cand.

— — nach der Spitze fast zur Haardünne verfeinert; Abgangswinkel der unteren Secundärnerven 40—55°, der oberen 30—40°, mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_7$; tertiäre Nerven aus dem primären und den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, netzläufig, schwach hervortretend *Pterocarpus Indicus* Willd.

— — nach der Spitze bis zur Haardünne verschmälert; Abgangswinkel der Secundärnerven 50—60°, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_7$; tertiäre Nerven aus dem primären unter spitzen, aus den secundären unter verschieden spitzen und stumpfen Winkeln entspringend, netzläufig, wenig hervortretend. *Hecastophyllum violaceum* Benth.

— — nach der Spitze allmählich fast bis zur Haardünne verschmälert; Abgangswinkel der Secundärnerven 50—65°, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_6$; tertiäre Nerven sehr spärlich und fein, kaum deutlich ausgesprochen, unter verschieden spitzen Winkeln entspringend. *Andira acuminata* Benth.

— — nach der Spitze allmählich verschmälert; Abgangswinkel der Secundärnerven 55—65°, mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_6$; tertiäre Nerven zahlreich, hervortretend, aus dem primären und den secundären Nerven unter spitzen Winkeln entspringend. *Phellocladus laxiflorus* Benth.

— — haarfein; Abgangswinkel der Secundärnerven 30—45°, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_4$; tertiäre Nerven sehr spärlich, kaum hervortretend. *Cassia pachycalyx* Vog.

— — stark, nach der Spitze wenig verschmälert; Abgangswinkel der Secundärnerven 45—55°, mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_6$; tertiäre Nerven aus dem primären und den secundären unter rechtem Winkel entspringend, spärlich, wenig hervortretend. *Cassia stipulacea* Ait.

5. Secundärnerven stark, hervortretend, gerade oder wenig bogig, mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_4$; tertiäre Nerven zahlreich, hervortretend. *Erythrina Humeana* Spr.

— — schwach, wenig hervortretend, bogig, mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_4$; tertiäre Nerven sehr spärlich, kaum deutlich ausgesprochen. *Dolichos ciliatus* Klein.

— — haarfein, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_5$; tertiäre Nerven sehr fein, wenig hervortretend. *Dolichos lignosus* Linn.

6. Secundärnerven unter Winkeln von 30—45° entspringend, mächtig, gerade oder wenig bogig, mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_3$; tertiäre Nerven stark, aus dem primären und den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, meist querläufig; quaternäres Netz sehr hervortretend. *Collaea macrophylla* Benth.

— Secundärnerven unter Winkeln von 30—45° entspringend, gerade oder wenig bogig, mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_8$; tertiäre Nerven spärlich, sehr fein, kaum hervortretend, aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, netzläufig; quaternäres Netz sehr zart, kaum mit freiem Auge erkennbar.
Sphinctolobium floribundum Vog.

— — unter Winkeln von 35—50° entspringend, gerade oder etwas hin- und hergebogen, mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_9$; tertiäre Nerven hervortretend, aus dem primären unter spitzen, aus den secundären unter rechtem und verschieden spitzen Winkeln entspringend, oft querläufig; quaternäres Netz sehr fein, rundmaschig. *Cladrastis lutea.*

— — Die Secundärnerven der schmäleren Blatthälfte unter Winkeln von 30—50°, die der breiteren unter 60—70° entspringend, bogig. 7.

— — Alle Secundärnerven unter Winkeln von 55—80° entspringend, bogig. 8.

7. Secundärnerven stark; tertiäres Netz hervortretend, netzläufig.
Hymenaea splendita Vog.

— — haarfein; tertiäres Netz sehr fein, vom quaternären kaum geschieden.
Hymenaea stilbocarpa Hayne.

8. Primärnerv an der Spitze wenig verschmälert; Secundärnerven fast haarfein, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_{10}$, absolute Distanz 5—8 Millim., Schlingen unvollkommen ausgesprochen; Tertiärnerven netzläufig, kaum hervortretend. *Collaea velutina* Benth.

— — an der Spitze nur wenig verfeinert; Secundärnerven stark, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_9$, absolute Distanz derselben 6—12 Millim., Schlingen meist unvollkommen ausgesprochen; Tertiärnerven hervortretend aus den secundären Nerven unter rechtem Winkel entspringend, quer- und netzläufig. *Erythrina sp.*

— — an der Spitze nur wenig verschmälert; Secundärnerven fast haarfein, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_8$, absolute Distanzen 4—10 Millim., Schlingen vollständig; Tertiärnerven hervortretend, netzläufig.
Machaerium secundiflorum Mart.

— — unter der Spitze bis zur Haardünne verfeinert; Secundärnerven fast haarfein, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_7$, absolute Distanz 10—15 Millim., Schlingen vollständig; Tertiärnerven schwach hervortretend, netzläufig. *Hecastophyllum violaceum* Benth.

— — an der Spitze nur wenig verschmälert; Secundärnerven fast haarfein, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_8$, absolute Entfernung derselben 6—10 Millim., Schlingen meist vollständig; Tertiärnerven sehr fein, kaum hervortretend, netzläufig. *Sphinctolobium nitidum* Vog.

— — an der Spitze ziemlich verschmälert; Secundärnerven stark, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_8$, absolute Distanzen derselben 10—15 Millim., Schlingen meist vollständig; Tertiärnerven hervortretend, aus den secundären Nerven unter ziemlich spitzen Winkeln entspringend, meist netzläufig; quaternäres Netz hervortretend.
Andira surinamensis.

— Primärnerv mächtig, an der Spitze schnell verfeinert; Secundärnerven stark, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_8$, absolute Distanzen derselben 10—15 Millim., Schlingen meist vollständig; Tertiärnerven hervortretend, aus den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, quer- und netzläufig; quaternäres Netz stark hervortretend aber wenig entwickelt.
Andira stipulacea Benth.

— — an der Spitze bis zur Haardünne verfeinert; Secundärnerven stark, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_9$, absolute Distanz derselben 6—10 Millim., Schlingen meist unvollständig; Tertiärnerven hervortretend, aus den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, netzläufig; quaternäres Netz sehr fein, wenig hervortretend.
Andira pauciflora Benth.

— — nach der Spitze zu allmählich verfeinert; Secundärnerven stark, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_{10}$, absolute Distanz 5—9 Millim., Schlingen meist unvollständig; Tertiärnerven wenig hervortretend, aus den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, quer- und netzläufig; quaternäres Netz sehr fein, entwickelt, wenig hervortretend.
Ormosia minor Vog.

— — stark, nach der Spitze kaum verschmälert; Secundärnerven stark, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_{10}$, absolute Distanz 2—4 Millim., Schlingen fast gänzlich fehlend; Tertiärnerven hervortretend, aus den secundären unter rechtem Winkel entspringend, meist querläufig; quaternäres Netz nicht entwickelt. *Cassia*-Arten.

— — an der Spitze nur wenig verschmälert; Secundärnerven fein, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_7$, absolute Distanz 6—10 Millim., Schlingen unvollständig; Tertiärnerven aus den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, netzläufig. *Trioptolemaea glabra* Benth.

— — an der Spitze kaum verschmälert; Secundärnerven stark, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_9$, absolute Distanz 5—10 Millim., Schlingen vollständig; Tertiärnerven aus den secundären unter rechtem und unter spitzen Winkeln entspringend, netzläufig.
Trioptolemaea latifolia Benth.

— — an der Spitze bis zur Haardünne verschmälert; Secundärnerven haarfein, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_9$, absolute Distanz 3—8 Millim., Schlingen meist vollständig; Tertiärnerven aus den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, netzläufig, seltener querläufig.
Pterocarpus santalinus Linn.

— — stark, nach der Spitze zu bis zur Haardünne verfeinert; Secundärnerven haarfein, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_{10}$, absolute Distanz 4—7 Millim., Schlingen vollständig; Tertiärnerven fein, nicht hervortretend; quaternäres Netz fehlend. *Cassia arborescens* Vill.

— — fast haarfein, verschmälert; Secundärnerven haarfein, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_8$, absolute Distanzen 2—4 Millim., Schlingen vollständig; Tertiärnerven nicht hervortretend; quaternäres Netz fehlend.
Cassia magnifica Mart.

— Primärnerv ziemlich stark, an der Spitze bis zur Haardünne verfeinert; Secundärnerven haarfein, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_8$, absolute Distanzen 4—6 Millim., Schlingen meist vollständig; Tertiärnerven äusserst fein, nicht hervortretend; quaternäres Netz fehlend.
Cassia chrysotricha Collad.

9. Primärnerv an der Basis stark, nach der Spitze zu bis zur Haardünne verfeinert. 10.

— — stark, nach der Spitze zu nur wenig verschmälert. 11.

10. Secundärnerven unter Winkeln von 55—65° entspringend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_{15}$. *Cassia planisiliqua* Lam.

— — Secundärnerven unter Winkeln von 40—50° entspringend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_{12}$. *Cassia ramiflora* Vog.

11. Secundärnerven unter Winkeln von 80—90° entspringend. 12.

— — unter Winkeln von 40—65° entspringend. 13.

12. Tertiärnerven schwächer, quaternäre schärfer hervortretend.
Oxylobium angustifolium A. Cunn.

— — ziemlich hervortretend: quaternäres Netz dem tertiären an Schärfe nachstehend. *Oxylobium spinosum* De Cand.

13. Secundärnerven meist nur ganz in der Nähe des Randes an der Spitze gabelästig, Ästchen sehr kurz, schlingenbildend, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_{20}$, absolute Distanz 1—3 Millm.; Tertiärnerven netzläufig.
Platychilum Celsianum Delaun.

— — meist nur nahe am Rande an der Spitze gabelästig, Ästchen sehr kurz, Schlingen unvollständig, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der Secundärnerven $^1/_{12}$, absolute Distanz 2—5 Millim.; Tertiärnerven netzläufig. *Trioptolemaea ovata* Mart.

— — meist nur nahe am Rande an der Spitze gabelästig, Ästchen sehr kurz, Schlingen meist vollständig: mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der Secundärnerven $^1/_{12}$, absolute Distanz 2—4Millim.; Tertiärnerven querläufig.
Trioptolemaea montana Mart.

— — entfernt vom Rande oder schon von der Mitte der Blatthälfte an gabelästig, Ästchen lang, schlingenbildend, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der Secundärnerven $^1/_{12}$, absolute Distanz 3—5 Millim.; Tertiärnerven meist netzläufig. *Dalbergia mirabilis.*

— — entfernt vom Rande, oft schon von der Mitte der Blatthälfte an gabelästig, Ästchen meist schlingenbildend, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der Secundärnerven $^1/_{15}$, absulute Distanzen 1—4 Millim.; Tertiärnerven meist netzläufig. *Commilobium polygaliflorum* Benth.

VII. Netzläufer.

Secundärnerven mehr oder weniger geschlängelt, nach kurzem Verlaufe in ein zartes Blattnetz übergehend.

1. Secundärnerven wenigstens $^1/_3$ Millim. stark, hervortretend, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zwischen $^1/_3$ und $^1/_9$. 2.

— — haarfein, mittlere Verhältnisszahl ihre Entfernung zwischen $^1/_4$ und $^1/_8$. 3.

— Secundärnerven haarfein oder feiner, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zwischen $^1/_{16}$ und $^1/_{20}$. 4.

— — dem unbewaffneten Auge kaum erkennbar, sogleich in das feinste Netz übergehend, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung kleiner als $^1/_{20}$. 5.

2. Tertiärnerven aus dem primären und den secundären unregelmässig unter verschiedenen spitzen und stumpfen Winkeln entspringend.

Daviesia rhombifolia Meisn.

— — aus dem primären und den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, alle sehr fein, netzläufig; Abgangswinkel der Secundärnerven 50—60°, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_8$.

Bionia acuminata Benth.

— — aus dem primären und aus den secundären unter spitzen Winkeln entspringend; ziemlich hervortretend, oft querläufig; Abgangswinkel der Secundärnerven 30—45°, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_5$.

Mezoneuron cucullatum Wgt. et Arn.

— — aus dem primären und den secundären unter spitzen Winkeln entspringend: Abgangswinkel der Secundärnerven 20—40°, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_6$. *Cassia dentata* Vog.

— — aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, oft querläufig; Abgangswinkel der Secundärnerven 50—60°, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_4$.

Podalyria styracifolia Sims.

— — aus dem primären meist unter rechtem, aus den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, netzläufig; Abgangswinkel der Secundärnerven 40—50°, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_7$.

Machaerium muticum Benth.

— — aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, oft querläufig; Abgangswinkel der unteren Secundärnerven 30—40°, der oberen 40—60°, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_8$. *Andira paniculata* Benth.

— — aus dem primären und den secundären unter rechtem Winkel entspringend, netzläufig; Abgangswinkel der Secundärnerven 75—90°, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_4$. *Platylobium triangulare* R. Brown.

— — aus dem primären und den secundären unter rechtem Winkel entspringend, oft querläufig; Abgangswinkel der Secundärnerven 50—65°, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_5$. *Kennedya macrophylla* Lindl.

— — aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter stumpfen Winkeln entspringend, oft querläufig; Abgangswinkel der Secundärnerven 30—45°, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_7$.

Daviesia latifolia R. Brown.

3. Abgangswinkel der Secundärnerven 70—95°, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_8$, das sehr feine Netz hervortretend.

Oxylobium capitatum Benth.

— — der Secundärnerven 50—60°, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_4$; quaternäres Netz sehr fein, nicht hervortretend.

Kennedya prostrata Benth.

– Abgangswinkel der Secundärnerven 65—75°, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_6$; Blattnetz nicht entwickelt.
Sophora heptaphylla Linn.

– — der Secundärnerven 60—75°, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_8$: Blattnetz locker, wenig hervortretend. *Caesalpinia Sappan* Linn.

— — der Secundärnerven 50—60°; mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_7$: Blattnetz kaum entwickelt. *Cassia Crista.* Jacq.

– — der Secundärnerven 30—60, mittlere Verhältnisszahl der Entfernung $^1/_6$: Blattnetz sehr fein, hervortretend. *Exostyles glabra* Vog.

4. Abgangswinkel der Secundärnerven 75—90°; tertiäre Nerven aus den secundären vorwaltend unter rechtem oder wenig spitzem Winkel entspringend.
Hovea latifolia Lodd.

– — der Secundärnerven 65 –75°; tertiäre Nerven kaum stärker entwickelt, als das feine rundmaschige Netz, aus den secundären unter rechtem Winkel entspringend. *Copaifera nitida.*

– — der Secundärnerven 50—60°; tertiäre Nerven aus den secundären unter spitzen Winkeln entspringend. *Cassia Fistula* Linn.

3. Abgangswinkel der Secundärnerven 40—50°: Netzmaschen länglich.
Machaerium lineatum Benth.

– — der Secundärnerven 60—75°; Netzmaschen im Umrisse rundlich.
Copaifera cordifolia.

VIII. Strahlläufer.

Zwei oder mehrere an der Einfügungsstelle des Stieles in den Laminartheil entspringende Basalnerven verlaufen strahlenförmig divergirend der Peripherie zu, um in den Einschnitten oder Lappen des Blattes zu endigen.
Bauhinia-Arten.

Beschreibung der Blätter.

PODALYRIEAE.

Die Ähnlichkeit der älteren Tertiärflora mit der gegenwärtigen Flora Neuhollands gibt der Vermuthung Raum, dass diese in der neuholländischen Vegetation reichlich vertretene Papilionaceen-Abtheilung auch in der genannten vorweltlichen Flora in einigen Formen vorhanden gewesen sein dürfte; zumal die Ordnung der Papilionaceen bisher fast für jede grössere tertiäre Localflora in nicht geringer Mannigfaltigkeit nachgewiesen werden konnte. Eine Anzahl von fossilen Blattformen, ausschliesslich der eocenen Flora angehörig, welche bei näherer Vergleichung eine grosse Ähnlichkeit mit Blättern von Podalyrien, besonders der Geschlechter *Callistachys*, *Oxylobium* und *Gastrolobium* darbieten, scheinen obige Vermuthung zu bestätigen.

Die Podalyrien besitzen, mit Ausnahme der Arten von *Anagyris*, *Pickeringia*, *Thermopsis*, *Baptisia*, *Cyclopia*, *Bartonia* und *Gompholobium*, durchgehends einfache Blätter. Die Mehrzahl derselben ist von derber, lederartiger Textur, ganzrandig; wenige, fast ausschliesslich den Geschlechtern *Podolobium* und *Chorozema* zufallende Arten zeichnen sich durch dornig gezähnte oder gelappte Blätter aus. Von den Arten der oben genannten Geschlechter haben nur die Gompholobien fiederspaltige oder gefiederte, die übrigen dreizählige Blätter. Bei *Jacksonia* und *Daviesia* kommen hier ausnahmsweise wahre Phyllodien vor. Die häufigste Nervationsform ist die netzläufige, dieser folgt die schlingläufige, seltener erscheint die gewebläufige, und nur in einzelnen Fällen und unvollkommen ausgesprochen die randläufige Nervation. Die übrigen Typen fehlen.

Im Nachfolgenden sind einige hervorragende Blattformen der zahlreichen in der neuholländischen Vegetation vorkommenden Repräsentanten dieser Abtheilung beschrieben.

Podalyria styracifolia Sims.

Taf. IV, Fig. 1, 2.

Süd-Afrika.

Blätter rundlich- oder verkehrt-eiförmig, kurz gestielt, ganzrandig, von lederartiger Textur. Nervation netzläufig; Secundärnerven fein, unter Winkeln von 50—60° entspringend, meist stark geschlängelt und ästig, entfernt; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_4$; tertiäre Nerven spärlich, aus den secundären unter verschieden spitzem, aus den primären unter nahe rechtem Winkel abgehend, netzläufig, die stärkeren oft querläufig; Netznerven unter rechtem Winkel entspringend (rechtläufig), in ein feines aus rundlichen Maschen gebildetes Netz übergehend.

Von den nicht wenigen Ähnlichkeiten, welche sich zu der vorliegenden Blattform im Gewächsreiche finden lassen, fallen die meisten den Oleaceen, Cinchonaceen, Ericaceen und Pittosporeen zu. In der Form des Blattnetzes dürften wohl einige Arten der letzteren von ihr kaum zu unterscheiden sein.

Podalyria sericea R. Brown.

Taf. IV, Fig. 3, 4.

Cap.

Blätter eiförmig oder rundlich, sehr kurz gestielt, ganzrandig, von zarter Textur. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundär-

nerven aus dem ziemlich hervortretenden, gegen die Spitze zu wenig verschmälerten Mediannerven unter 50—60° entspringend, ziemlich gerade, fein, spärlich Äste absendend, in ein lockeres wenig entwickeltes Netz übergehend.

Eine wenig charakterisirte Blattform, welche sich in vielen Familien vorfindet. Nur der stark entwickelte Mediannerv, welcher an der Spitze fast wie abgebrochen erscheint und sich in ein kleines Endspitzchen fortsetzt, lässt den Typus der Podalyrien-Blätter erkennen.

Brachysema praemorsum Meisn.

Taf. IV, Fig. 5—7.

Neuholland.

Blätter dreieckig oder breit-keilförmig, an der Spitze abgestutzt. Nervation unvollkommen schlingläufig; Mediannerv gegen die Spitze zu wenig verschmälert, an derselben als Endspitzchen hervortretend, secundäre Nerven ziemlich stark entwickelt, spärlich, unter Winkeln von 65—70° entspringend, an Spitze ästig, schlingenbildende Äste, unter spitzen Winkeln abstehend; mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der secundären Nerven $^1/_4$; tertiäre Nerven spärlich, aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter sehr spitzen Winkeln entspringend, die stärkeren meist querläufig. Netznerven sehr fein, unter spitzen und stumpfen Winkeln divergirend; ein äusserst subtiles aus eiförmigen Maschen bestehendes Netz bildend.

Wenige Blatt-Typen des Gewächsreiches dürften sich in Bezug auf die Feinheit des Netzes mit dem vorliegenden vergleichen lassen. Hiermit die eigenthümliche Form und der für die meisten Podalyrien charakteristische stark entwickelte Primärnerv in Combination, gewähren dem Kenner hinlängliche Anhaltspunkte, um diese Art nach einem einzigen Blatte zu bestimmen.

Brachysema latifolium R. Brown.

Taf. IV, Fig. 10, 11.

Südwest-Küste Neuhollands.

Blätter eiförmig oder rundlich, ganzrandig, von derber lederartiger Beschaffenheit, kurz gestielt, an der Basis abgerundet oder etwas herzförmig ausgerandet. Nervation unvollkommen schlingläufig, Primärnerv sehr mächtig, in die Endspitze sich fortsetzend; Secundärnerven fein, gerade, unter Winkeln von 70—80° entspringend, an der Spitze in nahe unter rechtem Winkel divergirende Ästchen

gespalten; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_6$; tertiäre Nerven kaum hervortretend, vom primären unter rechtem, von den secundären Nerven unter wenig spitzen Winkeln abgehend; Netznerven sehr fein, rechtläufig, in ein äusserst zartes aus rundlichen Maschen gebildetes Netz aufgelöst.

Auch in dieser Blattbildung ist der eigenthümliche Habitus des Podalyrien-Blattes nicht zu verkennen. In der Feinheit des Netzes steht dieselbe der vorher betrachteten etwas nach, jedoch ist der Charakter des Mediannerv noch schärfer in die Augen springend.

Callistachys lanceolata Vent.

Taf. IV, Fig. 12.

Ostküste von Neuholland.

Blätter lanzettförmig, kurz gestielt, ganzrandig, nach der Basis und Spitze verschmälert, von lederartiger Textur. Nervation vollkommen schlingläufig; secundäre Nerven aus dem starken, ein Endspitzchen bildenden Primärnerven unter 50—60° entspringend, gerade, ziemlich hervortretend, entfernt, schlingenbildende Äste unter rechtem oder unter stumpfen Winkeln divergirend, Schlingen lang, schief, Schlingenbogen fast parallel dem Rande; mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der secundären Nerven zur Länge des primären $^1/_8$; Tertiäre Nerven aus dem primären unter spitzen, aus den secundären unter stumpfen Winkeln abgehend; Netznerven fein, rechtläufig, ein zartes aus rundlichen Maschen zusammengesetztes Netz bildend.

Das Eigenthümliche dieser Blattbildung liegt offenbar in der secundären Nervation. Wir begegnen einer derartigen schlingläufigen Nervationsform bei mehreren Podalyrien, von welchen *Callistachys parviflora* Bth., *Podolobium scandens* De Cand. und *Callistachys ovata* Sims. hier näher betrachtet werden.

Callistachys parviflora Benth.

Taf. III, Fig. 1—3.

Neuholland.

Blätter lineal-lanzettförmig oder ei-lanzettlich, kurz gestielt, ganzrandig, nach der Spitze und Basis verschmälert, an den Enden selbst stumpflich. Nervation vollkommen schlingläufig; secundäre Nerven aus dem hervortretenden das Endspitzchen bildenden primären unter Winkeln von 60—70° entspringend, gerade, ziemlich fein; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_{15}$; schlingenbildende Äste

unter rechtem oder unter stumpfem Winkel divergirend, Schlingen schief, Schlingenbogen nach dem Rande herablaufend. Tertiäre Nerven fein, aus dem primären unter spitzen, aus den secundären unter rechtem oder unter stumpfen Winkeln abgehend; Netznerven sehr fein, rechtläufig, ein zartes aus eiförmigen Maschen gebildetes Netz einschliessend.

Callistachys ovata Sims.

Taf. IV, Fig. 8, 9.

Neuholland.

Blätter eiförmig oder länglich, kurz gestielt, ganzrandig, von derber, lederartiger Beschaffenheit, an der Basis keilförmig verschmälert, an der Spitze abgerundet. Nervation vollkommen schlingläufig, Mediannerv stark hervortretend, in ein Endspitzchen auslaufend; secundäre Nerven unter 50—60° abgehend, gerade, ziemlich hervortretend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_{10}$; schlingenbildende Äste unter wenig spitzem Winkel divergirend, Schlingen kürzer, nur die unteren herablaufend; Tertiärnerven aus dem primären und aus den secundären Nerven unter spitzen Winkeln entspringend, Netznerven rechtläufig, ein zartes aus rundlichen und quer-ovalen Maschen zusammengesetztes Netz einschliessend.

Oxylobium angustifolium A. Cunn.

Taf. III, Fig. 6, 7.

Neuholland.

Blätter länglich- oder lineal-lanzettlich, kurz gestielt, ganzrandig, an beiden Enden stumpflich, von derber lederartiger Textur. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven aus dem starken in ein Endspitzchen auslaufenden primären unter nahe rechtem Winkel abgehend, sehr fein, genähert, ästig, Tertiärnerven schwach hervortretend, quaternäres Netz ziemlich entwickelt; Netznerven rechtläufig, ein aus rundlichen Maschen bestehendes Netz bildend.

Man kann hier in der Eigenthümlichkeit der Nervation, welche einer so gewöhnlichen Blattform aufgeprägt ist, den neuholländischen Podalyrien-Typus wohl erkennen. Von einigen Formen der Oleaceen und Ericaceen, mit denen die vorliegenden Blätter in der Nervation manche Ähnlichkeit zeigen, unterscheiden sie sich durch den stark entwickelten in ein Endspitzchen sich fortsetzenden Primärnerv und die genäherten, unter wenig spitzem Winkel entspringenden, in das

ziemlich hervortretende Netz übergehenden Secundärnerven. Das Gleiche gilt von den beiden folgenden verwandten Typen.

Oxylobium capitatum Benth.

Taf. III, Fig. 4, 5.

Neuholland.

Blätter länglich- verkehrt-lanzettförmig oder lineal, kurz gestielt, ganzrandig, an der Spitze mehr oder weniger abgerundet stumpf, an der Basis etwas verschmälert, von derber lederartiger Textur. Nervation netzläufig; Secundärnerven aus dem starken in ein Endspitzchen auslaufenden primären unter wenig spitzen oder stumpfen Winkeln entspringend, sehr fein, ungleich, entfernt, geschlängelt, ästig; Netznerven rechtläufig, ein aus polygonen, im Umrisse rundlichen, stark entwickelten Maschen bestehendes Netz bildend.

Oxylobium spinosum De Cand.

Taf. III, Fig. 8, 9.

Neuholland.

Blätter eiförmig, elliptisch oder länglich, von besonders starrer, lederartiger Beschaffenheit. Mediannerv sehr stark, in ein Endspitzchen vorgezogen; Tertiärnerven deutlicher hervortretend; quaternäres Netz wenig entwickelt. Die Nervation und übrigen Charaktere wie bei *Oxylobium angustifolium*.

Podolobium scandens De Cand.

Taf. III, Fig. 10, 11.

Ostküste Neuhollands.

Blätter länglich-elliptisch oder lanzettförmig, sitzend, ganzrandig, von lederartiger Textur, an der Spitze stumpflich, an der Basis keilförmig. Nervation vollkommen schlingläufig; secundäre Nerven aus dem ziemlich hervortretenden in das feine Endspitzchen verlängerten primären unter wenig spitzen Winkeln entspringend, entfernt; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_7$; schlingenbildende Äste unter sehr stumpfen Winkeln divergirend, Schlingen den Rand herablaufend; tertiäre Nerven kaum ausgesprochen; Netznerven rechtläufig, ein aus rundlichen, stark entwickelten und hervortretenden Maschen bestehendes Netz bildend.

Podolobium trilobatum R. Brown.

Taf. III, Fig. 12—18.

Neuholland.

Blätter unvollkommen drei- bis fünflappig, von lederartiger Textur, zugespitzt, an der Basis fast quer abgestutzt, im Umrisse dreieckig oder breit-eiförmig, dornig-grob-gezähnt. Nervation unvollkommen randläufig; secundäre Nerven aus dem starken in das Enddörnchen des Blattes sich fortsetzenden Mediannerven unter Winkeln von 60—70° entspringend, ungleich, die unteren ziemlich hervortretend, in die Enddörnchen der Zähne fortlaufend, die mittleren und oberen ästig, schlingläufig; tertiäre Nerven aus dem primären und aus den secundären unter nahe rechtem Winkel abgehend, wenig hervortretend, schlingenbildend; Netznerven, rechtläufig in ein hervortretendes, aus rundlichen, ziemlich lockeren Maschen gebildetes Netz übergehend.

Mit der bezeichneten Blattform könnten die einiger Arten von Büttneriaceen verwechselt werden, von welchen dieselbe übrigens durch die unvollkommen randläufige Nervation, die schlingenbildenden tertiären Nerven, sowie durch den nur den Podalyrien und verwandten Papilionaceen eigenthümlichen Typus des Blattnetzes und den starken Mediannerven nicht schwierig zu unterscheiden ist. Auch die Acerineen, Malpighiaceen, Euphorbiaceen und andere Familien, in welchen lappige Blätter häufiger vorkommen, bieten durchaus keine mit der vorliegenden zu vergleichenden Nervenbildungen.

Podolobium staurophyllum Sieb.

Taf. I, Fig. 14—18.

Neuholland.

Blätter drei- bis fünflappig, von derber lederartiger Beschaffenheit, Lappen meist ganzrandig, an der Spitze dornig. Nervation unvollkommen randläufig; Secundärnerven kaum schwächer als der in den verlängerten Mittellappen laufende Mediannerv; die randläufigen bei dreilappigen Blättern einfach, bei fünflappigen Blättern gabelspaltig und die Äste in die Enddörnchen der Zähne fortlaufend; tertiäre Nerven aus dem primären und aus den secundären unter rechtem Winkel abgehend, einfach oder ästig; Netznerven rechtläufig.

Chorozema cordatum Lindl.

Taf. I, Fig. 1.

Neuholland.

Blätter eiförmig, elliptisch oder länglich, fast sitzend, an der Basis herzförmig ausgeschnitten, an der Spitze abgerundet stumpf, am Rande gleichförmig entfernt-dornig-gezähnt. Nervation vollkommen schlingläufig; Primärnerv stark, bis zur Spitze verlaufend; Secundärnerven um die Hälfte schwächer, ziemlich hervortretend; Winkel der secundären Nerven 75—90°; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des Laminartheiles $^1/_6$; Verlauf ziemlich gerade bis zur Schlinge, schlingenbildende Äste unter rechtem oder stumpfem Winkel divergirend, Schlinge dem Rande fast parallel, 3—4 Millim. von demselben entfernt; Axe senkrecht; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter spitzen Winkeln abgehend, die stärkeren oft querläufig; Netznerven rechtläufig, ein ziemlich lockeres, stark hervortretendes, aus eckigen, meist quadratischen Maschen gebildetes Netz einschliessend.

Wir können die Combination der vorliegenden Blattform und Nervation als so ziemlich isolirt im Gewächsreiche der Jetztwelt ansehen. Nur entferntere Ähnlichkeiten bieten die Familien der Euphorbiaceen, Ilicineen, Celastrineen, Büttneriaceen, Bixaceen und Compositen dar.

Daviesia latifolia R. Brown.

Taf. I, Fig. 2.

Insel Van Diemen.

Blätter elliptisch oder eiförmig, gestielt, ganzrandig, an beiden Enden spitz, Textur derb, lederartig. Nervation netzläufig; Primärnerv stark, nach der Spitze allmählich verschmälert, etwas hin- und hergebogen; Secundärnerven sehr ästig, hervortretend, die oberen fast von der Stärke des primären; Winkel derselben 30—50°; mittlere Verhältnisszahl der Entfernung zur Laminarlänge $^1/_7$; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter stumpfen Winkeln abgehend, meist querläufig, noch ziemlich hervortretend; Netznerven rechtläufig, ein feines rundmaschiges Netz bildend.

Die eben beschriebene Combination von Blattform und Nervation ist so ausgezeichnet, dass wir sie mit vollem Rechte hier zur ferneren Würdigung hinstellen zu müssen glauben. Nur einige Phyllodienformen der Mimoseen können mit dieser Blattbildung verglichen werden.

Daviesia rhombifolia Meisn.

Taf. I, Fig. 3—4.

Neuholland.

Blätter fast sitzend, steif, lederartig, ganzrandig, rundlich-rhombenförmig, an beiden Enden kurz zugespitzt. Nervation netzläufig; Primärnerv stark, fast gerade; Secundärnerven nicht deutlich ausgesprochen, unter verschiedenen stumpfen oder spitzen Winkeln entspringend, alsbald in ein unregelmässiges grobmaschiges, vielfach verschlungenes Netz von Tertiärnerven übergehend, welchem das feinere Netz der Netznerven gleichsam verschoben eingeschaltet ist.

Es ist mir keine einzige Blattform im Gewächsreiche der Jetztwelt bekannt, welche sich ihrer Nervation nach zu der eben betrachteten neuholländischen als verwandt hinstellen liesse.

Daviesia cordata Smith.

Taf. I, Fig. 13.

Neuholland.

Blätter herzförmig, sitzend, stengelumfassend, zugespitzt, ganzrandig, Textur derb, lederartig. Nervation spitzläufig, grundständige Secundärnerven nur wenig schwächer als der gerade, gegen die Spitze zu schnell abnehmende Primärnerv, die übrigen kaum hervortretend, sogleich in das stark entwickelte lockere, aus grossen, unregelmässigen eckigen Maschen bestehende Netz der Tertiärnerven übergehend; quaternäre Nerven rechtläufig, ein noch ziemlich lockeres, aus rundlichen Maschen gebildetes Netz darstellend.

Gastrolobium bilobum R. Brown.

Taf. I, Fig. 8—11.

Südwestküste von Neuholland.

Blätter keilförmig, an der Spitze abgestutzt oder durch eine mehr oder weniger tiefe Ausrandung zweilappig, kurz gestielt, ganzrandig, von starrer Textur. Nervation vollkommen schlingläufig; Primärnerv stark, an der Spitze wie abgebrochen, in ein kleines Endspitzchen sich fortsetzend; Secundärnerven sehr fein, geradlinig, genähert, Abgangswinkel 40—50°; Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Blattlänge $^1/_8$, schlingenbildende Äste unter spitzem Winkel divergirend, Schlinge klein, stumpflich, kaum deutlich hervortretend; tertiäre Nerven aus dem primären und aus den secundären Nerven unter spitzen Winkeln abgehend; Netznerven fast querläufig, kleine wenig

hervortretende im Umrisse mehr eiförmige als rundliche Maschen bildend.

Wir können zu dieser Blattbildung wohl einige entfernt ähnliche aus den Familien der Sapotaceen, Ebenaceen, Celastrineen, Myrtaceen hinstellen, jedoch keine in der Nervation übereinstimmende finden. Wegen ihrer Analogie mit einigen vorweltlichen Blattformen, auf welche wir bei einer anderen Gelegenheit ausführlicher zu sprechen kommen werden, glaubten wir dieser und den nachfolgenden Arten hier ein Plätzchen gönnen zu sollen.

Gastrolobium Brownii Meisn.

Taf. I, Fig. 6.

Neuholland.

Unterscheidet sich von der vorhergehenden Art durch fast sitzende, keilförmige oder längliche an der Spitze abgerundete Blätter, die entfernteren im Verhältnisse zur Länge des Laminartheiles wie 1 : 5 gestellten Secundärnerven, ferner durch die unter stumpfem Winkel divergirenden schlingenbildenden Ästchen und die rechtläufigen, grössere mehr hervortretende Maschen bildenden Netznerven.

Gastrolobium daphnoides Meisn.

Taf. I, Fig. 12.

Neuholland.

Blätter keilförmig oder verkehrt-eiförmig, ganzrandig, sitzend, an der Spitze abgerundet, Textur starr, derblederig, Nervation vollkommen schlingläufig; Secundärnerven aus dem starken sehr hervortretenden Primärnerv unter verschieden spitzen Winkeln entspringend, sehr fein, unregelmässig gestellt; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_7$; tertiäre Nerven von den zarten, äusserst kleine rundliche Maschen bildenden Netznerven kaum zu unterscheiden.

Gastrolobium praemorsum Meisn.

Taf. I, Fig. 7.

Neuholland.

Nervation vollkommen schlingläufig, Winkel der secundären Nerven 30—40°; mittlere Verhältnisszahl der Entfernung derselben zur Blattlänge $^1/_6$; Schlingen lang, fast parallel dem Rande, ziemlich hervortretend; tertiäre Nerven aus dem primären unter spitzem, aus den secundären unter 90° oder einem stumpfen Winkel abgehend; Netznerven rechtläufig; die übrigen Charaktere wie bei dem nahe verwandten *Gastrolobium bilobum*.

Pultenaea daphnoides Smith.

Taf. I, Fig. 5.

Neuholland.

Blätter länglich oder verkehrt-eiförmig, kurz gestielt, ganzrandig, stumpflich, von derber lederartiger Textur. Nervation vollkommen schlingläufig; Primärnerv stark, in ein Endspitzchen auslaufend; secundäre Nerven fein, etwas schlängelig, Winkel derselben 60—70°; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Blattlänge $^1/_6$; schlingenbildende Äste fast unter dem Winkel von 180° divergirend, Schlingen hervortretend, parallel dem Rande laufend, Axe schief; tertiäre Nerven spärlich, aus dem primären unter spitzen aus den secundären unter stumpfen Winkeln abgehend; Netz kaum entwickelt.

Mirbelia grandiflora Ait.

Taf. II, Fig. 1—3.

Neuholland.

Blätter eiförmig oder ei-lanzettlich, kurz gestielt, ganzrandig oder schwach gekerbt, an der Basis abgerundet, gegen die stumpfliche Spitze verschmälert, von starrer Textur. Nervation unvollkommen spitzläufig; Primärnerv stark, in ein Endspitzchen verlängert; secundäre Nerven spärlich, schwach hervortretend, die oberen unter verschieden spitzen Winkeln entspringend, alsogleich in ein stark ausgeprägtes, aus lockeren eckigen Maschen bestehendes Netz der Tertiärnerven sich verlierend.

Das Geschlecht *Mirbelia* bietet merkwürdige und meines Wissens vollkommen isolirt stehende Blattbildungen.

Mirbelia rubiaefolia Sm.

Taf. II, Fig. 8—11.

Neuholland.

Blätter lineal oder lanzettförmig, sitzend oder kurz gestielt ganzrandig, an der Basis stumpf, Textur starr. Nervation unvollkommen randläufig; secundäre Nerven unter Winkeln von 75—95° entspringend, theils einfach und randläufig, theils gabelig-ästig; Tertiär- und Netznerven nicht entwickelt.

Mirbelia dilatata R. Brown.

Taf. II, Fig. 4—7.

Neuholland.

Blätter keilförmig, an der abgestutzten Spitze dreizähnig, an der Basis ganzrandig, sitzend. Nervation unvollkommen randläufig; Pri-

märnerv ziemlich fein, in das lange Enddörnchen verlängert; secundäre Nerven unter verschieden spitzen Winkeln entspringend, spärlich, kaum stärker entwickelt als das zarte, aus rundlichen Maschen bestehende Netz, die oberen randläufig, in die Seitenzähne mündend, die mittleren und unteren schlingläufig.

LOTEAE.

Aus dieser umfangreichen Abtheilung folgen hier nur einige wenige ebenfalls der neuholländischen Vegetation eigenthümliche Straucharten, welche sich im Habitus der Blätter an die vorhergehende Abtheilung vollkommen anschliessen und auch einige vorweltliche, der eocenen Flora angehörende Repräsentanten haben dürften.

Hovea latifolia Lodd.

Taf. II, Fig. 15.

Neuholland.

Blätter länglich-elliptisch oder lanzettlich, kurz gestielt, an beiden Enden spitz, ganzrandig, lederartig. Nervation netzläufig; secundäre Nerven aus dem starken hervortretenden primären unter wenig spitzem oder nahe rechtem Winkel entspringend, ziemlich fein, etwas geschlängelt, ästig, genähert; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Blattlänge $^1/_{16}$; tertiäre Nerven aus dem primären und den secundären unter rechtem Winkel abgehend, sehr fein; Netznerven rechtläufig, Netz sehr zart, rundmaschig.

Hovea venulosa Cunnh.

Taf. II, Fig. 24.

Neuholland.

Blätter lineal oder lanzettförmig, gestielt, an der Basis abgerundet, nach der Spitze verschmälert, ganzrandig, von starrer, lederartiger Textur. Nervation vollkommen schlingläufig; Primärnerv sehr mächtig, in ein kurzes Endspitzchen sich fortsetzend; secundäre Nerven fein, gerade, genähert, Abgangswinkel 80—90°, mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des Laminartheiles $^1/_{20}$; tertiäre Nerven sehr fein, rechtläufig; Schlingenäste unter stumpfen Winkeln divergirend, Schlingenbogen wenig gekrümmt, kurz, mit dem Blattrande fast parallel, Axe wagerecht; Netznerven ein sehr zartes, rundmaschiges Netz bildend.

Hovea Celsii Bonpl.

Taf. II, Fig. 16, 17.

Neuholland.

Blätter ei-lanzettlich, fast rhombenförmig, an beiden etwas verschmälerten Enden stumpflich, ganzrandig, gestielt, lederartig. Nervation vollkommen schlingläufig; Primärnerv stark hervortretend; Winkel der ziemlich entwickelten Secundärnerven 50—60°; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Blattflächenlänge $^1/_6$; schlingenbildende Äste unter stumpfen Winkeln divergirend, Schlingenbogen parallel dem Rande, wenig gekrümmt, ziemlich lang, Axe schief; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter verschiedenen spitzen und stumpfen Winkeln entspringend, unter sich ein unregelmässiges, lockeres Netz darstellend, innerhalb welchen die sehr feinen rechtläufigen quaternären Nerven ein zartes rundmaschiges Netz bilden.

Die erwähnten Blattbildungen von *Hovea* kommen in ihrer Form und in der secundären Nervatur wohl vielen im Gewächsreiche sehr zerstreuten Typen nahe. *Hovea latifolia* gleicht in dieser Beziehung mehreren Formen von Ericaceen, Sapotaceen, Magnoliaceen, Hypericineen, Malpighiaceen und Pittosporeen; die durch genäherte, unter rechtem Winkel abgehende Secundärnerven ausgezeichnete *Hovea venulosa* besonders einigen Apocynaceen; *Hovea Celsii* kann leicht mit Myricaceen, Cinchonaceen, Oleaceen, Ericaceen, Lythrarieen u. a. verwechselt werden. Doch dürften die genannten Formen von den meisten verwandten Blatt-Typen durch das feine rundmaschige Netz und den stark entwickelten an der Blattspitze hervorragenden Mediannerv sicher zu unterscheiden sein. Wir werden in der Folge Gelegenheit finden, diese Unterscheidung bei einer aus den Schichten der Eocenformation gewonnenen Blattform anzuwenden.

Plagiolobium chorozemaefolium Sweet.

Taf. II, Fig. 13.

Neuholland.

Blätter im Umrisse eilänglich oder lanzettförmig, kurz gestielt, am Rande buchtig- oder ausgeschweift-gezähnt, Zähne dornig-begrannt, Textur starr, lederartig. Nervation vollkommen schlingläufig; Secundärnerven aus dem starken an der Spitze mit einem Dörnchen begrannten Primärnerven unter Winkeln von 80—90° entspringend, ungleich entfernt; mittlere Verhältnisszahl der Distanzen $^1/_5$, schlin-

genbildende Äste unter sehr stumpfen Winkeln divergirend, Schlingen hervortretend, dem Rande fast parallel; tertiäre Nerven und Netznerven rechtläufig; Netz der tertiären locker, kaum schärfer als das sehr zarte rundmaschige Netz der quaternären Nerven ausgeprägt.

Wir können in der Eigenthümlichkeit der Nervation, welche einer so gewöhnlichen Blattform aufgeprägt ist, den neuholländischen Typus der Papilionaceen wohl erkennen. Die Blätter einiger mehr in der Blattform als in der Nervation ähnlichen Arten von Proteaceen und Salicineen sind von dieser Blattbildung leicht zu unterscheiden.

Lalage ornata Lindl.

Taf. II, Fig. 12.

Neuholland.

Blätter eiförmig oder eiförmig-länglich, am Rande sehr fein gekerbt. Nervation vollkommen schlingläufig; Winkel der Secundärnerven 50—80°, die unteren meist unter viel spitzeren Winkeln abgehend als die oberen; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des Laminartheiles $^1/_5$; schlingenbildende Äste unter rechtem oder stumpfem Winkel divergirend, Schlingenbogen ziemlich stark gekrümmt, Axe schief; tertiäre Nerven aus dem primären unter spitzem, aus den secundären unter rechtem Winkel entspringend, kaum schärfer ausgesprochen als die feinen rechtläufigen Netznerven und mit diesen anastomosirend ein ziemlich lockeres, hervortretendes aus rundlichen Maschen bestehendes Netz bildend. Im Habitus des Blattes mit *Platylobium parviflorum* Smith sehr übereinstimmend.

Platylobium parviflorum Smith.

Taf. II, Fig. 18, 19.

Neuholland.

Blätter eilanzettlich, kurz gestielt, ganzrandig, an der Basis abgerundet, gegen die Spitze verschmälert, zugespitzt, Textur lederartig. Nervation vollkommen schlingläufig; Secundärnerven kaum um die Hälfte schwächer als der stark hervortretende, an der Spitze mit einem Dörnchen begrannte Mediannerv, unter Winkeln von 60—75° entspringend; mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der secundären Nerven zur Länge der Blattfläche $^1/_7$, schlingenbildende Äste unter stumpfen Winkeln divergirend, kaum schwächer als ihre Stämme, Schlingen parallel dem Blattrande herablaufend, Schlingenbogen wenig gekrümmt, Axe schief; tertiäre Nerven aus dem primären und

den secundären unter rechtem Winkel abgehend, stärker als die feinen rechtläufigen Netznerzen; Netz sehr zart rundmaschig, dem lockeren hervorragenden, aus polygonen Maschen bestehenden Netze der Tertiärnerven eingeschaltet.

Platylobium cordatum Smith.

Taf. II, Fig. 20.

Neuholland.

Blätter herzförmig, spitz, kurz gestielt, ganzrandig, von starrer Textur. Nervation vollkommen schlingläufig; Secundärnerven fast von der Stärke des primären, die unteren unter rechtem, die oberen unter Winkeln von 70—80° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zu der Länge der Blattfläche $^1/_4$, schlingenbildende Äste unter rechtem oder spitzem Winkel divergirend, stark entwickelt, Schlingen kurz, kaum dem Rande parallel; tertiäre Nerven aus dem primären unter spitzem, aus den secundären unter rechtem Winkel abgehend, an der Aussenseite der Secundärschlingen grosse hervortretende Tertiärschlingen, im übrigen ein lockeres hervorragendes, aus polygonen Maschen bestehendes Netz bildend; Netznerven sehr fein, kaum entwickelt.

Platylobium formosum Smith.

Taf. II, Fig. 22, 23.

Neuholland.

Blätter eiförmig oder rundlich, an der Basis ausgerandet oder fast herzförmig, sehr kurz gestielt, ganzrandig, Nervation vollkommen schlingläufig; Winkel der secundären Nerven 75—90°; mittlere Verhältnisszahl der Entfernung derselben zur Länge des Laminartheiles $^1/_4$; Axe der Schlingen wagrecht; übrige Charaktere der secundären, der tertiären und Netznerven wie bei *Platylobium parviflorum*.

Platylobium triangulare R. Brown.

Taf. II, Fig. 21.

Insel Van Diemen und südliches Neuholland.

Blätter deltaförmig, ganzrandig, lederartig, an der Basis abgestutzt oder fast pfeilförmig mit stachelspitzigen abstehenden Winkeln. Nervation netzläufig; Primärnerv stark hervortretend, begrannt; secundäre Nerven unter rechtem oder wenig spitzem Winkel entspringend, gabelästig; tertiäre Nerven und Netznerven nur wenig entwickelt.

Platychilum Celsianum Delaun.

Taf. II, Fig. 14.

Neuholland.

Blätter eiförmig oder lanzettlich, kurz gestielt, ganzrandig, an den wenig verschmälerten Enden stumpflich, Textur lederartig. Nervation unvollkommen schlingläufig; Primärnerv stark hervorragend, in ein Endspitzchen sich fortsetzend; secundäre Nerven unter Winkeln von 45—55° entspringend, sehr fein, genähert, parallel; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge der Blattfläche $^1/_{20}$; tertiäre Nerven kaum deutlich erkennbar, zerstreut, netzläufig; Netznerven fast querläufig, ein feines, aus rundlichen Maschen zusammengesetztes Netz bildend.

Bei der Betrachtung dieses Blattes können wir die Familien der Sapotaceen, Ebenaceen und Myrtaceen, welche ziemlich nahe kommende Typen enthalten, nicht unerwähnt lassen. Jedoch dürften auch hier der mächtige, in ein Endspitzchen auslaufende Mediannerv und das für die meisten Podalyrien und die erwähnten Geschlechter der Loteen charakteristische feine aber scharf ausgeprägte Netz in den meisten Fällen sichere Unterscheidungsmerkmale für dieses Blatt abgeben.

PHASEOLEAE.

Das Vorkommen von Phaseoleen in der Flora der Tertiärperiode kann als erwiesen betrachtet werden. Sowohl aus den Schichten der Miocen- als der Eocen-Formation erhielt man nicht wenige Blattformen, ja selbst Hülsenfrüchte, welche nur mit denen von *Kennedya*, *Zichya*, *Collaea*, *Bionia*, *Dioclea*, *Erythrina*, *Butea* u. a. verglichen werden können.

Wir finden in dieser Papilionaceen-Abtheilung vorzugsweise gedreite, Stipellen tragende Blätter mit stets ganzrandigen, meist mehr oder weniger ungleichseitigen, an der Basis schiefen Blättchen, die eine netz-, schling-, oder bogenläufige Nervation zeigen. Ausnahmen hiervon bilden nur einige Arten von *Hardtenbergia* und das Geschlecht *Rudolphia*, welchen einzählige Blätter, ferner die Geschlechter *Kiesera*, *Vilmorina*, *Barbieria*, *Abrus* und die *Wisterien*, denen unpaarig- oder paarig-gefiederte Blätter zukommen.

Kennedya arenaria Benth.

Taf. V, Fig. 4—5.

Neuholland.

Blättchen verkehrt-eiförmig bis eirundlich, ganzrandig, oder am Rande wellig oder klein entfernt- und stumpf-gekerbt. Nervation unvollkommen schlingläufig; Primärnerv ziemlich stark entwickelt, bis zur Spitze wenig abnehmend, an welcher er sich in ein sehr kleines Enddörnchen fortsetzt; secundäre Nerven ziemlich hervortretend, unter Winkeln von 40—55° entspringend, einfach und ästig, an den grösseren Endblättchen oft bogig; mittlere Verhältnisszahl der Entfernung derselben zur Länge des Primärnerven $^1/_5$; tertiäre Nerven spärlich, wenig hervortretend, aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter rechtem und verschieden spitzem Winkel entspringend, unter einander anastomosirend, ein lockeres wenig hervortretendes Netz darstellend, innerhalb welchen sich ein sehr feines, aus zarten rundlichen Maschen gebildetes quaternäres Netz ausbreitet.

Kennedya rubicunda Vent.

Taf. V, Fig. 1—3.

Neuholland.

Blättchen eiförmig oder länglich, am Rande wellig, nach der Spitze verschmälert. Nervation bogenläufig; secundäre Nerven kaum schwächer als der ziemlich ausgeprägte unter der Spitze schnell feiner werdende Mediannerv, Winkel derselben 45—60°; mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der secundären Nerven zur Länge des primären $^1/_5$; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter spitzen Winkeln abgehend, ziemlich hervortretend, oft querläufig, ein lockeres, starkes Netz bildend, welches das feine rundmaschige quaternäre Netz einschliesst.

Kennedya prostrata R. Brown.

Taf. V, Fig. 6.

Neuholland.

Blättchen verkehrt-eiförmig oder rundlich, am Rande etwas wellig, von zarter Beschaffenheit. Nervation netzläufig; secundäre Nerven um die Hälfte feiner als der gerade in ein Endspitzchen auslaufende Mediannerv, unter Winkeln von 50—60° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des primären $^1/_4$; tertiäre Nerven spärlich, unter verschiedenen Winkeln aus dem

primären und den secundären Nerven abgehend, ein unregelmässiges, lockeres, wenig deutlich ausgesprochenes Netz darstellend.

Kennedya arabica Hochst. et Steud.

Taf. V, Fig. 10.

Arabien.

Blättchen elliptisch oder rundlich, etwas schief, ganzrandig, von zarter Textur. Nervation unvollkommen schlingläufig; secundäre Nerven aus dem kaum stärkeren, unter der Spitze fast verschwindenden primären unter Winkeln von 45—55° entspringend, einfach und ästig; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des primären Nerven $^1/_5$; tertiäre Nerven von dem primären unter rechtem, von den secundären unter spitzen Winkeln abgehend, spärlich hervortretend, ein feinmaschiges, lockeres Netz bildend, innerhalb welchen sich ein äusserst zartes rundmaschiges quaternäres Netz ausbreitet.

Kennedya macrophylla Lindl.

Taf. VI, Fig. 5.

Neuholland.

Blättchen rundlich, ganzrandig, von lederartiger Textur. Nervation netzläufig; Primärnerv an der Basis stark, gegen die Spitze zu schnell abnehmend und an derselben ein sehr kleines Endspitzchen bildend; secundäre Nerven etwas schlängelig, ziemlich stark hervortretend, Winkel derselben 50—65°; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des Primärnervs $^1/_5$; tertiäre Nerven aus dem primären und den secundären unter rechtem Winkel entspringend, ein zartmaschiges Netz bildend, in dessen kleinen Maschen das weniger entwickelte quaternäre Netz kaum Platz findet.

Zichya coccinea Benth.

Taf. V, Fig. 7—9.

Südwestküste von Neuholland.

Blättchen verkehrt-eiförmig oder keilförmig, an der Spitze ausgerandet oder abgestutzt, ganzrandig, von lederartiger Textur. Nervation vollkommen schlingläufig; Primärnerv kaum stärker als die secundären Nerven, gerade, Winkel der secundären Nerven 50—60°; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des Mediannervs $^1/_5$; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter spitzem Winkel entspringend, ein lockeres wenig

hervortretendes Netz bildend, innerhalb welchen sich ein äusserst feines, jedoch wenig entwickeltes, rundmaschiges quaternäres Netz ausbreitet.

Zichya sericea Benth.

Taf. VII, Fig. 3.

Neuholland.

Blättchen eiförmig, abgerundet-stumpf, an der Basis keilförmig verschmälert, am Rande oft etwas wellig, von derber lederartiger Textur. Nervation unvollkommen schlingläufig; Primärnerv stark hervorragend; secundäre Nerven ziemlich hervortretend, gerade, einfach oder ästig, Winkel derselben 40—50°; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des Mediannervs $^1/_6$; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, netz- und querläufig, ein lockeres stark hervortretendes Netz darstellend; Netznerven rechtläufig, wenig entwickelt.

Den Blättern der erwähnten *Kennedya*- und *Zichya*-Arten sehr ähnliche fanden sich in den Tertiärschichten von Parschlug, Radoboj, Sotzka u. a. Localitäten nicht selten vor. Hierher dürften auch einige Arten des von Unger gebildeten Geschlechtes *Phaseolites* zu beziehen sein.

Hardtenbergia monophylla Benth.

Taf. VI, Fig. 1—4.

Neuholland.

Blätter lineal-länglich oder länglich-lanzettlich, an der Basis ausgerandet oder herzförmig, lang gestielt, Textur lederartig. Nervation vollkommen schlingläufig, sehr stark hervortretend; Secundärnerven kaum um die Hälfte schwächer als der gegen die Spitze allmählich verschmälerte Primärnerv, Winkel derselben 75—85°; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen zur Länge des primären Nerven $^1/_{25}$; schlingenbildende Äste unter rechtem oder stumpfem Winkel divergirend, Schlingen parallel dem Rande herablaufend; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter wenig spitzen Winkeln entspringend, oft querläufig, ein lockeres, aus vieleckigen unregelmässigen Maschen zusammengesetztes Netz bildend, innerhalb welchen das wenig entwickelte quaternäre Netz sich ausbreitet.

Hardtenbergia cordata Benth.

Taf. VI, Fig. 6.

Neuholland.

Blätter breit-eiförmig oder herzförmig, an der verschmälerten Spitze abgerundet-stumpf, von lederartiger Textur. Nervation vollkommen schlingläufig; Winkel der secundären Nerven 50—60°; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung von einander zur Länge des primären Nerven $^1/_7$, schlingenbildende Äste unter spitzen Winkeln divergirend; die übrigen Charaktere der tertiären und quaternären Nerven wie bei voriger Art.

Diese beiden Blattbildungen von *Hardtenbergia* dürften zu denjenigen gehören, deren Eigenthümlichkeiten so hervortreten, dass sie dem Kenner die Species selbst auf den ersten Blick in Erinnerung bringen. Nur in der Familie der Papilionaceen findet man noch einige wenige Blatt-Typen, welche mit denen von *Hardtenbergia* Ähnlichkeit zeigen, aber bei näherer Vergleichung sicher unterschieden werden können. Es sind dies einige der vorher beschriebenen Podalyrien, namentlich die *Callistachys*-Arten, ferner *Chorozema cordatum* Lindl., die Platylobien und einige Hoveen. Von den ersteren, welche sowohl in Form als Nervation der *Hardtenbergia monophylla* nahe kommen, unterscheidet sich diese Art durch die unter stumpferen Winkeln entspringenden Secundärnerven, die vom primären unter rechtem von den secundären unter spitzen Winkeln abgehenden Tertiärnerven und das stark entwickelte Netz derselben hinlänglich. Ebenso sicher ist die Blattbildung der *Hardtenbergia cordata* von *Chorozema cordatum* und von den dieser in Form und Nervation ziemlich analogen Platylobien (*P. parviflorum*, *P. cordatum*, *P. formosum*, *Latage ornata*) durch die unter spitzeren Winkeln abgehenden secundären und tertiären Nerven und das stark ausgeprägte Netz zu trennen.

Collaea peduncularis Benth.

Taf. VII, Fig. 1, 2.

Brasilien.

Blättchen länglich-lanzettförmig, an beiden Enden stumpflich, von membranöser Beschaffenheit. Nervation bogenläufig; secundäre Nerven aus dem beiläufig um die Hälfte stärkeren primären unter Winkeln von 30—45° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_8$; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem

oder nahe rechtem, aus den secundären nach aussen unter spitzen Winkeln abgehend, selten querläufig, fein, meist gabelspaltig und alsbald in ein lockeres zartmaschiges, wenig hervortretendes Netz übergehend.

Bei Betrachtung dieser interessanten Blatt-Typen dürfen wir die Familien der Apocynaceen und der Laurineen, welche sehr ähnliche Formen in mehreren Geschlechtern enthalten, nicht unerwähnt lassen.

Auch unter den vorweltlichen Blattformen finden sich einige, worunter vorzüglich das in eocenen Schichten hin und wieder erscheinende *Apocynophyllum lanceolatum* Ung., welche in Nervation und Form mit der beschriebenen übereinstimmen. Jedoch müssen dieselben so lange noch den ihnen vorläufig bei den Laurineen und Apocyneen eingeräumten Platz behalten, als die Unvollständigkeit der Reste eine weitere Begründung ihrer näheren Verwandtschaft nicht gestattet.

Collaea macrophylla Benth.

Taf. VII, Fig. 6.

Brasilien.

Blättchen länglich-elliptisch, an beiden Enden stumpflich, von starrer lederartiger Beschaffenheit. Nervation unvollkommen schlingläufig; secundäre Nerven ansehnlich, aus dem kaum um die Hälfte stärkeren primären unter Winkeln von 30—45° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_8$; tertiäre Nerven aus dem primären und den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, sehr ästig, meist querläufig, stark hervortretend, ein ziemlich gedrängtes, ausgeprägtes Netz darstellend, innerhalb welchen die rechtläufigen quaternären ein aus rundlichen zarten Maschen bestehendes aber scharf ausgebildetes Netz bilden. Im allgemeinen der vorhergehenden Form analog, von derselben jedoch durch die angegebenen Charaktere leicht und sicher zu trennen. Wir werden mit dieser Form an einem anderen Orte Blattfossilien von Radoboj in Vergleichung bringen.

Collaea glaucescens Benth.

Taf. VII, Fig. 4.

Süd-Amerika.

Blättchen länglich oder elliptisch, an beiden Enden abgerundet-stumpf, von lederartiger Textur. Nervation bogenläufig; secundäre

Nerven aus dem vielfach stärkeren, nach der Spitze schnell verschmälerten Mediannerven unter Winkeln von 50—60° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_{10}$; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter spitzen Winkeln abgehend, seltener querläufig, meist ein lockeres, wenig hervortretendes Netz bildend, das zarte rundmaschige Netz der quaternären Nerven umschliessend.

Collaea Neesii Benth.

Taf. VII, Fig. 5.

Brasilien.

Blättchen länglich-elliptisch oder ei-lanzettlich, an beiden Enden stumpflich, Textur derb, lederartig. Nervation bogenläufig; Secundärnerven ansehnlich, kaum um die Hälfte schwächer als der starke nach der Spitze wenig verschmälerte Mediannerv, unter Winkeln von 55—65° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_7$, tertiäre Nerven aus dem primären und den secundären unter rechtem Winkel abgehend, sehr ästig, kaum hervortretend, alsbald in ein lockeres rundmaschiges Netz sich auflösend; quaternäre Nerven wenig entwickelt, rechtläufig.

Collaea scarlatina Mart.

Taf. VIII, Fig. 4.

Brasilien.

Blättchen ei-lanzettlich, elliptisch oder länglich, stumpflich, lederartig. Nervation bogenläufig; Secundärnerven mehr als dreimal schwächer als der starke, nach der Spitze ziemlich verschmälerte Mediannerv, unter Winkeln von 45—55° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_9$; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem und spitzem, aus den secundären unter spitzen Winkeln abgehend, durchaus netzläufig, sehr fein, in ein wenig hervortretendes, in das zarte rundmaschige Netz der quaternären Nerven übergehendes Netz aufgelöst.

Collaea velutina Benth.

Taf. VIII, Fig. 2.

Brasilien.

Blättchen länglich oder lanzettlich. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven sehr fein, genähert; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des primären $^1/_{10}$; tertiäre

Nerven fast querläufig aus dem primären und den secundären Nerven unter spitzen Winkeln abgehend, sehr zart, kaum deutlich hervortretend, sogleich in das feinmaschige Netz der quaternären Nerven übergehend. Verlauf und Abgangswinkel der secundären Nerven und Habitus des Blattes wie bei der verwandten vorhergehenden Art.

Bionia acuminata Benth.

Taf. VIII, Fig. 3.

Brasilien.

Blättchen länglich-eiförmig, an der Spitze und Basis etwas verschmälert, lederartig; Nervation netzläufig, Secundärnerven ziemlich fein, schlängelig, unter Winkeln von 50—60° aus dem an der Basis starken, gegen die Spitze zu schnell sich verfeinernden primären entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des Mediannerven $^1/_8$; tertiäre Nerven sehr fein, kaum über das äusserst zarte Netz hervortretend, von dem primären und den secundären unter wenig spitzen Winkeln abgehend.

Bionia coriacea Benth.

Taf. VIII, Fig. 1.

Brasilien.

Blättchen eiförmig, an der Spitze stumpflich, an der Basis abgerundet oder fast herzförmig; Textur steif, lederartig. Nervation bogenläufig; Mediannerv mehr als dreimal so stark als die ausgeprägten, unter 60—70° entspringenden Secundärnerven; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des Mediannerven $^1/_6$; tertiäre Nerven aus dem primären und aus den secundären unter rechtem oder wenig spitzen Winkeln abgehend, hervortretend, ein lockeres Netz bildend; Netznerven noch ziemlich scharf ausgeprägt, rechtläufig.

Mit den Blättchen der oben angeführten *Collaea glaucescens*, *C. Nesii*, *C. scarlatina*, *C. velutina* und den beiden eben beschriebenen von *Bionia* haben mehrere Blattformen der fossilen Flora von Radoboj grosse Ähnlichkeit. Wir begnügen uns hier mit dieser Angabe und müssen das Weitere auf spätere Erörterungen, welche mit naturgetreuen Abbildungen dieser Blattfossilien begleitet werden sollen, verweisen.

Dioclea violacea Mart.

Taf. IX, Fig. 2.

Brasilien.

Blättchen breit-eiförmig oder rundlich, kurz zugespitzt, an der Basis fast herzförmig, von dünnerer, mehr krautartiger Textur. Nervation bogenläufig; Secundärnerven hervortretend, nur um die Hälfte schwächer als der gegen die Spitze zu wenig verfeinerte Mediannerv, aus demselben unter 50—60° abgehend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des primären Nerven $^1/_8$; tertiäre Nerven sehr fein, kaum merklich hervortretend, aus dem primären unter einem spitzen, aus den secundären unter rechtem Winkel entspringend; Netz sehr zart, rundmaschig.

Dioclea lasiocarpa Mart.

Taf. IX, Fig. 1.

Brasilien.

Blättchen eiförmig, kurz zugespitzt, an der abgerundeten Basis mehr oder weniger schief, von mehr krautartiger als lederartiger Textur. Nervation bogenläufig; Secundärnerven minder hervortretend, aus dem verhältnissmässig schwachen, gegen die Spitze zu auffallend verfeinerten primären unter Winkeln von 50—60° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des Mediannerven $^1/_7$; tertiäre Nerven aus dem primären und aus den secundären unter rechtem Winkel abgehend, entfernt, ziemlich hervortretend, ein lockeres grossmaschiges Netz unter sich bildend, dem ein feinmaschiges, rechtläufiges quaternäres Netz eingeschaltet ist.

Beide Formen mit Fossilien von Radoboj analog.

Dioclea argentea Desv.

Taf. IX, Fig. 5.

Brasilien.

Blättchen eiförmig oder elliptisch, zugespitzt, an der Basis abgerundet; Textur lederartig. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven um die Hälfte schwächer als der hervortretende, gegen die Spitze zu wenig verschmälerte primäre, unter 40—50° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des primären $^1/_6$; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter spitzen Winkeln abgehend, genähert, wenig hervortretend, ein aus meist in die Quere gezogenen ovalen Maschen

bestehendes Netz bildend, das aus rundlichen, rechtläufigen Maschen gebildete quaternäre Netz einschliessend.

Blattformen von Radoboj und Sagor ähnlich.

Mucuna pruriens De Cand.

Taf. X, Fig. 4.

Cariben, Molucceen.

Blättchen von zarter dünnhäutiger Textur, das mittlere rhombenförmig, die seitenständigen schief-eiförmig, nach aussen bauchig, an der Basis fast herzförmig, alle zugespitzt, an der Spitze begrannt; Nervation unvollkommen randläufig; Secundärnerven zart, die untersten nach aussen ästigen 70—90°, die mittleren und obersten meist einfachen 40—50° vom primären abstehend; mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der secundären Nerven zur Länge des primären $^1/_7$; tertiäre Nerven aus dem primären unter nahe rechten, aus den secundären unter spitzen Winkeln abgehend, fast querläufig, ziemlich genähert, ästig, ein lockeres, aus vorwaltend quer-ovalen Maschen bestehendes Netz bildend; quaternäre Nerven rechtläufig, ein sehr zartes rundmaschiges Netz darstellend.

Butea frondosa Roxb.

Taf. XI, Fig. 1.

Ostindien.

Blättchen rundlich-rhombenförmig, an beiden Enden stumpf, an der Spitze nicht selten ausgerandet; Textur derb, lederartig. Nervation bogenläufig; Secundärnerven fast von der Stärke des mächtigen, aber gegen die Spitze zu schnell abnehmenden primären, unter 30—40° entspringend; die oberen an der Spitze, die unteren nach aussen ästig; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des Mediannerven $^1/_6$; absolute Distanz derselben 2—3 Centm.; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem oder einen stumpfen, aus den secundären unter rechtem Winkel abgehend, querläufig, einfach oder nur gabelästig, genähert, ziemlich hervortretend; quaternäre Nerven rechtläufig, ein lockeres, aus vieleckigen Maschen bestehendes Netz bildend, ein noch feineres aus rundlichen Maschen zusammengesetztes quinternäres Netz einschliessend.

Ein in den Schichten des Schwefelflötzes von Radoboj ziemlich häufiges Blattfossil, von Unger als *Dolichites maximus* bezeichnet,

hält die Mitte zwischen dieser Art und der vorbeschriebenen *Mucuna pruriens*.

Erythrina coralloides De Cand.

Taf. X, Fig. 1, 2.

Mexiko.

Blättchen eiförmig, kurz zugespitzt, von fast lederartiger Textur. Nervation unvollkommen schlingläufig, Secundärnerven fein, wenig geschlängelt, unter 55—65° abgehend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des Mediannerven $^1/_5$; tertiäre Nerven spärlich, kaum hervortretend, aus dem primären und den secundären Nerven unter spitzen Winkeln entspringend, ein feines lockeres Netz bildend; quaternäre sehr fein, in ein kaum bemerkbares Netz übergehend.

Erythrina isopetala Lam.

Taf. IX, Fig. 4.

Brasilien.

Blättchen in der Form und Nervation der vorigen sehr ähnlich; secundäre Nerven an der Spitze ästig, unter 50—60° abgehend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_6$; tertiäre mehr hervortretend, ein lockeres rundmaschiges Netz bildend.

Beide Formen und eine noch unbeschriebene *Erythrina*-Art, Taf. XI, Fig. 7, von Mexiko, die sich durch ein sehr feines rundmaschiges Netz auszeichnet, zeigen mit einer fossilen Blattform der Flora von Radoboj viele Übereinstimmung.

Erythrina Humeana Spreng.

Taf. X, Fig. 3.

Cap.

Blättchen rundlich oder breit-elliptisch oder rhombenförmig, an der Spitze kurz vorgezogen, an der Basis abgestutzt oder flach abgerundet; Textur derb. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven hervortretend, fast von der Stärke des primären, die unteren nach aussen ästig, unter Winkeln von 40—50°, die oberen an der Spitze ästig, unter Winkeln von 50—60° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_4$; tertiäre Nerven aus dem primären unter spitzen, aus den secundären unter verschiedenen spitzen und stumpfen Winkeln abgehend, ein unregelmässiges grossmaschiges Netz bildend; quaternäre Nerven rechtläufig, in ein aus sehr kleinen rundlichen Maschen bestehendes Netz übergehend.

Mit einigen Formen von kleinblätterigen Phaseoleen der fossilen Flora von Parschlug verwandt.

Dolichos ciliatus Klein.

Taf. IX, Fig. 3.

Ostindien.

Blättchen eiförmig, abgerundet-stumpf, bespitzt, von membranöser Textur, unvollkommen schlingläufig. Secundärnerven fein, unter 50—65° abstehend; mittlere Verhältnisszahl ¼; tertiäre spärlich, kaum deutlich ausgesprochen, aus dem primären und den secundären Nerven unter spitzen Winkeln entspringend. Netz kaum entwickelt.

Einem in den Miocen-Schichten von Parschlug aufgefundenen Blattfossil sehr ähnlich.

Dolichos lignosus Linn.

Taf. X, Fig. 5, 7.

Ostindien.

Blättchen eiförmig, mehr oder weniger zugespitzt, an der stumpfen Basis bauchig, schief; Textur zart, membranös; Nervation unvollkommen schlingläufig. Secundärnerven haarfein, die untersten unter 40°, die oberen unter 55—70° abgehend, entfernt; mittlere Verhältnisszahl der Distanzen ⅕; tertiäre Nerven spärlich, unter sehr verschiedenen Winkeln entspringend, ein unregelmässiges, lockeres, wenig hervortretendes Netz unter sich bildend; quaternäre rechtläufig; Netz sehr fein, rundmaschig.

DALBERGIEAE.

Diese, meist tropische und durchaus baum- und strauchartige Gewächse umfassende Abtheilung kann mit voller Sicherheit für die Flora der Tertiärzeit angenommen werden. Nebst zahlreichen, mitunter sehr charakteristischen Blättchen, die mit aller Wahrscheinlichkeit hierher gestellt werden können, fanden sich an mehreren tertiären Localitäten auch Hülsen, die nur zu *Dalbergia* selbst oder einigen nahe verwandten Geschlechtern bezogen werden müssen.

Die Dalbergieen besitzen zum grössten Theile unpaarig gefiederte Blätter mit mehreren Paaren von meist wechselständigen, lederartigen Blättchen. Die Nervation ist vorherrschend bald netz-, bald schlingläufig, seltener bogen-, sehr selten randläufig; die übrigen Nervations-Typen fehlen. Ausnahmen bilden die Arten von *Cyclolobium*,

Amerimnum, Corytholobium und einige *Hecastophyllen*, denen einzählige Blätter, ferner die Arten von *Milletia, Dipterix* und einige *Callisemaca*-Formen, welchen abgebrochen-gefiederte Blätter zukommen. Ausschliesslich gegenständige Blättchen finden wir normal nur bei den Arten der Geschlechter *Piscidia, Brachypterum, Pongamia, Platymiscium*; dünnhäutige Blättchen nur bei einigen Arten von *Callisemaca, Drepanocarpus* und *Miscolobium*.

Hecastophyllum Brownii Pers.

Taf. XII, Fig. 1—2.

Cariben, tropisches Amerika.

Blatt mit einem einzigen endständigen, eiförmigen oder eiänglichen, an der Spitze kurz zugespitzten, an der abgerundeten Basis etwas herzförmig ausgerandeten Blättchen. Nervation bogenläufig; Secundärnerven fast gerade auslaufend, erst gegen den Rand zu gebogen, kaum um mehr als die Hälfte schwächer als der primäre, von diesem unter Winkeln von 40—50° abgehend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des primären Nerven $^1/_9$; tertiäre sehr fein, kaum hervortretend, von dem primären und den secundären zu beiden Seiten unter spitzen Winkeln entspringend, oft querläufig; quaternäre Nerven rechtläufig; Netz locker, rundmaschig.

Hecastophyllum violaceum Benth.

Taf. XII, Fig. 6.

Guiana.

Blättchen 7, eiförmig-länglich oder elliptisch, Spitze kurz vorgezogen. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven fein, etwas bogig, um mehr als fünfmal schwächer als der primäre, von diesem unter Winkeln von 50—60° abgehend; schlingenbildende Äste unter spitzem Winkel divergirend; mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der Secundärnerven $^1/_7$; tertiäre kaum schwächer als die secundären, die aus dem primären entspringenden mit diesem parallel, aus den secundären Nerven aber unter verschiedenen, jedoch meist spitzen Winkeln entspringend; quaternäre rechtläufig, Netz ziemlich locker, Maschen vieleckig.

Ähnliche Blattformen kamen aus den Tertiärschichten bei Sagor in Krain und Radoboj in Croatien zum Vorschein. Diese können wohl auch mit Blättern von Malpighiaceen, Blättchen von Connaraceen, Burseraceen und anderen Terebinthineen verglichen werden.

Pterocarpus Indicus Willd.

Taf. XI, Fig. 5, 6.

Ostindien.

Blättchen 5—9, eiförmig, an der Basis stumpflich oder abgerundet, an der Spitze vorgezogen-verschmälert. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven fein, die unteren unter Winkeln von 40—50°, die oberen unter 30—40° entspringend; schlingenbildende Ästchen unter spitzen Winkeln divergirend; mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der secundären Nerven $^1/_7$; tertiäre von dem primären und den secundären Nerven unter spitzen Winkeln abgehend, zerstreut, schwach hervortretend, in das aus ovalen Maschen bestehende quaternäre Netz übergehend.

Eine sehr ähnliche und höchst wahrscheinlich hierher gehörige Blattform lieferte die fossile Flora von Sotzka.

Pterocarpus santalinus Linn.

Taf. XII, Fig. 7.

Ostindien.

Blättchen 3—5, fast rundlich, an der Spitze meist gestutzt oder ausgerandet. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven unregelmässig unter verschiedenen spitzen Winkeln abgehend, genähert; mittlere Verhältnisszahl der Distanzen $^1/_9$; tertiäre Nerven wie bei voriger Art.

Pterocarpus australis Endl.

Taf. XII, Fig. 3, 5.

Insel Norfolk.

Blättchen 6—8, eiförmig oder elliptisch, an der Basis oft stark schief, an der Spitze meist stumpflich. Nervation vollkommen schlingläufig; Secundärnerven haarfein, entfernt, unter Winkeln von 70—80° entspringend; schlingenbildende Ästchen unter rechtem oder unter stumpfen Winkeln divergirend; Schlingen dem Rande parallel laufend; mittlere Verhältnisszahl der Distanzen der secundären Nerven $^1/_5$; tertiäre Nerven aus dem primären und den secundären unter rechten Winkeln entspringend, unter sich ein lockeres Netz bildend; quaternäre Nerven rechtläufig, in ein rundmaschiges, sehr feines Netz sich auflösend.

Mit Blattfossilien von Radoboj und Parschlug übereinstimmend.

Centrolobium robustum Mart.

Taf. XIII, Fig. 1.

Brasilien.

Blättchen 13—17, länglich-eiförmig, an der abgerundeten Basis schief, an der Spitze kurz vorgezogen. Nervation bogenläufig; Secundärnerven hervortretend, die oberen kaum schwächer als der primäre; Abgangswinkel 50—60°; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen zur Länge des primären $^1/_8$; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter spitzen Winkeln abgehend, meist querläufig; quaternäre Nerven rechtläufig, ein äusserst feines rundmaschiges Netz darstellend.

Machaerium ferrugineum Pers.

Taf. XIII, Fig. 6, 7.

Guiana.

Blättchen 7—11, länglich-elliptisch oder ei-lanzettlich, spitzlich. Nervation randläufig; Secundärnerven hervortretend, die oberen um die Hälfte schwächer als der mächtige Primärnerv; Abgangswinkel 35—50°; mittlere Verhältnisszahl der Distanzen $^1/_{11}$; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem, aus den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, querläufig; quaternäre Nerven rechtläufig, ein feines aus eckigen, im Umrisse ovalen Maschen gebildetes Netz darstellend.

Mit den Blättchen dieser und der vorhergehenden Species können Blattfossilien von Radoboj verglichen werden. Das sehr feine Netz unterscheidet diese Formen von den in der Tracht und secundären Nervation sehr ähnlichen *Sapindus*- und *Cupania*-Blättchen.

Machaerium secundiflorum Mart.

Taf. XIII, Fig. 2—3.

Brasilien.

Blättchen 5—7, eiförmig, elliptisch oder länglich, kurz zugespitzt, an der Spitze selbst stumpflich oder seicht ausgerandet. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven fein, gerade, unter 50—70° von dem starken, wenig verschmälerten Mediannerv divergirend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_8$; tertiäre Nerven aus dem primären unter spitzen Winkeln, parallellaufend den Secundärnerven, aus den letzteren unregelmässig unter verschiedenen Winkeln

entspringend, unter sich ein lockeres, aus länglichen Maschen bestehendes Netz bildend; quaternäre Nerven ziemlich hervortretend, Maschen derselben oval.

Machaerium muticum Benth.

Taf. XIII, Fig. 8—10.

Brasilien.

Blättchen 15—17, ei-lanzettförmig oder eiförmig, an der Basis abgerundet oder ausgerandet, nach der Spitze verschmälert. Nervation netzläufig; Secundärnerven ziemlich hervortretend, ästig, mit dem an der Basis starken, gegen die Spitze zu schnell abnehmenden primären 40—50° divergirend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $\frac{1}{7}$; tertiäre Nerven aus dem primären vorherrschend unter nahe rechtem Winkel, aus den secundären vorherrschend unter spitzen Winkeln entspringend, unter sich ein lockeres, aus im Umrisse rundlichen Maschen zusammengesetztes Netz bildend; quaternäre Nerven rechtläufig; Netz rundmaschig.

Blättchen wie die der vorhergehenden und der eben erwähnten Art, ferner einiger verwandten Arten kommen aus den Schichten der Tertiärformation hin und wieder zum Vorschein, z. B. *Leguminosites machaerioides* Ett. u. m. a. noch unbeschriebene. Erwähnenswerth sind hier noch die Blättchen der brasilianischen Arten: *Machaerium oblongifolium* Vog., Taf. XIII, Fig. 4, von *M. muticum* nur durch die Form, die schwächer ausgeprägten secundären und die feineren Netznerven; *Machaerium lanceolatum* Vog., Taf. XIII, Fig. 5, von beiden letztgenannten Arten nur durch die unter stumpferen Winkeln (60—70°) entspringenden Secundärnerven; *Machaerium erianthum* Benth., Taf. XIV, Fig. 3—6, durch die schlingläufige Nervation und die plötzlich vorgezogene Endspitze von den vorgenannten verschieden.

Machaerium lineatum Benth.

Taf XIV, Fig. 1, 2.

Brasilien.

Blättchen 5—7, eiförmig, an beiden Enden spitz, von starrer, steiflederiger Beschaffenheit. Nervation netzläufig; Secundärnerven haarfein, kaum deutlich ausgeprägt, sehr genähert, unter Winkeln von 40—50° entspringend; tertiäre Nerven von dem primären und den secundären unter verschieden spitzen Winkeln abgehend, ein aus

schmalen länglich-elliptischen oder lanzettlichen Maschen bestehendes vielfach verflochtenes Netz bildend.

Die Blättchen der angegebenen *Machaerium*-Art zeigen eine so eigenthümliche netzläufige Nervationsform, dass wir denselben ein Plätzchen hier gönnen zu sollen glaubten, wenn gleich eine solche Form unter den fossilen Blatt-Typen bisher noch nicht vorgekommen ist.

Sphinctolobium nitidum Vog.

Taf. XIV, Fig. 13, 14.

Brasilien.

Blättchen 7—9, lanzettförmig oder elliptisch-länglich, nach den Enden verschmälert, an der Spitze selbst stumpflich. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven fein, unter Winkeln von 50—60° entspringend; schlingenbildende Ästchen unter rechtem Winkel divergirend; mittlere Verhältnisszahl der Distanzen der secundären Nerven $^1/_8$; tertiäre spärlich, kaum hervortretend, aus dem primären unter spitzen, aus den secundären Nerven unter rechtem oder einem stumpfen Winkel abgehend; Netznerven rechtläufig, ein feines rundmaschiges Netz darstellend.

Eine dieser und den Blättchen des nahe verwandten *Sphinctolobium floribundum* Vog., Taf XIV, Fig. 7—8, in der Tracht und Nervation ausserordentlich ähnliche Blattform fand sich in den Schichten von Sotzka vor.

Milletia Caffra Meisn.

Taf. XIV, Fig. 9.

Süd-Afrika.

Blättchen ei-lanzettförmig oder länglich. Nervation randläufig; Secundärnerven hervortretend, mit dem starken nach der Spitze zu wenig verschmälerten primären unter Winkeln von 35—50° divergirend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_{10}$; tertiäre Nerven spärlich aus dem primären und den secundären unter rechtem Winkel entspringend, ein lockeres rundmaschiges Netz bildend; quaternäre Nerven rechtläufig; Netz sehr fein, aus rundlichen Maschen bestehend.

In der Form und secundären Nervation kleineren Blättchen des *Machaerium ferrugineum* sehr ähnlich und nur durch den Verlauf und das Netz der tertiären Nerven von denselben mit Sicherheit zu

trennen. Eine analoge Bildung fand ich in den Schichten von Parschlug.

Dalbergia mirabilis De Cand.

Taf. XIV, Fig. 11.

Ost-Indien.

Blättchen 5—7, eiförmig, stumpflich. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven haarfein, genähert, aus dem starken gegen die Spitze zu wenig verschmälerten primären unter Winkeln von 40—50° entspringend, einfach und ästig; tertiäre von dem primären und den secundären Nerven unter verschiedenen, meist spitzen Winkeln abgehend, ein feinmaschiges Netz bildend; quaternäre wenig entwickelt, rechtläufig.

Diese Art und einige in der Bildung des Blattes ähnliche *Trioptolemaea*-Arten, wie *T. montana* Mart., Taf. XIV, Fig. 12, und *T. ovata* Mart., Taf. XI, Fig. 2—4, der brasilianischen Flora verdienen als Analogien einer der eocenen Flora von Sotzka zukommenden Form Erwähnung.

Trioptolemaea glabra Benth.

Taf. XIV, Fig. 10.

Brasilien.

Blättchen 7—9, eiförmig, an der Basis meist herzförmig ausgerandet, an der Spitze abgerundet stumpf. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven ziemlich hervortretend, unter 60—70° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen zur Länge des primären Nervs $^1/_7$; tertiäre von dem primären unter nahe rechtem, von den secundären unter einem spitzen Winkel abgehend; quaternäre Nerven rechtläufig; Netz sehr fein, rundmaschig.

Trioptolemaea latifolia Benth. aus Brasilien, Taf. XV, Fig. 1—3, und *Phellocarpus laxiflorus* Benth., Taf. XVII, Fig. 1, zeigen ähnliche Blättchen. Erstere charakterisiren sich durch die meist tiefer ausgerandete, nicht vorgezogene Spitze, und die ästigen Secundärnerven; letztere durch die stets vorgezogene, aber abgerundet stumpfe oder nur seicht ausgerandete Spitze, das lockere mehr ausgebildete Netz der Tertiär- und die entfernter stehenden Secundärnerven. Beiden entsprechen Blattformen der Schichten von Radoboj und Sagor.

Callisemaea grandiflora Benth.

Taf. XV, Fig. 7—9.

Brasilien.

Blättchen 7—9, elliptisch, an der Spitze abgestutzt, seicht ausgerandet und bespitzt, an der ungleichen Basis abgerundet; Textur zart, membranös. Nervation vollkommen schlingläufig; Secundärnerven fast haarfein, unter Winkeln von 40—50° entspringend, sehr genähert; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_{25}$; schlingenbildende Ästchen unter spitzem Winkel divergirend, Schlingen vorgezogen, spitz; tertiäre Nerven aus dem primären unter spitzen Winkeln, aus den secundären vorherrschend unter rechtem hervorgehend; ein feines, ovale Maschen zeigendes Netz bildend; quaternäre kaum entwickelt.

In der Form und Nervation der Blättchen ziemlich übereinstimmend verhält sich *Platypodium viride* Vog., Taf. XVI, Fig. 6 und 7, dessen Blättchen von den eben beschriebenen nur durch die stärker hervortretenden, weniger genäherten (nach der Zahl $^1/_{20}$ gestellten) Secundärnerven, das mehr entwickelte tertiäre Netz und die derbe lederartige Textur abweichen. Eine zwischen diesen beiden Typen die Mitte haltende Blattform fand sich in den Tertiärschichten von Radoboj.

Andira stipulacea Benth.

Taf. XV, Fig. 6.

Brasilien.

Blättchen 11—15, elliptisch oder länglich-verkehrt-eiförmig, an beiden Enden abgerundet-stumpf. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven stark entwickelt, etwas schlängelig, ästig, die unteren 45—50°, die oberen 60—70° von dem mächtigen, gegen die Spitze zu schnell verschmälerten primären Nerven divergirend; mittlere Verhältnisszahl der Distanzen der Secundärnerven $^1/_8$; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem, aus den secundären vorherrschend unter spitzen Winkeln entspringend, sehr ästig, ein ziemlich entwickeltes, aus grossen im Umrisse rundlichen Maschen zusammengesetztes Netz darstellend; quaternäre rechtläufig, wenig entwickelt.

Kaum verschieden von den eben beschriebenen Blättchen sind die von *Andira surinamensis*, Taf. XV, Fig. 5; als sehr ähnlich in

der Form und der secundären Nervation, hingegen durch die mehr entwickelte, ein äusserst feines rundmaschiges Netz bildende quaternäre Nervation wohl charakterisirt, stellen sich die Blättchen der brasilianischen *Andira pauciflora* Benth., Taf. XV, Fig. 4, dar. Mit diesen Formen liessen sich Blattreste der fossilen Floren von Sagor und von Radoboj vergleichen.

Andira paniculata Benth.

Taf. XVI, Fig. 1, 2,

Brasilien.

Blättchen 13—17, länglich-elliptisch oder länglich-verkehrteiförmig, an der Spitze stumpflich, oft ausgerandet, an der Basis etwas in den kurzen Stiel verschmälert. Nervation netzläufig; Secundärnerven geschlängelt, die untersten 30—40°, die oberen 50—60° vom primären divergirend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen zur Länge des primären Nerven $^1/_8$; tertiäre Nerven spärlich, aus dem primären unter rechtem, aus den secundären Nerven vorwaltend unter spitzen Winkeln entspringend, oft querläufig; Netz derselben locker, wenig entwickelt; quaternäre Nerven rechtläufig, ein sehr zartes, dem von *Andira pauciflora* Benth. sehr ähnliches Netz bildend.

Die Blättchen eines aus den Schichten von Radoboj gewonnenen gefiederten Blattes stimmen mit den hier dargestellten in Form und Nervation so genau überein, dass man die nahe Verwandtschaft der denselben entsprechenden vorweltlichen Art mit den Arten von *Andira* als höchst wahrscheinlich annehmen darf. Vielleicht sind hierher auch die von Unger als *Protamyris radobojana* bezeichneten Blattfossilien, welche, wie neuere Funde unzweifelhaft erkennen liessen, nicht gedreiten, sondern gefiederten Blättern angehören, zu beziehen.

Andira acuminata Benth.

Taf. XVI, Fig. 5.

Brasilien.

Blättchen 11—15, eiförmig-elliptisch, zugespitzt, an der Basis abgerundet. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven haarfein, entfernt, die unteren Winkel von 45—55°, die oberen 60—70° mit dem an der Basis starken und nach der Spitze schnell verfeinerten primären bildend; tertiäre Nerven sehr spärlich, kaum hervortretend, unter verschiedenen Winkeln abgehend; Netznerven rechtläufig.

Analog fossilen Blättchen der Flora von Sotzka.

Commilobium polygaliflorum Benth.

Taf. XVI, Fig. 3. 4.

Brasilien.

Blättchen 15—19, eiförmig, elliptisch oder ei-lanzettförmig, an der Spitze abgestutzt, seicht ausgerandet und sehr kurz bespitzt, an der Basis abgerundet. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven fein, genähert, ästig, unter Winkeln von 45—55° entspringend; mittlere Verhältnisszahl der Distanzen $^1/_{15}$; tertiäre Nerven aus dem primären unter spitzen, aus den secundären unter rechtem und spitzen Winkeln abgehend, unter sich ein wenig entwickeltes, vorwaltend aus ovalen Maschen bestehendes Netz bildend; quaternäre Nerven querläufig, Maschen sehr fein, länglich oder rundlich.

Hier erwähnen wir noch als in der Form und Nervation wenig abweichend die Blättchen von *Leptolobium elegans* Vog., Taf. XVII, Fig. 8—10, und von *Leptolobium leiocarpum* Vog., Taf. XVII, Fig. 2—4 aus Brasilien. Blättchen von der Form des letzteren und der Nervation des *Commilobium polygaliflorum* fanden sich in den Schichten von Sotzka.

SOPHOREAE.

Über die Repräsentation der Sophoreen in der Flora der Tertiärzeit haben wir noch keine derart untrüglichen Documente vorliegen, wie dies bezüglich der vorhergehenden Abtheilungen hingestellt werden konnte. Die wenigen Reste, welche man in diese Abtheilung zu bringen suchte, bestehen grösstentheils in Blättchen, deren Nervation überdies als schlecht erhalten kaum genügende Anhaltspunkte zur Vergleichung gab. Die meiste Wahrscheinlichkeit spricht noch für das Vorhandensein des Geschlechtes *Cercis* in der Flora von Radoboj, indem sich an genannter Localität Fragmente von länglichen, flachen, an der Samennath schmal geflügelten Hülsen fanden, welche einige Ähnlichkeit mit den Hülsen dieses Geschlechtes darbieten. Jedoch muss bemerkt werden, dass dieselben fast mit gleichem Rechte auch zu einigen Caesalpineen-Geschlechtern, denen geflügelte Hülsen zukommen, gestellt werden könnten.

Im Nachfolgenden geben wir die Beschreibung einiger Formen von Blättchen, welche sich zwar als sehr ähnlich mit Blättchen der Miocenschichten von Radoboj, Fohnsdorf und Sagor herausstellten, deren nähere Verwandtschaft mit diesen vorweltlichen Formen wir

jedoch theils der mangelhaften Erhaltung der letzteren, theils der noch anderweitigen Analogien im Gewächsreiche zu Folge in Zweifel ziehen müssen.

Sophora heptaphylla Linn.

Taf. XVI, Fig. 8, 9.

Ostindien, China.

Blättchen 7, eiförmig oder elliptisch, dünnhäutig. Nervation netzläufig; Secundärnerven haarfein, ästig, entfernt, unter Winkeln von 65—75° entspringend; tertiäre Nerven aus dem primären und den secundären unter rechtem Winkel abgehend, spärlich, ein lockeres, wenig entwickeltes Netz bildend.

Mit Blättchen von Radoboj vergleichbar.

Cladrastis lutea.

Taf. XVII, Fig. 7.

Nordamerika.

Blättchen 9—11, eiförmig, zugespitzt, von dünnhäutiger Beschaffenheit. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven etwas schlängelig, einfach und ästig, nur um die Hälfte schwächer als der meist hin und her gebogene primäre, unter Winkeln von 40—50° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen zur Länge des primären $^1/_9$; tertiäre Nerven von dem primären unter spitzen, von den secundären theils unter rechtem theils unter spitzem Winkel abgehend, ziemlich entfernt, ästig, ein lockeres unregelmässiges Netz darstellend; quaternäre Nerven sehr fein, rechtläufig, in ein äusserst zartes und schön ausgebildetes rundmaschiges Netz übergehend.

Blattfossilien von Fohnsdorf in Steiermark ähnlich.

Ormosia coccinea Jacks.

Taf. XVII, Fig. 11, 12.

Guiana, Brasilien.

Blättchen 9—13, oval, verkehrt-eiförmig oder elliptisch, an der Spitze kurz vorgezogen, an der Basis abgerundet oder ausgerandet, am Rande eingerollt, von steifer, lederartiger Beschaffenheit. Nervation bogenläufig; Secundärnerven stark, 50—60° vom mächtigen primären divergirend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_9$; tertiäre aus dem primären unter rechtem Winkel, aus den secundären unter einem spitzen entspringend, genähert, netz- und querläufig; quaternäre Nerven rechtläufig; Netz rundmaschig.

Ormosia minor Vog., Taf. XVIII, Fig. 1, aus Brasilien zeigt ähnliche Blättchen, welche nur durch die mehr längliche Form, unvollkommen schlingläufige Nervation und die weniger deutlich ausgesprochenen, fast durchaus netzläufigen Tertiärnerven von den beschriebenen differiren. Zwischen beiden in der Mitte steht eine in der fossilen Flora von Sagor vorkommende Blattform.

CAESALPINIEAE.

Diese Abtheilung dürfte nach den bereits gegenwärtig vorliegenden Thatsachen in zahlreichen Formen in der Flora der Tertiärperiode vertreten gewesen sein. Unzweifelhafte Belege des Vorkommens ergaben sich für die Geschlechter *Leptolobium, Cassia, Caesalpinia, Bauhinia;* mit grosser Wahrscheinlichkeit kann diese Annahme bezüglich der Geschlechter *Gleditschia, Mezoneuron Hymenaea, Exostyles, Copaifera* hingestellt werden.

Leptolobium dasycarpum Vog.

Taf. XVIII, Fig. 6.

Brasilien.

Blättchen 3—6, eiförmig, elliptisch oder länglich, an der Spitze meist ausgerandet, an der Basis abgerundet; Textur derb, lederartig. Nervation vollkommen schlingläufig; Secundärnerven stark hervortretend, unter Winkeln von 60—70° entspringend; schlingenbildende Ästchen unter spitzen Winkeln divergirend; mittlere Verhältnisszahl der Entfernung der Secundärnerven zur Länge des primären $^1/_7$; tertiäre Nerven aus dem primären unter wenig spitzen Winkeln, aus den secundären vorwaltend unter rechtem abgehend, ein lockeres, stark ausgeprägtes Netz darstellend; an der Aussenseite der Secundärschlingen starke Tertiärschlingen bildend; quaternäre Nerven rechtläufig; Netz rundmaschig, hervortretend.

Von den eben beschriebenen Blättchen unterscheiden sich die sehr ähnlichen des *Leptolobium tomentosum* Pohl, Taf. XVIII, Fig. 3, 4, nur durch die steiferen, geradlinigen Secundärnerven, deren schlingenbildende Ästchen unter rechtem oder stumpfem Winkel abstehen; die Blättchen von *Leptolobium tomentellum* Pohl, Taf. XVIII, Fig. 7, 8, durch die längliche, an der Spitze abgerundete Form, die längeren Schlingen, die unter stumpfen Winkeln abstehenden Ästchen der Secundärnerven und die schwächeren tertiären; endlich die der letztgenannten Art sehr ähnlichen Blättchen von

L. nitens Vog., Taf. XVIII, Fig. 2, durch die fast haarfeinen, entfernter stehenden Secundärnerven und die vorgezogene Spitze. Mit diesen Formen, besonders mit der hier beschriebenen zeigen Blattfossilien der Schichten von Radoboj in allen Punkten die grösste Übereinstimmung.

Leptolobium bijugum Vogel.

Taf. XVII, Fig. 5, 6.

Brasilien.

Blättchen 4, verkehrt-eiförmig oder länglich, an der Spitze abgerundet stumpf, oder seicht ausgerandet; Textur lederartig. Nervation vollkommen schlingläufig; Secundärnerven fast haarfein, entfernt, unter Winkeln von beil. 60° abgehend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen ¼; tertiäre aus dem primären unter spitzen, aus den secundären vorherrschend unter stumpfen Winkeln entspringend, ein lockeres, wenig hervortretendes, aus länglichen Maschen zusammengesetztes Netz darstellend; quaternäre Nerven wenig entwickelt, rechtläufig.

Einem Fossil aus der Flora von Sotzka sehr ähnlich.

Exostyles glabra Vog.

Taf. XIX, Fig. 6—8.

Brasilien.

Blättchen 7—10, länglich oder ei-lanzettlich, zugespitzt, gegen die Basis verschmälert, am Rande gezähnelt. Nervation netzläufig; Secundärnerven haarfein, die unteren 30—40°, die oberen 45—60° mit dem ziemlich hervortretenden primären divergirend, ungleich entfernt; tertiäre sehr fein, kaum hervortretend, sogleich in das zarte rundmaschige Netz sich auflösend.

Aus den Schichten von Radoboj erhielt ich Blättchen, welche bei ihrer trefflichen Erhaltung bis auf das feine Netz mit den hier dargestellten übereinstimmen. Wenn ich nicht irre, so sind es dieselben, welche Unger als *Desmodophyllum viticinoides* bezeichnete.

Caesalpinia Sappan Linn.

Taf. XVIII, Fig. 9, 12—14.

Ostindien.

Fieder 10—12-paarig; Blättchen 10—12-paarig, ungleich, oval oder länglich, an der Basis schief; Textur dünnhäutig. Nervation netzläufig; Secundärnerven haarfein, von dem feinen an der Spitze in ein sehr kurzes Spitzchen auslaufenden primären unter wenig

spitzen Winkeln entspringend; tertiäre aus dem primären unter spitzen, aus den secundären unter stumpfen Winkeln abgehend, ein lockeres Netz bildend.

Die Blättchen der meisten *Caesalpinia*-Arten zeichnen sich durch ihre Form und Tracht vor allen Leguminosen-Blättchen so aus, dass man sie mit Sicherheit erkennen kann. Ihre auffallend schiefe Basis, die meist zarte Textur und die im Umrisse elliptische Form sind die Hauptcharaktere derselben. Das Vorkommen des Geschlechtes *Caesalpinia* in der Flora der Tertiärzeit wurde zuerst von Hrn. Prof. Unger nachgewiesen, welcher eine sehr ausgezeichnete Form, *Caesalpinia norica* Ung., die der gegenwärtig in Brasilien verbreiteten *Caesalpinia obliqua* Vog., Taf. XIX, Fig. 4—5, sehr ähnlich ist, für die Flora von Sotzka aufstellte. Zu dieser vorweltlichen Art fügte ich in meiner tertiären Flora von Häring eine zweite, welche mit *Caesalpinia Sappan*, auch mit *C. pulcherrima*, Taf. XVIII, Fig. 10 bis 11, in der Form und Nervation der Blättchen übereinstimmt.

Mezoneuron cucullatum Wgt. et Arn.

Taf. XIX, Fig. 9, 10.

Ostindien.

Fieder 3—7paarig; Blättchen 4—5paarig, eiförmig, zugespitzt. Nervation netzläufig; Secundärnerven unter Winkeln von 30—45° abgehend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Distanzen $^1/_5$; tertiäre Nerven aus dem primären unter rechtem oder wenig spitzen, aus den secundären Nerven unter ziemlich spitzen Winkeln entspringend, oft querläufig; quaternäre Nerven rechtläufig; Netzmaschen meist queroval.

Ähnlich mit Fossilien von Radoboj.

Cassia chrysotricha Collad.

Taf. XX, Fig. 7, 8.

Guiana.

Blättchen 2-paarig, eiförmig, elliptisch oder rundlich, an der Basis sehr schief, an der äusseren Seite mehr gerundet. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven haarfein, unter wenig spitzen Winkeln abgehend; mittlere Verhältnisszahl der Distanzen $^1/_8$; tertiäre Nerven wenig entwickelt, kaum deutlich hervortretend, aus dem primären unter spitzen, aus den secundären unter stumpfen Winkeln entspringend.

Das Vorkommen von Cassien-Blättchen unter den tertiären Pflanzenresten hat zuerst Herr Prof. Unger erkannt. Eine Anzahl von verschiedenartigen Formen, welche nur hierher gestellt werden können, und Hülsenfrüchte, die am besten zu dem Geschlechte *Cassia* passen, setzen diese Thatsachen ausser jeden Zweifel. Wir haben hier eine Reihe von Blättchen dargestellt, welche grösstentheils vorweltlichen Arten entsprechen. Der eben beschriebenen Form steht eine aus den Schichten von Radoboj erschienene sehr nahe; *Cassia ovalifolia* Mart. et Gal., Taf. XIX, Fig. 2, 3, von Mexiko, eine noch unbestimmte von Blanchet gesammelte brasilianische Art, Taf. XIX, Fig. 1 und *Cassia Candolleana* Vog., Taf. XIX, Fig. 15—18, von Chili, durch kleine elliptische oder rundliche Blättchen und die hervortretende secundäre Nervatur charakterisirt; ferner die in der Nervation ziemlich übereinstimmende *C. Crista*, Taf. XIX, Fig. 11—12, *C. magnifica* Mart., Fig. 23—24, *C. indecora* H. B. K., Fig. 20—21, *C. pachycalyx* Vog., Fig. 22, und *C. arborescens* Mill., Taf. XX, Fig. 13, werden wir bei anderen Gelegenheiten auf vorweltliche Arten beziehen.

Cassia stipulacea Ait.

Taf. XX, Fig. 4, 5.

Chili.

Blättchen 8-paarig, elliptisch oder ei-lanzettförmig; an der Basis wenig schief, an der Spitze etwas vorgezogen. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven unter Winkeln von 45—55° abgehend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_6$; tertiäre Nerven spärlich, aus dem primären und den secundären unter rechtem Winkel entspringend; Netz wenig entwickelt.

Mit den Blättchen dieser Art habe ich eine in der tertiären Flora von Häring vorhandene Form, die ich *Cassia Feroniae* benannte, verglichen.

Cassia planisiliqua Lam.

Taf. XIX, Fig. 13, 14.

Guadelupe.

Blättchen 5-paarig, aus ziemlich gleicher eiförmiger Basis lanzettlich zugespitzt, von membranöser Textur. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven haarfein, genähert, unter Winkeln von 55—65° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung

$^1/_{15}$; tertiäre unter verschiedenen, meist wenig spitzen oder stumpfen Winkeln abgehend, ein feines lockeres Netz bildend.

Von den beschriebenen Blättchen unterscheiden sich die Blättchen der tropisch-amerikanischen *Cassia ramiflora* Vog. Taf. XIX, Fig. 19, nur durch die auffallender ungleichen Blatthälften, die spitzere Basis und die entfernter stehenden Secundärnerven. Beide Formen entsprechen vorweltlichen Arten.

Cassia Fistula Linn.

Taf. XX, Fig. 12.

Ostindien, Brasilien, Mexiko, Antillen, Ägypten.

Blättchen 4—8-paarig, eiförmig oder ei-länglich, etwas zugespitzt, an der Basis abgerundet. Nervation netzläufig; Secundärnerven haarfein, sehr ästig, genähert, unter 50—60° entspringend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_{16}$; tertiäre Nerven aus dem primären unter den angegebenen spitzen, aus den secundären fast unter noch spitzeren Winkeln abgehend, kaum hervortretend, querläufig; quaternäre rechtläufig, ein sehr vollkommen entwickeltes rundmaschiges Netz darstellend.

Cassia splendita Vog.

Taf. XX, Fig. 11.

Brasilien.

Blättchen elliptisch oder eiförmig-länglich, gegen die Spitze zu nur wenig verschmälert, stumpflich, an der Basis abgerundet. Nervation vollkommen schlingläufig; Secundärnerven nur um die Hälfte schwächer als der ziemlich hervortretende, in ein kleines Endspitzchen auslaufende primäre, unter Winkeln von 60—70° abgehend; schlingenbildende Ästchen unter spitzem Winkel divergirend; mittlere Verhältnisszahl der Distanzen der secundären Nerven $^1/_{10}$; tertiäre aus dem primären und den secundären Nerven unter Winkeln von 80—100° entspringend, hervortretend, ein lockeres grossmaschiges Netz bildend; quaternäre fast querläufig; Netzmaschen oval oder länglich.

Cassia dentata Vog.

Taf. XX, Fig. 9, 10.

Brasilien.

Blättchen 1-paarig, eilänglich oder ei-lanzettförmig, ungleichseitig, fast sichelartig gekrümmt, nach der Basis und Spitze verschmä-

lert, am Rande gekerbt-gesägt. Nervation netzläufig; Secundärnerven haarfein, die oberen unter 30—40°, die unteren unter 20—30° abgehend; mittlere Verhältnisszahl der Entfernung 1/6; tertiäre Nerven aus dem primären und den secundären unter spitzen Winkeln entspringend, sehr fein, kaum hervortretend, ein lockeres, aus unregelmässigen grossen Maschen zusammengesetztes Netz darstellend.

Cynometra cauliflora Linn.

Taf. XXI, Fig. 2, 3.

Ostindien.

Blättchen 1-paarig, elliptisch-eiförmig oder ei-lanzettlich, ungleichseitig, nach beiden Enden etwas verschmälert, an der Spitze ausgerandet. Nervation vollkommen schlingläufig; Secundärnerven unter Winkeln von 50—60° abgehend; mittlere Verhältnisszahl der Distanzen 1/6; schlingenbildende Ästchen unter sehr stumpfen Winkeln divergirend, Schlingen dem Rande fast parallel; tertiäre Nerven aus dem primären unter spitzen, aus den secundären unter stumpfen Winkeln entspringend, ein lockeres, aus grossen rundlichen Maschen bestehendes Netz bildend; quaternäre Nerven kaum deutlich entwickelt.

Unter den Fossilien von Sotzka fand sich ein Blatt, dessen macerirte Beschaffenheit den weiteren Verlauf der Secundärnerven wohl nicht so weit erkennen liess, um zu bestimmen, ob sie schling- oder netzläufig sind, welches jedoch genau die Form der hier dargestellten *Cynometra*-Blättchen zeigt. Wir machen daher auf diese Analogie vorläufig aufmerksam.

Hymenaea splendita Vog.

Taf. XXI, Fig. 4.

Brasilien.

Blättchen 1-paarig, elliptisch oder ei-lanzettförmig, ungleichseitig, an der stumpflichen Spitze kurz-verschmälert; an der abgerundeten Basis auffallend schief; Textur derb, lederartig. Nervation unvollkommen schlingläufig; Secundärnerven der breiteren Blatthälfte unter 60—65°, die der schmäleren unter 40—50° abgehend; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung 1/8; schlingenbildende Ästchen unter rechtem Winkel divergirend; tertiäre Nerven aus dem primären unter spitzen Winkeln, aus den secundären vorherrschend unter 90° entspringend, haarfein, ein lockeres, wenig hervortretendes Netz

bildend; quaternäre rechtläufig, ein äusserst feines, rundmaschiges Netz darstellend.

Dieser Form und den sehr ähnlichen Blättchen von *Hymenaea stilbocarpa* Hayne, Taf. XXII, Fig. 1, und einer noch nicht näher bestimmten brasilianischen Art, Taf. XXI, Fig. 1, scheint eine in der fossilen Flora von Radoboj vorkommende, nur noch mit den Blättchen von Sapindaceen zu vergleichende Blattform zu entsprechen.

Bauhiniae sp.

Taf. XXI, Fig. 7, 8. — Taf. XXII, Fig. 2—7.

Blatt aus zwei, meist der Länge nach mehr oder weniger verwachsenen Blättchen zusammengesetzt. Nervation strahlläufig; Secundärnerven verhältnissmässig stark hervortretend, meist an der Spitze oder nach aussen ästig, die mittleren gerade, die äusseren bogig; Tertiärnerven meist querläufig, sehr ästig; quaternäre rechtläufig.

Das Vorkommen dieses Geschlechtes in der Flora der Tertiärzeit ist durch das Erscheinen der sehr charakteristischen Blattformen desselben unter den Pflanzenfossilien der tertiären Schichten ausser Zweifel gesetzt. Die so reichhaltige Flora von Radoboj lieferte bisher zwei Blattformen, von denen eine den Blättern der ostindischen *Bauhinia acuminata* Linn., Taf. XXII, Fig. 6, die andere einer noch unbestimmten asiatischen Art, Fig. 3, entsprechen dürfte. Aus den Schichten von Sotzka erhielt ich Blätter, die denen der ostindischen *Bauhinia scandens* Roxb., Taf. XXII, Fig. 7, ähnlich sehen.

Humboldtia laurifolia Vahl.

Taf. XXI, Fig. 5, 6.

Java.

Blätter abgebrochen, gefiedert, Blättchen 4—6-paarig, eilänglich, lang zugespitzt. Nervation vollkommen schlingläufig; Secundärnerven aus dem hervortretenden nach der Spitze allmählich verschmälerten primären unter Winkeln von 70—80° entspringend, fast haarfein, jedoch scharf hervortretend, gerade; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung zur Länge des primären $^1/_5$; Schlingen bildende Ästchen unter stumpfen Winkeln divergirend, Schlingen dem Rande parallel, oft bis 5 Millim. von demselben abstehend, an der Aussenseite von einer Kette grosser und hervortretender Tertiärschlingen eingefasst;

Tertiärnerven aus dem primären unter nahe rechtem Winkel, aus den secundären unter spitzen Winkeln abgehend, sehr fein, wenig hervortretend; quaternäres Netz ansehnlich, gleichförmig; Maschen im Umrisse rundlich, stark hervortretend.

Copaifera nitida Mart..

Taf. XX, Fig. 1, 2.

Tropisches Amerika.

Blätter gefiedert; Blättchen eiförmig, spitzlich, schief. Nervation netzläufig; Secundärnerven haarfein, aus dem starken Mediannerven unter Winkeln von 65—75° entspringend; sehr ästig; mittlere Verhältnisszahl ihrer Entfernung $^1/_{18}$; Tertiärnerven kaum stärker als die sehr feinen, ein äusserst zartes, rundmaschiges Netz darstellenden Netznerven.

Ähnlich in der Form und secundären Nervation, jedoch durch das feinere, dem unbewaffneten Auge kaum erkennbare Netz wesentlich verschieden sind die Blättchen einer noch unbenannten Art von Guiana, Fig. 3.

Copaifera cordifolia Mart.

Taf. XX, Fig. 6.

Tropisches Amerika.

Blättchen eiförmig oder rundlich-elliptisch, an der Basis und Spitze oft ausgerandet. Nervation netzläufig; Secundärnerven kaum stärker als die sehr feinen, ein gleichförmiges, äusserst zartes rundmaschiges Netz bildenden Tertiär- und Netznerven, aus dem an der Basis mächtigen, gegen die Spitze zu haarfeinen Mediannerven unter Winkeln von 60—75° entspringend; mittlere Verhältnisszahl der Entfernung beiläufig $^1/_{30}$.

Erklärung der Tafeln.

Taf. I.

Fig. 1. Blatt von *Chorozema cordatum* Lindl. Von Neuholland. In der Sammlung des k. k. botanischen Museums.

„ 2. Blatt von *Daviesia latifolia* R. Brown. Insel Van Diemen. Aus der Sammlung des Herrn J. Zahlbruckner.

„ 3, 4. Blätter von *Daviesia rhombifolia* Meisn. Neuholland. Aus der genannten Sammlung.

„ 5. *Pultenaea daphnoides* Smith. Ostküste von Neuholland. Aus der genannten Sammlung.

Fig. 6. *Gastrolobium Brownii* Meisn. Neuholland. Aus der Sammlung des k. k. botanischen Museums.

„ 7. *Gastrolobium praemorsum*. Neuholland. Aus der Sammlung des Herrn J. Zahlbruckner.

„ 8—11. *Gastrolobium bilobum* R. Brown. Südwestküste von Neuholland. Cultivirt im kais. botanischen Hofgarten zu Schönbrunn.

„ 12. Blatt von *Gastrolobium daphnoides*. Neuholland. Aus der Sammlung des Herrn J. Zahlbruckner.

„ 13. Blatt von *Daviesia cordata* Smith. Neuholland. Aus der Sammlung des k. k. botanischen Museums.

„ 14—18. Blätter von *Podolobium staurophyllum* Sieb. Ostküste von Neuholland. Aus der Sammlung des Herrn J. Zahlbruckner.

Taf. II.

Fig. 1—3. Blätter von *Mirbelia grandiflora* Ait. Neuholland. Aus der genannten Sammlung.

„ 4—7. Blätter von *Mirbelia dilatata* R. Brown. Neuholland. Aus der Sammlung des k. k. botanischen Museums.

„ 8—11. Blätter von *Mirbelia rubiaefolia*. Neuholland. Aus der Sammlung des Herrn J. Zahlbruckner.

„ 12. Blatt von *Lalage ornata* Lindl. Westliches Neuholland. Cultivirt im kais. Hofgarten zu Schönbrunn.

„ 13. Blatt von *Plagiolobium chorozemaefolium* Sweet. Ostküste von Neuholland. Aus der Sammlung des Herrn J. Zahlbruckner.

„ 14. Blatt von *Platychilum Celsianum* Delaun. Neuholland. Aus der genannten Sammlung.

„ 15. Blatt von *Hovea latifolia* Lodd. Ostküste von Neuholland. Aus der genannten Sammlung.

„ 16, 17. Blätter von *Hovea Celsii* Bonpl. Neuholland. Aus der genannten Sammlung.

„ 18, 19. *Platylobium parviflorum* Smith. Neuholland. Aus der genannten Sammlung.

„ 20. *Platylobium cordatum* Smith. Neuholland. Aus derselben Sammlung.

„ 21. Blatt von *Platylobium triangulare* R. Brown. Insel Van-Diemen und südliches Neuholland. Aus der Sammlung des k. k. botanischen Museums.

„ 22, 23. Blätter von *Platylobium formosum* Smith. Neuholland. Aus der Sammlung des Herrn J. Zahlbruckner.

„ 24. Blatt von *Hovea venulosa*. Neuholland. Aus der genannten Sammlung.

Taf. III.

Fig. 1—3. *Callistachys parviflora* Benth. Von Neuholland. Aus der Sammlung des k. k. botanischen Museums.

„ 4, 5. *Oxylobium capitatum* Benth. Neuholland. Aus der Sammlung des Herrn J. Zahlbruckner.

„ 6, 7. Blätter von *Oxylobium angustifolium* A. Cunn. Neuholland. Aus der Sammlung des Herrn J. Zahlbruckner.

Fig. 8. 9. Blätter von *Oxylobium spinosum* De Cand. Neuholland. Aus der Sammlung des k. k. botanischen Museums.

„ 10. 11. Blätter von *Podolobium scandens* De Cand. Fig. 10 die untere Fig. 11 die obere Blattfläche darstellend. Neuholland. Aus der Sammlung des Herrn J. Zahlbruckner.

„ 12—18. Blätter von *Podolobium trilobatum* R. Brown. Aus Neuholland. Cultivirt im kais. botanischen Hofgarten zu Schönbrunn.

Taf. IV.

Fig. 1, 2. Blätter von *Podalyria styracifolia* Sims. Vom Cap. Aus der Sammlung des k. k. botanischen Museums.

„ 3, 4. Blätter von *Podalyria sericea* R. Brown. Vom Cap. Cultivirt im kais. botanischen Hofgarten zu Schönbrunn.

„ 5—7. Blätter von *Brachysema praemorsum* Meisn. Von Neuholland. Aus der Sammlung des k. k. botanischen Museums.

„ 8, 9. Blätter von *Callistachys ovata* Sims. Aus Neuholland. Cultivirt im kais. botanischen Hofgarten zu Schönbrunn.

„ 10, 11. *Brachysema latifolium* R. Brown. Von Neuholland. Aus der Sammlung des Herrn J. Zahlbruckner.

„ 12. *Callistachys lanceolata* Vent. Von Neuholland. Cultivirt im kais. botanischen Hofgarten zu Schönbrunn.

Taf. V.

Fig. 1—3. Blättchen von *Kennedya rubicunda* Vent. Neuholland. Cultivirt im kais. botanischen Hofgarten in Schönbrunn.

„ 4. Endblättchen, Fig. 5 Blatt von *Kennedya arenaria* Benth. Neuholland. Aus dem Herbarium des k. k. botanischen Museums.

„ 6. Blatt von *Kennedya prostrata* R. Brown. Ostküste von Neuholland. Aus dem genannten Herbarium.

„ 7—9. Blätter von *Zichya coccinea* Benth. Südwestküste von Neuholland. Aus genanntem Herbarium.

„ 10. Blatt von *Kennedya arabica* Hochst. et Steud. Aus genanntem Herbarium.

Taf. VI.

Fig. 1—4. Blätter von *Hardtenbergia monophylla* Benth. Ostküste von Neuholland. Aus dem genannten Herbarium.

„ 5. Blatt von *Kennedya macrophylla*. Cultivirt im kais. Hofgarten in Schönbrunn.

„ 6. Blatt von *Hardtenbergia cordata* Benth. Neuholland. Aus der Sammlung des Herrn J. Zahlbruckner.

Taf. VII.

Fig. 1, 2. Blättchen von *Collaea pedunculuris* Benth. Brasilien.

„ 3. *Zichya sericea* Benth. Von Neuholland.

„ 4. Blättchen von *Collaea glaucescens* Benth. Aus Brasilien.

„ 5. Blättchen von *Collaea Neesii* Benth. Brasilien.

„ 6. Blättchen von *Collaea macrophylla* Benth. Aus Brasilien. Sämmtlich aus dem Herbarium des k. k. botanischen Museums.

Taf. VIII.

Fig. 1. *Bionia coriacea* Benth. Brasilien.
„ 2. Blättchen von *Collaea velutina* Benth. Von Brasilien.
„ 3. Blättchen von *Bionia acuminata* Benth. Brasilien.
„ 4. Blatt von *Collaea scarlatina* Mart. Brasilien.
Sämmtlich aus dem Herbarium des k. k. botanischen Museums.

Taf. IX.

Fig. 1. Blättchen von *Dioclea lasiocarpa* Mart. Aus Brasilien.
„ 2. *Dioclea violacea* Mart. Brasilien.
„ 3. *Dolichos ciliatus* Klein in Willd. Von Ostindien.
„ 4. Blättchen von *Erythrina isopetala* Lam. Von Rio Janeiro.
„ 5. Blättchen von *Dioclea argentea*. Brasilien.
Sämmtlich aus dem Herbarium des k. k. botanischen Museums.

Taf. X.

Fig. 1, 2. Blättchen von *Erythrina coralloides* De Cand. Mexiko.
„ 3. Blatt von *Erythrina Humeana*.
„ 4. Blatt von *Mucuna pruriens* De Cand. Molukken.
„ 5—7. Blättchen von *Dolichos lignosus* Linn. Aus Ostindien.
Sämmtlich aus dem Herbarium des k. k. botanischen Museums.

Taf. XI.

Fig. 1. Blättchen von *Butea frondosa* Roxb. Ostindien.
„ 2—4. Blättchen von *Trioptolemaea ovata*.
„ 5, 6. *Pterocarpus Indicus* Willd. Aus Ostindien.
„ 7. Blättchen einer noch unbestimmten *Erythrina*-Art aus Mexiko.
Sämmtlich aus dem Herbarium des k. k. botanischen Museums.

Taf. XII.

Fig. 1, 2. *Hecastophyllum Brownii* Pers. Von den Caribischen Inseln.
„ 3—5. Blättchen von *Pterocarpus australis* Endl. Insel Norfolk.
„ 6. Blättchen von *Hecastophyllum violaceum* Benth. Guiana.
„ 7. *Pterocarpus santalinus* Linn. Ostindien.
Sämmtlich aus der Sammlung des k. k. botanischen Museums.

Taf. XIII.

Fig. 1. Blättchen von *Centrolobium robustum* Mart. Aus Brasilien.
„ 2, 3. Blättchen von *Machaerium secundiflorum* Mart. Brasilien.
„ 4. Blättchen von *Machaerium oblongifolium* Vog. Brasilien.
„ 5. Blättchen von *Machaerium lanceolatum*. Brasilien.
„ 6, 7. Blättchen von *Machaerium ferrugineum* Pers. Guiana.
„ 8—10. Blättchen von *Machaerium mutieum* Benth. Brasilien.
Sämmtlich aus dem Herbarirm des k. k. botanischen Museums.

Taf. XIV.

Fig. 1, 2. Blättchen von *Machaerium lineatum* Benth. Brasilien.
„ 3—6. Blättchen von *Machaerium erianthum* Benth. Brasilien.
„ 7, 8. *Sphinctolobium floribundum* Vog. Brasilien.

Fig. 9. Blättchen von *Milletia caffra*.
„ 10. Blättchen von *Trioptolemaea glabra* Benth. Brasilien.
„ 11. Blatt von *Dalbergia mirabilis*. Ostindien.
„ 12. Blättchen von *Trioptolemaea montana* Mart. Brasilien.
„ 13, 14. *Sphinctolobium nitidum* Vog. Brasilien.
Sämmtlich aus der Sammlung des k. k. botanischen Museums.

Taf. XV.

Fig. 1—3. Blättchen von *Trioptolemaea latifolia* Benth. Brasilien.
„ 4. *Andira pauciflora* Benth. Brasilien.
„ 5. *Andira surinamensis*. Tropisches Amerika.
„ 6. *Andira stipulacea* Benth. Brasilien.
„ 7. Blatt, Fig. 8, 9 Blättchen von *Callisemaea grandiflora* Benth. Brasilien.
Sämmtlich aus dem Herbarium des k. k. botanischen Museums.

Taf. XVI.

Fig. 1, 2. Blättchen von *Andira paniculata* Benth. Brasilien.
„ 3. Blättchen, Fig. 4 Blatt von *Commilobium polygaliflorum* Benth. Brasilien.
„ 5. Blättchen von *Andira acuminata* Benth. Brasilien.
„ 6, 7. Blättchen von *Platypodium viride* Vog. Brasilien.
„ 8, 9. Blättchen von *Sophora heptaphylla* Linn. Ostindien.
Sämmtlich aus dem Herbarium des k. k. botanischen Museums.

Taf. XVII.

Fig. 1. *Phellocarpus laxiflorus* Benth. Aus Brasilien.
„ 2—4. *Leptolobium leiocarpum* Vog. Brasilien.
„ 5, 6. *Leptolobium bijugum* Vog. Brasilien.
„ 7. *Cladrastis lutea*. Nord-Amerika.
„ 8—10. *Leptolobium elegans* Vog. Brasilien.
„ 11, 12. *Ormosia coccinea* Jacks. Guiana.
Sämmtlich Blättchen, aus der Sammlung des k. k. botanischen Museums

Taf. XVIII.

Fig. 1. *Ormosia minor* Vog. Brasilien.
„ 2. *Leptolobium nitens* Vog. Brasilien.
„ 3, 4. *Leptolobium tomentosum* Pohl. Brasilien.
„ 5, 6. *Leptolobium dasycarpum* Vog. Brasilien.
„ 7, 8. *Leptolobium tomentellum* Pohl. Brasilien.
„ 9, 12—14. *Caesalpinia Sappan* Linn. Ostindien.
„ 10—11. *Poinciana pulcherrima* Linn. Ostindien.
Sämmtlich Blättchen, aus der Sammlung des k. k. botanischen Museums.

Taf. XIX.

Fig. 1. Eine noch unbestimmte von Blanchet in Brasilien gesammelte *Cassia*-Art.
„ 2, 3. *Cassia ovalifolia* Mart. et Gal. Brasilien.

Naturselbstdruck aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

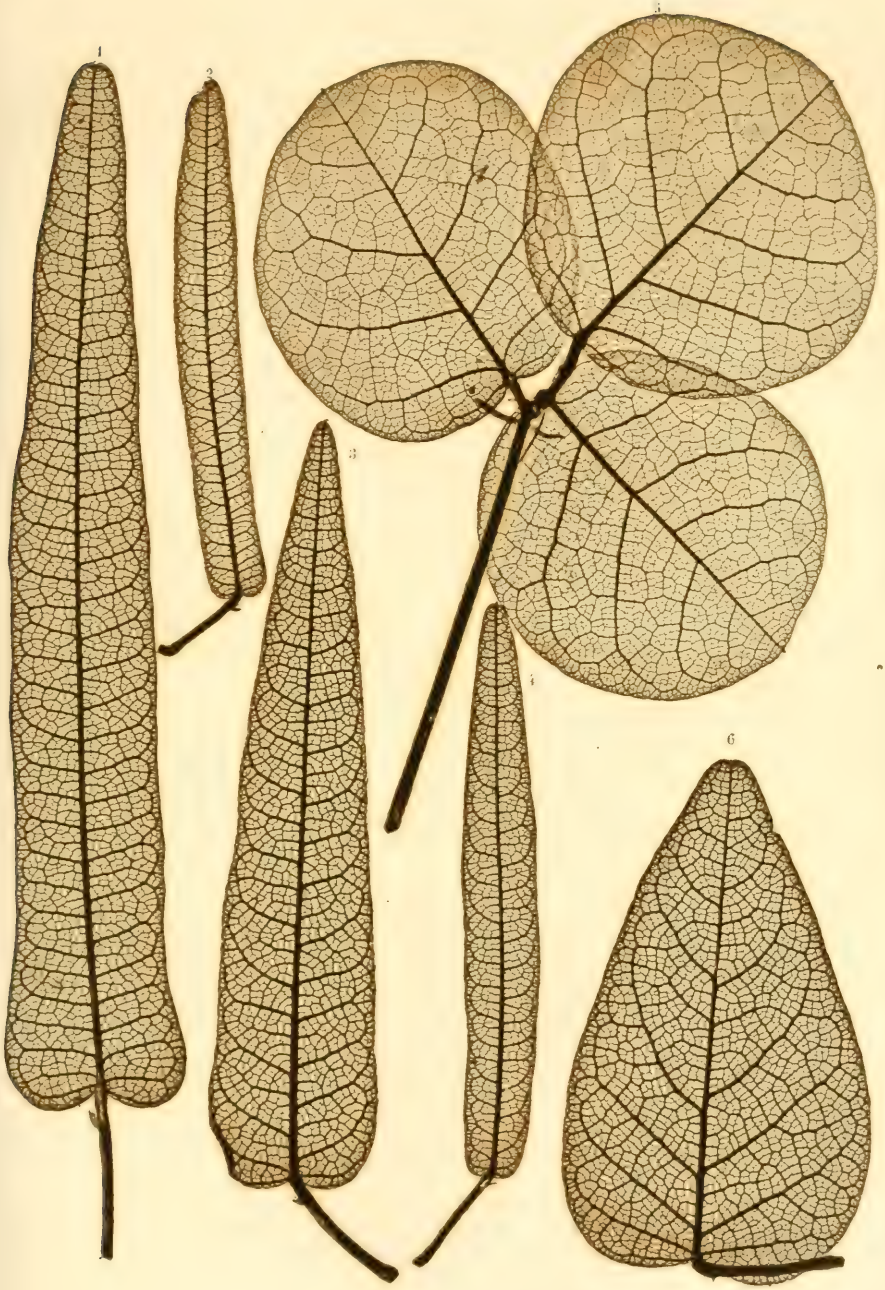
Sitzungsber. der kais. Akad. d. Wissensch. mathem.-naturw. Cl. XII. Bd. IV. Hft. 1854.

Naturselbstdruck aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

Naturselbstdruck aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

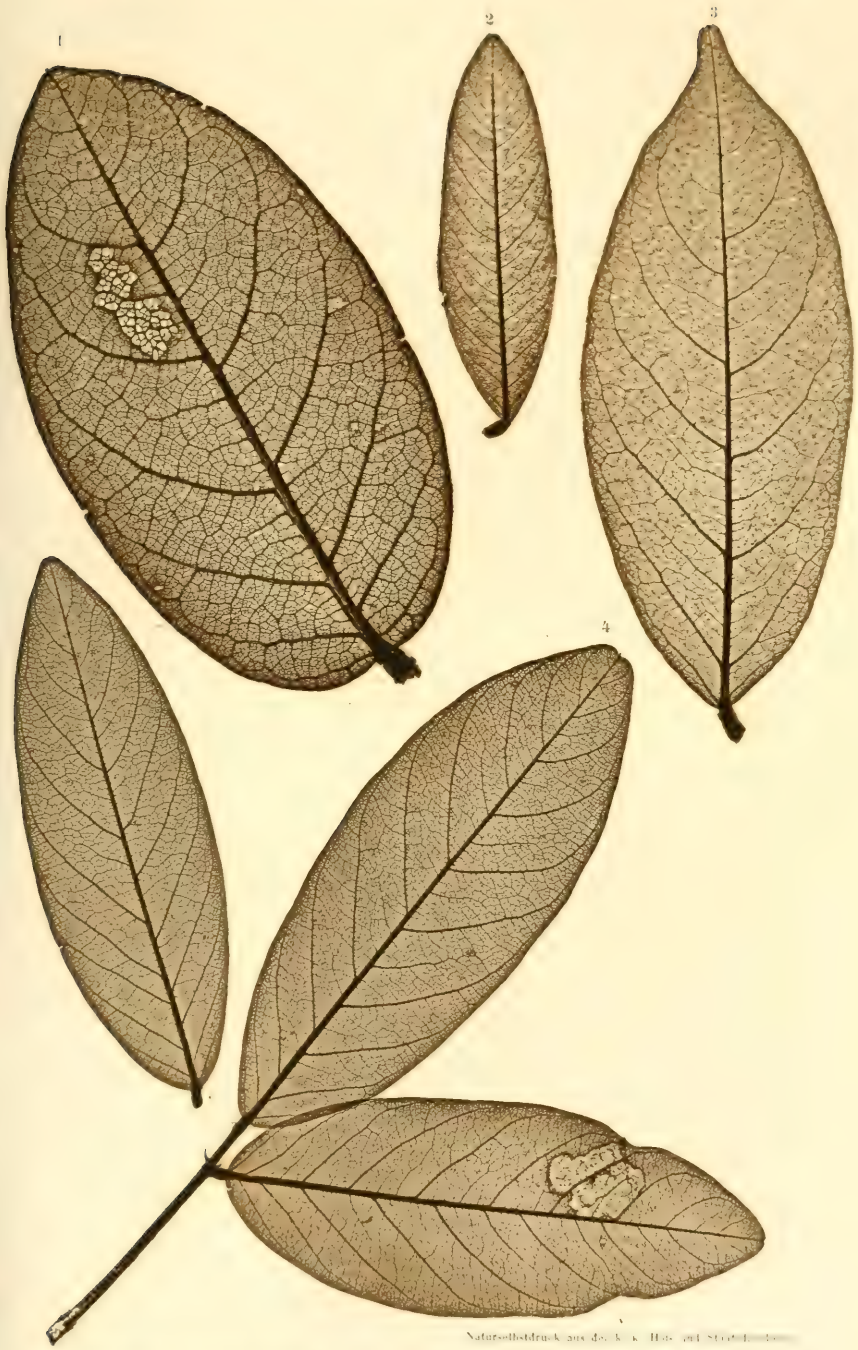
Sitzungsber. der kais. Akad. d. Wissensch. mathem.-naturw. Cl. XII. Bd. IV. Hft. 1854.

Naturselbstdruck aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.



Sitzungsber. der kais. Akad. d. Wissensch. mathem.-naturw. Cl. XII. Bd. IV. Hft. 1854.

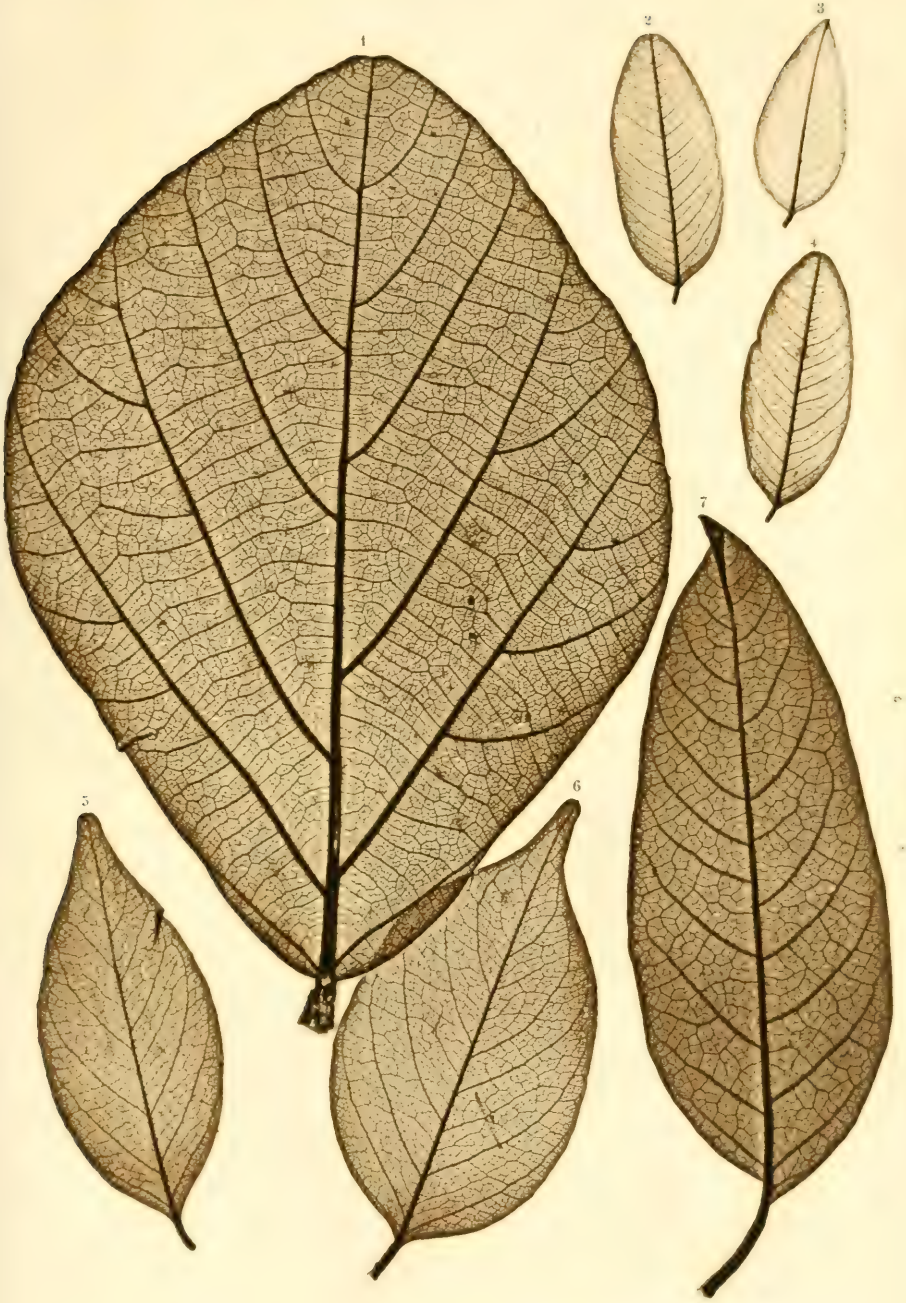
Sitzungsber. der kais. Akad. d. Wissensch. mathem.-naturw. Cl. XII. Bd. IV. Hft. 1854.



Naturselbstdruck aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

Naturselbstdruck aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

1
3
4
2
5
6
7



Naturselbstdruck aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei

1
3
2
4
6
7

Naturselbstdruck a. d. k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

Sitzungsber. der kais. Akad. d. Wissensch. mathem.-naturw. Cl. XII. Bd. IV. Hft. 1854.

Sitzungsber. der kais. Akad. d. Wissensch. mathem.-naturw. Cl. XII. Bd. IV. Hft. 1854.

Naturselbstdruck aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

Naturselbstdruck aus der k. k. Hof- und Staats-Druckerei.

Sitzungsber. der kais. Akad. d. Wissensch. mathem.-naturw. Cl. XII. Bd. IV. Hft. 1854.

Naturselbstdruck aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

Naturselbstdruck aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

Natur-Holldruck aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei.

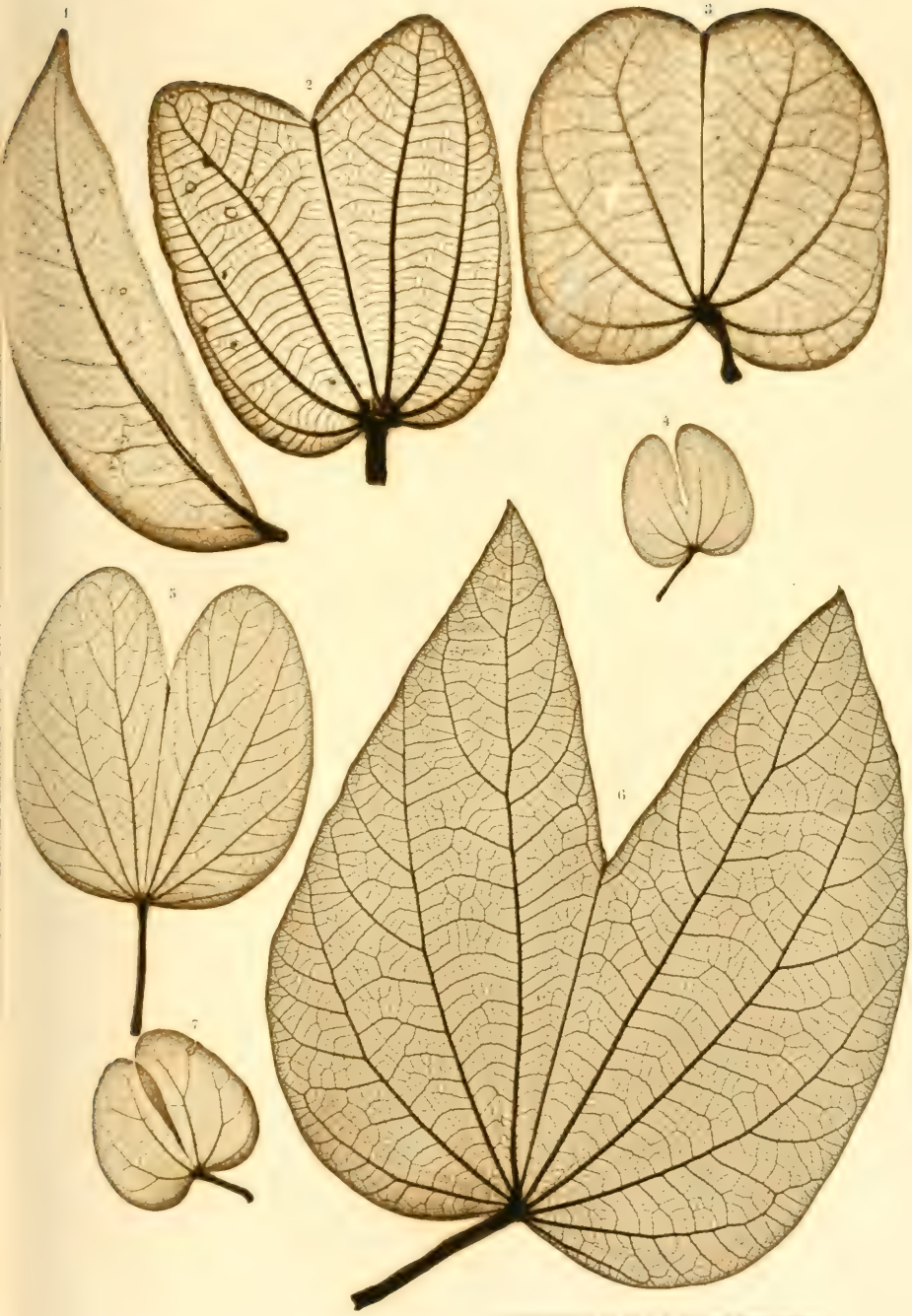

1
2
3
4
5
6
7

Fig. 4, 5. *Caesalpinia obliqua* Vog. Brasilien.
„ 6—8. *Exostyles glabra* Vog. Brasilien.
„ 9, 10. *Mezoneuron cucullatum* Wgt. et Arn. Ostindien.
„ 11, 12. *Cassia Crista*. Tropisches Amerika.
„ 13, 14. *Cassia planisiliqua* Lam. Amerika.
„ 15—18. *Cassia Candolleana* Vog. Chili.
„ 19. *Cassia acuminata* W. (*C. ramiflora* Vog.). Guiana.
„ 20, 21. *Cassia indecora* Humb. Bonpl. et K. Caracas.
„ 22. *Cassia pachycalyx* Vog. Brasilien.
„ 23, 24. *Cassia magnifica* Mart. Brasilien.
Sämmtlich Blättchen, aus der Sammlung des k. k. botanischen Museums.

Taf. XX.

Fig. 1, 2. *Copaifera nitida*. Brasilien.
„ 3. *Copaifera*-Art, noch unbestimmt, von Schombourgk in Guiana gesammelt.
„ 4, 5. *Cassia stipulacea* Ait. Chili.
„ 6. *Copaifera cordifolia* Mart. Brasilien.
„ 7, 8. *Cassia chrysotricha* Collad. Guiana.
„ 9, 10. *Cassia dentata* Vog. Brasilien.
„ 11. *Cassia splendita* Vog. Brasilien.
„ 12. *Cassia Fistula* Linn. Antillen.
„ 13. *Cassia arborescens* Mill. Brasilien.
Sämmtlich Blättchen, aus dem Herbarium des k. k. botanischen Museums.

Taf. XXI.

Fig. 1. *Hymenaea*-Art aus Brasilien.
„ 2, 3. *Cynometra cauliflora* Linn. Ostindien.
„ 4. *Hymenaea splendita* Vog. Brasilien.
„ 5, 6. Blättchen von *Humboldtia laurifolia* Vahl. Java.
„ 7, 8. Blatt einer *Bauhinia*-Art aus Brasilien.

Taf. XXII.

Fig. 1. Blättchen von *Hymenaea stilbocarpa* Hayne. Aus Brasilien.
„ 2—4. Blätter von noch unbestimmten *Bauhinia*-Arten.
„ 5. Blatt von *Bauhinia tomentosa* Linn. Aus Ceylon.
„ 6. Blatt von *Bauhinia acuminata* Linn. Ostindien.
„ 7. Blatt von *Bauhinia scandens* Roxb. Nepal.
Sämmtlich aus dem Herbarium des k. k. botanischen Museums.

Beiträge zur Frage: Über den Isomorphismus homologer Verbindungen.

Von **Dr. Titus v. Alth.**

Die homologen Verbindungen bieten in ihren Elementen, wie in allen ihren chemischen Beziehungen eine so grosse Übereinstimmung dar und die innere molekulare Anordnung ihrer Elemente, so weit wir sie erschliessen können, muss nahezu so gleich sein, dass wohl jeder Chemiker den Gedanken schon hatte und es wahrscheinlich findet, dass dieselben auch isomorph sein müssen. Hin und wieder, und da spärlich, finden sich in der Abhandlung über die Untersuchung homologer Verbindungen Bemerkungen über ihre Krystallgestalt oder das Verhältniss zum Isomorphismus.

Auf Veranlassung des Professors Redtenbacher habe ich aus zwei homologen Reihen krystallographisch bestimmbare Verbindungen dargestellt und ihre Zusammensetzung ermittelt. Mein Freund Schabus hat dieselben untersucht und in seiner akademischen Preisschrift „über die Krystallgestalt chemischer Producte der Laboratorien" publicirt.

Die homologen Verbindungen bieten aber auch besondere Schwierigkeiten dar, da die meisten, wenn sie auch krystallisiren, nicht in bestimmbaren Krystallen oder mit ungleichem Wassergehalte erscheinen. Aus den Untersuchungen von A. W. Hofmann wissen wir, dass das Doppelsalz aus Platinchlorid und der Chlorverbindung des Tetramethylammoniums, des Teträthylammoniums, so wie nach Th. Wertheim dasselbe Salz des Trymethylammoniums in Oktaedern krystallisirt. H. Will (Ann. d. Chem. u. Pharm. 42. 111) hat früher schon den Eisenoxydchininalaun beobachtet. Lies (Compt. rend. 27. 321) gibt an, dass das buttersaure und essigsaure Kupferoxyd isomorph seien. Da die Versuche von H. Will, A. W. Hofmann, so wie von Th. Wertheim schon zeigten, dass die homologen Ammoniake im Platinsalze unter einander und mit Ammonium, so wie mit Kalium, Natrium isomorph sind, versuchte ich einen Alaun darzustellen, in welchem im ersten Gliede der Formel Methylamin enthalten ist.

Methylaminalaun, $C_2 H_5 N . Al_2 O_3 . 4SO_3 + 24HO$. Salzsaures Methylamin aus cyansaurem und cyanursaurem Methyloxyde dargestellt, wurde durch oftmaliges Auflösen in absolutem Alkohol von allem Salmiak befreit, mit schwefelsaurer Thonerde in Lösung gebracht und zur freiwilligen Krystallisation hingestellt. Das Salz, welches zuerst anschoss und noch ziemlich undeutlich war, wurde durch mehrmaliges Umkrystallisiren gereinigt, bis es in ganz deutlichen, bis zu einem halben Zoll grossen wasserhellen Oktaedern erhalten wurde.

Diese Krystalle wurden der Untersuchung unterzogen.

0·688 Grm. Salz gaben längere Zeit bis auf 150° C. erhitzt

0·380 Grm. Rückstand als wasserfreies Salz, oder

0·308 Grm. Wasser als Verlust = 44·77 Procente.

Bei einem zweiten Versuche gaben:

3·122 Grm. Salz 1·718 Grm. trockenes Salz und

1·404 Grm. Wasser = 44·97 Procente.

ferner gaben:

0·688 Grm. Salz 0·697 schwefelsauren Baryt oder Schwefelsäure in Procenten = 34·78.

Dieselbe Menge Salz gab ferner:

0·077 Thonerde, in Procenten = 11·19.

	Berechnet.		Gefunden.
4 Äq. Schwefelsäure	160·0	— 34·23	— 34·78
1 „ Thonerde	51·4	— 11·00	— 11·19
1 „ Methylamin	40·0	— 8·56	— —
24 „ Wasser	216·0	— 46·21	— 44·97
Methylaminalaun	476·4	— 100·00	—

Das Krystallwasser ist um ein Procent zu gering gefunden, was wohl darin seinen Grund hatte, dass diese Versuche zu heisser Sommerszeit gemacht wurden und die Krystalle schon etwas Wasser abgegeben hatten; damit stimmt auch der Überschuss an Schwefelsäure und Thonerde, welche die Analyse gab.

Die krystallographische Bestimmung ergab Neigung einer Oktaederfläche zur anderen = 109° 26′ bis 30′.

Äthylaminalaun, $C_4 H_7 N . Al_2 O_3 . 4SO_3 + 24HO$. Dieser Alaun wurde von meinen Collegen, den Herren Stenner und Kamner dargestellt und untersucht. Er wurde auf zweierlei Art darzustellen versucht. — Zuerst wurde saure, schwefelsaure Thonerde mit

Äthylamin versetzt. Der herausgefallene Alaun wurde durch Kochen wieder aufgelöst und zur Krystallisation eingedampft. Die anschiessenden Krystalle waren kleine, regelmässige Oktaeder mit den Combinationsflächen des Hexaeders.

Beim zweiten Versuche wurde die Lösung der sauren, schwefelsauren Thonerde mit salzsaurem Äthylamin versetzt. Es entwickelte sich beim Kochen Salzsäure, aber selbst bei starker Concentration krystallisirte kein Alaun heraus. Um das überschüssige, schwefelsaure Äthylamin zu entfernen, wurde die Lösung zur Trockene gebracht das rückständige Salz mit absolutem Alkohol ausgezogen, der unlösliche Rückstand in Wasser aufgelöst und zur Krystallisation abgedampft. Es schossen salpeterähnliche Krystalle an, welche bis auf die Krystallgestalt, in Durchsichtigkeit, Härte und Glanz ganz mit den früheren Alaunkrystallen übereinstimmten. Als aber diese Krystalle wieder umkrystallisirt wurden, entstanden deutliche bis zu einem Zoll grosse oktaedrische Krystalle des Äthylaminalauns.

1 Grm. Salz fein gepulvert durch mehrere Tage bis auf 140° C. erhitzt, verlor:

0·453 Grm. Wasser in Procenten = 45·30;

dieselbe Menge Salz gab:

0·972 Grm. schwefelsauren Baryt oder Schwefelsäure in Procenten = 33·38 ferner 0·110 Grm. Thonerde oder in Procenten 11·0.

		Berechnet		Gefunden
4 Äq.	Schwefelsäure	160·0 —	33·24 —	33·38
1 „	Thonerde	51·4 —	10·68 —	11·00
1 „	Äthylamin	54·0 —	11·21 —	—
24 „	Wasser	216·0 —	44·87 —	45·30
Äthylaminalaun		481·4 —	100·00	—

Eine bei 25° C. gesättigte Lösung dieses Alauns enthielt auf einen Theil krystallisirten Alauns 6·89 Theile Wasser.

Die krystallographische Bestimmung ergab die Neigung einer Oktaederfläche zur andern = 109° 27′ bis 29′.

Amylaminalaun. Dieser Alaun wurde auf dieselbe Art, wie die vorhergehenden Alaune darzustellen versucht. Nach mehreren Versuchen entstanden nur einige kleine Oktaeder, deren Menge zu einer chemischen Untersuchung nicht hinreichte, deren Krystallform ganz mit der der übrigen Alaune übereinstimmte, denn die Neigung der Oktaederflächen war = 109° 28′.

Aus diesen Versuchen, so wie aus denen Hofmann's, Will's und Wertheim's geht also die Isomorphie der homologen Ammoniake unter einander, so wie mit Ammonium, Kalium und Natrium hervor.

Ausser den Verbindungen aus der Reihe der homologen Ammoniake stand nur noch die zahlreiche Reihe der homologen Säuren zu Gebote, deren Anfang die Ameisensäure, die oberen Glieder, die fetten Säuren bilden. Allein nur wenige Salze dieser Säuren sind zu dem vorliegenden Zwecke brauchbar, indem kaum mehrere Glieder mit derselben Base gut krystallisiren. Das Kupfersalz schien mir das Passendste, weil mit Einschluss der Valeriansäure alle unteren Glieder gut und deutlich krystallisiren.

Das ameisensaure Kupferoxyd fällt weg, weil es mit 2 Äquivalenten Wasser krystallisirt.

Das essigsaure Kupferoxyd ist schon vielfach untersucht.

Das propionsaure Kupferoxyd war noch nicht dargestellt und untersucht; es liess sich gute Krystallisirbarkeit erwarten.

Das buttersaure Kupferoxyd war schon von Chevreuil, dann von Pelouze und endlich von Lies dargestellt und untersucht. Über den Wassergehalt waren zwei Beobachtungen vorhanden; man fand nämlich zwei und ein Äquivalent Wasser.

Das valeriansaure Kupferoxyd war zwar schon dargestellt, aber weder seine Zusammensetzung, noch seine Krystallgestalt untersucht. Diese drei Kupfersalze wurden auf zweierlei Weise darzustellen versucht. Es wurde zuerst die reine Säure durch Rectification bei dem ihr eigenthümlichen Kochpunkte aufgefangen. Mit der reinen Säure wurde entweder Kupferoxyd gesättigt oder aus der reinen Säure mit kohlensaurem Baryt eine neutrale Lösung des Barytsalzes dargestellt und diese vollständig mit schwefelsaurem Kupferoxyde gefällt. Die auf die eine oder andere Weise erhaltene Lösung wurde mit einigen Tropfen der entsprechenden Säure sauer gemacht und und zur Krystallisation hingestellt.

Das propionsaure Kupferoxyd wurde in eben so schönen, grossen, deutlichen Krystallen erhalten, wie es von buttersaurem schon bekannt ist. Das valeriansaure Kupferoxyd, viel schwerer löslich, gab nur liniengrosse Krystalle. Das Krystallwasser dieser Salze wurde durch Austrocknen des gepulverten Salzes unter dem Recipienten der Luftpumpe über Schwefelsäure bestimmt. Kupferoxyd liess sich nicht

durch einfaches Glühen bestimmen, indem sich dabei immer durch Wegstäuben ein Verlust von mehreren Procenten ergab. Es wurde daher die salpetersaure Lösung des Salzes mit reinem Kali gefällt und das Kupferoxyd möglichst gut ausgewaschen.

Propionsaures Kupferoxyd.

	Berechnet		Gefunden		
			I.	II.	III.
1 Äq. Propionsäure .	65·0 —	57·17 —	—	—	—
1 „ Kupferoxyd ..	39·7 —	34·92 —	34·36 —	34·51	—
1 „ Wasser	9·0 —	7·91 —	7·9 —	7·96 —	8.03
Propionsaures Kupferoxyd	113.7 —	100·00	—	—	—

Nach der krystallographischen Bestimmung ist das propionsaure Kupferoxyd hemiorthotyp.

$$a : b : c : d : = 13{\cdot}09 : 12{\cdot}96 : 14{\cdot}82 : 1$$

Neigung der Axe zur kurzen Diagonale = 4° 22′

$P - \infty : \breve{P}r + \infty = 94° 22'$

$P - \infty : P + \infty = 93° 17'$

$\breve{P}r + \infty = 97° 51'$

$\breve{P}r : \breve{P}r + \infty = 131° 27'$

$P - \infty : -\frac{P}{2} = 124° 32'$

Buttersaures Kupferoxyd.

	Berechnet		Gefunden	
			I.	II.
1 Äq. Buttersäure.....	79·0 —	61·86 —	—	— —
1 „ Kupferoxyd	39·7 —	31·09 —	31·03 —	—
1 „ Wasser.....	9·0 —	7·05 —	7·20 —	6·69
Buttersaures Kupferoxyd.	127·7 —	100·00	—	—

Das buttersaure Kupferoxyd ist anorthotyp.

$$a : b : c = 1 : 0{\cdot}86 : 0{\cdot}53.$$

Abweichung der Axe in der Ebene der grösseren Diagonale = 33° 50′

„ „ „ „ „ „ „ kürzern „ = 1° 4′

Neigung der Diagonale = 88° 25′

Das Perpendikel fällt gegen $-/\frac{P}{4}$

Einfache Gestalten wurden folgende beobachtet:

$$P-\infty;\quad +l\frac{P-1}{2};\quad -r\frac{P-1}{2};\quad r\frac{\breve{P}r}{2};\quad l\frac{\breve{P}r}{2};\quad +\frac{\bar{P}r}{2};$$
$$+l\frac{(\breve{P}-1)^3}{4};\quad P+\infty;\quad \breve{P}r+\infty;\quad \bar{P}r+\infty.$$

$$P+\infty = 107^0\,31'$$

Valeriansaures Kupferoxyd.

	Berechnet		Gefunden	
1 Äq. Valeriansäure	93·0	65·63	—	—
1 Äq. Kupferoxyd.....	39·7	28·02	28·03	—
1 Äq. Wasser.....	9·0	6·35	5·94	5·83
Valeriansaures Kupferoxyd	141·7	100·00	—	—

Das valeriansaure Kupferoxyd krystallisirt im hemiorthotypen Systeme.

Die Abweichung der Axe liegt in der Ebene der grösseren Diagonale.

Neigung von $P-\infty : P+\infty = 106^0\,29'$

„ „ $P-\infty : -\frac{\breve{P}r}{2} = 115^0\,28'$

$$P+\infty = 64^0\,30'$$

Aus der Untersuchung des essigsauren, propionsauren, buttersauren und valeriansauren Kupferoxydes geht hervor, dass nicht alle homologen Verbindungen isomorph sind, dass mindestens die homologen Säuren der Formel $C_n\,H_n\,O_4$ im Kupfersalze es nicht sind, indem das propionsaure und valeriansaure im hemiorthotypen, das buttersaure im anorthotypen Systeme krystallisiren und die Differenz der Winkel bei dem propionsauren und valeriansauren Kupferoxyde, welche im gleichen Systeme krystallisiren, so gross ist, dass sie kaum als isomorph betrachtet werden können. —

SITZUNG VOM 20. APRIL 1854.

Eingesendete Abhandlungen.

Mittheilung aus einem Schreiben des Herrn Professors Stokes, über das optische Schachbrettmuster.

Von dem w. M. W. Haidinger.

Herr Professor Stokes in Cambridge erfreute mich vor einiger Zeit durch ein in mannigfaltigen Beziehungen so wichtiges Schreiben, dass ich es nicht unterlassen darf, mehrere Abschnitte desselben der hochverehrten mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe vorzulegen, wozu mich namentlich auch mein hochverehrter Freund, Herr Regierungsrath von Ettingshausen, aufmunterte, dem ich jenes Schreiben gleich nach Erhalt desselben bereits mitgetheilt hatte. Es kommen darin, nebst einigen Erörterungen über die von Herrn Stokes so gründlich untersuchte Fluorescenz, mehrere der Gegenstände zur Sprache, an denen auch ich in der letzten Zeit einigen Antheil genommen, wie die Beweise für die Richtung der Lichtäther-Schwingungen senkrecht auf die Polarisationsebene, und die ich zum Theil der Aufmerksamkeit der Physiker empfohlen, wie die Polarisationsbüschel und die Erscheinung eines Schachbrettmusters durch Beugung.

Wenn auch alle diese Erscheinungen näher oder entfernter an einander schliessen und man auf diese Art sehr natürlich von dem Einen auf das Andere kommt, so besitzt doch Jedes wieder so sehr seine eigenthümlichen Interessen, dass ich recht daran zu thun glaube, jedes für sich zu erörtern, um nicht auf Einmal den Inhalt des ganzen Schreibens zu geben, vorzüglich auch darum, weil ich doch hin und wieder einige Betrachtungen anknüpfen möchte, durch welche der Umfang für eine einzelne Mittheilung gar zu umfassend werden könnte. Ich wähle für heute die werthvollen Arbeiten und Betrach-

tungen über die von mir in einer früheren Sitzung [1]) unter dem Namen des Interferenz-Schachbrettmusters beschriebenen Erscheinung. Die damalige Mittheilung selbst darf ich wohl hier in so weit als bekannt voraussetzen, dass es überflüssig wäre, die Natur derselben neuerdings auseinanderzusetzen, nur Eines dürfte mir gestattet sein in das Gedächtniss zu rufen, dass ich schon damals darauf hinweis, dass es wichtig sein würde, alle beschriebenen Beobachtungen mit optischen Apparaten zu machen, so wie auch, dass, wenn man die Sonne durch Stickpapier auf weissen Grund, etwa Papier, hindurchscheinen lässt, sich deutlich die gelben und violetten Quadrate mit weissen wechselnd zeigen. Ich versäumte aber zu bemerken, dass das Stickpapier hinter einer Loupe gehalten wurde. Aber es ist oft ein weiter Schritt zwischen Wunsch und Erfüllung, zwischen Wort und That, zwischen dem unbestimmten, allgemeinen Ausdrucke, und der Anordnung materieller Hülfsmittel und der Anwendung geistiger Schärfe, um die Erscheinungen zweckmässig herbeizuführen und zu beurtheilen. Indessen freue ich mich, dass es mir wenigstens gewährt ist, an dem gegenwärtigen Orte selbst die nachstehenden Versuche und Erklärungen anführen zu können, welche wir Herrn Professor Stokes verdanken, und die ich seinem Schreiben entnehme. Er schreibt wie folgt:

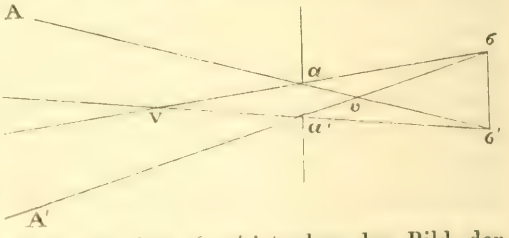
„Ich habe ähnliche Erscheinungen," wie das Interferenz-Schachbrettmuster, „auf einem Schirme dargestellt, indem ich das Sonnenlicht horizontal in ein finsteres Zimmer reflectirte, in dem Fenster, auf dem Wege des einfallenden Lichtes, ein durchlöchertes Zinkblech, wie es für Fensterblenden dient, anbrachte, mit einer grossen Linse in einiger Entfernung von dem Bleche, und das Bild des Bleches nun auf einem Blatte Papier auffing, welches von dem Bilde nach beiden Seiten gegen die Linse zu und von derselben weg bewegt werden konnte. Ich überzeugte mich, dass die Erscheinung nicht auf Interferenz beruht, sondern einen viel einfacheren Charakter besitzt, und dass die Erklärung derselben aus der geometrischen Theorie der Schatten und Halbschatten folgt. In der That kenne ich kein Interferenz-Phänomen, das auf einer breiten Lichtfläche, wie die des Himmels ist, beruht; es ist immer erforderlich, die einfallenden Strahlen zu begrenzen, indem sie etwa durch ein Loch oder einen

[1]) Am 2. October 1851. Sitzungsberichte. Bd. VII, S. 389.

Spalt gehen, oder indem man sich des Sonnenbildes einer Linse mit kurzer Brechweite bedient. In meinen Versuchen brachte ich nicht nur die Erscheinungen hervor, welche den von Ihnen beschriebenen ähnlich sind, indem ich den vollen Sonnenstrahl anwandte, sondern ich untersuchte auch die Interferenz-Wirkungen, indem ich das Bild der Sonne durch eine Linse von ziemlich kurzer Brennweite benützte und das Zinkblech nun in einige Entfernung vom Fenster rückte, und ich bin überzeugt, dass Interferenz-Wirkungen, selbst wenn sie nicht ganz unsichtbar sein sollten, doch in Ihrem Phänomen so schwach sind, dass sie vernachlässigt werden können."

„Man betrachte zuerst Licht von einem einzigen Grade der Brechbarkeit.

Es seien LL' die einfallenden Strahlen, SS' sei der durchlöcherte Schirm, ll' die Linse, $\sigma\sigma'$ das Bild der Sonne, ss' das Bild des Schirmes. Man betrachte nur den Lichtbündel, der durch eine einzige Öffnung geht. Nach der Brechung durch die Linse werden sich diese gerade so fortpflanzen als ob $\sigma\sigma'$ eine helle Scheibe wäre von der die Strahlen ausgehen, von welchen uns aber nur diejenigen angehen, welche durch das Loch $\alpha\alpha'$ durchgehen ($\alpha\alpha'$ ist aber das Bild der Öffnung), oder welche von $\sigma\sigma'$ in solchen Richtungen ausgehen, dass sie durch das Loch $\alpha\alpha'$ hindurchgehen würden, wenn man sie nicht durch den Schirm aufgefangen hätte. Es entsteht dadurch also was man einen negativen Schatten $v\alpha\ r\alpha'$ und Halbschatten $A\alpha\sigma$, $A'\alpha'\sigma'$ nennen könnte, das heisst Räume, welche für Beleuchtung eben dasjenige sind, was Schatten und Halbschatten für Finsterniss. Auf einem Schirme, mit welchem man die Strahlen auf-



fängt, würde eine Kreisfläche beleuchtet sein, am schmälsten bei $\alpha\alpha'$ (vorausgesetzt, dass $\sigma\sigma'$ grösser ist als $\alpha\alpha'$), und in dieser Entfernung auch gleichförmig hell, während bei anderen Entfernungen die Mitte heller sein wird als der Rand."

„Man betrachte nun die Wirkung des Übereinanderfallens der hellen Kreise, welche den benachbarten Öffnungen entsprechen. Um die Frage auf das Äusserte zu vereinfachen, nehme ich die Öffnungen sehr klein an, so dass man $\alpha\alpha'$ als Punkt betrachten kann. Ich nehme dabei die Anordnung der Öffnungen als die nämliche an, wie in der von Ihnen gegebenen Figur[1]). Stellt man den Schirm in den Focus, so erscheint eine Reihe heller Flecke (Fig. 1). Bewegt man den Schirm ein wenig in den Richtung gegen die Linse oder von derselben weg, so öffnen sich die lichten Flecke zu lichten Kreisflächen (Fig. 2). Es sei d die Entfernung zwischen den Mittelpunkten zweier benachbarter Kreise, in verticaler oder horizontaler Richtung. Bewegt man den Schirm so weit, bis die Radien der Kreise grösser sind als $\frac{d}{2}$, aber kleiner als $\frac{d}{\sqrt{2}}$, so werden die Ränder der Scheiben über einander fallen, etwa so wie in Fig. 3. Der Schirm wird dadurch dem grössten Theile nach beleuchtet, mit Ausnahme von dunkeln quadratartigen, regelmässig geordneten Räumen (Fig. 4). Man bewege nun den Schirm so weit, bis die Radien der vergrösserten hellen Scheiben grösser sind als $\frac{d}{\sqrt{2}}$, aber noch immer kleiner als d, dann ist der Mittelpunkt der bisher dunklen Räume durch vier über einander fallende Kreisscheiben beleuchtet (Fig. 5), während der Mittelpunkt jedes früher hellen Raumes immer noch nur von einer einzigen beleuchtet wird. Die am hellsten beleuchteten Räume des

Fig. 1.

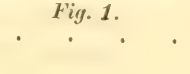


Fig. 2.

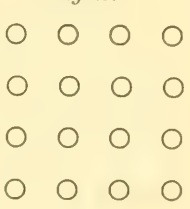


Fig. 3.

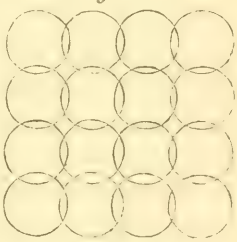


Fig. 4.

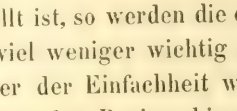
Fig. 5.

[1]) Sitzungsberichte u. s. w., Bd. VII, S. 291.

Schirmes sind also nun in regelmässiger Anordnung die Punkte wie a, welche in ihrer Lage denjenigen Gegenden des Schirmes entsprechen, welche, wenn dieser im Focus stand, die Mittelpunkte der dunkeln Zwischenräume waren. Es ist nicht nothwendig, die Details weiter zu verfolgen, nur das Eine bemerke ich noch, dass wenn der Radius nur noch um weniges kleiner ist als d, dass man dann nicht helle Punkte auf dunklem Felde, sondern dunkle Punkte auf hellem Felde hat, wobei die dunkeln Punkte in ihrer Lage den Mittelpunkten der Scheiben entsprechen, oder jenen Punkten, welche hell waren, als sich der Schirm im Focus befand.“

„Im Allgemeinen wird das gleiche Ergebniss folgen, auch wenn die Öffnungen nicht ganz klein sind aber doch noch in einigem Verhältnisse zu den Zwischenräumen stehen. Doch dürften die verschiedenen Phasen der Erscheinung in diesem Falle sich weniger auffallend darstellen, als in jenem.“

„Betrachten wir nun die Wirkung der Überlagerung der verschiedenen Bestandtheile des weissen Lichtes. Anstatt des einfachen Bildes der Sonne $\sigma\sigma'$ und des durchlöcherten Schirmes ss' haben wir eine unendliche Menge von Bildern, von welchen die stärker gebrochenen, wie $\sigma_b\sigma_b'$, $s_b\,s_b'$ näher an der Linse liegen als die weniger gebrochenen. Da der Schirm, auf welchem das Bild aufgefangen wird, ziemlich nahe an dem Orte der deutlichsten Erscheinung des durchlöcherten Schirmes aufgestellt ist, so werden die chromatischen Abweichungen des Bildes ss' viel weniger wichtig sein, als die von $\sigma\sigma'$, und sie mögen daher hier der Einfachheit wegen gänzlich übergangen werden. Wird nun also der Papierschirm aus seiner früheren Stellung im Brennpunkte von der Linse hinweggerückt, so folgen sich die verschiedenen Phasen der Erscheinung schneller für die mehr als für die weniger brechbaren Farben, und dies aus dem Grunde, weil der Schirm von $s_b s_b'$ weiter absteht, als von $s_r s_r'$. Wenn dagegen der Schirm gegen die Linse zu bewegt wird, so geschehen die Änderungen früher für die weniger als für die mehr brechbaren Farben.“



„Das gleiche Princip erklärt auch die Erscheinung im Auge. Die Hornhaut, Krystall-Linse u. s. w. nehmen den Platz der Linse ein,

die Netzhaut ersetzt den Papierschirm. Die Hauptverschiedenheit liegt in der Art, wie der durch jede einzelne Öffnung kommende Strahlenbündel begrenzt ist. In dem oben betrachteten Falle war er begrenzt durch oder in Folge der begrenzten Ausdehnung der Sonnenscheibe selbst, in dem gegenwärtigen Falle geschieht dies in Folge der begrenzten Pupille des Auges. Ferner, anstatt dass der Schirm bewegt wird, während die Bilder $s_b s_b'$ $s_r s_r'$ eine feste Lage haben, so ist es hier der Schirm (die Netzhaut), welcher fest steht, während die Bilder $s s'$ bewegt werden, in Folge der Bewegung des Gegenstandes, der diese Bilder hervorbringt, eine Bewegung, welche in allen Fällen von Brechung eine Bewegung des Bildes in derselben Richtung zur Folge hat. Aber keiner dieser beiden Umstände hat einen Einfluss auf den Erklärungsgrund."

„Man halte nun ein Stück durchlöcherte Karte oder durchlöchertes Papier gegen den Himmel, in der Entfernung der deutlichsten Sehweite, und nähere es dann allmählich dem Auge. Die wahren Bilder der Karte, welche den verschiedenen Farben entsprechen, fallen nun hinter die Netzhaut; da aber die mehr gebrochenen Bilder vor den weniger gebrochenen liegen, so sind sie weniger ausserhalb des Brennpunktes. Daher finden die Veränderungen der Erscheinung schneller Statt für die weniger als für die mehr brechbaren Farben. Wenn daher die dunkeln Zwischenräume in die dunkeln Flecken überzugehen beginnen, so sind sie roth umsäumt, weil die rothen Kreisscheiben auf der Netzhaut grösser sind als die blauen. Diese Umsäumung durch Roth, oder vielmehr durch die mehr brechbaren Farben in ihrer Folge, könnte vielleicht zu wenig lebhaft sein, um einen Eindruck hervorzubringen. Wenn durch das Übereinanderfallen der Kreise die dunkeln Flecke in helle Flecke verwandelt wurden, so sind die letzteren gelblich von dem Vorwalten der weniger brechbaren Farben, während das allgemeine Feld blaulich ist, von dem Vorwalten der mehr brechbaren. Wird die durchlöcherte Karte, aus der früheren Stellung in der Entfernung des deutlichsten Sehens in eine grössere Entfernung vom Auge gerückt, so liegen die von den verschiedenen im weissen Licht enthaltenen Farben herrührenden Bilder der Karte vor der Netzhaut, zu äusserst die mehr brechbaren, und sie sind daher entfernter vom Brennpunkte als die weniger brechbaren. Daher sind die Farben der Flecken und Zwischenräume die entgegengesetzten von denen in der früheren Lage."

„Ich bemerke hier, dass das Auge nicht achromatisch ist. Schon Fraunhofer hat dies in seinen Bemerkungen über das Spectrum gezeigt. Sehr auffallend zeigt es eine Erscheinung, welche ich längst beobachtete, und welche ich später von Prof. Dove in Berlin in einer Abhandlung angegeben fand, die er mir sandte. Wenn man einen hellen, wohlbegrenzten Gegenstand, wie ein Licht oder die Sonnenscheibe, durch ein tiefblaues Glas oder durch eine Verbindung mehrerer solcher Gläser betrachtet, welche keinen anderen sichtbaren Strahlen den Durchgang gestatten ausser den äussersten rothen und violetten, so sieht man die rothen und die violetten Bilder der Gegenstände nicht gleich deutlich zusammen. Wenn ich die Sonnenscheibe durch eine Combination dieser Art betrachte, was ohne die geringste Unbequemlichkeit ausführbar ist, wenn man nur ein hinlänglich dunkles Glas oder eine hinlängliche Anzahl von Gläsern anwendet, so sehe ich eine wohl begrenzte rothe Scheibe und eine undeutliche violette Scheibe von etwa dem doppelten Durchmesser der ersteren. Die letztere kann durch die Anwendung einer convexen Linse deutlich gemacht werden, aber dann wird jene andere undeutlich. In der That kann ich entfernte Gegenstände deutlich vermittelst der äussersten rothen Strahlen sehen, bin aber entschieden kurzsichtig in Bezug auf die violetten Strahlen. Für mittlere Strahlen, und übereinstimmend für gewöhnliches Licht sollte ich daher etwas weniges kurzsichtig sein, welches auch der Fall ist.“

Dies ist der Abschnitt in dem Briefe des Herrn Professors Stokes, der sich auf die Darstellung durch Projection auf einen Schirm und die Nachweisung der einzelnen Phasen der Erscheinung bezieht, deren ersten Eindruck ich seiner Zeit die Ehre hatte, der hochverehrten Classe vorzulegen. Dieselbe wird in der hier mitgetheilten Darstellung den Ausdruck der erfolgreichen Behandlung und der hohen wissenschaftlichen Stellung des ausgezeichneten Physikers nicht verkennen, dem ich wirklich den grössten Dank schuldig bin für die Aufmerksamkeit, die er dem Gegenstande meiner früheren Beobachtung schenkte, so wie der, dass er mir die Ergebnisse seiner Forschung mittheilte. Ich darf daher auch nicht versäumen, meinem heutigen Berichte einige Bemerkungen beizufügen.

Herr Professor Stokes führt die Erklärung der Erscheinung meisterhaft auf die Natur der Halbschatten oder überhaupt auf chromatische Aberration zurück und weist dadurch einen einfacheren

Charakter nach als die Intenferenz-Erscheinungen besitzen. Ich hatte die Bezeichnung Interferenz-Schachbrettmuster gleich am Anfange gewählt, indem ich den Begriff am allerweitesten nahm, und man doch immer eine specielle Bezeichnung nützlich anwendet, und wenn auch das erste Wort nicht ganz eigentlich entspricht oder selbst unrichtig gewählt ist, so wird man dasselbe bald so gewohnt, dass man es späterhin ohne weiteres Bedenken fortführt, bis es von irgend einer Seite beanständet wird. Man könnte noch allgemeiner und, ohne auf irgend eine Erklärungsart hinzudeuten, sagen „optisches Schachbrettmuster", da es doch gewiss in den Bereich der Optik gehört.

Die Erklärung selbst lasse ich wohl billig ohne allen Commentar, sie spricht für sich selbst, und es scheint mir auch nicht erforderlich, für den Augenblick irgend etwas hinzuzufügen.

Dagegen möchte ich gerne noch ein Wort über die schöne Erscheinung sagen, deren Herr Professor Stokes zuletzt gedenkt, als eines Beweises für die unvollständige Achromasie des Auges. Er selbst hatte sie vor längerer Zeit unabhängig aufgefunden, die Herren Professor Dove und Plateau bemerkten sie ebenfalls unabhängig von einander [1]). Dove sah durch das violette Glas sowohl jenseits der deutlichsten Sehweite das Bild einer Kerzenflamme roth umsäumt von Blau, als auch diesseits derselben Violett umsäumt von Roth, und prüfte seit der ersten Beobachtung durch diese Erscheinung hunderte von Individuen auf ihre Sehweite. Ohne zu wissen, dass diese Beobachtung bereits von Andern gemacht und beschrieben war, gab auch ich eine Nachricht darüber. Ich brachte sie [2]) in Verbindung mit der Natur der Erscheinungen in dem Schachbrettmuster und mit den Beobachtungen heller Lichtpunkte diesseits und jenseits der deutlichsten Sehweite, ohne Dazwischenkunft des farbigen Glases. Gewiss ist die Erklärung des einen Phänomens zugleich auch die des andern.

[1]) „Vor zwölf Jahren." Dove: Darstellung der Farbenlehre und optische Studien. 1853. S. 174. — Poggendorff's Annalen 1852. Bd. 85, S. 401.

[2]) Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften. Mathem.-naturw. Classe. 1852. Bd. IX, S. 204.

Dauer des Eindruckes der Polarisationsbüschel auf die Netzhaut.

Von dem w. M. **W. Haidinger.**

Es wird sonderbar erscheinen, dass zehn Jahre nach der ersten Wahrnehmung der Polarisationsbüschel vorübergehen konnten, ohne dass die Intensität oder Dauer des Eindruckes auf das Auge derselben Gegenstand einer Mittheilung wurde. Indessen beabsichtige ich auch heute nur mit wenigen Worten einer Schätzung derselben zu erwähnen.

Schon in meiner ersten Mittheilung [1]) ist der vorübergehende Charakter der Erscheinung bemerkbar gemacht. Eben so die lebhaftere Farbe, die sich zeigt, wenn das Auge früher durch den Eindruck eines in anderem Azimuth betrachteten Büschels gereizt war. Etwas genauer ist das allmähliche Verschwinden des Büschels in der zweiten Mittheilung [2]) beschrieben, wenn man ihn fest und unverwandt ins Auge fasst. Es gelang später vielen Personen nicht, nach der gegebenen Beschreibung die Erscheinung aufzufinden, aber ich hatte auch versäumt zu erwähnen, wie lange man sich nur zum Aufsuchen derselben Zeit gönnen dürfe, denn hat man den Eindruck nicht gleich, so ist ein verlängertes Hinsehen nach einer bestimmten Richtung ganz erfolglos.

Für die Schätzung der Zeit bediente ich mich verschiedener Beobachtungsarten. Zuerst nahm ich einfach eine der Axe parallel geschnittene Turmalinplatte. Ich hielt sie fest vor das Auge, so lange bis der Eindruck des zuerst wahrgenommenen Büschels gänzlich verschwunden war. Sodann drehte ich sie in ihrer eigenen Ebene um 90° herum, das Auge fortwährend auf denselben Punkt, auf den gleichförmig grauen Wolkenhimmel gerichtet. Nun war ein lebhaft gefärbter Büschel, natürlich in senkrechter Richtung auf den vorhergehenden zu sehen. Die erste Erscheinung, das allmähliche Schwächerwerden, so wie das endliche Verschwimmen wurde nun mehrmals mit dem Picken einer an das Ohr gehaltenen Taschenuhr

[1]) Poggendorff's Annalen. 1844. Bd. 63. S. 29.
[2]) A. a. O. 1846. Bd. 68. S. 73.

der Zeit nach verglichen. Der lebhafte erste Eindruck schien mir nie länger als vier Secunden zu dauern; bei zwölf Secunden war die Lebhaftigkeit schon sehr gering, der Eindruck auf das Auge nur mehr schwach; bei zwanzig Secunden konnte ich nie mehr die geringste Spur einer Verschiedenheit von dem umgebenden gleichfarbigen Felde erkennen.

War das Auge vorher nicht durch die Betrachtung eines linear polarisirten Lichtfeldes gereizt, so erschienen die Büschel niemals so lebhaft, und auch der Eindruck ist nicht so anhaltend. Niemals sah ich in diesem Falle die geringste Spur zwölf Secunden nach dem ersten Eindrucken.

Später versuchte ich auch andere Arten von Gegensätzen des Lichteindruckes, namentlich auch das Herumführen des Büschels um 90° durch das Drehen eines Glimmerblattes um 45°, wobei die Turmalinplatte unbeweglich an die Fenstertafel geklebt blieb; ferner die abwechselnde Beobchtung der beiden Lichtfelder einer dichroskopischen Loupe. Ich hatte mir vor längerer Zeit zu einem anderen Zwecke Glasprismen schleifen lassen, gleichschenklig, mit einem Winkel von 66° 45′ und zwei Winkeln von 56° 37½′. Lässt man gleichförmig grauen Wolkenhimmel von der zu unterst gehaltenen dem einzelnen Winkel gegenüberliegenden Fläche reflectiren, so erhält man bei grösserem Einfallswinkel Totalreflexion, bei geringerem unter dem Polarisationswinkel nahe vollständige Polarisation, aber mit der Eigenthümlichkeit, dass die zwei durch die rechte und linke obere Prismenfläche in das Auge gelangenden Lichtbündel entgegengesetzt gegen einander polarisirt sind, entsprechend der Lage der eigentlichen Einfallsebene. Ein Lichtstrahl nämlich, der auf die linke Fläche einfällt, wird gebrochen, von der unteren Fläche total, oder polarisirt zurückgeworfen und tritt unter dem nämlichen Winkel gebrochen wieder in das Auge, daher hat er keine farbigen Ränder, wohl aber eine von oben links gegen unten rechts geneigte Polarisation. Der von der linken Fläche austretende Strahl hat begreiflich entgegengesetzt seine Polarisationsebene von oben rechts, gegen unten links gerichtet. Nahe an das Auge gehalten, kann man aber zwei senkrecht auf einander polarisirte Lichtfelder dergestalt übersehen, dass die geringste Verrückung des Auges oder des Prismas den contrastirenden Büschel des einen nach dem des anderen zeigt. Übrigens ist der Winkel des Prismas nicht nothwendig der oben erwähnte.

den mein Prisma gerade zufällig hatte, sondern jedes gleichseitige oder gleichschenklige Prisma kann zu dem Zwecke verwendet werden.

Wie ich aber auch immer die Vergleichungen anstellen wollte, immer erhielt ich nahe dieselben Zeitbestimmungen, von welchen allerdings noch immer zu wünschen ist, dass sie wieder und genauer vorgenommen werden mögen, als ich sie auszuführen im Stande war.

Berichtigung einer früheren Angabe.

Von dem w. M. **W. Haidinger.**

In einer Mittheilung über „Niedrigste Höhen von Gewitterwolken" in den Sitzungsberichten der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, Band IX, Seite 338, finden sich Angaben über jenes Gewitter zu Admont, bei welchem zwei junge Geistliche auf dem Chore der Stiftskirche während des Gottesdienstes vom Blitze getödtet wurden. Es ist dort der 26. August 1827 als Tag des Gewitters angegeben, und zwar nach der ziemlich lebhaften Erinnerung mehrerer Freunde, ohne dass darüber auch nur so viel Zweifel entstanden wäre, dass man hätte wünschen müssen, Quellen zu vergleichen.

Der Tag war aber nicht der 26. August 1827, sondern der 5. August 1826. Ich entnehme die Angabe einem gedruckten Werke, das ich als Andenken eben dem hochverehrten, nun leider im blühenden Mannesalter dahingeschiedenen Freunde, Sr. Hochwürden Herrn Stiftscapitular zu Admont, P. Engelbert Prangner verdanke, von dem auch die meisten Angaben über jenes Gewitter herrühren. Es ist dies der „Catalogus antiquissimi Monasterii Admontensis, ordinis S. Benedicti in Superiori Stiria, Fundati Anno 1045, Conditi Anno 1074. Vindobonae 1820, typis congregationis Mechitaristicae. Pag. 4. Dies obitus 1826. 5. Aug. Gregorius Fürst, Stirus ex Übelbach, Atonius Kugelmayr, Stirus Petoviensis, Aetatis 21, 23, Ambo Clerici et S. S. Theologiae studiosi, in Ann. II, in Choro Fratrum inter psallendum fulmine percussi." Ich habe um so mehr geglaubt, die genauere erst kürzlich von mir aufgefundene Angabe hier mittheilen zu sollen, als sie auch die Namen der beklagenswerthen Opfer jenes Naturereignisses und andere Daten enthält, die nicht in meiner früheren Mittheilung vorkommen.

Beschreibung eines neuen Kratzers aus dem Lootsenfische. (Naucrates ductor.)

Von **Dr. Karl Moriz Diesing.**

(Mit I Tafel.)

Einer gefälligen Mittheilung des Herrn Prof. Hyrtl verdanke ich einen weiblichen Kratzer, welchen derselbe im Hauptstamme der pylorischen Anhänge des *Naucrates ductor* fand, und der nach einer mir gemachten kurzen Schilderung sich bald als eine neue und ausgezeichnete Art herausstellte. Sein Körper ist an 11‴ lang, fast cylindrisch, rosenkranzförmig eingeschnürt. Die einzelnen Abschnitte, von welchen die mittleren am deutlichsten hervortreten, haben etwa ½—¾‴ im Durchmesser und sind fast kuglig, beinahe von gleicher Grösse, der letzte viel länger und eiförmig. Jeder Abschnitt vom 11. an bis zum 24. trägt eine beinahe viereckige Platte, welche mit ihrem Vorderrande auf der Mitte des kugligen Abschnittes angewachsen ist, und deren Seitenränder, so wie der stark gekerbte freie Hinterrand, sich bogenförmig abrunden. Die Platten, welche in einer Längsreihe nur auf einer und derselben Seite verlaufen, sind auf den mittleren Abschnitten am grössten und deutlichsten, während sie gegen das Kopf- und Schwanz-Ende hin allmählich abnehmen. Der Rüssel ist gegen ½‴ lang, keulenförmig, und mit 6 Querreihen von Häkchen besetzt. Hals ist keiner vorhanden.

Diese Art ist durch die Platten auf den Abschnitten so ausgezeichnet, dass sie mit gar keiner andern verwechselt werden kann.

Echinorhynchus lamelliger. — Taf. I.

Proboscis subclavata uncinorum seriebus 6. Collum nullum. Corpus moniliforme segmentis subglobosis subaequalibus, ultimo longissimo ovali; segmenta mediana lamella subquadrangulari margine postico rotundato crenulato tecta. Longit. fem. ad 11‴; crassit. ½—¾‴.

Habitaculum Naucrates ductor: in trunco principali appendicum pyloricarum (Hyrtl) *Mus. Caes. Vind.*

Erklärung der Abbildungen.

Fig. 1. *Echinorhynchus lamelliger* in natürlicher Grösse.
„ 2. Derselbe vergrössert.
„ 3. Der Rüssel mit den beiden vordersten Abschnitten.
„ 4. Zwei mittlere Abschnitte mit den Platten, von oben gesehen.
„ 5. Drei mittlere Abschnitte mit den Platten, von der Seite gesehen.
„ 6. Der letzte, eiförmige Abschnitt.

Vorträge.

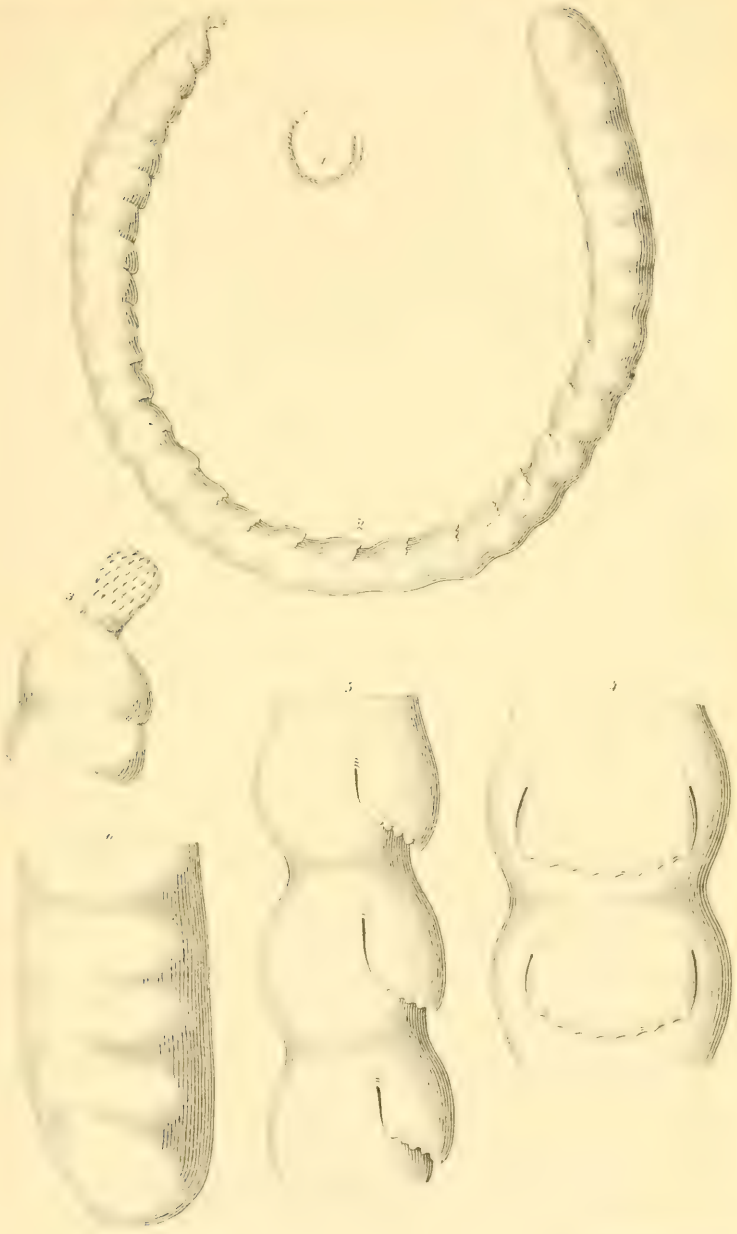
Über einen eigenthümlichen Inhalt der Darmblutgefässe.

Von dem w. M., **Prof. Ernst Brücke.**

Als ich im Jahre 1852 mit meinen Untersuchungen über den Ursprung der Chylusgefässe beschäftigt war und diese auch an Wieseln verfolgte, fand ich an einem derselben sämmtliche Zottencapillaren mit einer feinkörnigen Masse erfüllt, die im durchfallenden Lichte sehr dunkel, im auffallenden weisslich erschien. Ich schloss ein Stückchen dieses Darmes mittelst Asphalt zwischen Glasplatten ein und liess eine Zeichnung von einer Zotte anfertigen, für den Fall, dass das Präparat zu Grunde gehen sollte.

Im Anfange dieses Jahres theilte mir Herr Prof. Wedl einen ähnlichen Fall mit, den er an einem einige Tage früher getödteten Hunde beobachtet hatte. Die Vergleichung mit meinem Präparate liess uns keinen Zweifel übrig, dass die Erscheinung durchaus dieselbe sei. Vor mehreren Wochen kam im hiesigen physiologischen Institute ein dritter solcher Fall zur Anschauung. Einer meiner Schüler, Herr Basslinger, fand ihn bei der Untersuchung des Darmcanales einer Gans. Noch später endlich erhielt ich einen Maulwurf, bei dem nicht nur die Zottencapillaren, sondern auch die Darmvenen bis hoch in das Mesenterium hinauf mit der erwähnten körnigen Masse angefüllt waren. Diesen Fall will ich einer kurzen Beschreibung derselben zu Grunde legen. Im auffallenden Lichte erschien sie in dünnen Schichten weisslich, in dickeren isabellfarben bis schwach gelbröthlich; im durchfallenden Lichte zeigte sie sich feinkörnig und sehr dunkel.

Die einzelnen Körner hatten $^1/_2$ — 8 Millimillimeter im Durchmesser, waren stark contourirt und an den grösseren von ihnen liessen



Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. math.-naturw. Cl. XII. Bd. 4. Heft. Jahrg. 1854.

stärkere Linsenspiele eine gelbbraune Farbe erkennen. In Wasser, Alkohol und Äther lösten sie sich nicht, eben so wenig in Essigsäure und verdünnter Chlorwasserstoffsäure, leicht aber in Natron und in Ammoniak, woraus sie durch Essigsäure wieder gefällt wurden.

Von den netzförmigen Chylusablagerungen, welcher ich in meiner Abhandlung über die Chylusgefässe (Denkschriften, Band VI, S. 108) erwähnt habe, unterscheidet sich die Erscheinung durch die Regelmässigkeit, mit der sie dem Verlaufe der Capillargefässe und Venen folgt (in Arterien habe ich sie nicht beobachtet, wahrscheinlich weil diese nur ausnahmsweise nach dem Tode grössere Mengen von Blut und Blutkörperchen enthalten), ferner durch ihre grössere und gleichmässigere Ausbreitung. Die netzförmigen Chylusablagerungen in den Zotten sind in hohem Grade unregelmässig, und, wie ich schon in meiner Abhandlung erwähnte, kommen netzförmig erfüllte und vollständig erfüllte Zotten oft dicht neben einander vor. Auch habe ich die netzförmigen Chylusablagerungen bis jetzt nur an eben getödteten Thieren gesehen, während die vier oben erwähnten Fälle unserer Erscheinung Thiere betrafen, die schon vor zwei bis drei Tagen getödtet waren. Bei der grossen Menge von Thieren, die ich früher unmittelbar nach dem Tode untersucht habe, ist sie mir nicht ein einziges Mal vorgekommen, und ich glaube auch nicht, dass dies geschehen konnte, da sie offenbar in Folge einer Zersetzung des in den Gefässen enthaltenen Blutes auftritt. Unsere Substanz unterscheidet sich ferner vom Chylusfette durch folgende Kennzeichen.

1. Durch seine Farbe. Der Chylus ist in dünnen Schichten bläulichweiss, in dickeren milchweiss; unsere Substanz dagegen ist nur in dünnen Schichten weisslich, die dickeren damit erfüllten Venen erscheinen isabellfarben, oft mit einem Stiche ins Röthlichgelbe, wobei es jedoch unentschieden bleibt, ob dieser Ton der Substanz selbst eigen war, oder von beigemengtem Farbestoff herrührte.

2. Durch seinen höhern Brechungs-Index, der sich durch die dicken schwarzen Umrisse der Körner zu erkennen gibt. Wollte man eine Abbildung von den mit unserer Substanz gefüllten Venen und den daneben verlaufenden Chylusgefässen so geben, wie ich sie im Mesenterium des Maulwurfes bei durchfallendem Lichte sah, so müsste man sie mit zwei Platten drucken, wovon die eine, auf der sich die Chylusgefässe befinden, mit einer braunen, die andere, für die Venen, mit einer fast schwarzen Tinte einzuschwärzen wäre.

3. Durch ihre Leichtlöslichkeit in verdünnter Natronlösung und in Ammoniak.

4. Durch ihre Unlöslichkeit in Äther.

Ich habe geglaubt, diese Unterschiede hier einzeln aufführen zu müssen, da die im auffallenden Lichte helle, im durchfallenden dunkle Farbe und der feinkörnige Zustand beim ersten Anblick leicht die Vermuthung erregen können, dass man es mit emulgirtem Fett zu thun habe. In der That muss man aus den Angaben einiger Schriftsteller über Fettresorption der Venen und Anfänge der Chylusgefässe in den Zotten schliessen, dass sie das Opfer einer solchen Täuschung geworden sind.

Das Gefäss-System der Teichmuschel.

Von **Prof. D. Langer.**

(Auszug aus einer für die Denkschriften bestimmten Abhandlung.)

Der Herr Verfasser verfolgt das arterielle System der Anodonten in seinen Ästen bis in die Organe und weiset hier den Übergang in die Capillaren nach; es stellte sich im Gegensatze zu der Ansicht, es sei das Gefäss-System der Mollusken unvollständig, eine hohe Entwickelung desselben heraus. Ein bis jetzt unbekanntes Venengefäss-System wird beschrieben und mit Rücksicht auf andere Arbeiten eine Darstellung verschiedener Formen von Capillaren gegeben, unter denen das Netz der Schwellorgane, z. B. Mantel, Fuss und die abweichenden Formen im Darmcanale besonders hervorgehoben werden.

SITZUNG VOM 27. APRIL 1854.

Eingesendete Abhandlungen.

Die Richtung der Schwingungen des Lichtäthers im polarisirten Lichte. Mittheilung aus einem Schreiben des Herrn Professors Stokes, nebst Bemerkungen

von dem w. **M. W. Haidinger.**

Ein Abschnitt des Schreibens vom Herrn Professor Stokes, den ich heute der hochverehrten mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe vorzulegen die Ehre habe, bezieht sich auf die Richtung der Schwingungen des Lichtäthers in Bezug auf die Polarisations-Ebene, und zwar enthält er nicht nur eine Beurtheilung der Tragweite der Bemerkungen, welche ich als Beweis für die senkrechte Richtung dieser Schwingungen gegen die Polarisations-Ebene aus den Erscheinungen an pleochromatischen Krystallen darstellen zu dürfen glaubte [1]), sondern auch seine Ansicht über den Gegenstand selbst, übereinstimmend mit seinen eigenen früheren Arbeiten. Die Veranlassung benützend, darf ich auch ein Wort über die Mittheilung des Herrn A. J. Ångström [2]) hinzufügen, welche gleichfalls den Gegenstand und den von mir vorgeschlagenen Beweis in das Auge fasst, sowie Bemerkungen der Herren Dr. A. Beer [3]) und Prof. Zamminer [4]) nebst einigen anderen, die sich mir in der letzten Zeit darboten, besonders hervorgerufen durch die Besprechungen mit meinem hochverehrten Freunde, Herrn Regierungsrathe v. Ettingshausen, welcher auch selbst seine Ansichten mitzutheilen beabsichtigt.

---

[1]) Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften. Mathem.-naturw. Classe. 1852. VIII. S. 32.

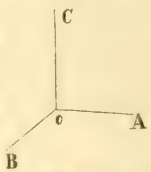
[2]) Poggendorff's Annalen. 1853. Bd. 90, Seite 382.

[3]) Einleitung in die höhere Optik. 1853. S. 236.

[4]) Jahresbericht u. s. w. von Liebig und Kopp, für 1852. S. 150.

„Die Thatsachen, deren ich in Bezug auf die Polarisation des Fluorescenz-Lichtes der Kalium-Platin-Cyanide“ (in einem anderen Theile des Schreibens) „gedachte, und die Art wie die Polarisirung der einfallenden Strahlen auf dieses Licht wirkt, stimmen, so viel ich glaube, viel besser mit der Annahme überein, dass die Schwingungen im polarisirten Lichte senkrecht auf der Polarisations-Ebene stehen, als mit der anderen Theorie.“

„Dies veranlasst mich, der Beweisgründe zu erwähnen, welche Sie anführten, um zu zeigen, dass im polarisirten Lichte die Schwingungen senkrecht auf der Polarisations-Ebene stehen. Da ich glaube, Sie würden gerne meine Ansicht darüber kennen, so will ich sie ausführlich anführen. Zu allererst kann ich sagen, dass ich es nicht für möglich halte, durch irgend eine Combination von anerkannten Ergebnissen die Frage zu entscheiden. Unter den anerkannten Ergebnissen betrachte ich solche, wie diese — dass die Schwingungen transversal sind — dass im linear-polarisirten Lichte die Schwingungen geradlinig sind, und symmetrisch mit Beziehung der Polarisations-Ebene, und daher entweder parallel oder senkrecht auf diese Ebene — dass im elliptisch- polarisirten Lichte die Schwingungen elliptisch sind u. s. w. Die Entscheidung muss sich immer auf eine oder die andere Art auf dynamische oder physikalische Betrachtungen stützen, welche, mögen sie an sich noch so wahrscheinlich sein, doch nicht zu den anerkannten Ergebnissen gezählt werden können. Es ist auch nicht schwierig zu sehen, welche die Betrachtungen dieser Art in dem Falle Ihrer Beweisführung sind. Nehmen wir den Fall eines doppelt absorbirenden einaxigen Krystalles, wie Turmalin. Es sei oC parallel der Axe, oA oB zwei Richtungen senkrecht auf die Axe. Die eine Farbe (ich will sie O nennen) sieht man in der Richtung der Axe Co, und in allen Richtungen in der Ebene BoA (oder senkrecht auf die Axe) in dem oC parallel polarisirten Lichte. Die andere Farbe (E) sieht man in allen Richtungen in der Ebene BoA, wenn das Licht in dieser Ebene polarisirt ist, und man sieht sie gar nicht in der Richtung Co. „„Wenn „diese Farbe nun von Transversal-Schwingungen abhängt, so sind „alle solche Schwingungen, transversal oder senkrecht gegen die „Axe, mit einem Male ausgeschlossen, und die einzigen Schwingungen, „welche möglicherweise zu der Farbe des extraordinären Strahles,



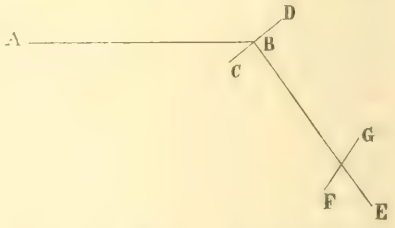
„der in dem Krystall entsteht, gehören können, sind die parallel der „Richtung der Axe.““ Aber wenn von Schwingungen gesprochen wird, welche zu dieser oder jener Farbe gehören, so wird stillschweigend vorausgesetzt, dass in der That die Farbe abhängig ist von der Richtung der Schwingungen. Nun kann man sich allerdings ganz gut vorstellen (so unwahrscheinlich es auch immer sein mag), dass Absorption von dem gleichzeitigen Einflusse der Richtung der Schwingungen und der Richtung der Fortpflanzung abhänge, dergestalt, dass sie als gegeben betrachtet werden kann, wenn die Richtung einer Linie gegeben ist, welche senkrecht auf den beiden vorerwähnten Richtungen steht. Nimmt man diesen Satz an in Bezug auf die Natur der Absorption, so ist vollkommen klar, dass die experimentalen Thatsachen, welche Sie in Bezug auf die doppelte Absorption anführen, zu dem Schlusse führen würde, die Schwingungen wären im polarisirten Lichte der Polarisations-Ebene parallel. Die Wahrscheinlichkeit, welche der Grund Ihrer Beweisführung der Wahrheit von Fresnel's Annahme gibt, reicht also nicht bis zur absoluten Gewissheit, sondern entspricht nur der Unwahrscheinlichkeit, dass Absorption gleichzeitig von der Richtung der Schwingungen und von der Richtung der Fortpflanzung abhängig sein sollte, in der Art wie ich es oben erwähnte.“

„Sie sagen: Wenn die Farbe *E*, welche man in der Richtung *Co* nicht sehen kann, irgendwie auf Transversal-Schwingungen beruht, so sind alle solche Schwingungen transversal oder senkrecht auf die Axe ausgeschlossen, und die einzigen Schwingungen, welche möglicherweise dem in dem Krystalle entstehenden extraordinären Strahl angehören können, sind dann der Richtung der Axe parallel. Nun könnte aber eine besondere Farbe in einer Richtung von transversalen Schwingungen abhängen, und nicht von transversalen Schwingungen abhängen in einer anderen Richtung. Sie könnte von transversalen Schwingungen in der Richtung abhängen, in welchen sie abhängig ist von der Wirkung des Mittels auf das Licht, und das Licht besteht aus transversalen Schwingungen: sie könnte nicht von transversalen Schwingungen abhängen in der Richtung, wo sie nicht blos von der Richtung der Schwingungen bestimmt ist, sondern auch von der Richtung der Fortpflanzung abhängt.“

„Daher kann ich Ihre Folgerungen nicht als einen Beweis in dem strengen Sinne des Wortes betrachten. Ein solcher hängt am

Ende von gewissen physikalischen Betrachtungen ab, welche sich auf die Absorption beziehen. Meine eigenen Ansichten in Bezug auf die Ursache der Absorption führen mich sehr stark zu der Meinung, dass sie blos von der Richtung der Schwingungen und der Schwingungszeit *(periodic time)* und gar nicht von der Fortpflanzungsrichtung abhängt. In meinem Sinne haben daher Ihre Gründe sehr grosses Gewicht. Aber da dies von meinen eigenen individuellen Ansichten abhängt, so betrachte ich dieselben nicht als Etwas, was nothwendiger Weise zu allgemeiner Beistimmung zwingen muss."

„Da ich bei diesem Gegenstande bin, so erlauben Sie mir Ihre Aufmerksamkeit auf gewisse Untersuchungen zu lenken, welche mich in einer gänzlich verschiedenen Weise zu einer ähnlichen Schlussfassung führten. Sie sind in dem 9. Bande der *Cambridge Philosophical Transactions, Part I*, veröffentlicht. Eine dynamische Untersuchung des Problems der Beugung, in anderen Worten eine mathematische Untersuchung der Beugung, behandelt wie ein dynamisches Problem, führte mich zu folgendem Gesetz: Wenn linear polarisirtes Licht der Beugung unterworfen wird, so ist jeder Strahl nach der Beugung linear polarisirt, und die Schwingungsebene des gebeugten Strahles ist parallel der Schwingungsrichtung des einfallenden Strahles. Unter Schwingungsebene ist die Ebene verstanden, welche durch den Strahl und durch die Schwingungsrichtung geht. Es sei AB in der Ebene des Papieres der einfallende Strahl, der bei B gebeugt wird, BE auch in der Ebene des Papieres ein gebeugter Strahl, der in das Auge eintritt, CD, in einer Ebene senkrecht auf AB, sei die Schwingungsrichtung des einfallenden Strahles. Man lege eine Ebene durch BE und CD, dies wird die Schwingungsebene des gebeugten Strahles sein und wenn in dieser Ebene FG senkrecht auf BE gezogen wird, so ist FG die Schwingungsrichtung. Mit anderen Worten, die Schwingungsrichtung in dem gebeugten Strahle ist so nahe als möglich der Schwingungsrichtung in dem einfallenden Strahle parallel, als dies nur immer unter der Bedingung geschehen kann, dass sie senkrecht auf dem gebeugten Strahle steht. Dieses Gesetz erscheint sehr



natürlich, selbst unabhängig von allem Calcül. Nun folgt aber aus demselben, dass wenn die Schwingungsebene zuerst mit der auf ABE senkrecht stehenden Ebene zusammenfällt, und dann allmählich durch gleiche Winkel herumgedreht wird, dass dann die Schwingungsebenen des gebeugten Strahles nicht gleichförmig ausgetheilt sein werden, sondern sie werden mehr angehäuft gegen eine Ebene durch BE senkrecht auf die Ebene ABE erscheinen. Wenn α_i, α_d die Azimuthe der Schwingungsebene des einfallenden und des gebeugten Strahles sind, erhalten von Ebenen senkrecht auf ABE, und ϑ das Supplement des Winkels ABE, so haben wir $tang\ \alpha_d = cos\ \vartheta\ tang\ \alpha_i$. Nun setzt uns aber der Versuch in den Stand die Richtung und das Maass jener Anhäufung der Polarisations-Ebenen zu bestimmen, und nach dem Ergebnisse werden wir uns geleitet finden, sie als parallel oder senkrecht auf die Schwingungsebenen zu betrachten. Wenn nun Fig. 1 die Projection der Polarisations-Ebenen des einfallenden Strahles auf einer senkrecht auf diesem Strahl stehenden Ebene in verchiedenen Stellungen des Polarisirers (z. B. eines Nicol'schen Prismas in einer kreisförmig getheilten Fassung) darstellt, und Fig. 2 oder Fig. 3 dasselbe für den gebeugten Strahl vorstellt, so würden die Ebenen mehr gehäuft sein wie in Fig. 2 und 3, je nachdem die Polarisations-Ebenen parallel oder senkrecht auf die Schwingungsebenen sind. Die Horizontallinien in Fig. 1, 2, 3 stellen die Projectionen auf der Ebene ABE dar. Bei einem Glasgitter geschieht die Beugung unter einem so bedeutenden Winkel, dass der theoretische Azimuth der Polarisations-Ebene des gebeugten Strahles in manchen Fällen bis zwanzig Grad variiren kann, je nachdem man voraussetzt, dass die Schwingungen des polarisirten Lichtes parallel oder senkrecht auf die Polarisations-Ebene stehen. Das Ergebniss der Versuche war vollständig zu Gunsten von Fresnel's Voraussetzung."

So weit Herr Prof. Stokes über diesen Gegenstand. So wie dieser die absolute Beweiskraft der aus dem gleichzeitigen Bestande der verschiedenen Farben in pleochromatischen Krystallen von mir entwickelten Ansichten nicht anerkennt, eben so urtheilt Herr Ångström in der trefflichen, nach mehreren Richtungen hin umfassenden

Mittheilung: „Über die Bedeutung der Polarisations-Ebene in der Optik.“ Nach ihm „fällt bei näherer Untersuchung das Bündige des“ von mir versuchten „Beweises weg.“ Er weist dabei darauf hin, dass eigentlich bei derselben schon vom Anfange an eine *petitio principii* liege, wodurch die beweisführende Kraft vernichtet werde, weil nämlich, wenn es auch nicht in Worten ausgesprochen ist, der Beweis sich auf die Voraussetzung gründe, die Absorption des Lichtes beruhe ausschliesslich auf der Beschaffenheit des Mediums in der Richtung, in welcher die Schwingungen geschehen, und nicht in den, in welchen der Strahl sich fortpflanzt. Aber nicht die Wahrscheinlichkeit der Sache selbst, nur die genügende Kraft des Beweises wurde angefochten, so dass ich gerne mich bei dem Lesen beruhigte, besonders da Herr Ångström noch aus mehreren anderweitigen Betrachtungen immer wieder dasselbe Ergebniss folgert. Er benützt zu diesem Zwecke die Beziehungen der Lichtintensität für den ordinären und den extraordinären Strahl einaxiger Krystalle zu ihrer Leitungsfähigkeit für die Wärme in der Richtung der Hauptaxe und senkrecht auf dieselbe, die Beziehungen der Ausdehnung durch Wärme und die relativen Geschwindigkeiten des ordinären und des extraordinären Strahles, die Beziehungen der Änderungen der Verhältnisse der Lichtpolarisation bei mancherlei verschiedenartigen Änderungen der Molecularzustände überhaupt, durch Magnetismus, Compression u. s. w., endlich den Zustand des von einer dispergirenden mattgeschliffenen Glasplatte, die von polarisirtem Lichte beleuchtet ist, nach verschiedenen Azimuthen zerstreuten Lichtes, wobei auch der Arbeiten von Stokes gedacht wird, von welchen der heutige Abschnitt seines Briefes einen Umriss enthält.

Herr Dr. Beer erwähnt des von mir versuchten Beweises, betrachtet ihn aber als illusorisch. Er selbst nimmt jedoch an (§. 61), dass die Schwingungen auf der Polarisations-Ebene senkrecht stehen, die Frage selbst als eine offene betrachtend, mit der Bemerkung: „Auf diese Frage gibt uns weder die Theorie eine unbe„streitbare Antwort, noch findet sie in irgend einem der bekannten „Lichtphänomene ihre Entscheidung.“

Herr Prof. Zamminer urtheilt: „Man muss gestehen, die „Gesichtspunkte dieser Beweisführung sind einleuchtend und treffend, „aber“ — und hier streiche ich die Flagge — „sie sind keineswegs „neu.“ Er führt nun an, dass er bereits in dem Jahresberichte für

1849 (Seite 106) „die Betrachtung über die Durchsichtigkeitsverhältnisse des Turmalins als ein bekanntes Argument dafür angeführt, dass die Schwingungen des polarisirten Lichtes rechtwinkelig zur Polarisations-Ebene gerichtet sind", ferner, dass er die Demonstration selbst bereits 15 Jahre vorher „in den Vorträgen des Professors Nörremberg in Tübingen kennen gelernt hat." Der Vorwurf, der mir gemacht wird, zu wenig die deutsche Literatur der hierhergehörigen Abtheilung zu kennen, während ich ausführlich aus Moigno's *Répertoire d'Optique moderne* citirte, möchte sich vielleicht gerade durch den Umstand etwas weniges mildern, dass das letztere eben nur ein einziges Werk ist, in dem ich mich über das Frühere Raths erholen konnte, während das Studium der Quellen gewiss schon durch seine Ausdehnung schwierig ist. Doch dürfte wohl auch mir dieser Mangel an vollständiger Kenntniss nachgesehen werden, da ihn ja auch andere Männer zu theilen scheinen, die doch mit dem eigentlichen Gegenstande der Frage weit genauer bekannt sind als ich. Aber ich bin gerne bereit, frühere Ansprüche in voller Ausdehnung anzuerkennen, hier zu Gunsten des hochverehrten Physikers, dem wir den schönen Polarisations-Apparat und so viele andere werthvolle Mittheilungen verdanken. Gewiss kann die Frage selbst durch die Berichtigung nur gewinnen. Mir bleibt vielleicht, dass ich die Aufmerksamkeit auf den Gegenstand, ohne von früheren Hinweisungen zu wissen, doch in etwas auffallenderer oder mehr ausführlicher Weise hingelenkt, als es bis dahin der Fall war.

Jedenfalls ist mein Versuch von namhaften wissenschaftlichen Autoritäten einer günstigen Beurtheilung gewürdigt worden, wenn auch noch die eigentliche unbedingte Beweiskraft nicht zugestanden werden konnte. So viel ist wohl gewiss, Alles neigt sich in die Richtung, durch Deductionen der verschiedensten Art, um dem Satze: dass die Schwingungen senkrecht auf der Polarisations-Ebene stehen das Übergewicht über jenen zu geben, dass sie in der Polarisations-Ebene liegen.

Während aber auch die von anderen Betrachtungen und Quellen fliessenden Darstellungen der Sache von der grössten Wichtigkeit sind, und diese selbst dadurch immer mehr an Klarheit und Sicherheit gewinnt, so scheint mir doch, dass die Gegensätze des Vorkommens verschiedener Farben an den pleochromatischen Krystallen noch besser ausgebeutet werden könnten, als es mir in meinem ersten Versuche

gelang. Ich möchte zweierlei Dinge dabei unterscheiden. Einmal das Vorkommen der Farben selbst, — dies scheint mir in sich von wahrhaft überwältigender Beweiskraft, dann aber meine Darstellung oder Nachweisung der Beziehungen, — und diese will ich gerne als sehr mangelhaft und unvollkommen zugeben, namentlich darin, dass ich suchte, die möglichste Kürze zu erreichen, wodurch manche Verhältnisse und Gegensätze, kaum in wenigen Worten angedeutet, sogleich wieder entschwinden. Eine nähere Betrachtung dürfte dadurch wohl gerechtfertigt sein, selbst auf die Gefahr hin, nun etwas zu weitläufig zu werden. Doch möchte ich jetzt eine andere Form der Beweisführung wählen als damals, und könnte für diese in der That keine schönere Motivirung finden, als sie der verewigte Arago in seiner Gedächtnissrede auf James Watt gibt [1]): „Wenn die Mathematiker „zwischen zwei einander völlig entgegenstehenden Sätzen die Wahl „haben, von denen der eine nothwendig falsch ist, sobald der andere „richtig ist, und wenn von vorn herein Nichts auf eine vernünftige „Wahl zu leiten scheint: so nehmen sie beide entgegenstehende „Sätze an, verfolgen sie sorgfältig durch alle Verzweigungen, und „lassen die letzten logischen Folgerungen derselben hervortreten. „Nun geschieht es in der Regel, dass der unrichtige Satz, und dieser „allein, bei dieser Probe zu einigen Ergebnissen führt, die ein klarer „Verstand nicht zugeben kann. Versuchen auch wir einen Augenblick „dieses Beweisverfahren, von dem Euklides häufig Gebrauch „gemacht hat, und das man so treffend die Methode der Zurück„führung auf Widersprüche *(reductio ad absurdum)* „bezeichnet."

Sollte mir auch mein Vornehmen nicht vollständig gelingen, so hoffe ich doch die Stellung der Folgerungen aus der Natur pleochromatischer Krystalle gegen die früheren um Etwas zu verbessern. Namentlich wünschte ich dies im Angesicht der Theilnahme, die mir Herr Prof. Stokes durch sein freundliches Schreiben bewiesen hat, in welchem er mir die Lage derselben eigentlich erst in ein recht helles Licht setzte. Freilich könnte man sagen: Was nicht vollständig gelingt, gelingt gar nicht, wo es auf mathematische Evidenz ankommt. Dieser Gefahr entgegen, glaube ich aber gerade die folgenden Erörterungen wagen zu dürfen.

[1]) Franz Arago's sämmtliche Werke. Bd. I. S. 347. Deutsche Original-Ausgabe. Herausgegeben von Dr. W. G. Hankel.

I. Der Gegenstand sei ein dichromatischer Krystall, und werde bei gleichen Dicken seiner Körpermasse untersucht.

II. Folgende Sätze werden als vollständig bewiesen vorausgesetzt, als anerkannte Ergebnisse, wie sie oben (S. 686) Herr Prof. Stokes verlangt:

1. Die Schwingungen des Lichtäthers sind transversal.

2. Zu gleichen Farben gehören gleiche Wellenlängen; zu verschiedenen Farben verschiedene Wellenlängen.

Bemerkungen. Gleiche Farben können bekanntlich mit allen möglichen Polarisations-Zuständen verbunden sein, und sie sind demnach gänzlich unabhängig von dem Azimuth der Schwingungen, sofern diese nur transversal sind. Unter Farbe möchte ich hier nur die Erscheinung derselben, die Thatsache des Vorkommens nehmen, zu grösserer Einfachheit. Allerdings ist Licht von einer bestimmten Farbe, was von weissem oder überhaupt von einfallendem Lichte nach der Absorption übrig bleibt. Aber man untersucht den Krystall nur bei gleichen Dicken; der Fortschritt der Absorption bei verschiedenen Dicken, und alle theoretischen Betrachtungen über die Natur derselben scheinen mir daher für den gegenwärtigen Zweck gänzlich eliminirt. Alle Betrachtungen würden sich eben so gut auf weisses Licht beziehen, sie werden nur hier mehr in die Augen fallend dadurch, dass gewissermassen die verschiedenen Lichtbündel oder Lichtströme verschiedenfarbig gemalt sind.

III. Untersuchungs-Verfahren.

1. Beobachtung. In der horizontalen Zone, deren Kanten der Axe parallel sind, rund herum in allen Azimuthen. Ein Strahl oder Lichtstrom (Bild der dichroskopischen Loupe oder irgend eines doppeltbrechenden Prismas), der ordinäre, ist polarisirt parallel der Axe mit der Farbe *A*, und ein Strahl oder Lichtstrom (Bild), der extraordinäre, ist polarisirt senkrecht auf die Axe mit der Farbe *B*.

Folgerung. Die Schwingungen stehen entweder senkrecht auf der Polarisations-Ebene oder sie liegen in derselben.

Voraussetzung.

1. Die Schwingungen stehen senkrecht auf der Polarisations-Ebene.	2. Die Schwingungen finden in der Polarisations-Ebene Statt.

Folgerung.

1. Die Schwingungsrichtung des ordinären Strahles steht senkrecht auf der Ebene desselben. Es gibt unendlich viele solcher Richtungen, sie stehen senkrecht auf der Axe.

Die Schwingungsrichtung des ordinären Strahles liegt in der Ebene desselben. Es gibt für alle Azimuthe nur Eine solche Schwingungsrichtung. Sie liegt in der Richtung der Axe.

2. Zu einer Farbe *A* oder Wellenlänge gehören unendlich viele Schwingungsrichtungen, aber in eben so vielen verschiedenen Polarisations-Ebenen.

Zu Einer Farbe *A*, oder Wellenlänge gehört nur Eine Schwingungsrichtung.

3. Zu unendlich vielen Polarisations-Ebenen der Farbe *A* gehören unendlich viele Schwingungsrichtungen; zu jeder die auf derselben senkrechte.

Zu unendlich vielen Polarisations-Ebenen gehört nur Eine Schwingungsrichtung.

4. Die Schwingungsrichtung des extraordinären Strahles steht senkrecht auf der Ebene desselben. Es gibt nur Eine solche Schwingungsrichtung. Sie ist der Axe parallel.

Die Schwingungsrichtung des extraordinären Strahles liegt in der Ebene der extraordinären Polarisation. Es gibt unendlich viele solcher Schwingungsrichtungen. Sie stehen in allen Azimuthen senkrecht auf der Axe.

5. Eine Farbe *B*, das ist Eine Wellenlänge, ist in allen Azimuthen mit Einer Schwingungsrichtung verbunden.

Eine Farbe *B*, ist mit unendlich vielen Schwingungsrichtungen verbunden, in jedem Azimuth mit einer andern.

6. Zu Einer Polarisations-Ebene gehört Eine Schwingungsrichtung.

Zu Einer Polarisations-Ebene gehören unendlich viele Schwingungsrichtungen.

2. Beobachtung. In den verticalen Zonen, deren Kanten senkrecht auf der Axe des Krystalls stehen, in allen Azimuthen. Ein Strahl (Bild), der ordinäre, ist polarisirt in der Richtung der Axe mit der Farbe *A*. Das andere Bild, der extraordinäre Strahl ist polarisirt senkrecht auf die Axe, und geht von der Beobachtungsrichtung senkrecht auf die Axe beginnend, bis zu der in der Richtung der Axe selbst über, von der Farbe *B* bis in die Farbe *A*.

In der Richtung der Axe beobachtet, sind die Farben beider Strahlen senkrecht auf einander in allen Azimuthen vollkommen einander gleich und besitzen den Ton *A*.

Folgerungen und Voraussetzungen wie oben.

7. Die Schwingungsrichtung des ordinären Strahles steht senkrecht auf der Ebene desselben. Es gibt nur Eine solche Richtung für jede Ebene. Sie steht senkrecht auf der Axe.	Die Schwingungsrichtung des ordinären Strahles liegt in der Ebene desselben. Es gibt unendlich viele Richtungen für jede Ebene. Sie schliessen alle möglichen Winkel mit der Axe ein, von 0° bis 90°.
8. Zu Einer Farbe oder Wellenlänge gehört nur Eine Schwingungsrichtung.	Zu Einer Farbe oder Wellenlänge gehören unendlich viele Schwingungsrichtungen.
9. Die Schwingungsrichtung des extraordinären Strahles steht senkrecht auf der Polarisations-Ebene desselben. Es gibt in jedem Hauptschnitte unendlich viele solche Richtungen zwischen 0° der Axe parallel und 90° senkrecht auf die Axe.	Die Schwingungsrichtung des extraordinären Strahles liegt in der Polarisations-Ebene desselben. Es gibt für jeden Hauptschnitt nur Eine solche Richtung. Sie steht senkrecht auf der Axe.
10. Zu der Aufeinanderfolge der Farben oder Wellenlängen von *B* bis *A* gehören unendlich viele nach Maassgabe derselben, von 0° bis 90° geneigte Schwingungsrichtungen.	Zu der ganzen Farbenfolge von *B* bis *A* gehört, ungeachtet der verschiedenen Wellenlängen, nur eine einzige Schwingungsrichtung.

3. Combination der Beobachtungen und Schlüsse in III. 1 und III. 2.

11. Die gleiche Schwingungsrichtung ist mit dem gleichen Farbenton, der gleichen Wellenlänge verbunden.	Die gleiche Schwingungsrichtung ist mit dem gleichen Farbenton verbunden, nur senkrecht auf die Axe und in der Richtung der Axe; in allen anderen Richtungen ist sie mit allen möglichen Abstufungen der Farben verbunden.

12. In der Richtung der Axe sieht man die Farbe *B* nicht, weil die derselben angehörige Schwingungsrichtung eine longitudinale Lage erhält.

13. Die constanten (oder Grenz-) Farbentöne *A* und *B* sind verbunden mit Schwingungen, *B* in der Richtung der Axe, *A* senkrecht auf dieselbe.

14. In der Richtung der Axe sieht man die Farbe *A* durch Schwingungen senkrecht auf die Axe, in der Richtung senkrecht auf die Axe sieht man dieselbe Farbe *A* ebenfalls durch Schwingungen senkrecht auf die Axe.

15. Schwingungen senkrecht auf die Axe finden nur für die Farbe *A* Statt.

16. Schwingungen in der Richtung der Axe finden nur für die Farbe *B* Statt. Sie ist in der Richtung der Axe eben desshalb unsichtbar.

17. Für die Farbe *A* finden die Schwingungen nur senkrecht auf die Axe Statt.

18. In den gemischten Tönen erscheint jede Farbe nach Massgabe der Lage der zugehö-

In der Richtung der Axe sieht man die Farbe *B* nicht, obwohl die derselben angehörigen Schwingungen in allen Azimuthen senkrecht auf der Axe stehen.

Die constanten Farbentöne *A* und *B* sind verbunden mit Schwingungen, *B* senkrecht auf die Axe, *A* in der Richtung der Axe, senkrecht auf dieselbe und in allen Zwischenrichtungen.

In der Richtung der Axe sieht man die Farbe *A* durch Schwingungen senkrecht auf die Axe, in der Richtung senkrecht auf die Axe sieht man dieselbe Farbe *A* dagegen durch Schwingungen in der Richtung der Axe.

Schwingungen senkrecht auf die Axe finden Statt für *A*, für *B* und für alle Zwischentöne.

Schwingungen senkrecht auf die Axe finden für die Farbe *B* Statt. Sie ist ungeachtet dessen in der Richtung der Axe unsichtbar. Eben solche Schwingungen finden aber auch für die Farbe *A* Statt, und diese ist in der Richtung der Axe sichtbar.

Für die Farbe *A* finden Schwingungen Statt in allen Azimuthen senkrecht auf die Axe, in allen Azimuthen entlang der Axe und in allen Azimuthen der Hauptschnitte.

Die gemischten Farbentöne treten ein, ohne dass sich die Schwingungsrichtung ändert.

rigen Schwingungsrichtung abhängig von dem Cosinus der Neigung der Letzteren gegen die Sehrichtung.

19. Die gleiche Schwingungsrichtung gehört zur Farbe *A* bei der Beobachtung in der Richtung der Axe und bei der Beobachtung senkrecht auf dieselbe.

Zur Farbe *A* gehören bei der Beobachtung in der Richtung der Axe Schwingungen senkrecht auf die Axe, zu derselben Farbe *A* gehören bei der Beobachtung senkrecht auf die Axe, die auf den sämmtlichen vorhergehenden senkrechtstehenden Schwingungen in der Richtung der Axe. Von einer Einwirkung der ersteren keine Spur.

20. Für gleiche Schwingungsrichtung gleiche Farbe durch den ganzen Krystall hindurch, bei gleicher Wellenlänge.

Für gleiche Schwingungsrichtung verschiedene Farben, also verschiedene Wellenlängen.

Es sei mir erlaubt zu bemerken, dass ich durch „Schwingungen die zu einer Farbe gehören, nichts weiter auszudrücken beabsichtige, als dass sie mit derselben verbunden sind.

Wenn man die Folgerungen aus der einen und der anderen Voraussetzung vergleicht, so wird gewiss Jedermann versucht sein, lieber das Klare, Einfache, Folgerechte und Zusammenhängende, wenn die Schwingungen senkrecht auf die Polarisations-Ebene vorausgesetzt werden, als der Wirklichkeit entsprechend anzuerkennen oder anzunehmen, als die unklaren, willkürlichen, überladenen und widersprechenden Vorstellungen, welche von der zweiten Betrachtungsart, den Schwingungen in der Polarisations-Ebene unzertrennlich sind.

Die vorhergehenden Betrachtungen beziehen sich grösserer Einfachheit wegen auf einaxige, dichromatische Krystalle, und es wird dabei von den Eigenschaften ausgegangen, welche der natürliche Körper, der Krystall, zeigt.

Man könnte den entgegengesetzten Weg einschlagen.

Man könnte einmal einen Körper denken, zur Festhaltung des Begriffes möchte ich ihn monodrom nennen, durchaus homogen,

und von einer solchen Beschaffenheit, dass er für den Durchgang des Lichtes nur Schwingungen in einer einzigen Richtung zulässt, welche also auch als Axenrichtung angenommen werden kann. Ferner werde das Licht, senkrecht auf dessen Fortpflanzungsrichtung die Schwingungen stattfinden, gar nicht absorbirt, dagegen finde gar kein Lichtdurchgang vermöge Schwingungen Statt, welche senkrecht auf jener Axe stehend gedacht werden können. Gewiss zeigt ein solcher Körper im gewöhnlichen Lichte Eigenschaften eines, man möchte sagen, idealisirten Turmalins, er wird vollkommen undurchsichtig sein in der Richtung der Axe, aber vollkommen durchsichtig senkrecht auf die Axe, denn in jeder der senkrecht auf die letztere stehenden Richtungen sind transversale Schwingungen als möglich vorausgesetzt. Die vollkommene Durchsichtigkeit entspricht ganz dem extraordinären Strahle, das durchgelassene Licht muss auch wie dieser polarisirt sein, weil die Schwingungen nur nach Einer Richtung Statt finden. Die Annahme der Schwingungen in der Richtung der Axe führt also auch ganz zu der Vorstellung, wie sie der Krystall in der Natur darbietet.

Man könnte in einem zweiten Falle einem ebenfalls zur Festhaltung des Begriffes, peridrom zu nennenden Körper annehmen, in welchem in allen Azimuthen senkrecht auf eine beliebige Linie, die also auch als Axe betrachtet wird, und sonst in keiner Richtung, Schwingungen stattfinden können. Jede Ebene senkrecht auf die Axe, in welcher Richtung immer betrachtet, hat Schwingungen senkrecht auf dieselbe, aber nur in einer Richtung, das durchfallende Licht ist also polarisirt. In der Richtung der Axe betrachtet, finden Schwingungen in allen Azimuthen senkrecht auf die Axe Statt, man hat also in der Linie der Beobachtung ordinäres, nicht polarisirtes Licht. Beide Erscheinungen zusammengenommen entsprechen vollständig dem Vorkommen des ordinären Strahles einaxiger Krystalle in der Natur.

Denkt man das Licht in jedem der beiden Fälle verschieden an Farbe, und combinirt sie dann noch in einem einzigen Körper, so ist das Ergebniss ein dichromatischer einaxiger Krystall. Aus der einzelnen Schwingungsrichtung folgt der extraordinäre Strahl, aus den Schwingungsrichtungen senkrecht auf die Axe, oder um es anders auszudrücken in der Ebene senkrecht auf die Axe, folgt der ordinäre Strahl in sämmtlichen Hauptschnitten nach allen Azimuthen. Ich

kann mir nicht denken, was man anstellen müsste, um aus den Schwingungen in der Ebene senkrecht auf die Axe die Erscheinungen des extraordinären Strahles abzuleiten.

Im Krystall ist aber der extraordinäre Strahl senkrecht auf die Axe, der ordinäre in jedem Hauptschnitte in der Richtung der Axe polarisirt. Diese Thatsache, verbunden mit der unabhängig von derselben aus der Richtung der Schwingungen abgeleiteten verschiedenen Fortpflanzungsfähigkeit für Lichtströme vollendet den Beweis dafür, dass wirklich im polarisirten Lichte die Schwingungen senkrecht auf die Polarisations-Ebene Statt finden.

Ähnliche Betrachtungen wie bei den einaxigen, dichromatischen Krystallen könnte man auch bei den optisch zweiaxigen, trichromatischen Krystallen in Gegensätzen tabellarisch verfolgen, welche drei verschiedene Grenzfarben zeigen, und zwar jede derselben in den Richtungen senkrecht auf die drei Elasticitäts-Axen polarisirt. Zu jeder Farbe gehört Eine Schwingungsrichtung, wenn diese senkrecht auf der Polarisations-Ebene steht, zu jeder Farbe würden unendlich viele Schwingungsrichtungen gehören, wenn diese in den Polarisations-Ebenen liegen. Die drei einzelnen Schwingungsrichtungen sind den Elasticitäts-Axen parallel, die unendlich vielen lägen in den drei senkrecht auf den Elasticitäts-Axen stehenden Ebenen. Wenn man von der Annahme der drei senkrecht auf einander stehenden Schwingungen in einem nach der Analogie t r i o r t h o d r o m zu nennenden Körper ausginge, so würde die Construction der Eigenschaften im gewöhnlichen und polarisirten Lichte genau denjenigen entsprechen, welche uns die in der Natur vorkommenden trichromatischen Krystalle darbieten.

Die Austheilung der trichromatischen Farbentöne zeigt eine Eigenthümlichkeit, auf welcher ich an dem gegenwärtigen Orte noch einen Augenblick verweilen zu sollen glaube. Es scheint mir nämlich dass sie in dem Gange der Erläuterungen und Beweisführungen in den Lehrbüchern sehr anschauliche Beiträge liefert, für die Existenz von Transversal-Schwingungen überhaupt, und gegen die von Longitudinal-Schwingungen oder Emanationen.

Man könnte untersuchen, ob es möglich ist, dass es homogene Körper gebe, welche bei einfallendem gewöhnlichen Lichte in drei senkrecht auf einander stehenden Richtungen verschiedene Farben zeigen, während das austretende Licht noch immer gewöhnliches

Licht ist. Unter dieser Voraussetzung würden die Zwischentöne zwischen zwei Farben in den Quadranten der grössten Kreise liegen, die Zwischentöne zwischen drei Farben in den Raum-Octanten der Kugel. Diese Farbenaustheilung wäre allein möglich unter der Voraussetzung einer wahren Emanation von Lichtstoff, der sich beim Durchgange durch den Körper färbt, oder wenigstens unter der von Longitudinal-Schwingungen. Alles wäre dann Übergang, nirgends ein Wendepunkt. Aber es gibt keine solche Austheilung der Farben, also auch weder Longitudinal-Schwingung noch Emanation. In den drei senkrecht auf einander stehenden Richtungen sind die Farbentöne aus je zwei verschiedenen senkrecht auf einander polarisirten Grundfarben zusammengesetzt, und zwar dergestalt, dass drei derselben an jedem trichromatischen Krystalle erscheinen, dass sie zu je zweien verbunden sind, und dass jeder der Töne in der Richtung einer der Axen in dem einen Falle gar nicht erscheint, wenn er in allen Richtungen senkrecht auf die Axe und zwar mit der Polarisation senkrecht auf die Axe verfolgt werden kann. In der Richtung der Axe sind aber die Longitudinal-Schwingungen durch die früheren Betrachtungen ausgeschlossen, also bleiben nur die transversalen übrig. Das Wichtigste bei solchen Auseinandersetzungen bleibt, dass man fortwährend den gleichzeitigen Zustand in jedem Theile des homogenen Krystalls vor Augen hält, also auch in den drei grössten Kreisen, in welchen sodann sich von selbst die drei Schwingungsrichtungen senkrecht auf die Polarisations-Ebenen der drei Farben ergeben.

Mineralogische Notizen.

(Dreizehnte Folge.)

Von **Dr. A. Kenngott.**

1. Diopsid, Krystallform desselben.

In den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinetes fand ich eine geschnittene Platte des grünen durchsichtigen Diopsides von Schwarzenstein in Tirol, welche zur Bestimmung optischer Erscheinungen dient. Sie war durch zwei parallele Schnitte senkrecht auf die Hauptaxe erhalten worden und gestattete die Bestimmung der Krystallflächen der verticalen Zone. Da wegen der Grösse der Platte und wegen der senkrechten Streifung eine Messung mit dem Reflexionsgoniometer nicht zu veranstalten war, klebte ich die Platte auf Papier und zog vermittelst eines angelegten Lineals Parallelen zu den Krystallflächen, deren Neigungswinkel auf diese Weise mit dem Transporteur gemessen wurden. Die Combination zeigte nun ausser den Flächen ∞P, $(\infty P\infty)$ und $\infty P\infty$ noch die Flächen eines zweiten klinorhombischen Prisma ∞Pn, zwischen den Flächen $\infty P\infty$ und ∞P, welche den stumpfen Kantenwinkel über $\infty P\infty = 153^{\circ}\,10$ ergaben, wonach dem Prisma das Zeichen $\infty P\frac{9}{2}$ zukommt.

Durch die Platte hindurch gingen zwei sich fast in der Mitte kreuzende Sprünge mit starkem Reflex des Lichtes, welche den Quer- und Längsflächen entsprechen, vermöge welcher man die Platte leicht in vier nahezu gleiche Theile hätte zerbrechen können.

2. Plumbocalcit.

Ein Exemplar dieses Minerals von Leadhills in Schottland, in den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinetes befindlich, zeigte aufgewachsene und verwachsene ziemlich grosse Krystalle, stumpfe Rhomboeder mit schimmernder bis wenig glänzender Oberfläche, ist vollkommen spaltbar parallel den Flächen dieses Rhomboeders, dessen Endkantenwinkel an den Spaltungsstücken bestimmt 105° messen. Farblos, weiss bis blassröthlichweiss, auf den Spaltungsflächen stark perlmutterartig glänzend, durchsichtig bis durchscheinend; Strich weiss; Härte = 3·0; spröde; specifisches Gewicht = 2·772.

Herr Karl Ritter v. Hauer übernahm die quantitative Bestimmung und fand in 100 Theilen:

92·43	kohlensaure Kalkerde,
7·74	kohlensaures Bleioxyd,
100·17.	

Das Mineral wurde in Salzsäure gelöst, die Lösung mit viel Wasser verdünnt, dann das Blei durch Hydrothionammoniak gefällt, und das erhaltene Schwefelblei durch rauchende Salpetersäure und etwas Schwefelsäure in schwefelsaures Bleioxyd umgewandelt und als solches gewogen; hierauf die Kalkerde durch oxalsaures Ammoniak abgeschieden.

3. Über den Thonerdegehalt des Augit.

Wenn man in neuerer Zeit häufig die chemische Constitution gewisser Mineralspecies durch Formeln ausgedrückt findet, in denen man die Thonerde als vicarirenden Bestandtheil der Kieselsäure betrachtet, so muss man ein gerechtes Bedenken dagegen erheben, weil durch diese willkürliche Annahme gewöhnlich nur diejenigen Formeln belastet werden, welche man sonst nicht passend zu schreiben weiss, während man in anderen Formeln zu dieser Annahme nicht seine Zuflucht nimmt, wo eben so gut diese Annahme gelten müsste, mithin diese Substitution überhaupt eine rein willkürliche wird, und weil die Annahme, dass Thonerde und Kieselsäure vicarirende Bestandtheile sein können, zu Folgerungen führen müsste, welche bei der Ansicht über vicarirende Bestandtheile im Allgemeinen ungereimt erscheinen und die vicarirenden Bestandtheile selbst zu einem Gegenstande herabwürdigen, dessen man sich nur bedient, um störende Erscheinungen zu verdecken, nicht um sie aufzuklären.

Findet man ausserdem noch abweichende Ansichten der Art, dass die Thonerde bald die Kieselsäure in gleichen Äquivalenten vertreten soll, oder dass je drei Äquivalente Thonerde je zwei Äquivalente Kieselsäure ersetzen sollen, oder noch andere Verhältnisse als möglich gedacht werden, so muss jede derartige Annahme Zweifel erregen, wenn man sieht, dass die Art der Vertretung noch dazu von gerade passenden Beispielen abhängig gemacht wird.

Unter die Anzahl derartiger Minerale, bei welchen man die Thonerde als vicarirenden Bestandtheil der Kieselsäure angegeben findet, gehört auch der Augit, den ich zufällig gewählt habe, um zu zeigen, dass eine derartige Annahme unrichtig sei und durchaus nicht dazu dient, die Abweichungen in den Analysen dadurch zu beweisen und aufzuheben.

Die verschiedenen Minerale, welche eine chemische Zusammensetzung, entsprechend der Formel $3RO \cdot 2SiO_3$, haben und nach dem basischen Bestandtheile wie die Carbonate $RO \cdot CO_2$ in einzelne bis jetzt zum Theil noch nicht ausreichend festgestellte Species zu gruppiren sind, zeigen oft einen Gehalt an Thonerde, deren Mengen als sehr geringe vernachlässigt, wenn sie bedeutender sind, in die Formel aufgenommen werden, um eine Formel $3RO \cdot 2(SiO_3, Al_2O_3)$ zu construiren, welche gleiche Geltung mit $3RO \cdot 2SiO_3$ haben soll. Nun zeigt es sich aber schon, dass gerade diejenigen als Augit benannten Minerale, welche einen grösseren Thonerdegehalt haben, durch ihr Aussehen darauf schliessen lassen, dass sie fremdartige Beimengungen enthalten, durch welche die physikalischen Eigenschaften in hohem Grade beeinflusst werden.

Die häufig vorkommenden Einschlüsse in krystallisirten Mineralen, wo man sie durch das Auge oder durch gewisse Mittel nachweisen kann, haben hinreichend den Beweis geliefert, dass die Mengen fremdartiger eingeschlossener Minerale oft sehr bedeutend werden können, ohne dass man im geringsten daran denkt, sie gleichfalls als wesentliche Bestandtheile des einschliessenden Minerals zu betrachten. Man erinnere sich nur der oft so auffallend grossen Mengen fremdartiger Substanzen, welche in Quarz vorkommen, die aber nie berücksichtigt werden und noch Niemanden veranlasst haben, die Formel des Quarzes umzuändern, sondern sie stets so zu schreiben, wie sie sich aus den reinsten Varietäten ergeben hat. Bei dem Augit sieht man aber die Beimengungen nicht und dies soll nun der Grund sein, dass die Einmengungen ihm als wesentliche Bestandtheile zugeschrieben werden, ein Verfahren, welches die übereinstimmende Auffassungsweise sehr beeinträchtigt. Wenn man einen farblosen Quarzkrystall neben einen mit fremden Substanzen innig durchdrungenen Krystall derselben Species stellt und den durchsichtigen Diopsid mit einem undurchsichtigen Augit schwarzer oder brauner Farbe vergleicht, so liegt wohl der Gedanke sehr nahe, dass auf Grund anderer übereinstimmender wesentlicher Eigenschaften beide Minerale Glieder einer Species darstellen oder wenigstens beiden dieselbe chemische Formel gebühre und dass man nicht nöthig hat, die fremdartigen Theile in die Formel des Augites hinein zu zwingen, weil man sie nicht sehen und durch die Augen unterscheiden kann.

Stellt man, um die richtige Ansicht über den Thonerdegehalt der Augite zu gewinnen, die Resultate der verschiedenen Analysen zusammen und nimmt man, wie Kudernatsch als richtig nachgewiesen hat, in denjenigen Analysen Eisen- und Manganoxydul an, wo die Oxyde angegeben worden sind, eine Annahme, wodurch die Ansicht über die Vertretung der Kieselsäure durch Thonerde nicht geschmälert wird, so ergeben sich nachfolgende Verhältnisse der Bestandtheile, wie sie bei jeder Analyse unterhalb der Bestandtheile angegeben sind:

	SiO_3	Al_2O_3	CaO	MgO	FeO	MnO
1. Augit von der Rhön nach Kudernatsch.	50·11	6·68	18·66	15·72	7·55	—
	11·062	1·299	6·664	7·860	2·097	—
	12·361		16·621			
	2·000		2·689			
2. Dgl. ebendaher nach demselben.	50·73	6·47	18·90	16·91	7·26	—
	11·199	1·259	6·750	8·455	2·017	—
	12·458		17·222			
	2·000		2·765			
3. Dgl. von Gillenfelder Maar in der Eifel nach demselben.	49·79	6·67	22·54	12·12	8·02	—
	10·991	1·298	8·050	6·060	2·228	—
	12·289		16·338			
	2·000		2·659			
4. Dgl. ebendaher nach demselben.	47·05	5·16	23·77	15·35	7·57	—
	10·386	1·004	8·489	7·675	2·103	—
	11·390		18·267			
	2·000		3·208			
5. Dgl. ebendaher nach demselben.	48·76	4·99	23·26	15·78	7·21	—
	10·764	0·971	8·307	7·890	2·003	—
	11·735		18·200			
	2·000		3·102			
6. Dgl. ebendaher nach demselben.	49·39	6·00	22·46	13·93	7·39	—
	10·903	1·167	8·021	6·965	2·053	—
	12·070		17·039			
	2·000		2·823			
7. Dgl. vom Zigolonberg im Fassathale nach demselben.	50·09	4·39	20·53	13·93	11·16	—
	11·057	0·854	7·332	6·965	3·100	—
	11·911		17·397			
	2·000		2·921			

	SiO_3	Al_2O_3	CaO	MgO	FeO	MnO
8. Dgl. ebendaher nach demselben.	50·15	4·02	19·37	13·48	12·04	
	11·070	0·782	6·989	6·740	3·344	—
	11·852		17·073			
	2·000		2·881			
9. Dgl. vom Ätna nach demselben.	50·55	4·85	22·29	13·01	7·69	—
	11·159	0·944	7·961	6 505	2·136	—
	12·103		16·602			
	2·000		2·743			
10. Dgl. vom Vesuv nach demselben.	50·90	5·37	22·96	14·43	6·25	—
	11·236	1·045	8·200	7·215	1·736	—
	12·281		17·151			
	2·000		2·793			
11. Dgl. von Pargas in Finnland nach Nordenskiöld.	51·80	6·56	19·07	12·01	6·92	—
	11·435	1·276	6·811	6·005	1·922	—
	12·711		14·738			
	2·000		2·319			
12. Dgl. vom Ätna nach Vauquelin.	52·00	3·33	13·20	10·00	13·19	1·79
	11·479	0·648	4·714	5·000	3·664	0·503
	12·127		13·881			
	2·000		2·289			
13. Dgl. von Frascati nach Klaproth.	48·00	5·00	24·00	8·75	10·80	0·89
	10·596	0·973	8·571	4·375	3·000	0·252
	11·569		16·198			
	2·000		2·800			
14. Dgl. (Kokkolith) von Arendal nach Vauquelin.	50·00	1·50	24·00	10·00	6·30	2·69
	11·038	0·292	8·571	5·000	1·750	0·756
	11·330		16·077			
	2·000		2·838			
15. Dgl. ebendaher nach Simon.	50·25	3·50	25·50	7·00	9·45	2·025
	11·093	0·681	9·107	3·500	2·625	0·568
	11·774		15·800			
	2·000		2·684			
16. Dgl. aus der Rhön, schwarzer muschliger, nach Klaproth.	52·00	5·75	14·00	12·75	11·02	0·225
	11·479	1·119	5·000	6·375	3·063	0·063
	12·598		14·501			
	2·000		2·302			

	SiO_3	Al_2O_3	CaO	MgO	FeO	MnO
17. Dgl. ebendaher, grüner muschliger, nach demselben.	55·00	5·50	12·50	13·75	9·90	—
	12·141	1·070	4·464	6·875	2·750	—
	13·211		14·089			
	2·000		2·133			
18. Dgl. aus dem Basalttuff von Härtlingen im Westerwald nach Rammelsberg.	47·52	8·13	18·25	12·76	13·02	0·40
	10·490	1·582	6·518	6·380	3·617	0·101
	12·072		16·616			
	2·000		2·753			

In dieser Übersicht der Augit-Analysen sind in der obersten Reihe die gefundenen Resultate angegeben, in der Reihe darunter die daraus berechneten Äquivalente, in der dritten Reihe wurden die Äquivalentzahlen der Kieselsäure und Thonerde summirt, desgleichen die Äquivalente der Basen RO, in der vierten Reihe wurde die Summenzahl der Kieselsäure- und Thonerde-Äquivalente auf 2 reducirt und darnach die entsprechende Summenzahl der Äquivalente RO berechnet.

Die Zusammenstellung zeigt nun, dass man nicht berechtigt ist, anzunehmen, dass die Summirung von Kieselsäure und Thonerde ausreiche, um die bekannte Formel des Augits zu construiren, denn es schwanken die Basen RO zwischen 2·133 und 3·208; in fast allen, zwei ausgenommen, ist die geforderte Zahl 3 nicht erreicht und es kann daher nicht die Formel $3RO \cdot 2(SiO_3, Al_2O_3)$ aufgestellt werden, und es ist, wie die Berechnung zeigt, nicht die Thonerde als ein stellvertretender Theil der Kieselsäure in der Zusammensetzung des Augits anzunehmen.

Vergleichen wir den Augit mit dem Diopsid, dessen Formel $3RO \cdot 2SiO_3$ ist, so müssen wir annehmen, dass der Thonerdegehalt des Augits durch Beimengungen bedingt wird, dass diese verunreinigten Augite dadurch ihr verschiedenes Aussehen erlangen und dass diese Verunreinigungen nicht zur Trennung in zwei Species beitragen können, sondern Diopsid und Augit eine Species bilden, welche wesentlich ein Kalktalkerdesilicat der Formel $3Ca, MgO \cdot 2SiO_3$ ist, worin Eisenoxydul in verschiedenen, meist sehr geringen Mengen als vicarirender Bestandtheil eintritt und als solcher mit in die Formel aufgenommen werden kann, wonach dieselbe für die Species Augit (den Diopsid mit eingeschlossen, als die reinste Varietät dieser Species) $3Ca, Mg, FeO \cdot 2SiO_3$ sein wird.

Neben dieser Species finden sich in dem Geschlechte der Augit-Spathe (vergleiche Seite 69 in meiner Bearbeitung des Mohs'schen Mineralsystems) noch andere Species, deren chemische Constitution durch analoge Formeln, jedoch mit anderen wesentlichen Bestandtheilen, ausgedrückt wird, wie der Rhodonit = $3MnO.2SiO_3$, der Bustamit = $3Mn, CaO . 2SiO_3$, der Fowlerit = $3Mn, FeO . 2SiO_3$, der Grunerit = $3FeO.2SiO_3$, der Wollastonit = $3CaO. 2SiO_3$ und einige andere, von denen einzelne noch genauer zu prüfen sind.

Wenn nun durch obige Zusammenstellung gezeigt worden ist, dass das Verhältniss der vorkommenden Thonerde nicht die Aufnahme derselben in der Formel des Augits bedingt, so muss es sich auch nachweisen lassen, dass die Berechnung auf dergleichen beigemengte Stoffe führt, die in Abzug gebracht die Formel des Augits übrig lassen. Da gewöhnlich der Augit in Gesellschaft verschiedener thonerdehaltiger Minerale vorkommt, welche Silicate mit zweierlei Basen, sowohl mit RO als auch mit R_2O_3 sind, so wird die Berechnung auf solche Minerale hinführen müssen, ohne dass jedoch behauptet werden kann, dass die beigemengte Substanz gerade dieser Formel entspricht, weil es auch möglich ist, dass zwei oder mehrere Silicate mit solchen Basen darin eingemengt sind. Die Berechnung allein ist nicht im Stande sie herauszufinden, sondern es müssten geeignete Analysen der Augite, des sie einschliessenden Gesteins und wo möglich der begleitenden Minerale veranstaltet werden. Es ist aus diesem Grunde hier die Berechnung nur in soweit als nutzbringend anzusehen, als sich daraus ergibt, dass es nicht schwierig ist, derartige Silicate herauszurechnen, nach deren Abzug die Formel des Augits vom Thonerdegehalt befreit hervorgeht.

Betrachten wir den oben angegebenen Augit von der Rhön, welchen Kudernatsch analysirte und woraus sich die Äquivalentzahlen

1.	11·062	SiO_3	1·299	Al_2O_3	16·621 RO,
2.	11·199	„	1·259	„	17·222 „

ergaben, so erhält man, wenn man ein Äquivalent Thonerde setzt und die anderen entsprechend berechnet

1.	8·516	SiO_3	1	Al_2O_3	12·795 RO,
2.	8·895	„	1	„	13·679 „
im Mittel	8·706	„	1	„	13·237 „

Zieht man die Verbindung $3RO \cdot SiO_3 + Al_2O_3 \cdot SiO_3$ ab, so verbleiben

1.	6·516	SiO_3	9·795	RO,
2.	6·895	„	10·679	„
im Mittel	6·706	„	10·237	„

aus welchem Verhältnisse, wenn wir $2SiO_3$ eintragen und die Basen RO entsprechend berechnen, für die noch übrige Verbindung die Formel des Augit hervorgeht:

1.	2	SiO_3	3·007	RO,
2.	2	„	3·096	„
im Mittel	2	„	3·053	„

Betrachten wir auf gleiche Weise die Bestandtheile des Augit von Gillenfelder Maar in der Eifel, welchen Kudernatsch analysirte (siehe oben 3—6), so ergaben sich die Äquivalente wie folgt:

1.	10·991	SiO_3	1·298	Al_2O_3	16·338	RO,
2.	10·386	„	1·004	„	18·267	„
3.	10·764	„	0·971	„	18·200	„
4.	10·903	„	1·167	„	17·039	„

Setzen wir, um die Veränderung deutlicher zu machen, überall den Thonerdegehalt = 1, so ergeben sich in

1.	8·468	SiO_3	1	Al_2O_3	12·587	RO,
2.	10·345	„	1	„	18·194	„
3.	11·085	„	1	„	18·744	„
4.	9·343	„	1	„	14·601	„

Zieht man auch hier die Verbindung $3RO \cdot SiO_3 + Al_2O_3 \cdot SiO_3$ ab, so verbleiben

1.	6·468	SiO_3	9·587	RO,
2.	8·345	„	15·194	„
3.	9·085	„	15·744	„
4.	7·343	„	11·601	„

und wenn wir überall zwei Äquivalente Kieselsäure setzen und die Basen darnach berechnen, so ergeben sich

1.	2	SiO_3	2·964	RO,
2.	2	„	3·641	„
3.	2	„	3·466	„
4.	2	„	3·159	„

Hieraus folgt, dass in 1. und 4. der obige Abzug hinreichend genügte, für 2. und 3. aber noch ein Silicat der Basen RO in Abzug zu bringen ist, welches die Formel $3RO \cdot SiO_3$ haben könnte, dessen Menge in 2. etwa $1\frac{1}{2}$ Äquivalente und in 3. nahezu 1 Äquivalent betragen würde. Oder wir könnten auch zwei verschiedene Doppel-

silicate abziehen, welche Ausführung hier nicht erst nöthig ist, da sie eine leicht zu ergänzende Berechnung nach sich zieht.

Auch für den von Kudernatsch analysirten Augit vom Zigolonberge im Fassathal 7. und 8. in der obigen Zusammenstellung folgt ein gleiches Resultat. Seine Analysen ergaben:

7. 11·057 SiO_3 0·854 Al_2O_3 17·397 RO,
8. 11·070 „ 0·782 „ 17·073 „

und nach der Umrechnung auf 1 Äquivalent Thonerde

7. 12·947 SiO_3 1 Al_2O_3 20·371 RO,
8. 14·156 „ 1 „ 21·832 „

Wird auch hier, was jedoch nicht immer richtig sein kann und bei genauer Untersuchung von den begleitenden Substanzen abhängig gemacht werden muss, eine Verbindung $3RO \cdot SiO_3 + Al_2O_3 \cdot SiO_3$ abgezogen, so bleiben

7. 10·947 SiO_3 17·371 RO,
8. 12·156 „ 18·832 „

übrig, woraus schon nahezu die Formel des Augit hervorgeht

7. 2 SiO_3 3·174 RO,
8. 2 „ 3·098 „

und noch genauer hervorgehen würde, wenn, wie sehr wahrscheinlich ist, die abzuziehende Verbindung noch etwas Eisenoxyd enthielte. Der Gehalt an Eisenoxydul allein wurde zwar in allen obigen Analysen zu Grunde gelegt, weil Kudernatsch sich dafür aussprach, es ist damit aber gewiss nicht als ausgemacht anzusehen, dass wirklich immer nur Eisenoxydul ganz allein darin enthalten ist. Genaue darauf gerichtete Untersuchungen, die zwar immer mit einigen Schwierigkeiten bei so geringen Mengen beider Oxyde verbunden sind, würden gewiss oft auch Eisenoxyd neben Eisenoxydul finden lassen, ohne dass gegen die Resultate, welche nur Eisenoxydul ergaben, in Bezug auf ihre Genauigkeit irgend welcher Zweifel zu erheben ist. Die Schwierigkeit der Trennung allein macht es wahrscheinlicher und einfacher, nur Eisenoxydul anzugeben und der Einfluss auf die Resultate wird stets nur ein sehr geringer sein.

Die Analysen des Augit vom Ätna und vom Vesuv, welche Kudernatsch lieferte (9. und 10. in der obigen Zusammenstellung) führen gleichfalls bei gleicher Berechnung zum gewünschten Resultate. Es ergaben sich die Äquivalente wie folgt:

9. 11·159 SiO_3 0·944 Al_2O_3 16·602 RO,
10. 11·236 „ 1·045 „ 17·151 „

und nach der Annahme von 1 Äquivalent Thonerde behufs der leichteren Übersicht

9. 11·821 SiO_3 1 Al_2O_3 18·168 RO,
10. 10·752 „ 1 „ 16·412 „

Wird die einfache Formel $3RO . SiO_3 + Al_2O_3 . SiO_3$ auch hier gewählt, um die Thonerde zu beseitigen, so bleiben

9. 9·821 SiO_3 15·168 RO,
10. 8·752 „ 13·412 „

und wenn zwei Äquivalente Kieselsäure gesetzt werden, so zeigt die Berechnung

9. 2 SiO_3 3·091 RO,
10. 2 „ 3·065 „

dass wieder die Augitformel ohne Schwierigkeit hervorgeht.

Bei dem Augit von Pargas in Finnland, welchen Nordenskiöld analysirte, ergaben sich

11·435 SiO_3 1·276 Al_2O_3 14·738 RO,
oder 8·962 „ 1 „ 11·550 „

Hier genügt es schon, ein einfaches Silicat der Thonerde, nämlich $Al_2O_3 . SiO_3$ abzuziehen, welches

7·962 SiO_3 11·550 RO,
oder 2 „ 2·901 „

übrig lässt, doch könnte man auch ein zusammengesetztes Silicat der Formel $3RO . 2SiO_3 + Al_2O_3 . SiO_3$ in Abzug bringen, was zu demselben Resultate führen würde, oder man könnte das einfache Thonerdesilicat etwas anders formiren, um den Rest noch schärfer zu machen. Der Wassergehalt wurde hier so wie bei einigen anderen der nachfolgenden Analysen nicht berücksichtigt, er ist stets sehr gering und man darf wohl mit vollem Rechte ihn vernachlässigen, da es sich hinreichend gezeigt hat, dass derartige geringe Wassermengen nicht zu den wesentlichen Bestandtheilen gehören, mithin kein Grund vorliegt, die Berechnungen durch zu subtile Kleinigkeiten zu beschweren.

Auch Vauquelin analysirte einen Augit vom Ätna, doch zeigt die einfache Zusammenstellung der Resultate, welche er und Kudernatsch erhielten, dass sie nicht von demselben Fundorte herstammen können.

V.	K.	
52·00	50·55	Kieselsäure,
3·33	4·85	Thonerde,
13·20	22·29	Kalkerde,

V.	K.	
10·00	13·01	Talkerde,
14·66	—	Eisenoxyd,
2·00	—	Manganoxyd,
—	7·69	Eisenoxydul,

und dass die etwaigen Beimengungen nicht allein der Grund der Abweichung sind. Nehmen wir die Äquivalente, wie sie sich aus Vauquelin's Analyse ergeben, bei der Voraussetzung, dass Eisen- und Manganoxydule darin waren (siehe 12. in obiger Zusammenstellung), so haben wir

11·479 $Si O_3$ 0·648 $Al_2 O_3$ 13·881 RO,
oder 17·714 „ 1 „ 21·421 „

Wollten wir hier das Silicat $Al_2 O_3 . SiO_3$ abziehen, so bleiben

16·714 $Si O_3$ 21·421 RO,
oder 2 „ 2·563 „

also offenbar zu wenig Basen RO für die Formel $3RO . 2SiO_3$ des Augit. Ziehen wir dagegen ein Silicat der Formel $RO . SiO_3 + Al_2 O_3 . 3SiO_3$ ab, so bleiben

13·714 $Si O_3$ 20·421 RO,
oder 2 „ 2·979 „

so dass für den Rest die Formel des Augits hervorgeht, mithin die Beimengung eine ganz andere gewesen sein muss.

Der von Klaproth analysirte Augit von Frascati ergab (siehe oben 13)

10·596 $Si O_3$ 0·973 $Al_2 O_3$ 16·198 RO,
oder 10·890 „ 1 „ 16·648 „

und wenn auch hier die Verbindung $3RO . SiO_3 + Al_2 O_3 . SiO_3$ in Abzug gebracht wird, so verbleiben,

8·890 $Si O_3$ 13·648 RO,
oder 2 „ 3·074 „

so dass hier dem Reste die Formel des Augits entspricht.

Der Kokkolith genannte Augit von Arendal, welchen Vauquelin analysirte, ergab

11·038 $Si O_3$ 0·292 $Al_2 O_3$ 16·077 RO,
37·801 „ 1 „ 55·058 „

Der Thonerdegehalt ist zwar sehr gering und könnte fast unberücksichtigt bleiben, ziehen wir aber $Al_2 O_3 . SiO_3$ ab, so bleiben

36·801 $Si O_3$ 55·058 RO,
oder 2 „ 2·992 „

woraus die Formel des Augits genau genug hervorgeht, welche sich auch ergeben würde, wenn wir $3RO . 2SiO_3 + Al_2 O_3 . SiO_3$ abziehen.

Auch Simon analysirte Kokkolith von Arendal mit etwas abweichendem Resultate, wie die Zusammenstellung der beiderlei Analysen zeigt:

V.	S.	
50·00	50·25	Kieselsäure,
1·50	3·50	Thonerde,
24·00	25·50	Kalkerde,
10·00	7·00	Talkerde,
7·00	10·50	Eisenoxyd,
3·00	2·25	Manganoxyd.

Bei der Annahme von Eisen- und Manganoxydul ergaben sich (siehe oben 15)

11·093 $Si O_3$ 0·681 $Al_2 O_3$ 15·800 RO,
oder 16·290 „ 1 „ 23·201 „

und wenn wir auch nur, wie im vorigen Falle, $Al_2 O_3 . SiO_3$ abziehen, so bleiben

15·290 $Si O_3$ 23·201 RO,
2 „ 3·035 „

und der Rest entspricht in gewünschter Weise wie vorhin der Formel des Augit.

Die beiden von Klaproth analysirten Augite aus der Rhön ergaben andere Resultate, als welche Kudernatsch fand, wie die Vergleichung zeigt, indem sich namentlich ein grösserer Gehalt an Kieselsäure, weniger Thonerde und ein anderes Verhältniss der Basen unter einander ergab:

Ku.		Kl.		
1.	2.	16.	17.	
50·11	50·73	52·00	55·00	Kieselsäure,
6·68	6·47	5·75	5·50	Thonerde,
18·66	18·90	14·00	12·50	Kalkerde,
15·72	16·91	12·75	13·75	Talkerde,
7·55	7·26	—	—	Eisenoxydul,
		12·25	11·00	Eisenoxyd,
		0·25	—	Manganoxyd,
		0·25	1·00	Wasser.

Die Berechnung ergab, wenn wir Eisen- und Manganoxydul allein annehmen,

16. 11·479 $Si O_3$ 1·119 $Al_2 O_3$ 14·501 RO,
17. 12·141 „ 1·070 „ 14·089 „

oder wenn wir die Mengen auf 1 Äquivalent Thonerde berechnen

16. 10·258 $Si O_3$ 1 $Al_2 O_3$ 12·959 RO,
17. 11·347 „ 1 „ 13·168 „

Wird wie oben die Verbindung $3RO \cdot SiO_3 + Al_2O_3 \cdot SiO_3$ abgezogen, so bleiben

16. 8·258 SiO_3 9·959 RO,
17. 9·347 „ 10·168 „

wonach der Rest nicht der Augitformel entspricht; wird dagegen in 16. ein Silicat $RO \cdot SiO_3 + Al_2O_3 \cdot SiO_3$, in 17. dagegen ein Silicat $RO \cdot SiO_3 + Al_2O_3 \cdot 2SiO_3$ abgezogen, so bleiben

16. 8·258 SiO_3 11·959 RO,
17. 8·347 „ 12·168 „
oder 16. 2 „ 2·895 „
17. 2 „ 2·916 „

Dass hier von jeder Varietät ein anderes Silicat abgezogen wurde, ist nicht zu beanstanden, da beide nicht von derselben Fundstätte, wenn auch aus der Rhön herrühren, und wozu auch ihr verschiedenes Aussehen berechtigt; nebenbei ist auch ein geringer Wassergehalt gefunden worden, welcher jedoch nicht weiter berücksichtigt wurde.

Bei dem Augit endlich von Härtlingen, welchen Rammelsberg analysirte, erhielten wir

10·490 SiO_3 1·582 Al_2O_3 16·616 RO,
oder 6·625 „ 1 „ 10·503 „

wo nach Abzug von $3RO \cdot SiO_3 + Al_2O_3 \cdot SiO_3$.

4·625 SiO_3 7·503 RO,
oder 2 „ 3·245 „

verbleibt, mithin der Rest nicht vollkommen der Augitformel entspricht, doch genügt es noch ein wenig $3RO \cdot SiO_3$ abzuziehen, um selbst diese geringe Differenz auszugleichen.

Wenn ich hiermit genügend dargethan zu haben glaube, dass der in den Augiten gefundene Gehalt an Thonerde sich ohne Schwierigkeit als eine Folge von Beimengungen hinwegrechnen lässt, so muss ich nur ausdrücklich wiederholen, dass ich nicht der Ansicht bin, dass gerade diese und keine anderen Verbindungen in Abzug gebracht werden müssten. Sie sollten nur als Beispiele gelten, und zukünftige Analysen der Augite, verbunden mit den Analysen des Grundgesteins und der begleitenden Mineralspecies, werden zu zeigen haben, welche und wie vielerlei Verbindungen in Abzug zu bringen sind. Nebenbei galt es auch zu zeigen, dass die Thonerde enthaltenden Augite nur unreine Varietäten sind und dass man sie mit dem Diopsid, als der reinsten Varietät, vereinigen kann. Der geringe

Eisenoxydulgehalt mit seinen Schwankungen wird diese Vereinigung nicht stören, so lange das Eisenoxydul die Rolle eines untergeordneten vicarirenden Bestandtheiles spielt.

Anmerkung. Nachträglich ist hier der Analyse zu gedenken, welche Herr Karl Ritter v. Hauer von dem, Funkit genannten Augit (einem sogenannten Kokkolith) von Bocksäter in Ost-Gothland veranstaltete. (Vergleiche die zehnte Folge meiner mineralogischen Notizen, Februarheft des Jahrganges 1854 der Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, Band. XII.) Dieser Augit ergab nach sorgfältiger Trennung der beigemengten Minerale unter seinen Bestandtheilen keine Thonerde, sondern enthält nur

53·81	Kieselsäure
10·01	Eisenoxydul
27·50	Kalkerde
8·00	Talkerde
0·29	Glühverlust.
99·61	

Wäre das zur Analyse verabreichte Material minder sorgfältig ausgesucht worden, so hätte sich unter den Bestandtheilen Thonerde vorgefunden, wie die Analyse des Gemenges zeigte, welches nach der Auflösung und Entfernung des Carbonats übrig blieb. Wir haben dadurch einen neuen Beleg, dass die Thonerde nicht zur wesentlichen Mischung gehört, sondern in Beimengungen ihren Grund hat.

4. Notiz über den Couzeranit.

Da das mit dem Namen Couzeranit belegte Mineral noch nicht hinreichend bestimmt ist und die zwei in den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinetes befindlichen Exemplare dieses Namens unter sich und mit der ursprünglich gegebenen Beschreibung wenig übereinstimmen, welche man davon in mineralogischen Schriften angegeben findet, so sehe ich mich veranlasst, dieselben zu beschreiben, um dadurch Gelegenheit zu weiteren Untersuchungen zu geben.

Das eine Exemplar, laut der begleitenden Etiquette aus der Mineralienhandlung des Krantz und Comp. in Berlin aus den Pyrenäen (Saleix) zeigt eine grosse Menge in schwärzlichgrauem Glimmerschiefer eingeschlossener Krystalle, welche so dicht gedrängt sind, dass die Masse und Schieferung des Glimmerschiefers untergeordnet sind. Die eine Seite des Stückes stellt die Oberfläche eines Gesteins-

stückes dar, welches längere Zeit an der Luft gelegen, den äusseren Einflüssen stark ausgesetzt war und die Krystalle hervortretend mit abgerundeten Kanten und Ecken zeigt, wie man es bei Staurolith und manchem Granat in Glimmerschiefer auch zu sehen Gelegenheit findet.

Von dieser Seite aus betrachtet erscheinen die Krystalle als etwas verlängerte quadratische Prismen, welche auch vielleicht rhombische sein könnten, denn bei der Abrundung der gesammten Begrenzungs-Elemente ist eine etwaige Differenz nicht zu erkennen. Auch die Enden sind so verrundet, dass man nicht einmal entscheiden kann, ob basische oder pyramidale Flächen dagewesen sind. Dabei ist der Glimmer in die Oberfläche der Krystalle so fest eingewachsen, dass die Krystalle selbst im frischesten Zustande keine durch ebene Flächen begrenzte Oberfläche gegeben haben würden. Farbe und Glanz ist aus diesem Grunde auch von dieser Seite aus nicht zu sehen.

Auf den anderen Seiten, wo das Stück frische Trennungsflächen von der ganzen Gesteinsmasse zeigt, sieht man vorherrschend den dunkelgrauen, etwas bräunlichen Glimmer und die eingewachsenen Krystalle nur da, wo sie zerbrochen sind und ihr in diesem Falle rundlicher oder länglicher Durchschnitt an das Vorkommen von Granat in Glimmerschiefer erinnert. Eben darum, weil die Krystalle ganz mit Glimmer bekleidet sind, sieht man sie auf den frischen Trennungsflächen so sparsam und würde sie noch weniger als durchbrochene sehen, wenn sie nicht so unregelmässig durch einander lägen, wie man es an der Oberfläche der Aussenseite sieht. Auf diese Weise sieht man nun hier, dass die Krystalle schwärzlichgrau sind; Glanz ist auf dem kleinsplitterigen Bruche nicht zu bemerken, sondern sie schimmern nur schwach und die Masse ist undurchsichtig. Spaltungsflächen sind nicht zu beobachten, selten nur Spuren davon zu bemerken. Unter der Loupe angesehen zeigen die Krystalle recht deutlich, dass sie innig mit Glimmer durchmengt sind, wesshalb sie auch auf den frischen Trennungsflächen wenig deutlich aus der Masse des Glimmerschiefers hervortreten und weder mechanisch noch durch Säuren aus ihm herauszulösen sind. Ihre ursprüngliche Farbe würde eine lichtere sein, aber der viele Glimmer in ihnen lässt sie eben so dunkel erscheinen, wie den ganzen Glimmer. Die Härte ist = 6·5, das specifische Gewicht wurde = 2·85 gefunden.

Das zweite Exemplar von Les Couzerans in den Pyrenäen, laut der begleitenden Etiquette aus der Mineralienhandlung des Dr. M.

Bondi in Dresden, ist so verschieden von dem vorigen, dass ich nicht weiss, wie man sie als gleich ausgeben konnte oder wodurch man die Identität beweisen will, selbst wenn man annimmt, dass hier eine Pseudomorphose vorliege.

Das Stück zeigt verlängerte vierseitige prismatische graue Krystalle in einer gelben Grundmasse eingewachsen. Die Krystalle, eben so in der Richtung der Hauptaxe ausgedehnt, wie die vorigen, lassen auch nicht ganz sicher entscheiden, ob sie quadratische oder rhombische Prismen vorstellen, so gering ist für das Auge der Unterschied. Ich halte sie für quadratische, wofür auch die Messung mit dem Anlegegoniometer spricht. An mehreren sieht man noch die schmalen Flächen des quadratischen Prisma in diagonaler Stellung als Abstumpfungsflächen der Kanten. Dass man sie nicht bei allen sieht, liegt wohl daran, dass die Krystalle selbst nicht mehr frisch sind, und die Abrundung der Begrenzungs-Elemente, namentlich der Kanten, durch die Pseudomorphose eingetreten ist, an manchen sind sie ziemlich scharf ausgedrückt.

Die Oberfläche der Krystalle ist matt und rauh, Spaltungsflächen sind nicht zu bemerken, der Bruch kleinsplitterig und die Bruchflächen schimmernd.

Da die Krystalle nicht fest eingewachsen sind, suchte ich die Endflächen zu finden, indem ich die Grundmasse so gut es ging entfernte, die Enden blieben aber undeutlich, könnten aber am ersten auf gerade Basisflächen mit abgerundeten Combinationskanten hindeuten. Die Grundmasse erscheint als ein gelber dichter Kalkstein, durchzogen mit Adern weissen krystallinischen und krystallisirten Calcits. Es wurden daher Stückchen mit eingeschlossenen Krystallen in verdünnte Salzsäure gelegt, um so die einschliessende Masse zu entfernen. Starkes Aufbrausen zeigte sofort den Calcitgehalt an, es bröckelte sich einiges los, die Hauptmasse blieb aber nach stundenlanger Einwirkung und nach Entfernung allen Calcits im Zusammenhange als eine gelbe thonige Masse, die unter der Loupe durchlöchert erschien und also nur mit Calcit innig durchdrungen war und einen kalkigen Thon oder thonigen Kalkstein darstellt. Die Säure hatte auf die Krystalle nur schwach, mehr erweichend eingewirkt, im wesentlichen sie aber nicht verändert, wie man nach dem Trocknen bemerken konnte.

Die Krystalle sind lichtgrau, zum Theile schwach grünlich gefärbt, an den Kanten durchscheinend, im Bruche schimmernd, etwas

milde, leicht zerbrechlich. Härte = 2·5—3·0; specifisches Gewicht = 2·605.

Sie haben ganz das Ansehen von Pseudomorphosen des Speckssteins und könnten Pseudomorphosen nach Skapolith sein, wenn man ihr ganzes Aussehen und ihre Gestalten zusammenfasst.

Aus der Beschreibung der beiden vorliegenden für Couzeranit gehaltenen Minerale zeigt sich offenbar, dass unter demselben Namen zwei verschiedene Minerale in Umlauf gesetzt worden sind, von denen es eben so wenig klar ist, ob sie zusammengehören oder ob sie wirklich Couzeranit sind. Vielleicht finden sich Besitzer des echten Couzeranits veranlasst, die Eigenschaften dieser fraglichen Substanz zu revidiren und zu befestigen.

5. Phlogopit.

Ein mit dem Namen Phlogopit bezeichneter Glimmer vom Gouverneur in New-York, welcher blassröthlichbraun und in dünnen Blättern vollkommen durchsichtig ist, in einem Gemenge aus weissem krystallinisch-körnigen Calcit und lichtgelblichgrünen oder grünlichgelben dichtem Serpentin vorkommt, und das Krystallsystem nicht erkennen lässt, zeigte in der Turmalinzange beobachtet ein ähnliches Verhalten, wie der von mir früher beschriebene Biotit von Greenwood Fournace in Nordamerica (siehe die sechste Folge meiner mineralogischen Notizen in dem Octoberhefte des Jahrganges 1853 der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe der kaiserl. Akademie der Wissenschaften), wonach er ein hexagonal krystallisirender Glimmer ist. Aus dem äusseren Anblicke der eingewachsenen Partien kann man zwar auf das System keinen sicheren Schluss machen, doch sieht man an einer Stelle ein Stück einer verticalen Fläche, welche mit der der Spaltbarkeit entsprechenden Basisfläche einen rechten Winkel bildet.

Das in der Turmalinzange beobachte Blättchen war dick genug, um acht concentrische Ringe zu sehen, und bezüglich der Lage der Curven wurde, wie damals in Fig. 17, dasselbe Verhältniss gefunden, wenn man das Blättchen entsprechend einlegte und die eine der Lage nach bestimmbare verticale Fläche zur Bestimmung benützte. Der einzige Unterschied besteht hier nur darin, dass die concentrischen Ringe nicht vollkommen kreisförmig,

sondern ein wenig elliptisch gezogen sind, wie die beifolgende Figur angibt.

Das specifische Gewicht wurde = 2·810 gefunden und die Härte ist auf den Flächen etwas unter, an den Kanten gleich der des Calcits. Wenig spröde, in dünnen Blättchen elastisch-biegsam. Vor dem Löthrohre weiss und undurchsichtig werdend und zu einem weissen Email schmelzend.

Obgleich der hiermit nur unvollständig beschriebene Glimmer es wahrscheinlich macht, dass er zu dem Biotit gehöre, so sollte er zeigen, wie man mit dem Namen Phlogopit Glimmer bezeichnet, welche nicht dahin gehören, und dass man sehr irrt, wenn man wie Shepard (siehe *Treatise on Mineralogy by Charles Upham Shepard, third edition, 158)* so weit geht, unter dem Breithaupt'schen Namen Phlogopit eine Anzahl nordamericanischer Glimmer zu vereinen und ihnen Charaktere zu geben, welche eben so wenig als gemeinsame der Species anzusehen sind, wie die vereinten Glimmer einer Species angehören, denn damit ist weder die Breithaupt'sche Species Phlogopit genauer bestimmt, noch die Vereinigung anderer mit diesem gerechtfertigt.

Wenn die von Breithaupt (siehe dessen vollständiges Handbuch der Mineralogie, II. 398) aufgestellte Species Phlogopit (Phengites Phlogopites) eine selbstständige ist, wie es nach den vorliegenden Angaben als höchst wahrscheinlich angenommen werden kann, so können damit nur diejenigen Glimmer vereinigt werden, welche vollkommen damit übereinstimmen, was um so mehr zu berücksichtigen ist, weil die Eigenschaften des Phlogopites, welche als die charakteristischen anzusehen sind, noch nicht ausreichend erforscht wurden.

Breithaupt fand, abgesehen von den Krystallgestalten, welche er als klinorhombische angab und den Winkel des klinorhombischen Prisma $\infty P = 121^\circ\ 15'$ durch das Anlegegoniometer bestimmte, während Shepard denselben Winkel $= 120^\circ - 121^\circ\ 15'$ angibt (als wenn gerade Breithaupt das Maximum gefunden hätte), das specifische Gewicht = 2·75--2·80, wogegen Shepard das specifische Gewicht = 2·606 angibt, ohne zu bemerken, ob Breithaupt's Bestimmung sich an dem von ihm untersuchten nicht bewahrheitet hätte, oder dass seine Bestimmung auch nur eine singuläre, auf einen Fundort bezügliche sei. Breithaupt fand, dass sein Phlogopit

vor dem Löthrohre die gelbe Färbung der Flamme so stark und so deutlich zeigt, wie sonst ein eigentliches Natronsalz, und dass der Phlogopit mithin jedenfalls ein natronhaltiger Phengit sei; Shepard berücksichtigte diesen wichtigen Gegenstand gar nicht und citirt als Beleg der chemischen Constitution des Phlogopits nur eine Analyse Meitzendorf's, welche die chemische Beschaffenheit eines braunen Glimmers aus New-York mit 0·65 Procent lithionhaltigen Natron bekannt gibt, trotzdem Breithaupt den Natrongehalt als wesentlich hervorhebt.

Der von Meitzendorf analysirte Glimmer (siehe Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie, Band LVIII, Seite 157) ergab im Mittel aus drei Analysen:

41·30 Kieselsäure,
15·35 Thonerde,
1·77 Eisenoxyd,
28·79 Talkerde,
9·70 Kali,
0·65 Natron,
3·30 Fluor,
0·28 Glühverlust,

woraus die berechneten Äquivalentzahlen folgende sind:

9·117	Äquiv.	Kieselsäure,	
2·986	„	Thonerde,	3·207 R_2O_3,
0·221	„	Eisenoxyd,	
14·395	„	Talkerde,	
2·055	„	Kali,	16·660 RO.
0·210	„	Natron,	

Hiernach kommen auf 3·207 Äq. R_2O_3 3·207 Äq. SiO_3
und auf 5·553 (3RO) 5·553 „ „
auf alle Basen in Summa 8·760 Aq. SiO_3,

so dass für diesen Glimmer wegen des Verhältnisses 5·553 : 3·207 = 1·73 : 1 annähernd = 5 : 3 die Formel $5(3RO \,.\, SiO_3) + 3(R_2O_3 \,.\, SiO_3)$ hervorgeht, wonach er ein Biotit sein würde, wenn er nicht nach Dove's Untersuchungen ein optisch-zweiaxiger Glimmer wäre.

Hieraus geht aber noch nicht hervor, dass der Phlogopit Breithaupt's diese Zusammensetzung hat.

Auch Dana (siehe „*a System of Mineralogy by James D. Dana*," III. edit., 359) vereinigt auf diese Weise und fügt als Beleg für die Zusammensetzung noch eine zweite Analyse hinzu,

nämlich die, welche Svanberg von einem Glimmer von Sala lieferte. Er fand darin

42·464	Kieselsäure,
12·862	Thonerde,
7·105	Eisenoxydul,
1·063	Manganoxydul,
25·388	Talkerde,
6·031	Kali,
0·102	Calcium,
0·356	Magnesium,
0·619	Fluor,
3·170	Wasser,

und wenn wir das Wasser unbeachtet lassen, das Calcium und Magnesium in Verbindung mit Sauerstoff einrechnen, indem das Fluor als vicarirend angesehen wird, so erhalten wir

9·374	Äquiv.	Kieselsäure,	
2·502	„	Thonerde,	
1·974	„	Eisenoxydul,	16·591 RO,
0·298	„	Manganoxydul,	
12·694	„	Talkerde,	
1·278	„	Kali,	
0·051	„	Kalkerde,	
0·296	„	Talkerde,	

wonach auf 5·530 (3RO) 3·530 SiO_3

auf 2·502 Al_2O_3 2·502 SiO_3

auf die Basen in Summa 8·032 SiO_3

kommen, wenn man die Biotitformel zu Grunde legt. Hier ist nun ein Überschuss von Kieselsäure vorhanden, den man streng genommen nicht vernachlässigen dürfte. Geschieht dies, so ergibt sich aus dem Verhältnisse 5·530 : 2·502 = 2·21 : 1 die Formel $9(3RO.SiO_3) + 4(Al_2O_3 . SiO_3)$ oder weniger genau die Formel $2(3RO . SiO_3) + Al_2O_3 . SiO_3$.

Bei der Annahme von Eisen- und Manganoxyd, welche möglich ist, wird der Überschuss der Kieselsäure etwas herabgedrückt, indem sich dann

$$9{\cdot}374\ SiO_3\ 3{\cdot}638\ R_2O_3\ 14{\cdot}319\ RO = 4{\cdot}773\ (3\,RO)$$

ergeben, so dass die für die Basen erforderliche Kieselsäure 8·411 Äquivalente beträgt und die Formel $4(3RO.SiO_3) + 3(R_2O_3.SiO_3)$ hervorgeht.

Da über das optische Verhältniss dieses Glimmers nichts vorliegt, so bleibt derselbe von untergeordneter Bedeutung und er dient

am wenigsten dazu, über das chemische Verhältniss des Phlogopits irgend einen Aufschluss zu geben. Mit gleichem, man kann sagen mit grösserem Rechte ist dieser Glimmer dem Biotit anzureihen, wie es auch andere Mineralogen gethan haben.

Dana bemerkt am angeführten Orte, dass die beiden elliptischen Ringsysteme einander so nahe liegen, dass bei dünnen Platten sie ein einziges wenig gezogenes elliptisches Ringsystem bilden, wonach es scheinen könnte, als wäre das von mir angegebene wenig gezogene elliptische Ringsystem ein solches und als würden bei dickeren Platten des beschriebenen Phlogopits zwei Ringsysteme gesehen werden.

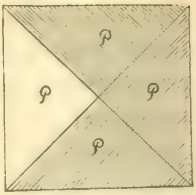
Dem ist aber nicht so, und wenn wirklich die untersuchte Platte des Phlogopits nicht vollkommene Kreise, sondern wenig gezogene Ellipsen zeigt, wofür irgend ein Grund vorliegen muss, so ist eine Verwechslung des hexagonalen Systems mit einem anderen darum nicht möglich, weil die Platte in jeder Lage dasselbe Bild zeigt, was bei einer optisch-zweiaxigen Platte nicht der Fall ist, wenn auch die beiden elliptischen Ringsysteme so nahe einander liegen, dass sie als eines erschienen.

Jedes elliptische Ringsystem zeigt nämlich bei einem optisch-zweiaxigen Glimmer zwei Schattenkeile und wenn sie so nahe liegen, dass sie bei einer dünnen Platte in eines unmerklich verflossen erscheinen sollten, so muss es Stellungen geben, in denen ein elliptisches Ringsystem mit zwei Schattenkeilen erscheint, so wie Stellungen, wo vier Schattenkeile erscheinen. Den Phlogopit aber, welchen ich eben beschrieb, mag man drehen wie man will, so erscheint stets nur ein elliptisches Ringsystem mit vier Schattenkeilen, welche die zwei in der Figur angegebenen dunklen Curvenbilden.

6. Vesuvian in Opal.

Der Mineralienhändler Herr Dr. Baader in Wien gab mir ein Stück gelblichweissen im Bruche matten bis schimmernden, an den Kanten schwach durchscheinenden Opals, worin sich grössere und kleinere braune Krystalle eingeschlossen zeigten und einzelne Flächen von Krystallgestalten sehen liessen. Der Fundort war ihm unbekannt.

Ich zerschlug einen Theil des Stückes und fand, dass die eingeschlossenen Krystalle Vesuvian sind und sehr schöne Krystallflächen zeigten. Sie sind in der Richtung der Hauptaxe so stark verkürzt, dass man die quadratischen Prismenflächen zum Theil



gar nicht, zum Theil nur in Spuren wahrnimmt. Ihre vorherrschende Gestalt ist nach den Messungen des Herrn Ritters von Zepharovich die Grundgestalt P, woran als schmale Abstumpfungsflächen die Flächen der nächst stumpferen quadratischen Pyramide $P\infty$ in diagonaler Stellung an einem grösseren Krystalle sehr klein die quadratische Basisfläche und an einzelnen die Flächen des quadratischen Prisma in normaler Stellung ∞P auftreten. Ziemlich deutliche Spaltungsflächen wurden parallel den Flächen des quadratischen Prisma in diagonaler Stellung $\infty P\infty$ gefunden. An einem sehr kleinen Krystalle fanden sich auch noch an der Endecke der Grundgestalt P die Flächen zweier stumpferen quadratischen Pyramiden normaler Stellung $\frac{1}{m}P$, welche sich nicht sicher bestimmen liessen; eine davon ist wahrscheinlich $\frac{1}{2}P$, die andere ist noch stumpfer.

Die Flächen der Krystalle sind durchgehends stark glänzend und glatt, mit Ausnahme der Flächen P, welche eine eigenthümliche Streifung an dem grössten Krystalle deutlich beobachten liessen, wie sie die beifolgende Figur zeigt. Dieselbe stellt die Projection auf die quadratische Basisfläche dar, und drei der Pyramidenflächen waren gestreift, wie angegeben ist, während die vierte nicht gestreift war. Die Flächen der Pyramide $P\infty$ desselben Krystalls waren vollkommen glatt. Die Krystalle sind gelblichbraun bis bräunlichgelb, an den Kanten durchscheinend bis ganz durchscheinend, namentlich die kleineren Der Glanz ist auf den Krystallflächen stark und glasartig, auf den auf Spaltungsflächen schwach und etwas wachsartig. Die übrigen Eigenschaften sind die bekannten.

Da das betreffende Stück gewiss nicht das einzige seiner Art ist, so dürfte diese Notiz Veranlassung geben, das Vorkommen und den Fundort zu erfahren.

VERZEICHNISS

DER

EINGEGANGENEN DRUCKSCHRIFTEN.

(APRIL.)

Academy, R. Irish, Proceedings. Vol. V. p. 5.

Académie d'Archéologie de Belgique. Annales. Vol. XI. livr. 1.

Albo, offerte agli sposi eccelsi Francesco Ferdinando d'Austria d'Este e Adelgonda Augusta di Baviera. Modena 1842; 4°.

Annalen der Chemie und Pharmacie. Bd. 89, Heft 3.

Anzeigen, Göttingische gelehrte, 1853.

Anzeiger f. Kunde der deutschen Vorzeit. 1854. Nr. 3.

Archiv der Mathematik und Physik. v. Grunert. Theil XXII, Heft. 2.

Gachard, Retraite et mort de Charle-Quint au monastère de Yuste. Lettres inédites publiées d'après les originaux conservés dans les archives R. de Simancas. Th. I. Bruxelles 1854; 8°.

Gesellschaft, Geschichts- und Alterthumsforschende des Osterlandes, Mittheilungen Bd. III. Heft 1—4. Altenburg 1850; 8°.

Gesellschaft, naturforschende in Zürch, Mittheilungen. Hefte 6. 7.

Hall, Joh., der Haunsberg und seine Umgebung. Salzburg 1854; 8°.

Jahrbuch, neues, für Pharmacie und verwandte Fächer. Eine Zeitschrift des allgemeinen deutschen Apotheker-Vereins. Herausgegeben von S. F. Walz und Winckler. Bd. I, Heft 1. Speyer 1854; 8°.

Instituut K. Nederlandsche, Verslagen over de Lepra te Suriname etc. Amsterd. 1851; 8°.

Istituto I. R. Lombardo, Giornale. Fasc. 28.

Karsten, die Fortschritte der Physik Jahrgang. VI und VII.

Knochenhauer, K. W., Beiträge zur Elektricitätslehre. Berlin 1854; 8°.

Lund, Universitäts-Schriften aus dem Jahre 1853.

Nachrichten, von der Universität und der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. 1853. Nr. 1—17.

Prosa e versi nella solenne inaugurazione della statua a Lodovico Antonio Muratori. 26. Agorto 1853. Modena 1853; 4°.

Scandella, Giov., Considerazioni sopra un encolpio eneo rinvenuto in Corfù. Trieste 1854; 8°.

Scheerer, Th., über Pseudomorphosen, nebst Beiträgen zur Charakteristik einiger Arten derselben. Forts. (s. l. et d.)

Société Imp. des Naturalistes de Moscou. Bulletin, 1853. Nr. 4.

Société géologique de France. Bulletin, Tom. XI. Nr. 1—3.

Société Imp. et centrale d'Agriculture. Bulletin des séances. Série II, tom. VIII, Nr. 9.

Society, R., geographical of London. General Index to the second 10 Volumes. London 1853; 8°.

— Journal, Vol. 23.

Society, geological, Journal, Nr. 37.

Tributo alla memoria di Francesco IV. Modena 1846; 4°.

Verein, historischer, für das Großherzogthum Hessen. Archiv für hessische Geschichte, Bd. 7, Heft. 3.

— Periodische Blätter 1853. Nr. 4.

Verein f. vaterländische Naturkunde in Würtemberg. Jahreshefte. Jahrgang X, Nr. 2.

Übersicht der Witterung in Österreich im März 1854.

Aus vielen Gegenden Österreichs wird über die grosse Trockenheit der Luft und die geringe Menge atmosphärischer Niederschläge berichtet.

Beobachtungsort.	Mittlere Temperatur Reaumür	Maximum		Minimum		Mittlerer Luftdruck. Par. Lin.	Maximum		Minimum		Dunstdruck Par. Lin.	Niederschlag Par. Lin.	Herrscheender Wind	Anmerkungen.
		Tag	Temp.	Tag	Temp.		Tag	Luftdr.	Tag	Luftdr.				
Ragusa [1]	+7°45	28·6	+12°8	8·3	+ 1°7	337‴66	8·9	342‴38	24·9	332‴38	2‴20	4‴80	NO.	
Mailand	+6·78	24·	+16·1	20·	— 0·4	334·65	3·4	339·85	24·3	328·94	2·26	0·16	NO.	
Meran	+6·37	6·6	+15·2	21·3	— 0·8	327·84	3·3	333·19	26·3	322·52	—	—	NW. N. SO. SO.	Am 6. 3. — 0°7.
Venedig	+5·75	31·6	+ 9·9	19·3	+ 1·3	339·04	3·3	343·84	24·6	333·53	2·52	2·44	SO.	Nur am 27. Vorm. Regen und Wind a. Ost.
Prag	+3·29	12·	+10·2	19·	— 3·1	332·14	2·	338·08	26·	325·08	2·04	4·24	W.	Am 10. und 24. stürmisch a. West.
Szegedin	+3·25	12·6	+13·4	8·3	— 4·6	336·83	3·3	342·88	24·6	331·07	2·15	8·98	NO.	
Fünfkirchen	+3·18	11·6	+13·4	8·3	— 3·3	334·16	3·9	339·69	24·6	329·11	—	2·80	NW.	
Wien	+3·15	11·	+12·2	8·	— 5·5	332·97	3·0	338·68	26·2	326·65	1·87	9·82	NW.	
Debreczin	+3·11	12·6	+10·2	8·3	— 6·0	334·82	3·3	340·85	24·6	327·86	—	5·34	N.	
Laibach	+3·07	12·6	+13·1	1·3	— 5·0	—	—	—	—	—	—	0·92	NO.	Am 22. Sturm aus NO.
Obervellach	+2·92	10·6	+13·2	3·	— 5·8	314·02	2·3	319·87	24·6	308·86	1·33	0·32	NO.	Am 6. und 24. Sturm aus Nord, am 20. aus NW.
Bodenbach	+2·79	10·6	+ 9·6	7·3	— 3·9	335·10	2·5	340·73	26·3	328·96	—	29·75	NW.	Vom 23. auf 24. Sturm aus NW.
Pilsen	+2·72	13·6	+ 9·0	19·3	— 3·1	328·17	2·3	333·63	25·9	322·25	—	7·50	W.	Am 23. und 25. stürmisch aus W. und SW.
Pürglitz [2]	+2·72	12·5 13·5	+ 9·2	19·3	— 4·6	327·72	2·6	333·05	26·3	321·47	2·26	6·67	W.	Am 1. 6. 23. 24. und 25. Stürme aus W. und NW.
S. Paul	+2·68	31·6	+10·8	20·3	— 5·8	323·34	2·3	328·57	24·6	317·01	1·62	0·73	O.	
Cilli	+2·65	12·6	+14·0	1·1	— 4·8	331·24	3·1	336·47	24·6	324·90	1·93	1·67	N.	
Brünn	+2·63	31·	+12·2	7·	— 8·2	331·71	2·9	337·46	26·3	325·05	—	5·09	N. u. NW.	
Holitsch	+2·61	31·6	+11·8	7·9	— 4·8	333·55	2·9	339·39	24·4	327·34	1·95	10·63	NW.	Am 23. 24. 25. 26. Sturm aus NW.
Lienz	+2·59	31·6	+12·0	3·3	— 5·0	314·59	3·3	319·58	24·6	310·23	1·45	0·14	N.	Am 1. und 28. Stürme aus NW.
Gran	+2·45	14·6	+10·0	8·3	— 6·0	—	—	—	—	—	—	2·17	NW.	Am 12. 23. und 24. Stürme aus N. und NW.
Schössl	+2·42	10·6	+ 9·6	19·3	— 3·6	327·71	2·9	333·48	25·9	321·66	1·80	1·91	SW.	Am 22. 23. und 24. Stürme aus SW., W. und NW. Am [7. 3. — 3°5.
Bregenz	+2·34	12·5 13·5	+12·2	3·3	— 4·6	—	—	—	—	—	—	—	SW.	
Strakonitz	+2·23	13·6	+10·1	8·3	— 4·1	324·89	2·9	330·21	26·3	319·25	1·90	9·53	W.	Am 5. 23. 24. 25. 26. und 29. Stürme a. W.
Linz [3]	+2·19	11·6 11·6	+10·4	8·3	— 4·4	330·23	2·3	335·85	25·9	325·45	—	10·94	W.	Am 23. und 24. Stürme aus W.
Adelsberg	+2·12	12·6	+10·4	12·3 13·3	— 3·3	318·47	2·9	322·94	24·6	312·95	—	—	N.	
Olmütz	+2·02	11·6	+11·2	8·3	— 7·0	331·66	2·9	337·63	24·3	325·21	—	—	—	
Althofen [4]	+1·99	12·6	+11·5	20·3	— 6·2	—	—	—	—	—	1·35	2·30	NO.	Am 7. Sturm aus O. am 17. und 24. aus N. und NW.
Czaslau	+1·93	10·6	+ 9·4	8·3	— 6·8	329·96	2·9	335·63	26·3	323·62	1·93	5·80	NW.	Vom 23. bis 26. stürmisch, am 26. mit Schnee.
Kremsmünster [5]	+1·76	11·6	+10·2	3·3	— 5·7	325·86	2·4	331·27	26·2	321·07	1·99	19·35	W.	Vom 23. bis 26. stürmisch aus NW.
Klagenfurt [6]	+1·60	31·	+13·2	3·	— 6·2	322·45	2·3	327·71	24·6	316·15	1·67	0·00	NO.	Am 7. Sturm aus O., am 17. und 24. aus NW.
S. Jakob	+1·58	11·6	+ 6·8	3·3	— 3·8	303·38	3·3	307·69	24·6	298·45	1·63	0·90	NO.	Am 6. und 17. Sturm aus W., am 24. NW.
Mallnitz	+1·58	(?)	+15·8	3·3	— 5·4	—	—	—	—	—	—	—	—	
Weissbriach	+1·52	12·6	+10 0	20·3	— 5·7	—	—	—	—	—	—	—	—	
Admont	+1·43	11·6	+ 9·4	19·3	— 9·8	314·40	2·9	319·20	26·3	309·90	2·06	19·75	NW.	Am 5. und 6. Stürme aus SW., am 24. aus S.
Krakau [7]	+0·94	31·	+ 9·4	8·	—10·0	331·56	2·9	338·06	26·3	323·37	1·81	17·46	W.	Am 4. 9. 25. und 26. Sturm aus W., am 5. aus WSW.,
Oderberg	+0·92	31 6	+ 8·6	8·3	—14·2	—	—	—	—	—	—	—	SW. NO.	[am 11. aus WNW., am 4. aus ONO. und O.
St. Magdalena bei Idria	+0·66	12·6	+ 8·2	20·3	— 5·4	307·19	2·9	311·33	24·6	301·99	1·55	2·22	NO.	Am 4. 8. und 19. — 5°2.
Deutschbrod	+0·60	13·6	+ 8·2	8·3	—11·5	—	—	—	—	—	—	19·79	NW. W. NNW.	
Innsbruck	+0·57	24·6	+ 7·9	3·3	— 9·8	—	—	—	—	—	—	8·95	NW.	Am 31. 6 + 7°8.
Reichenau	+0·55	12·6	+ 8·5	19·3	— 9·0	318·29	2·7	321·29	24·3	311·65	—	—	W. O.	Am 3. Mittags + 7°3.
Plan	+0·53	14·6	+ 8·0	19·3	— 8·0	275·41	5·9	280·47	24·6	271·96	—	—	NO.	[1. Sturm aus N.
S. Peter	+0·51	12·6	+ 9·0	20·3	— 8·0	292·65	3·3	296·80	3·3	288·11	1·01	3·70	NO.	Fast immer stürmisch besonders vom 23. bis 25., am

[1]) Ragusa, in Stagno wurde am 15. Morg. 4ʰ ein wetterförmiger Erdstoss mit Detonationen durch 3 bis 4 Secunden wahrgenommen.

[2]) Purglitz, am 24. 5ʰ Ab. Gewitter im Norden.

[3]) Linz, am 12. 8ʰ 15′ Ab. Lichtmeteor am südwestlichen Himmel.

[4]) Althofen, am 19. Ab. 9ʰ 30′ Lichtmeteor gegen Westen.

[5]) Kremsmünster, am 11. 10ʰ 45′ Ab. prächtiger iridisirender vierfacher Hof (Kranz) um den Mond; am 12. 8ʰ 15′ Ab. zog eine Feuerkugel beinahe von der Grösse des Mondes wie eine Rakete zischend, und einen blitzhellen Lichtschweif zurücklassend von SO nach NO durch 3 bis 4 Secunden vorüber.

[6]) Klagenfurt, im ganzen Monat kaum ein bemerkbarer atmosphärischer Niederschlag.

[7]) Krakau, am 26. 5ʰ 30′ Morg. Blitz und Donner.

Beobachtungsort.	Mittlere Temperatur Reaumur	Maximum		Minimum		Mittlerer Luftdruck.	Maximum		Minimum		Dunstdruck	Niederschlag	Herrscheder Wind	Anmerkungen.
		Tag*)	Temp.	Tag	Temp.	Par. Lin.	Tag	Luftdr.	Tag	Luftdr.	Par. Lin.	Par. Lin.		
Trautenau	+0°46	14·5 / 30·5	+ 6°8	8·4	—10°3	323‴55	2·8	330‴13	25·3	316‴48	—	16‴40	SW.	
Tröpelach	+0·35	31·6	+10·1	3·3	— 9·6	316·86	3·3	321·79	24·6	311·18	1‴55	0·19	NO.	Am 6. Sturm aus NO, am 24. aus N.
Saifnitz	+0·25	26·6	+ 8·3	22·3	— 8·7	—	—	—	—	—	—	0·30	—	
Schemnitz	+0·20	13·6	+11·0	8·3	—12·7	316·16	2·8	321·30	24·3	310·62	—	—	NW.	
Leutschau	+0·17	31·6	+ 7·9	8·3	—11·9	326·54	3·3	332·13	26·3	319·73	—	15·09	WSW.	Vom 5. auf 6. Sturm aus N., am 26. aus WNW.
Czernowitz	+0·07	31·6	+ 7·0	3·3	— 8·8	328·86	2·6	336·26	24·3	321·15	1·60	12·89	NW.	Am 6. und 26. Stürme aus NW.
Obir I.	—0·11	10·6	+ 8·0	20·3	—12·0	—	—	—	—	—	—	—	—	
Saybusch	—0·12	31·6	+ 8·0	8·3	—16·5	326·06	2·9	332·50	26·3	318·39	1·71	31·15	W.	Am 5. Ab. Sturm aus N.
Stanislau	—0·16	11·6	+ 7·4	2·3	—15·8	329·04	2·9	336·55	26·3	320·31	1·58	24·44	NW.	Am 8. Morg. — 10°2.
Kronstadt	—0·70	11·5	+ 7·2	3·3	—11·2	316·70	2·9	322·90	24·3	310·23	—	20·42	—	Vom 5. auf 6. und 26. Ab. Sturm. Am 8. — 10°2.
Kremsalpe	—0·88	12·6	+ 8·9	21·3	— 8·5	—	—	—	—	—	—	—	—	Viele Stürme, auch häufig trockener Nebel.
Wallendorf	—1·18	30·6	+ 7·8	8·3	—12·4	324·66	3·3	330·75	24·3	317·58	1·57	19·52	NW.	Am 26. Sturm aus NW. Am 4. — 10°6.
Obir II.	—1·25	11·6	+14·5	22·3	— 8·5	—	—	—	—	—	—	—	—	
Lemberg	—1·49	30·6	+ 6·0	2·3	—12·0	323·94	2·6	333·67	23·9	317·89	—	16·64	W.	Am 8. — 11°0.
Raggaberg.	—1·67	10 6	+ 8·0	20·3	—12·0	—	—	—	—	—	—	—	—	
Obir III.	—3·59	13·6	+10·5	22·3	—13·0	—	—	—	—	—	—	—	—	
S. Maria am Stiftersj.	—4·17	11·6	+ 3·5	22·3	—13·5	—	—	—	—	—	—	—	NW.	
Udine	—	—	—	—	—	335·89	3·3	340·58	24·6	330·12	—	—	NW.	

Nachtrag zum Februar.

Adelsberg, Februar .	+1·70	1·6	+ 6·3	15·3	—11·0	316·25	28·9	320·08	18·9	309·03	—	—	NO.	Am 14. und 20. Sturm aus NO. [am 28. aus SW.
Funfkirchen	+0·96	7·6	+10·2	15·3	— 8·0	331·58	5·3	335·38	19·3	325·19	—	14·36	NW.	Am 9. Ab. 6ʰ 54′ Blitz im SO. Stürme am 20. a. NNO.

Magnetische Störungen.

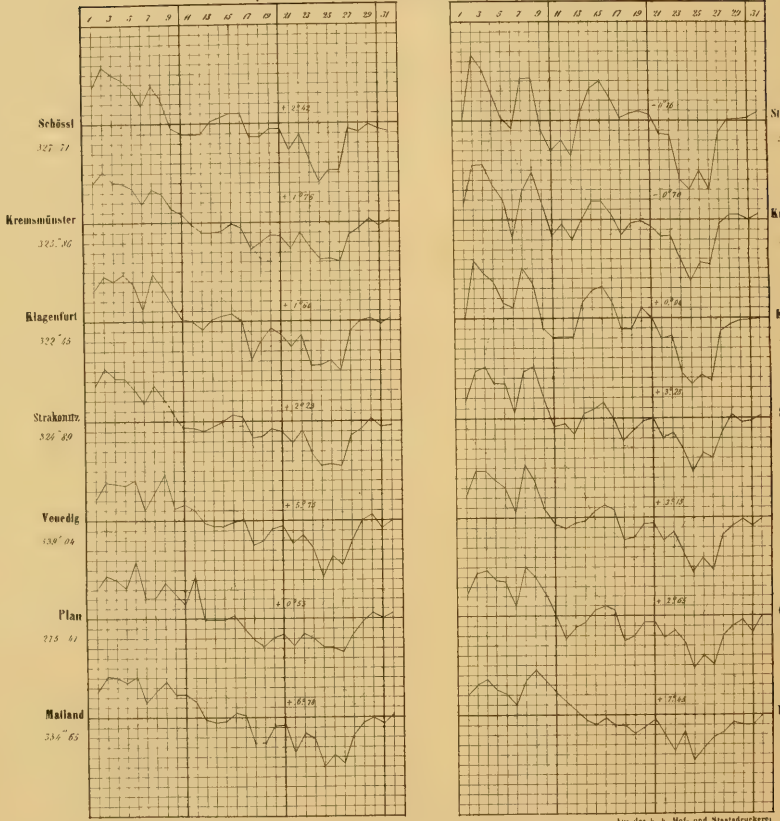
1854. Jänner 2. 7. 8. 12. (stark). 17. 19. 28. Februar 4. 5. 7. 10. 12. 14. 15. 18. 24. (stark). 25. 27. 28. März 3. 6. 15. 16. 25. 26. 28. (stark).

*) Auf mehrseitige Anfragen wird hier bemerkt, dass die den Tagzahlen beigesetzten Decimalen Zehntel Tage oder nahezu die Stunden bedeuten, so z. B. in Trautenau 14. 5 = am 14. um 12 Uhr Mittags, in Tropelach ist 31. 6 = am 31. um 2 Uhr Nachmittags u. s. f.

Anmerkung. Da die Berechnung und Zusammenstellung dieser Übersichten immer bis zum 24. eines jeden Monats vollendet sein muss, um sie zeitig genug dem Drucke übergeben zu können, so werden die Herren Beobachter ersucht, ihre Beobachtungen binnen der ersten Hälfte des Monats einzusenden.

Gang der Wärme und des Luftdruckes im März 1854.

Die punctirten Linien stellen die Wärme, die ausgezogenen den Luftdruck dar.
Die beigeschriebenen Zahlen sind Monatmittel, denen die stärkeren Horizontallinien entsprechen.
Ein Netztheil entspricht bei der Wärme einem Grad Réaumur, beim Luftdrucke einer Pariser Linie.

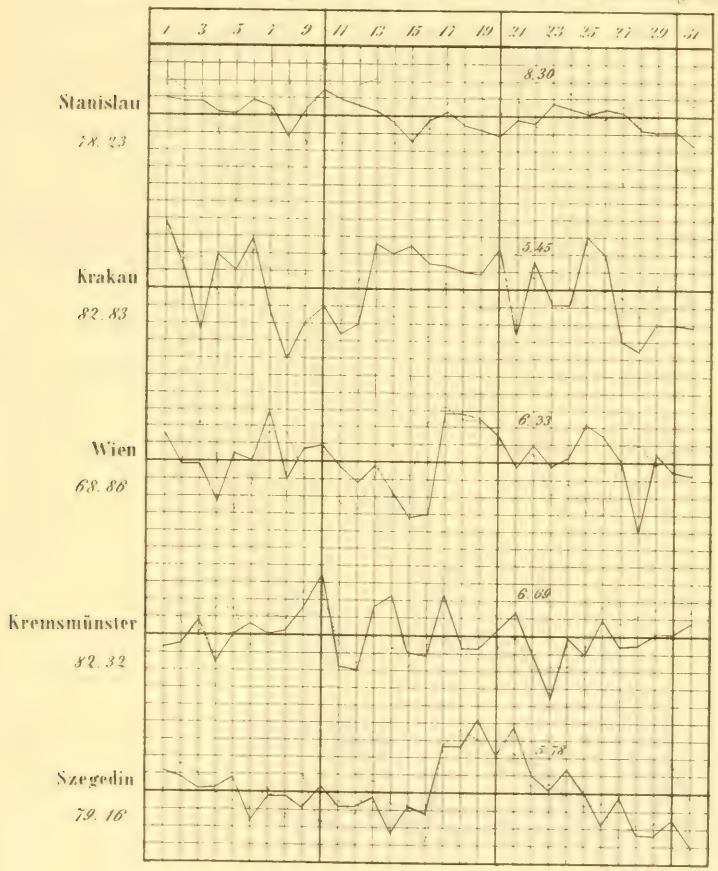


Gang der Feuchtigkeit und des Ozongehaltes der Luft im März 1854.

Die punktirten Linien stellen die Feuchtigkeit, die ausgezogenen den Ozongehalt dar. Die am Rande befindlichen Zahlen sind die Monatmittel der Feuchtigkeit, jene zwischen den Curven die Monatmittel des Ozongehaltes.

Den Monatmitteln entsprechen die stärkeren Horizontallinien.

Ein Netztheil beträgt für die Feuchtigkeit 5 Procente, für den Ozongehalt einen Theil der Farbenscala, welche vom völligen Weis bis zum tiefsten Blau zehn Abtheilungen enthält



SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

XII. BAND.

V. HEFT. — MAI.

JAHRGANG 1854.

SITZUNG VOM 11. MAI 1854.

Eingesendete Abhandlungen.

Über die Constitution der organischen Verbindungen.

II. ABTHEILUNG.

Von dem w. M., **Dr. Friedrich Rochleder.**

In der ersten Abtheilung wurde, in soferne von Säuren die Rede war, von einbasischen Säuren gehandelt, d. h. von jenen Säuren, die ein Äquivalent Sauerstoff ausser dem Radical enthalten. Die Zahl der genauer untersuchten, mehrbasischen Säuren ist viel geringer, als die der einbasischen. Unter zweibasischen Säuren werden diejenigen verstanden, die zwei; unter dreibasischen die, welche drei Äquivalente Sauerstoff ausserhalb des Radicals enthalten. Die gewöhnliche Phosphorsäure würde demnach der Formel $PO_2, O_3 + 3HO$, die Arsensäure der Formel $AsO_2, O_3 + 3HO$ entsprechend zusammengesetzt sein. Das Radical der ersteren wäre PO_2, das der Letzteren AsO_2. Verbindet sich das Radical der Phosphorsäure statt mit drei Äquivalenten Sauerstoff, mit drei Äquivalenten Chlor, so entsteht das Phosphoroxydchlorid von Wurtz $= PO_2, Cl_3$. Der Sauerstoff in dem Radicale der Phosphorsäure muss ersetzbar sein durch andere Elemente und zusammengesetzte Radicale. Ist er ersetzt durch Schwefel, so entsteht die Schwefelphosphorsäure von Wurtz $= PS_2, O_3$, die, so wie die Phosphorsäure (nach ihrem Entdecker), dreibasisch ist, weil sie drei Äquivalente Sauerstoff ausser dem Radicale enthält. In dem fünffach Chlorphosphor haben wir das Radical PCl_2 mit drei Äquivalenten Chlor verbunden.

Diesem Grundsatze zu Folge ist die Pyro-Phosphorsäure eine Verbindung des Radicals PO_3 mit zwei Äquivalenten Sauerstoff, $= PO_3, O_2 + 2HO$. Die Metaphosphorsäure ist als einbasische Säure, eine Verbindung des Radicals PO_4 mit einem Äquivalente Sauerstoff, $= PO_4, O$. Die einbasische, unterphosphorige Säure ist Metaphos-

phorsäure, in deren Radicale zwei Äquivalente Sauerstoff durch Wasserstoff vertreten sind, $= PO_2H_2, O$. Ist in dem Radicale der Pyrophosphorsäure ein Äquivalent Sauerstoff durch ein Äquivalent Wasserstoff substituirt, so entsteht die phosphorige Säure $= PO_2H, O_2$. Diese Säure ist zweibasisch, wie die Pyrophosphorsäure. Die Versuche von Wurtz sind für diese Ansicht entscheidend.

Die Arsensäure ($= AsO_2, O_3$) enthält ein Radical ($= AsO_2$), dessen Sauerstoff durch andere Radicale muss vertreten werden können. Denken wir uns den Sauerstoff durch Methyl ($= Me = C_2H_3$) ersetzt, so haben wir AsC_4H_6 oder $AsMe_2$, d. h. Kakodyl.

In seiner Arbeit über die Kakodylverbindungen, die in jeder Beziehung für alle Zeiten ein Vorbild und Muster bleiben wird, hat Bunsen uns dieses Radical kennen gelehrt, so wie im isolirten Zustande dargestellt.

Durch den Eintritt des elektropositiven Methyls an die Stelle des elektronegativen Sauerstoffes, hat sich die Natur des Radicals verändert. Das Radical der Arsensäure mit einem Äquivalente Sauerstoff verbunden, gibt die arsenige Säure ($= AsO_2, O$). Die Verbindung des Kakodyls mit einem Äquivalente Sauerstoff aber ist keine einbasische Säure, sondern ein Oxyd, das als Base ein Äquivalent einer einbasischen Säure sättigt. Es hängt, wie man sieht, die Natur des Oxydes von der des Radicals ab. Ein Oxyd, das ein Äquivalent Sauerstoff ausser dem Radicale enthält, ist eine einbasische Säure, wenn das Radical elektronegativ ist, es ist eine Base, die ein Äquivalent Säure sättigt, wenn das Radical elektropositiv ist. Ist ein elektropositives Radical mit zwei oder drei Äquivalenten Sauerstoff verbunden, so braucht es zwei oder drei Äquivalente einer einbasischen Säure zur Sättigung. Ist ein elektronegatives Radical mit zwei oder drei Äquivalenten Sauerstoff verbunden, so sind zwei oder drei Äquivalente MO zur Sättigung erforderlich.

Bis jetzt kennt man keine Pyrarsen- und Metarsensäure, womit natürlich nicht bewiesen ist, dass diese Säuren nicht existiren oder nicht bestehen können. Die Formel der Metarsensäure würde AsO_4, O sein. Die Kakodylsäure ist Metarsensäure, in deren Radicale zwei Äquivalente Sauerstoff durch Methyl vertreten sind. Die Kakodylsäure ist einbasisch, ihre Zusammensetzung wird durch die Formel $(AsMe_2)\,O_2, O + HO = C_4H_6AsO_3 + HO$ oder $KdO_2, O + HO$ ausgedrückt.

Ich habe hier, der leichteren Übersicht wegen, einige unorganische Säuren zu betrachten nicht für überflüssig gehalten. Noch eine unorganische Säure soll hier berücksichtigt werden: die zweibasische Kohlensäure.

Die Fähigkeit, saure Salze und Doppelsalze zu bilden, ist bei keiner Säure deutlicher ausgesprochen, als bei der Kohlensäure. Die Existenz vieler abgeleiteter Säuren spricht für die Bibasicität der Kohlensäure. Wenn die Kohlensäure zwei Äquivalente Sauerstoff ausser dem Radicale enthält, so muss demnach ihre Formel C_2O_2, O_2 geschrieben werden. Das Phosgengas ist C_2O_2, Cl_2.

Es heisst in Gmelin's Chemie, Bd. I, pag. 746: Das Chlorkohlenoxydgas lässt sich nicht wohl als Kohlensäure betrachten, in der Sauerstoff durch Chlor ersetzt ist, denn ein Mass Phosgengas verdichtet zwei Mass Ammoniakgas, ein Mass Kohlensäuregas dagegen höchstens ein Mass.

Ich glaube, dass dieses Verhalten kein Beweis gegen die aufgestellte Ansicht ist. Der Unterschied liegt darin, dass bei der Einwirkung von Ammoniak auf Phosgengas Salzsäure entsteht, die Ammoniak in Chlorammonium verwandelt. Bei der Einwirkung von Ammoniak auf Kohlensäure entsteht aber keine Säure, die auf weitere Ammoniakmengen condensirend einwirken könnte, daher condensirt Phosgengas zweimal so viel Ammoniak als die Kohlensäure.

Die Kohlensäure und das Phosgengas enthalten ein gemeinsames Radical.

Ganz analog der Kohlensäure ist die Bernsteinsäure zusammengesetzt. Im Kohlensäureradical müssen die zwei Sauerstoff-Äquivalente durch andere Elemente und Radicale ersetzbar sein. Denken wir uns eines dieser Sauerstoff-Äquivalente vertreten durch Formyl, das zweite durch Acetyl, so haben wir die Zusammensetzung der Bernsteinsäure.

$\left[C_2\begin{Bmatrix}O\\O\end{Bmatrix}O\right]O$ ist Kohlensäure $\left[C_2\begin{matrix}C_2 H O_2\\ C_4 H_3 O_2\end{matrix}\right]\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix}$ ist Bernsteinsäure.

Das Chlorsuccinyl von Gerhardt entspricht dem Phosgengas.

Die Bernsteinsäure zerfällt mit Alkalihydrat erhitzt in Oxalsäure und Essigsäure. Das Radical der Essigsäure ist in der Bernsteinsäure fertig gebildet vorhanden. Ehe wir zur Erklärung der Bildung der Oxalsäure übergehen, müssen wir die Constitution dieser Säure in Betrachtung ziehen. Die Oxalsäure, an Basen gebunden, zerfällt in höherer Tem-

peratur in Kohlensäure und Metall oder in Kohlenoxydgas und kohlensaures Metalloxyd, je nach der Natur des Metalloxydes. Der Vorgang ist einfach folgender: $C_4O_6 + 2MO = C_4O_8 + 2M$ oder $C_4O_6 + 2MO = C_2O_2 + C_2O_4, 2MO$. Die Kohlensäure ist zweibasisch, es muss daher auch die Oxalsäure zweibasisch sein, oder sie muss vier Äquivalente Kohlenstoff in einem Äquivalente enthalten, und zwei Äquivalente Sauerstoff ausserhalb des Radicals. Ihre Formel wäre demnach $C_4O_4,O_2 + 2HO$ oder $C_4O_4, O_2 + 2MO$.

Die Oxalsäure ist eine Substanz von sehr geringer Beständigkeit, ihres Hydratwassers beraubt, zerfällt sie in Kohlensäure und Kohlenoxyd. Sie nimmt mit grosser Leichtigkeit den Sauerstoff anderer Verbindungen auf und wird zu Kohlensäure. Sie reducirt Gold aus dessen Salzen. Ihr Hydrat liefert bei der trocknen Destillation Ameisensäure nebst Kohlensäure und Kohlenoxyd. — Mit Kalihydrat erhitzt, entsteht Ameisensäure und Kohlensäure. (Pelouze und Millon.) Diese Eigenschaften und Zersetzungsweisen machen es, nach meiner Meinung, klar, dass die Oxalsäure ein lückenhaftes, von dem Formyl abgeleitetes Radical enthalte. Das Radical der Oxalsäure ist ein Doppel-Atom Formyl. Der Wasserstoff des Formyl ist entzogen, ohne dass etwas an seine Stelle getreten ist. Aus C_2HO_2 ist $C_2\square O_2$ geworden. Zwei Äquivalente $C_2\square O_2$ oder zwei Äquivalente Oxatyl sind das Radical der Oxalsäure. Wird die Oxalsäure ihres Hydratwassers beraubt, so zerfällt dieselbe, weil das lückenhafte Radical nur so lange Bestand hat, als es durch die chemische Verwandtschaft der Oxalsäure zu irgend einer Base zusammengehalten wird. Die zwei Äquivalente Sauerstoff ausser dem Radicale reichen dann gerade hin, um ein Äquivalent Oxatyl in Kohlensäure zu verwandeln, das zweite Äquivalent Oxatyl verwandelt sich in Kohlenoxyd C_2O_2, das nicht lückenhaft und daher beständig ist. Bei der trocknen Destillation des Oxalsäurehydrates wird die Zersetzung ebenfalls durch die Lückenhaftigkeit verursacht. Ein Äquivalent Wasser wird zerlegt, sein Wasserstoff füllt die Lücke in einem Äquivalent Oxatyl aus. $C_2\square O_2$ wird zu C_2HO_2, d. h. zu Formyl, das mit dem einen Äquivalente Sauerstoff ausser dem Radicale und dem noch unzersetzten Äquivalente Hydratwasser $C_2HO_2, O + HO$ (Ameisensäurehydrat) liefert. Das zweite Äquivalent Oxatyl kommt in Berührung mit dem Äquivalent Sauerstoff des zerlegten Hydratwassers und dem zweiten Äquivalente Sauerstoff ausser dem Radical der Oxalsäure und wird dadurch zu

Kohlensäure. Bei Behandlung der Oxalsäure mit Alkalihydrat geht die Zersetzung so einfach vor sich, bei der trocknen Destillation des Säurehydrates entsteht nebenbei auch Kohlenoxyd, theils durch Zersetzung der eben gebildeten Ameisensäure, theils durch eine secundäre Zersetzung der Oxalsäure in Kohlensäure und Kohlenoxyd. Die Kohlensäure und Oxalsäure sind demnach nicht verschiedene Oxydationsstufen eines und desselben Radicals. Auf das Oxamid, die Oxaminsäure und Cyan komme ich am Schlusse ausführlich zu sprechen.

Kehren wir zur Bernsteinsäure zurück, die mit Alkalihydrat erhitzt in Essigsäure und Oxalsäure zerfällt. Die Essigsäure entsteht indem ein Äquivalent Acetyl mit dem Sauerstoff des Hydratwassers des Alkali sich verbindet, während der Wasserstoff an die Stelle des Acetyls tritt. Dadurch entstehen zwei Äquivalente Formyl, die ihren Wasserstoff an die zwei Äquivalente Sauerstoff ausserhalb des Radicals abgeben und zu Oxatyl werden, das auf Kosten des Sauerstoffes, des Hydratwassers des Alkali zu Oxalsäure oxydirt wird.

$C_2\begin{Bmatrix}C_2\ HO_2\\C_4\ H_3\ O_2\end{Bmatrix}\begin{matrix}O\\O\end{matrix}$ gibt mit $KO+HO$: $\begin{bmatrix}C_2\ HO_2\\C_2\ HO_2\end{bmatrix}$ und $C_4H_3O_2,O+KO$ im ersten Momente, $\begin{bmatrix}C_2\ HO_2\\C_2\ HO_2\end{bmatrix}$ nimmt zwei Äquivalente Sauerstoff unter Entwickelung von Wasserstoff aus dem Hydratwasser des Alkali auf und gibt $C_2\begin{Bmatrix}C_2HO_2\\C_2HO_2\end{Bmatrix}\begin{matrix}O\\O\end{matrix}$. Dieses gibt mit $2(KO+HO)$ sogleich

$\begin{Bmatrix}C_2\ \square\ O_2\\C_2\ \square\ O_2\end{Bmatrix}\begin{matrix}O+KO\\O+KO\end{matrix}+2H+2HO.$

Die Wasserstoff- und Sauerstoff-Äquivalente, die sich zu Wasser verbinden, sind mit punktirten Linien verbunden. Man braucht nicht, wie es gewöhnlich geschieht, anzunehmen, dass der Sauerstoff des Hydratwassers sich mit dem Wasserstoffe der organischen Substanz zu Wasser verbindet. Der grosse Widerstand, den die Bernsteinsäure der Einwirkung oxydirender Mittel leistet, obwohl sie weniger Sauerstoff als die übrigens gleich zusammengesetzte Äpfelsäure enthält, erklärt sich aus dieser Zusammensetzung. Acetyl und Formyl sind sehr schwierig weiter oxydirbare Radicale und die Kohlensäure, zu deren Typus die Bernsteinsäure gehört, nimmt keinen Sauerstoff auf.

Es versteht sich von selbst, dass in dem Kohlensäureradical das eine Äquivalent Sauerstoff auch durch andere Radicale als das Acetyl vertretbar sein muss, wodurch eine Reihe von Säuren sich bilden wird, die der Reihe der fetten Säuren parallel läuft.

$\left[C_2\begin{cases}C_2 & HO_2\\ C_4 & H_3\ O_2\end{cases}\right]\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix} = C_8\ H_4\ O_6 + 2HO$ ist Bernsteinsäure.

$\left[C_2\begin{cases}C_2 & HO_2\\ C_6 & H_5\ O_2\end{cases}\right]\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix} = C_{10}H_6\ O_6 + 2HO$ hat d. Zusammens. d. Lepinsäure.

$\left[C_2\begin{cases}C_2 & HO_2\\ C_8 & H_7\ O_2\end{cases}\right]\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix} = C_{12}H_8\ O_6 + 2HO$ „ „ „ Adipinsäure.

$\left[C_2\begin{cases}C_2 & HO_2\\ C_{10} & H_9\ O_2\end{cases}\right]\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix} = C_{14}H_{10}O_6 + 2HO$ „ „ „ Pimelinsäure.

$\left[C_2\begin{cases}C_2 & HO_2\\ C_{12} & H_{11}O_2\end{cases}\right]\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix} = C_{16}H_{12}O_6 + 2HO$ „ „ „ Korksäure.

$\left[C_2\begin{cases}C_2 & HO_2\\ C_{14} & H_{13}O_2\end{cases}\right]\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix} = C_{18}H_{16}O_6 + 2HO.$

$\left[C_2\begin{cases}C_2 & HO_2\\ C_{16} & H_{15}O_2\end{cases}\right]\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix} = C_{20}H_{16}O_6 + 2HO$ „ „ „ Fettsäure.

So lange das Verhalten der Lipin-, Adipin-, Pimelin-, Kork- und Fettsäure nicht genauer gekannt und mit dem der Bernsteinsäure verglichen ist, als es bis jetzt der Fall ist, bleibt es zweifelhaft, ob sie Glieder dieser Reihe sind.

Es unterliegt keinem Zweifel, dass das zweite Äquivalent Sauerstoff im Kohlensäureradicale ebenso wie das erste durch verschiedene Radicale vertretbar sei, wodurch $\left[C_2\begin{matrix}R\\ R'\end{matrix}\right]\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix}$ entsteht.

Im Allgemeinen haben wir drei allgemeine Formeln für die Zusammensetzung von den verschiedenen Säuren, die sich bilden können, indem zwei verschiedene Radicale, R und R′ den Sauerstoff des Kohlensäureradicals vertreten.

$\left[C_2\begin{cases}R\\ R\end{cases}\right]\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix}$, dann $\left[C_2\begin{cases}R\\ R\end{cases}\right]\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix}$, und $\left[C_2\begin{cases}R'\\ R'\end{cases}\right]\begin{matrix}O+HO\\ O+HO.\end{matrix}$

Setzen wir beispielsweise R = Formyl und R′ = Acetyl, so können folgende drei Säuren entstehen:

$\underbrace{\left[C_2\begin{cases}C_2HO_2\\ C_4H_3O_2\end{cases}\right]\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix}}$, ferner $\underbrace{C_2\begin{cases}C_2\ HO_2\\ C_2\ HO_2\end{cases}\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix}}$ und $\underbrace{\underbrace{C_2\begin{cases}C_4\ H_3\ O_2\\ C_4\ H_3\ O_2\end{cases}\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix}}_{C_{10}\ H_6\ O_6\ +\ 2HO}}$

Bernsteinsäure. $C_6\ H_2\ O_6\ +\ 2HO$ Gleich zusammengesetzt mit der Lipinsäure.

Es ist ganz gewiss, dass sich in dieser Classe von Säuren zahlreiche Isomerien zeigen werden, so werden zum Beispiele die Säuren: $C_2\begin{cases}C_2\ HO_2\\ C_6\ H_5\ O_2\end{cases}\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix}$ und die Säure $C_2\begin{cases}C_4\ H_3\ O_2\\ C_4\ H_3\ O_2\end{cases}\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix}$ dieselbe Zusammensetzung besitzen $= C_{10}\ H_6\ O_6 + 2HO$.

Ebenso müssen die Säuren $C_2\begin{cases}C_6H_5O_2\\ C_6H_5O_2\end{cases}\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix}$ und $C_2\begin{cases}C_4H_3O_2\\ C_8H_7O_2\end{cases}\begin{matrix}O+HO\\ O+HO\end{matrix}$ isomer sein.

Die Zukunft wird uns wahrscheinlich mit zahlreichen Mengen von Säuren dieser Gruppe bekannt machen. Bedenken wir, dass auch andere Radicale als die der fetten Säuren, z. B. Benzoyl u. s. w., an die Stelle eines Äquivalentes Sauerstoff im Radicale der Kohlensäure treten können, so zeigt sich die Möglichkeit des Entstehens einer unbegrenzten Reihe von Säuren, die dem Typus der Kohlensäure angehören.

Die Citronsäure (dreibasisch), die Äpfelsäure und Weinsäure (beide zweibasisch) verdienen wegen ihres häufigen Vorkommens eine nähere Betrachtung.

Alle Metamorphosen der Citronsäure lassen sich ungezwungen erklären, wenn man sie als eine Verbindung eines dem Arsensäureradicale analogen Radicals mit drei Äquivalenten Sauerstoff ansieht.

Die Radicale der Arsensäure, so wie das der dreibasischen Phosphorsäure bestehen aus einem Äquivalente eines einfachen Körpers, Phosphor oder Arsen und zwei Äquivalenten Sauerstoff. In dem Radicale der Citronsäure ist statt eines Äquivalentes Phosphor oder Arsen ein Äquivalent eines zusammengesetzten Radicals, Acetacetyl enthalten, statt zwei Äquivalenten Sauerstoff sind zwei Äquivalente Oxatyl vorhanden.

Das Acetacetyl ist Acetyl ($= C_4H_3O_2$), in dem ein Äquivalent Wasserstoff durch Acetyl ersetzt ist. $C_4H_3O_2 - H + C_4H_3O_2 = C_8H_5O_4$. Das Oxatyl ist $C_2\square O_2$. Das Radical der Citronsäure ist mithin $\begin{bmatrix} C_8 & H_5 & O_4 \\ C_2 & \square & O_2 \\ C_2 & \square & O_2 \end{bmatrix}$ verbunden mit drei Äquivalenten Sauerstoff; genauer wird die Zusammensetzung des Acetacetyls durch die Formel $C_2\begin{bmatrix} C_2 & \begin{bmatrix} H \\ H \\ C_2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C_2 \\ O \\ O \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} H \\ H \\ H \end{bmatrix} \\ O \\ O \end{bmatrix}$ ausgedrückt.

Die Citronsäure, mit Kalihydrat erhitzt, gibt Oxalsäure und Essigsäure. Das Radical der Oxalsäure ($=$ zwei Äquivalenten Oxatyl) ist in dem Radical der Citronsäure fertig gebildet, es tritt mit zwei Äquivalenten Sauerstoff ausserhalb des Radicals zu Oxalsäure zusammen. Es bleibt hiernach die Acetacetylsäure über $= C_4\begin{bmatrix} H_2 \\ C_4H_3O_2 \end{bmatrix}O_2, O$. Durch Zerlegung von einem Äquivalente Wasser entstehen aus einem Äquivalente Acetacetylsäure zwei Äquivalente Essigsäure oder Acetyl-

säure. Ein Äquivalent Wasserstoff tritt in das Radical an die Stelle des Acetyls ein, das sich mit dem Sauerstoff des Wassers zu Essigsäure verbindet. Das Schema $C_4\left[\begin{matrix}H_2\\C_4H_3O_2\end{matrix}\right]O_2, O + HO = C_4\left[\begin{matrix}H_2\\H\end{matrix}\right]O_2, O$ und $C_4H_3O_2, O$ versinnlicht diese Zersetzung.

Bei der trockenen Destillation entwickelt die Citronsäure Kohlensäure neben Kohlenoxyd und Aceton. Sie verhält sich in dieser Beziehung wie ein Gemenge von Oxalsäure und Essigsäure. Das Kohlensäuregas zum Theil und das Kohlenoxydgas rühren von den zwei Äquivalenten Oxatyl im Radicale und zwei Äquivalenten Sauerstoff ausserhalb dem Radicale der Citronsäure her. Ein Theil der Kohlensäure und das Aceton stammen von dem Acetacetyl und dem dritten Äquivalente Sauerstoff ausser dem Radicale der Citronsäure ab, so wie von einem Äquivalente Hydratwasser. Ein Äquivalent Acetacetylsäure $= C_5H_5O_5 + HO$ gibt C_2O_4 und $C_6H_6O_2$.

Es ist wahrscheinlich, dass der Bildung des Acetons die der Acetacetylsäure unter Ausscheidung von einem Äquivalente Wasser vorausgeht. Ein Äquivalent Essigsäure gibt das Äquivalent Sauerstoff ausser dem Radicale an ein Äquivalent Wasserstoff in dem Radicale des zweiten Atoms Essigsäure ab, und das freigewordene Acetyl tritt an die Stelle des Wasserstoffes ein, wodurch Acetacetylsäure gebildet wird.

Aus dieser Betrachtung ergibt sich die Constitution des Acetons der Essigsäure, so wie aller Cetone überhaupt. Setzen wir die Formeln des Acetons neben die der Acetacetylsäure, so ergibt sich aus der Vergleichung derselben die Natur des Vorganges auf einen Blick. Die Sauerstoff- und Kohlenstoff-Äquivalente, die sich mit einander zu Kohlensäure verbinden, sind durch punktirte Linien verbunden.

Acetacetylsäure $= C_2\left[\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}H\\H\\C_2\end{matrix}\right]O\\O\end{matrix}\right.\left.\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}O\\O\end{matrix}\right]O\\H\\H\end{matrix}\right]O + HO$. Daraus entsteht C_2O_2, O_2 und $C_2\left[\begin{matrix}H\\H\\C_2\end{matrix}\right.\left.\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}\square\\\square\end{matrix}\right]O\\H\\H\end{matrix}\right]O + HO$.

Nach Kane verhält sich das Aceton wie ein Alkohol, nach Staedeler wie Aldehyd. Mit diesem Letzteren hat es die Fähigkeit gemein, eine Verbindung mit doppelt schwefligsaurem Ammoniak einzugehen, wie ich mich überzeugt habe. Beide Ansichten sind richtig. Das Aceton ist ein Oxydhydrat wie der Alkohol, es ist lückenhaft wie der Aldehyd; es ist mit einem Worte Methyloxydhydrat,

in dem ein Äquivalent Wasserstoff des Methyls ersetzt ist durch ein Äquivalent des Radicals des Aldehydes der Essigsäure, während im Weingeiste dieses Äquivalent Wasserstoff durch Methyl ersetzt ist, im Alkohol der Propionsäure durch ein Äquivalent Äthyl u. s. w. Der Aldehyd der Propionsäure ist gleich zusammengesetzt mit Aceton. Vergleichen wir ihre Formeln, so ergibt sich die Ungleichheit in ihrer Zusammensetzung.

Der Aldehyd der Propionsäure ist: $C_2\left[\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}H\\H\\H\end{matrix}\right.\\H\\\square\\\square\end{matrix}\right]O+HO$. Aceton $= C_2\left[\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}H\\H\\H\end{matrix}\right.\\\square\\\square\end{matrix}\right.\\H\\H\end{matrix}\right]O+HO$.

Wird Aceton mit oxydirenden Mitteln behandelt, so werden die Lücken mit Sauerstoff erfüllt, das Radical des Aldehydes geht in Acetyl über, das mit einem Äquivalente Sauerstoff sich zu Essigsäure verbindet. Die Stelle des ausgetretenen, in Acetyl verwandelten Radicals des Aldehydes nimmt ein Äquivalent Wasserstoff ein, herrührend von einem Äquivalente Wasser, dessen Sauerstoff an das Acetyl getreten ist. Dadurch entsteht neben Essigsäure Methyloxydhydrat, das durch den Sauerstoff der oxydirenden Mittel sogleich in Ameisensäure übergeführt wird.

Ich kehre zu den Metamorphosen der Citronsäure zurück.

Die Bildung der Oxalsäure neben Essigsäure, Kohlensäure und Wasser durch Einwirkung von Salpetersäure auf Citronsäure erklärt sich einfach aus der angenommenen Constitution der Citronsäure.

Der citronsaure Kalk erleidet beim Aufbewahren eine Zersetzung, es entsteht Kohlensäure, Buttersäure und Essigsäure.

Die Kohlensäure entsteht, indem zwei Äquivalente Sauerstoff an die zwei Äquivalente Oxatyl und zwei Äquivalente Sauerstoff ausserhalb des Radicals der Citronsäure treten. Diese zwei Äquivalente Sauerstoff stammen aus dem Acetacetyl, das an der Stelle des ausgetretenen Sauerstoffes zwei Äquivalente Wasserstoff aufnimmt und zu Buttersäure wird. Die zwei Äquivalente Wasserstoff stammen aus zwei Äquivalenten Wasser, dessen Sauerstoff sich auf einen anderen Theil Citronsäure wirft, und Kohlensäure, aus deren Oxalsäure-Elementen bildet, während die dadurch freiwerdende

Acetacetylsäure, unter Aufnahme von einem Äquivalente Wasser in zwei Äquivalente Essigsäure zerfällt.

Acetacetylsäure ist: $C_2\left[\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}H\\H\\H\end{matrix}\right.\\O\\O\end{matrix}\right.\\H\\H\end{matrix}\right.\\O\\O\end{matrix}\right]O+HO.$

Buttersäure . . . $C_2\left[\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}H\\H\\H\end{matrix}\right.\\H\\H\end{matrix}\right.\\O\\O\end{matrix}\right]O+HO.$

Treten die zwei Äquivalente Sauerstoff der Acetacetylsäure, durch welche sie sich von der Buttersäure unterscheidet, an die Elemente der Kleesäure, die neben denen der Acetacetylsäure in der Citronsäure enthalten sind, und verwandeln dieselben in Kohlensäure, so entstehen zwei Lücken in der Acetacetylsäure, welche durch Wasserstoff ausgefüllt werden:

$C_2\left[\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}H\\H\\H\end{matrix}\right.\\\square\\\square\end{matrix}\right.\\H\\H\end{matrix}\right.\\O\\O\end{matrix}\right]O+HO$ wird zu $C_2\left[\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}C_2\left[\begin{matrix}H\\H\\H\end{matrix}\right.\\H\\H\end{matrix}\right.\\O\\O\end{matrix}\right]O+HO$ oder Buttersäure, während zwei Äquivalente des Sauerstoffes des Wassers, das den Wasserstoff zur Ausfüllung der Lücken hergegeben hat, ein Äquivalent Citronsäure verwandelt in Kohlensäure und Acetacetylsäure, die durch Zerlegung von einem Äquivalente Wasser zwei Äquivalente Essigsäure gibt.

$$\left[\begin{matrix}C_2\ \square\ O_2\\C_2\ \square\ O_2\\C_4\left\{\begin{matrix}H_2\\(C_4H_3O_2)\end{matrix}\right\}O_2\end{matrix}\right]\begin{matrix}O+HO\\O+HO\\O+HO\end{matrix}+2O=2(C_2O_2,O_2)+C_4\left\{\begin{matrix}H_2\\C_4H_3O_2\end{matrix}\right\}O_2,O+HO.-$$

$$C_4\left\{\begin{matrix}H_2\\(C_4H_3O_2)\end{matrix}\right\}O_2,O+3HO=2\,(C_4H_3O_2,O+HO).$$

Die Bildung der Buttersäure und der Hälfte der Kohlensäure gehört der ersten Phase der Zersetzung an, die Bildung der zweiten Hälfte der Kohlensäure so wie der Essigsäure gehört einer zweiten Phase der Zersetzung an, die eine nothwendige Folge der ersten Phase ist.

Die Bildung von chlorhaltigen Producten, welche Substitutionsproducte des Aceton sind, bei Einwirkung von Chlor auf Citronsäure, erklärt sich aus der Zusammensetzung des Acetacetyls in dem Citryl (dem Radical der Citronsäure).

Bei der trockenen Destillation der Citronsäure bildet sich anfangs auch Aconitsäure. Sie entsteht durch Austritt von zwei Äquivalenten Wasserstoff und Sauerstoff.

Die beiden Wasserstoff- und Sauerstoff-Äquivalente können nur aus dem Acetacetyl der Citronsäure entstanden sein, denn das Oxatyl enhält keinen Wasserstoff. Die Leichtigkeit, womit Aconitsäure bei höherer Temperatur in Citraconsäure und anderen Säuren übergeht, so wie die Zusammensetzung der Citraconsäure sprechen dafür, dass die Aconitsäure eine lückenhafte Verbindnng sei, dass aber in der Aconitsäure die beiden Äquivalente Oxatyl noch enthalten seien, während das Acetacetyl zwei Äquivalente Wasserstoff und Sauerstoff verloren hat.

Die Formel der Aconitsäure $= C_{12} H_3 O_9 + 3HO$ müsste demnach geschrieben werden:

$$\begin{bmatrix} C_2 \square O_2 \\ C_2 \square O_2 \\ C_8 H_3 O_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} O + HO \\ O + HO \\ O + HO \end{matrix}$$ während die Citronsäure $=$ $$\begin{bmatrix} C_2 \square O_2 \\ C_2 \square O_2 \\ C_8 H_5 O_4 \end{bmatrix} \begin{matrix} O + HO \\ O + HO \\ O + HO \end{matrix}$$ ist.

Aus $C_8H_5O_4$ (= Acetacetyl) ist $C_8H_3O_2$ entstanden, in diesem Radicale sind demnach vier Lücken entstanden. $C_2 \left[\begin{matrix} C_2 \\ \\ O \\ O \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} C_2 \\ \square \\ \square \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} C_2 \\ \square \\ \square \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} H \\ H \\ H \end{matrix} \right]$. Ob das Radical $C_8H_3O_2$ diese Lücken enthält oder sich die Elemente anders gruppirt haben, ist bei dem Mangel an genauer Kenntniss der Metamorphosen der Aconitsäure schwer mit Bestimmtheit zu sagen.

Die Aconitsäure gibt bei höherer Temperatur mehrere Säuren von der Formel $C_{10}H_4O_6 + 3HO$. Eine derselben wird höchst wahrscheinlich eine rationelle Zusammensetzung haben, welche durch die Formel: $\begin{bmatrix} C_2 H O_2 \\ C_8 H O_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} O + HO \\ O + HO \end{matrix}$ ausgedrückt wird. Die Elemente der Oxalsäure präexistiren in der Aconitsäure. Die Oxalsäure gibt bei der trockenen Destillation Kohlensäure und Ameisensäure. In der Citraconsäure haben wir die Elemente der Ameisensäure an der Stelle, die früher die Elemente der Oxalsäure in der Aconitsäure und Citronsäure einnahmen.

Ich gehe zur Äpfelsäure über, deren Metamorphosen häufig mit denen der Citronsäure übereinstimmen.

Ich glaube, dass die Formel $\begin{bmatrix} C_2 H O_2 \\ C_2 (C_4 H_3 O_2) O_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} O + HO \\ O + HO \end{matrix}$ die Constitution der Äpfelsäure ausdrückt.

Das Malyl $= \begin{bmatrix} C_2HO_2 \\ C_2(C_4H_3O_2)O_2 \end{bmatrix}$ ist ein zusammengesetztes Radical, analog dem der Oxalsäure.

Die Oxalsäure hat ein Radical, bestehend aus zwei Äquivalenten Oxatyl ($= C_2\square O_2$). Das Oxatyl ist Formyl ($= C_2H_1O_2$) aus dem ein Äquivalent Wasserstoff ohne Ersatz weggenommen ist. Das Malyl ist ein Doppel-Atom Formyl, in einem Äquivalente Formyl ist der Wasserstoff durch Acetyl ($= C_4H_3O_2$) vertreten.

Die Bildung von Essigsäure und Oxalsäure durch Einwirkung von erhitztem Kalihydrate geht auf folgende Weise vor sich.

Das Äquivalent Wasserstoff des Formyl geht mit einem, das Acetyl mit dem zweiten Äquivalente Sauerstoff ausser dem Radicale in Verbindung es entsteht ein Äquivalent Essigsäurehydrat. Das dadurch gebildete Doppel-Atom Oxatyl verbindet sich mit zwei Äquivalenten Sauerstoff unter Wasserstoffentwickelung zu Oxalsäure.

$\begin{bmatrix} C_2HO_2 \\ C_2(C_4H_3O_2)O_2 \end{bmatrix}\begin{matrix} O \\ O \end{matrix} = C_4H_3O_2, O + HO$ und $\begin{bmatrix} C_2\square O_2 \\ C_2\square O_2 \end{bmatrix} \cdot - \begin{bmatrix} C_2\square O_2 \\ C_2\square O_2 \end{bmatrix}$

$+ 2\,KO\,HO = 2\,H$ und $\begin{bmatrix} C_2\square O_2 \\ C_2\square O_2 \end{bmatrix}\begin{matrix} O + KO. \\ O + KO. \end{matrix}$

Das Essigsäurehydrat gibt mit Kali, essigsaures Kali und Wasser.

Schwefelsäure gibt mit Äpfelsäure, Essigsäure und Kohlenoxydgas.

$\begin{bmatrix} C_2HO_2 \\ C_2(C_4H_3O_2)O_2 \end{bmatrix}\begin{matrix} O \\ O \end{matrix}$ gibt mit Schwefelsäure $2(C_2O_2)$ und $C_4H_3O_2, O + HO$. Die zwei Äquivalente Wasser des Äpfelsäurehydrates treten an die Schwefelsäure.

Die Bildung der Bernsteinsäure durch Gährung des äpfelsauren Kalkes erklärt sich sehr einfach, ich setze als Erläuterung nur die Formeln beider Säuren hier neben einander.

$\begin{bmatrix} C_2HO_2 \\ C_2(C_4H_3O_2)O_2 \end{bmatrix}\begin{matrix} O + HO \\ O + HO \end{matrix}$ = Äpfelsäure, $C_2\begin{bmatrix} C_2HO_2 \\ C_4H_3O_2 \end{bmatrix}\begin{matrix} O + HO \\ O + HO \end{matrix}$ = Bernsteinsäure.

Die zwei Äquivalente Sauerstoff, welche dabei austreten, veranlassen die Entstehung von Nebenproducten, welche jederzeit bei dieser Gährung auftreten.

Die Verwandlung der Äpfelsäure in Fumarsäure und Maleïnsäure unter Austritt von Wasserstoff und Sauerstoff in der Form von Wasser wird erst dann erklärlich werden, wenn die Zweifel, ob die, Fumarsäure und Maleïnsäure ein- oder zweibasische Säuren sind

durch ihr Verhalten gegen Chlorphosphor ermittelt sein wird. Die Weinsäure ist wie die Äpfelsäure zweibasisch. Sie verhält sich zur Äpfelsäure wie Salicysäure zu Benzoësäure unter den einbasischen Säuren. Die Weinsäure enthält wie die Äpfelsäure zwei Äquivalente Sauerstoff ausser dem Radicale, das Radical selbst besteht aus einem Äquivalente Malyl oder Äpfelsäureradical und zwei Äquivalenten Sauerstoff. MaO_2 entsprechend dem PO_2 und AsO_2 ist das Radical der Weinsäure, das Tartryl. Das Malyl selbst ist, wie oben ersichtlich gemacht wurde, eine Verbindung von einem Äquivalente Formyl mit einem Äquivalent Acetoformyl $[=C_2(C_4H_3O_2)O_2]$. Die Formel der Weinsäure ist demnach:

$$MaO_2, O_2 + 2HO \quad \text{oder} \quad \begin{bmatrix} C_2 & HO_2 \\ C_2 & (C_4H_3O_2)\,O_2 \\ & O \\ & O \end{bmatrix} \begin{matrix} O + HO \\ O + HO \end{matrix}$$

Die Zersetzung der Weinsäure in Oxalsäure und Essigsäure durch Erhitzen mit Kalihydrat erklärt sich sehr einfach.

$$\begin{bmatrix} C_2 & HO_2 \\ C_2 & (C_4H_3O_2)\,O_2 \\ & O \\ & O \end{bmatrix} \begin{matrix} O \\ O \end{matrix} = \begin{bmatrix} C_2 & \square\, O_2 \\ C_2 & \square\, O_2 \end{bmatrix}$$ oder Oxalsäure, die an Kali tritt und $\underbrace{C_4H_3O_2, O + HO}_{\text{Essigsäure}}$ die mit Kali essigsaures Kali und Wasser gibt.

Bei der trockenen Destillation entstehen entweder Essigsäure, Kohlensäure und Kohlenoxyd oder Kohlensäure und Brenztraubensäure, je nach den Temperatursverhältnissen.

Die Zersetzung besteht darin, dass hier neben Essigsäure statt Oxalsäure, Kohlenoxyd und Kohlensäure entsteht. Die Bildung der Brenztraubensäure ist ebenfalls ein höchst einfacher Vorgang.

$$\begin{bmatrix} C_2 & H_1O_2 \\ C_2 & (C_4H_3O_2)\,O_2 \\ & O \\ & O \end{bmatrix} \begin{matrix} O \\ O \end{matrix}$$ geben $\underbrace{C_2(C_4H_3O_2)O_2, O + HO}_{\text{Brenztraubensäure}}$ und C_2O_2, O_2.

Das Radical der Kohlensäure C_2O_2 ist aus dem Formyl entstanden, dessen Wasserstoff mit einem Äquivalente Sauerstoff sich als Hydratwasser der Brenztraubensäure wiederfindet. Das Acetoformyl $[=C_2(C_4H_3O_2)O_2]$ ist als Radical in der Brenztraubensäure enthalten. Das Acetoformyl ist ganz analog zusammengesetzt dem Acetacetyl, welches Acetyl ist, in dem ein Äquivalent Wasserstoff durch Acetyl vertreten ist. Höchst wahrscheinlich wird es ein Formacetyl geben.

das heisst ein Acetyl, in dem ein Äquivalent Wasserstoff durch Formyl vertreten ist, gleich zusammengesetzt dem Acetoformyl. Die Acetoformylsäure und Formacetylsäure würden isomer sein, gleiche procentische Zusammensetzung und gleiches Atomgewicht besitzen. Die Brenztraubensäure gibt bei höherer Temperatur Kohlensäure und Brenzweinsäure oder Lipinsäure, der Vorgang ist wahrscheinlich folgender:

$$\begin{matrix} C_2[C_4H_3O_2]O_2, O + HO \\ C_2[C_4H_3O_2]O_2, O + HO \end{matrix} = C_2\begin{bmatrix} C_4H_3O_2 \\ C_4H_3O_2 \end{bmatrix}\begin{matrix} O + HO \\ O + HO \end{matrix} \text{ und } C_2O_2, O_2.$$

Diese Constitution würde die Entstehung der Brenzweinsäure aus Fettsäure erklärlich machen, wenn man für die Fettsäure die Formel:

$$\begin{bmatrix} C_2\begin{bmatrix} C_4H_5 \\ C_4H_5 \end{bmatrix} \\ C_2\begin{bmatrix} C_4H_3O_2 \\ C_4H_3O_2 \end{bmatrix} \end{bmatrix}\begin{matrix} O + HO \\ O + HO \end{matrix}$$ als Ausdruck der Zusammensetzung ansieht.

Die Natur der Fettsäure ist übrigens noch zu wenig erforscht, als dass sich über ihre Constitution etwas Bestimmtes sagen liesse.

Die Ölsäure der nicht trocknenden Öle ($= C_{36}H_{33}O_3 + HO$) lässt sich in folgender Weise zusammengesetzt betrachten:

Die Caprinsäure ist nach der Formel $C_2(C_{18}H_{19})O_2, O + HO = C_{20}H_{19}O_3 + HO$ zusammengesetzt.

Würde statt des Radicals $C_{18}H_{19}$ (des Pelargonsäure-Äthers) das Radical des Aldehydes dieser Säure $= C_{18}H_{17}\square_2$ an die Stelle von einem Äquivalente Wasserstoff des Formyls eintreten, so entstünde die Säure $C_2(C_{18}H_{17}\square_2)O_2, O + HO = C_{20}H_{17}O_3 + HO$.— Wird in dem Radicale $C_{18}H_{17}\square_2$ ein Äquivalent Wasserstoff vertreten durch $C_{16}H_{17}$, das Radical des Äthers und Alkohols der Caprylsäure, so entsteht Ölsäure $= C_2(C_{18}\begin{bmatrix} H_{16} \\ C_{16}H_{17} \end{bmatrix}\square_2)O_2, O + HO = C_{36}H_{34}\square_2O_2, O + HO$. Die Entstehung der Caprin- und Caprylsäure neben Fettsäure bei der Destillation der Ölsäure würde sich aus dieser Zusammensetzung erklären.

Ich gehe jetzt zur salicyligen und Salicylsäure über, so wie zu einigen anderen Stoffen, die in ihrer Zusammensetzung diesen beiden Säuren nahe stehen.

Die Zersetzungen der Salicylsäure erklären sich ganz ungezwungen, wenn man in dieser Säure ein Radical, analog dem der Arsensäure oder Phosphorsäure annimmt, bestehend aus einem

Äquivalente Benzoyl (das ist Formyl in dem der Wasserstoff durch Phenyl ersetzt ist) und zwei Äquivalenten Sauerstoff.

Ich setze hier die procentisch gleich zusammengesetzten Verbindungen neben einander, welche dem Bittermandelöl und dem Salicin ihren Ursprung verdanken. $Bz = C_2[C_{12}H_5]O_2 = C_2 \begin{cases} C_{12}H_5 \\ O \\ O \end{cases}$

Salicylsäure $= \left\{ \begin{matrix} Bz \\ O \\ O \end{matrix} \right\} O + HO = C_{14} H_5 O_4, O + HO = C_{14} H_6 O_6.$

Salicylige Säure $= \left\{ \begin{matrix} Bz \\ \square \\ \square \end{matrix} \right\} O + HO = C_{14} H_5 \square_2 O_2, O_2 + HO = C_{14} H_6 O_4.$
Benzoësäure $= Bz\ O + HO = C_{14} H_5 O_2, O + HO = C_{14} H_6 O_4.$

Saligenin $= \left\{ \begin{matrix} Bz \\ H \\ H \end{matrix} \right\} O + HO = C_{14} H_7 O_2, O + HO = C_{14} H_8 O_4.$

Dadurch, dass Benzoyl sowohl in den Bittermandelöl-Abkömmlingen als in dem Derivaten des Saligenin enthalten ist, erklärt sich die Möglichkeit, Salicylverbindungen in Benzoylverbindungen überzuführen. Wollte man die Salicylsäure als gepaarte Kohlensäure ansehen, so müssten stärkere Säuren an die Stelle der Kohlensäure substituirt werden können, es müssten in der salicyligen Säure Kohlenoxydgas, in dem Saligenin der Alkohol der Kohlensäure angenommen werden, Voraussetzungen, die ohne alle Wahrscheinlichkeit sind.

Salicylsäure $\left[C_2 \begin{cases} C_{12}H_5 \\ O \\ O \\ O \\ O \end{cases} \right] O + HO$ gibt Kohlensäure und Phenyloxydhydrat, indem der Kohlenstoff des Benzoyls mit dem Sauerstoff innerhalb des Salicyls sich zu Kohlensäure verbindet, während das Phenyl mit dem Sauerstoff ausserhalb des Radicals und dem Hydratwasser verbunden bleibt.

Zu den Verbindungen, die mit den Salicylverbindungen im nächsten Zusammenhange stehen, gehört das Cumarin und die Cumarinsäure, die sich, ihrer Zusammensetzung nach, zur Zimmtsäure verhält wie Salicylsäure zu Benzoësäure.

Denken wir uns im Phenyl ein Äquivalent Wasserstoff vertreten durch Phenyl, so entsteht das Radical Methophenyl $= C_{12} \begin{cases} C_2 H_3 \\ H \\ H \\ H \\ H \end{cases}$ oder

$C_{14}H_7$. Wenn in der Salicylsäure oder salicyligen Säure ein Äquivalent des Phenyls durch Methophenyl ersetzt wird, so entsteht die Anisinsäure und anisylige Säure.

$\left[C_2\left(C_{12}H_5\right)O_2\right]O+HO$ = Salicylsäure.

$\left[C_2\left(C_{12}\begin{Bmatrix}H_4\\C_2H_3\end{Bmatrix}\right)O_2\right]O+HO$ = Anisinsäure = $C_{16}H_7O_4,O+HO$.

$\left[C_2\left(C_{12}H_5\right)O_2\right]O+HO$ = salicylige Säure.

$\left[C_2\left(C_{12}\begin{Bmatrix}H_4\\C_2H_3\end{Bmatrix}\right)O_2\right]O+HO$ = anisylige Säure = $C_{16}H_7\square_2O_2,O+HO$.

Das Anisogenin, entsprechend dem Saligenin, ist noch unbekannt, es würde nach folgender Formel zusammengesetzt sein:

$$\left[C_2\left(C_{12}\begin{Bmatrix}H_4\\C_2H_3\end{Bmatrix}\right)O_2\right]O+HO=C_{16}H_9O_2,O+HO.$$

Das Radical dieser noch nicht bekannten Verbindung muss elektropositiv, d. h. fähig sein, sich so wie mit Sauerstoff mit anderen elektronegativen Elementen oder Radicalen zu verbinden. Es muss aber auch ein Radical $C_{16}H_9$ existiren, welches ebenfalls elektropositiv sein wird.

Denken wir uns das Radical des Alkohols oder Äthers der Benzoësäure $\left[=C_2\begin{Bmatrix}C_{12}H_5\\H\\H\end{Bmatrix}\right.$ in der Weise verändert, dass ein Äquivalent Wasserstoff im Phenyl durch Methyl ersetzt wird, so entsteht: $C_2\left[\begin{matrix}C_{12}\begin{Bmatrix}H_4\\C_2H_3\end{Bmatrix}\\H\\H\end{matrix}\right]$ oder $C_{16}H_9$. Dieses Radical mit einem Äquivalente des elektronegativen Acetyls verbunden, stellt das Stearopten des Anis-, Sternanis- und Fenchel-Öles dar. $C_{16}H_9+C_4H_3O_2=C_{20}H_{12}O_2$. Bei Behandlung mit oxydirenden Mitteln entsteht daraus entweder anisylige- oder Anisinsäure und neben einer von diesen beiden Säuren jederzeit Essigsäure. Die Entstehung dieser Producte aus den beiden, mit einander verbundenen Radicalen erklärt sich ganz ungezwungen. — Anisol ist $C_{12}\begin{Bmatrix}H_4\\C_2H_3\end{Bmatrix}O+HO$.

Die Meconsäure und Chelidonsäure enthalten 14 Äq. Kohlenstoff, wie die Salicylsäure, sie sind dreibasisch, enthalten also drei Äquivalente Sauerstoff ausser dem Radicale, während die Salicylsäure nur ein Äquivalent Sauerstoff ausser dem Radicale enthält.

Ziehen wir dieses Äquivalent Sauerstoff von der Salicylsäure ab, so bleibt uns das Radial $C_{14}H_5O_4$ übrig, welches 9 Äquivalente Sauerstoff und Wasserstoff zusammen enthält, eben so viel Sauerstoff-

und Wasserstoff-Äquivalente enthält die Meconsäure nach Abschlag der drei Äquivalente Sauerstoff ausser dem Radicale. Die Meconsäure ist äusserst leicht veränderlich, sie zerfällt unter Aufnahme der Elemente eines Äquivalentes Wasser in zwei zweibasische Säuren, die Kohlensäure und Komensäure. Schon durch Kochen mit Wasser erleidet die Meconsäure diese Zersetzung, diese wird beschleunigt durch die Gegenwart einer freien Säure. Das Verhalten der Meconsäure gleicht hierin dem der Amide. Den Sauerstoff, welchen die Meconsäure aufnimmt, wenn sie in Kohlensäure und Komensäure zerfällt, müssen wir in der Kohlensäure, denn diese ist wasserstofffrei, den Wasserstoff, den die Meconsäure aufnimmt, hingegen in der Komensäure finden. Da beide Säuren, Kohlensäure sowohl wie Komensäure, zweibasisch sind, die Meconsäure aber nicht vierbasisch, sondern nur dreibasisch ist, so muss das eine Äquivalent Sauerstoff, welches zur Erzeugung der Kohlensäure gedient hat, eines von den zwei Sauerstoff-Äquivalenten der Kohlensäure ausser dem Kohlensäureradical gewesen sein. Das Wasserstoff-Radical muss hingegen in dem Radicale der Komensäure gefehlt haben, wodurch diese Säure nicht aufhörte zweibasisch zu sein, während die Kohlensäure einbasisch sein musste, so lange ihr ein Äquivalent Sauerstoff ausser dem Radicale fehlte. Die Meconsäure ist demnach eine lückenhafte, den Amiden analoge Verbindung, zusammengesetzt aus Kohlensäure, der ein Äquivalent Sauerstoff ausser dem Radicale fehlt und aus Komensäure, der ein Äquivalent Wasserstoff im Radicale fehlt.

Komensäure $= C_{12}H_2O_8 + 2HO$ weniger ein Äquivalent Wasserstoff, ist $C_{12}H\square O_8 + 2HO$.

Kohlensäure $= C_2O_4$ weniger ein Äquivalent Sauerstoff ausser dem Radicale, ist $C_2O_2, \square O$.

Das Radical der zweibasischen Komensäure ist $C_{12}H_2O_6$, zwei Äquivalente Sauerstoff von den acht Äquivalenten der Komensäure liegen ausserhalb des Radicals. Demnach besteht das Radical der Meconsäure aus C_2O_2 und $C_{12}H\square O_6$ und ist mit drei Äquivalenten Sauerstoff ausserhalb des Radicals verbunden; an der Stelle des vierten Äquivalentes ist eine Lücke. Die Formel der Meconsäure ist demnach:

$$\begin{vmatrix} C_2\,O_2 \\ C_{12}\,H\square\;\;O_6 \end{vmatrix} \begin{matrix} O + HO \\ \square \\ O + HO \\ O + HO \end{matrix} \quad \text{oder} \quad C_{14}H\square O_8, O_3\square + 3HO.$$

Tritt in der

Meconsäure ein Äquivalent Wasserstoff in die Lücke im Radical und ein Äquivalent Sauerstoff in die Lücke ausser dem Radical, so entsteht $\left[C_2 O_2\right]^{O}_{O}$ oder Kohlensäure und $C_{12}H_2O_6, O_2 + 2HO$, d. h. Komensäure.

Aber auch das Radical der Komensäure ist kein einfaches, sondern ein zusammengesetztes Radical höherer Ordnung, wie aus der Entstehung und Zusammensetzung der Pyromeconsäure erhellt.

Es scheint mir wahrscheinlich, dass das Radical $C_{12}H_2O_6$ aus zwei Radicalen besteht, wovon das Eine Formyl ist $(= C_2HO_2)$ das Andere aber nach der Formel $C_{10}HO_4$ zusammengesetzt ist. $C_{10}HO_4$ wäre ein abgeleitetes Radical von dem Stammradicale $C_{10}H_5$, das sich zum Phenyl verhielte wie das Methyl zum Vinyl.

Die Entstehung der Pyromeconsäure aus der Komensäure ginge in der Art vor sich, dass das Formyl mit einem Äquivalente Sauerstoff ausserhalb des Radicals und einem Äquivalente Hydratwasser der Komensäure sich beim Erhitzen in Kohlensäure und zwei Äquivalente Wasserstoff zerlegt, welche Letzteren mit dem Radicale $C_{10}HO_4$ ein zusammengesetztes Radical bilden, das mit einem Äquivalente Sauerstoff die einbasische Pyromeconsäure gibt, die das zweite Äquivalent Hydratwasser der Komensäure bindet, nach folgendem Schema:

$$\text{Komensäure} = \begin{bmatrix} C_2 HO_2 \\ C_{10}HO_4 \end{bmatrix} \begin{matrix} O + HO \\ O + HO \end{matrix} \text{ gibt } C_2 O_2, O_2 \text{ und } \begin{bmatrix} C_{10} HO_4 \\ H \\ H \end{bmatrix} O + HO$$

$$= \underbrace{C_{10} H_3 O_5 + HO}_{\text{Pyromeconsäure.}}$$

Diese Säure ist schwach, weil sie in ihrem ternären Radicale nur ein Äquivalent eines elektronegativen Radicals enthält.

Die Formel der Meconsäure ist nach diesen Prämissen:

$$\begin{bmatrix} C_2 O_2 \\ C_2 \square O_2 \\ C_{10}HO_4 \end{bmatrix} \begin{matrix} O + HO \\ \square \\ O + HO \\ O + HO \end{matrix} = C_{14} HO_{11} + 3\,\text{Äq.}$$

Die Chelidonsäure enthält wahrscheinlich das Radical $C_{10}H_2O_3$ statt $C_{10}HO_4$.

Das Radical $C_{10}H_5$ und die abgeleiteten Radicale $C_{10}H_4O$, $C_{10}H_3O_2$, $C_{10}H_2O_3$, $C_{10}HO_4$ dürften in der Familie der Gerbsäuren eine wichtige Rolle spielen. So könnte z. B. das Brenzcatechin vielleicht $\begin{bmatrix} C_{10} H_5 \\ C_2 HO_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} O \\ O \end{matrix} = C_{12}H_6O_4$ sein, die Brenzgallussäure $= \begin{bmatrix} C_2 (C_{10} H_5) O_2 \\ O \\ O \end{bmatrix} O + HO = C_{12}H_6O_6$.

Ich will mich hier nicht weiter in Vermuthungen über die Zusammensetzung der Gallussäure und anderer Gerbsäuren einlassen, zu deren Sicherstellung nicht genug Thatsachen vorliegen. Nur eines will ich in Betreff der Gerbsäuren erwähnen. Die meisten Säuren sind schwache Säuren, sie oxydiren sich mit grosser Lebhaftigkeit, und gleichen überhaupt in vielen Stücken den Aldehyden. Es ist sehr wohl möglich, dass viele dieser Stoffe in der That keine Säuren, sondern Aldehyde sind. Bei der Kaffeegerbsäure ist dies mehr als wahrscheinlich. Die Kaffeegerbsäure oxydirt sich in Berührung mit Luft und Ammoniak oder kohlensauren Alkalien zu Viridinsäure, die sich in ihrer Zusammensetzung zur Kaffeegerbsäure verhält, wie Essigsäure zu Aldehyd. Die Kaffeegerbsäure gibt mit einer Lösung von doppelt-schwefeligsaurem Ammoniak erhitzt eine Flüssigkeit, die eigenthümliche Reactionen zeigt. Mit Ammoniak übersättigt, der Luft dargeboten, wird sie roth, nicht grün; Eisenchlorid färbt sie nicht grün, sondern schön violet. Es ist hier eine Verbindung entstanden, die ich bis jetzt nicht rein von überschüssigem, schwefeligsaurem Ammoniak erhalten konnte, die aber wahrscheinlich eine Verbindung von Kaffeegerbsäure mit schwefeliger Säure und Ammoniak ist, da man durch Behandlung mit Bleisalzen und Schwefelwasserstoff das Ammoniak und die schwefelige Säure wegschaffen kann. Wenn die Kaffeegerbsäure ein Aldehyd der Viridinsäure ist, so muss sie Lücken im Radicale enthalten, die in der Viridinsäure durch Sauerstoff erfüllt sind. Die Kaffeegerbsäure gibt bei der trockenen Destillation Brenzcatechin, mit Schwefelsäure und Braunstein (nach Stenhouse) Chinon [1]) wie die Chinasäure. Das Chinon ist offenbar lückenhaft und seine Formel entweder $C_{12} H_4 \square_2 O_4$ oder $C_{12} H_4 \square O_4$. Das Chloranil $C_{12} Cl_4 O_4$ enthält allen Wasserstoff durch Chlor ersetzt. Staedeler hat die Zwischenstufen, wo das Chlor einen Theil des Wasserstoffes vertritt, gleichfalls dargestellt, so wie das Chlorhydranil $C_{12} Cl_4 H_2 O_4$. Die Leichtigkeit, womit aus Chinasäure (nach Wöhler) das Phenyloxydhydrat, die Benzoësäure und salicylige Säure gebildet werden, die Möglichkeit, das Chinon, welches unter Bildung von Ameisensäure aus der Chinasäure entsteht, in Chlo-

[1]) Herr Stenhouse gibt an, dass zwischen Kaffeegerbsäure und der Säure des Paraguay-Thees eine Beziehung statt haben müsse, da beide Säuren Chinon geben. Dass beide Säuren identisch sind, habe ich vor sechs Jahren der kais. Akademie mitgetheilt. Die Mittheilung ging in mehrere Journale über.

ranil überzuführen, das aus Indigo, einem Gliede der Salicylreihe, entsteht, die Bildung des Brenzcatechins aus Kaffeegerbsäure, das eine gleiche Zusammensetzung mit dem farblosen Hydrochinon hat, die Erzeugung des Chinons aus Kaffeegerbsäure und Chinasäure sprechen dafür, dass wir es hier mit einer Classe von Verbindungen zu thun haben, in denen Phenyl und Formyl so wie das dem Phenyl nahe verwandte Radical $C_{10}H_5$ und dessen abgeleitete sauerstoffhaltige Abkömmlinge eine grosse Rolle spielen (Phenyl $= C_{12}H_5$ und $C_{10}H_5$ verhalten sich wie Vinyl und Methyl). Ich verlasse jetzt die organischen Säuren, um die hier zu berücksichtigenden Grenzen nicht zu überschreiten, und gehe zur Betrachtung einer anderen Körperclasse über.

Die zahlreichen ätherischen Öle gehören der Mehrzahl nach der Gruppe der Camphene an, d. h. sie enthalten Kohlenstoff und Wasserstoff im Atomverhältnisse wie 5 : 4. Ich wähle als Repräsentanten der Camphene das Terpentinöl, welches genauer als viele andere Camphene untersucht ist.

Das Terpentinöl ist eine lückenhafte Verbindung, es absorbirt mit Begierde Sauerstoff, bildet dabei Ameisensäure und Harze, es geht leicht in isomere Verbindungen über. Bei der Oxydation durch Salpetersäure liefert es (nach Bromeis und Rabourdain) Terepinsäure, (nach Schneider) Buttersäure, Propionsäure, Essig- und Ameisensäure. Terepinsäure und Propionsäure sind die Hauptproducte; Propionsäure gibt durch Spaltung Buttersäure und Essigsäure, diese letztere durch Oxydation Ameisensäure.

Denken wir uns das Radical der Propionsäure $= C_6 H_5 O_2$, so wird dieses elektronegative Radical mit elektropositiven Radicalen, z. B. mit Methyl, C_2H_3 sich vereinigen können. Es würde $C_2H_3 + C_6H_5O_2$ entstehen. Würden zwei Sauerstoff-Äquivalente des Propyls sich mit zwei Wasserstoff-Äquivalenten des Methyls zu Wasser vereinigen, so würde $C_2H\square_2 + C_6H_5\square_2$ entstehen, eine lückenhafte Verbindung. Denken wir uns in dem lückenhaften Radicale $C_2H\square_2$, das Äquivalent Wasserstoff vertreten durch das Radical des Propylalkohols oder Äthers $= C_6H_7$, so hätte die obige Verbindung die Formel $C_2 \left\{ \begin{matrix} C_6H_7 \\ \square \\ \square \end{matrix} \right. + C_6H_5O_2$. Wird nun ein Äquivalent Wasserstoff des Radicals C_6H_7 vertreten durch das Radical des Propylaldehydes ($= C_6H_5\square_2$),

so entsteht: $C_2 \left\{ \begin{matrix} C_6 \left\{ \begin{matrix} C_6 H_5 \square_2 \\ H_6 \end{matrix} \right. \\ \square \\ \square \end{matrix} \right. + C_6 H_5 \square_2 = C_{20} H_{16} \square_6$ oder Terpentinöl. Dass dieses nicht etwa Methylwasserstoff ist, in dem drei Äquivalente Wasserstoff durch $C_6 H_5 \square_2$ ersetzt sind $= C_2 \left\{ \begin{matrix} C_6 H_5 \square_2 \\ C_6 H_5 \square_2 \\ C_6 H_5 \square_2 \end{matrix} \right\} H =$ $C_{20} H_{15} \square_6$, H geht aus der Zusammensetzung der Terepinsäure und Pyroterepinsäure hervor. Durch die Einwirkung der Salpetersäure geht das Radical $C_6 H_5 \square_2$ in Propionsäure $C_6 H_5 O_2$, O über, die ein Äquivalent Wasser bindet.

Das zweite Glied des Terpentinöles gibt Terepinsäure. Der Zusammensetzung der Pyroterepinsäure nach muss die Terepinsäure eine der Salicylsäure analoge Zusammensetzung haben. Ihr Radical besteht aus zwei Äquivalenten Sauerstoff und einem Äquivalente eines zusammengesetzten elektronegativen Radicals, das nichts anderes ist als Formyl $(= C_2 HO_2)$, dessen Wasserstoff ersetzt ist durch Propyl, in dem ein Äquivalent Wasserstoff vertreten wird durch das Radical des Propylsäure-Aldehydes

$$\left[C_2 \left(C_6 \left\{ \begin{matrix} C_6 H_5 \square_2 \\ H_4 \end{matrix} \right. \right) O_2 \right] O_2 \quad \begin{matrix} O \\ O \end{matrix} \quad O + HO$$

ist die Zusammensetzung der Terepinsäure $= C_{14} H_9 O_7 + HO$.

Werden durch höhere Temperatur die zwei Äquivalente Kohlenstoff des Formyls mit jenen vier Äquivalenten Sauerstoff, die damit durch punktirte Linien verbunden sind, zu Kohlensäure vereinigt, so entsteht Pyroterepinsäure $= C_6 \left[\begin{matrix} C_6 H_5 \square_2 \\ H_4 \end{matrix} \right] O_2, O + HO = C_{12} H_9 \square_2 O_2$, $O + HO = C_{12} H_9 O_3 + HO$, d. h. Propionsäure, in der ein Äquivalent Wasserstoff durch $C_6 H_5 \square_2$, das Radical des Aldehydes der Propionsäure, vertreten ist.

Ich gehe nun zur Betrachtung der stickstoffhaltigen Verbindungen über, welche durch Einwirkung von Ammoniak auf stickstofffreie Substanzen gebildet werden.

Die Wechselwirkung von Ammoniak und stickstofffreien Körpern ist zweierlei Art, entweder das Ammoniak gibt Wasserstoff ab und der damit in Berührung gebrachte Körper Sauerstoff (oder ein anderes elektronegatives Element oder Radical), während Lücken in der Verbindung zurückbleiben, oder der Rest der Elemente der Substanz, die das elektronegative Element oder Radical an den Wasserstoff des

Ammoniak abgegeben hat, tritt an die Stelle des Wasserstoffes ein, wodurch lückenfreie Verbindungen entstehen, die den Charakter des Ammoniaks meist vollkommen an sich tragen.

$\underbrace{C_{12}H_5O}_{\text{Phenyloxyd}}$ und Ammoniak geben $N\left\{\begin{matrix}C_{12}H_5\\H\\H\end{matrix}\right.$ und HO. Die Verbindung $C_{12}H_7N$ ist entstanden, indem ein Äquivalent Wasserstoff des Ammoniaks durch das Phenyl des Phenyloxydes ersetzt wurde.

$\underbrace{C_2H_3,Cl}_{\text{Chlormethyl}}$ und Ammoniak geben $N\left\{\begin{matrix}C_2H_3\\H\\H\end{matrix}\right.$ und ClH, indem C_2H_3 an die Stelle von ein Äquivalent Wasserstoff eintrat.

Beide Verbindungen $C_{12}H_7N$ und C_2H_5N haben noch die Natur des Ammoniaks an sich.

$\underbrace{C_2\,(C_{12}H_5)\,O_2,\,O}_{\text{Benzoësäure}}$ oder $\underbrace{C_2\,(C_{12}H_5)\,O_2,\,Cl}_{\text{Chlorbenzoyl}}$ mit Ammoniak, geben

$C_2\,(C_{12}H_5)\,O_2,\,\square\left\{\begin{matrix}H\\H\\\square\end{matrix}\right\}N$ und HO oder HCl. Es sind lückenhafte Verbindungen, leicht zurückzuführen in die Glieder, aus denen sie gebildet wurden, nicht die Natur des Ammoniaks bewahrend.

Ehe ich in der Betrachtung dieser Stoffe weiter gehe, muss ich von der Natur des Ammoniaks selbst sprechen.

Das Ammoniak ist ein lückenhaftes Radical, seine Formel $N\left\{\begin{matrix}H\\H\\H.\\\square\end{matrix}\right.$ Wird die Lücke durch Wasserstoff ausgefüllt, so entsteht NH_4 oder Ammonium, ein Radical ganz analog den Metallen. Es verbindet sich mit einem Äquivalente Sauerstoff oder Chlor wie Kalium, sein Oxyd sättigt Säuren vollständiger als jedes Metalloxyd. Die Arbeiten von Wurtz und Hoffmann haben gezeigt, dass es möglich ist, alle vier Äquivalente, oder drei, oder zwei des Ammoniums und Ammoniaks durch elektropositive Radicale zu ersetzen. Unsere Salpeter-Plantagen sind der Beweis, wie leicht das lückenhafte Ammoniak verändert, oxydirt wird. Das Product der vollständigen Oxydation des Ammoniumoxydes ($= NH_4, O$) ist die Salpetersäure ($= NO_4, O$). In ihr ist aller Wasserstoff des Ammoniumoxydes durch Sauerstoff vertreten. Das Radical der Salpetersäure ($= NO_4$) ersetzt wie ein Äquivalent Chlor oder Brom ein Äquivalent Wasserstoff, nicht die Untersalpetersäure, denn eine Verbindung eines Radicals mit Sauerstoff kann nicht ein

Element ersetzen oder als Radical auftreten. Die sogenannten Nitroverbindungen sind daher Substanzen, in denen ein Element durch das Radical der Salpetersäure vertreten ist. Die Untersalpetersäure ist einbasisch, ihre Formel ist $NO_3\square$, O, die Formel der salpetrigen Säure ist $NO_2\square_2$, O. Das Stickoxydgas ist $= NO\square_3$, O, mit Sauerstoff in Berührung füllt Letzteres seine Lücken aus, wird es mit weniger Sauerstoff in Berührung gebracht, so entsteht $NO_2\square_2$, O, wird mehr Sauerstoff zugeführt, bildet sich $NO_3\square$, O oder Untersalpetersäure. Diese enthält ein Radical, gleich dem Ammoniak. (Ammoniak $= NH_3\square$ das Radical der Untersalpetersäure $= NO_3\square$.) Wie das Ammoniak hat dieses Radical eine gewisse Beständigkeit, da die Anzahl der Lücken gering ist. Wie Ammoniak bei Gegenwart einer Säure seine Lücken mit Wasserstoff füllt und zu Ammonium wird, so füllt das Untersalpetersäure-Radical seine Lücken mit Sauerstoff und wird Salpetersäure, wenn eine stärkere oder schwächere Base (z. B. Wasser) und der nöthige Sauerstoff damit in Berührung kommen. Die eigentliche Formel des Anilins ist desshalb $= N\left\{\begin{matrix}C_{12}H_5\\H\\H\\\square\end{matrix}\right.$, die des Methylamins $= N\left\{\begin{matrix}C_2H_3\\H\\H\\\square\end{matrix}\right.$. So viele Äquivalente Sauerstoff, Chlor u. s. w. ausserhalb des Radicals einer Verbindung liegen, so viele Äquivalente Wasserstoff werden dem Ammoniak entzogen werden. Es wird entweder $NH_2\square_2$ oder $NH\square_3$ oder $N\square_4$ übrig bleiben, oder $NH_2R\square$, $NHR_2\square$, $NR_3\square$ entstehen, je nachdem das Radical R fähig ist den Wasserstoff in Ammoniak zu ersetzen oder nicht. So gibt z. B. $\underbrace{C_2\,(C_{12}H_5)\,O_2}_{\text{Chlorbenzoyl}}, Cl + \left\{\begin{matrix}H\\H\\H\\\square\end{matrix}\right\} N = C_2\,(C_{12}H_5)\,O_2\,\square \ldots \left\{\begin{matrix}H\\H\\\square\\\square\end{matrix}\right\} N$ und ClH dagegen die Oxalsäure $= \begin{bmatrix}C_2\,\square\,O_2\\C_2\,\square\,O_2\end{bmatrix}\begin{matrix}O\\O\end{matrix} + \left\{\begin{matrix}H\\H\\H\\\square\end{matrix}\right\} N$ die Oxaminsäure $=$ $\begin{bmatrix}C_2\,\square\,O_2\\C_2\,\square\,O_2\end{bmatrix}\begin{matrix}O\\\square\end{matrix}\left\{\begin{matrix}H\\H\\\square\\\square\end{matrix}\right\} N$ die einbasisch ist, weil nur ein Äquivalent Sauerstoff ausserhalb des Radicals vorhanden ist, während mit zwei Äquivalenten Ammoniak das Oxamid entsteht. $\begin{bmatrix}C_2\,\square\,O_2\\C_2\,\square\,O_2\end{bmatrix}\begin{matrix}O + NH_3\,\square\\O + NH_3\,\square\end{matrix}$

gibt das Oxamid = $\left[\begin{matrix} C_2 \square O_2 \\ C_2 \square O_2 \end{matrix}\right] \begin{matrix} \square \\ \square \end{matrix} \left.\begin{matrix} \left.\begin{matrix} H \\ H \\ \square \\ \square \end{matrix}\right\} N \\ \left.\begin{matrix} \square \\ \square \\ H \\ H \end{matrix}\right\} N \end{matrix}\right\} = C_4\, H_4\, N_2\, O_2.$

Die Einwirkung des Ammoniaks auf organische Substanzen bleibt aber nicht stehen bei der Bildung dieser sogenannten Amide. Die Bildung von Wasser, Salzsäure u. s. w. kann auch vor sich gehen auf Kosten von Sauerstoff und Chlor u. dgl., die nicht ausserhalb, sondern innerhalb des Radicals liegen, und des Wasserstoffes im Ammoniak. Ein Beispiel davon sind die sogenannten Nitryle und das Cyan.

Ameisensäure und Ammoniak geben unter gewissen Bedingungen Cyanwasserstoff, Essigsäure und Ammoniak Cyanmethyl, Oxalsäure und Ammoniak Cyan, während Kohlensäure und Ammoniak zur Cyansäure in demselben Verhältnisse stehen, wie Ameisensäure und Ammoniak zum Cyanwasserstoff.

Kohlensäure und Ammoniak:

$\left[\begin{matrix} C_2 \begin{matrix} O \\ O \end{matrix} \\ N \left|\begin{matrix} H \\ H \\ H \\ \square \end{matrix}\right. \end{matrix}\right] \begin{matrix} O \\ O \end{matrix}$ geben $\left[\begin{matrix} C_2 \begin{matrix} \square \\ \square \end{matrix} \\ N \left|\begin{matrix} \square \\ \square \\ \square \\ \square \end{matrix}\right. \end{matrix}\right] \begin{matrix} O \\ \square \end{matrix}$

oder Cyansäure C_2N, O, die einbasisch ist, weil sie noch ein Äquivalent Sauerstoff ausserhalb des Radicals enthält. In trockenen Salzen erhält sich die Cyansäure längere Zeit trotz der vielen Lücken, zusammengehalten durch die Verwandtschaft zum Kaliumoxyd u. s. w. Das Hydrat erhält sich nur auf Augenblicke, das Hydratwasser wird zerlegt, der Wasserstoff füllt eine Lücke im Ammoniak aus, der Sauerstoff eine Lücke in dem Kohlensäureradical, ebenso tritt das eine Äquivalent Sauerstoff, ausser dem Radicale, in die Lücke des Radicals ein, es entsteht das Cyamelid =

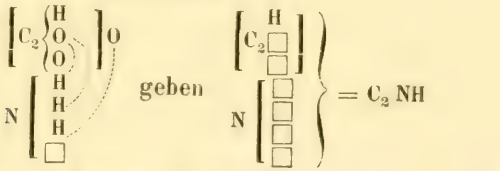
$\left.\begin{matrix} \left[\begin{matrix} C_2 \begin{matrix} O \\ O \end{matrix} \\ N \left|\begin{matrix} H \\ \square \\ \square \\ \square \end{matrix}\right. \end{matrix}\right] \begin{matrix} \square \\ \square \end{matrix} \end{matrix}\right\} = C_2O_2\, NH.$ Indifferent ist dieser Körper, weil er keinen Sauerstoff ausserhalb des Radicals enthält. Das cyansaure Ammoniumoxyd erleidet eine ähnliche Veränderung. Die Cyansäure setzt sich in Cyamelid um, auf Kosten des Sauerstoffs des Ammoniumoxydes

und des vierten Äquivalentes Wasserstoff im Ammonium. Dadurch entsteht Cyamelid einerseits, anderseits Ammoniak, die mit einander verbunden bleiben und Harnstoff darstellen, der den Charakter des Ammoniaks besitzt, da durch Verbindung des Ammoniaks mit dem Cyamelid die basische Natur nicht wesentlich verändert werden konnte.

Wird der Cyansäure mehr Wasser geboten, als das Äquivalent Hydratwasser, so zerfällt sie in Kohlensäure und Ammoniumoxyd, indem sie alle ihre Lücken mit Sauerstoff und Wasserstoff ausfüllt.

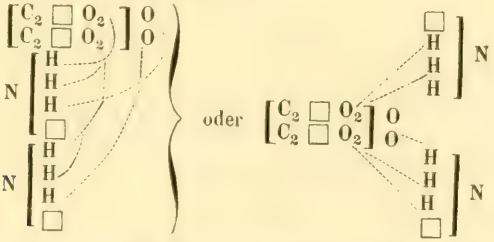
Ganz analog ist das Verhalten des ameisensauren Ammoniumoxydes.

Ameisensäure und Ammoniak.



oder Blausäure und Wasser. Der Wasserstoff kann in der Blausäure durch Metalle ersetzt werden, wodurch die Cyanmetalle entstehen. Die Blausäure, mit angesäuertem Wasser in Berührung, füllt ihre Lücken durch Sauerstoff und Wasserstoff aus und regenerirt Ameisensäure und Ammoniak.

Oxalsäure und Ammoniak geben Wasser und zwei Äquivalente Cyan, wie folgende Formel zeigt:



Cyan mit Wasser in Berührung füllt seine Lücken mit dessen Wasserstoff und Sauerstoff aus und regenerirt Oxalsäuse und Ammoniak. Da Cyan wie ein anderer Salzbildner das Wasser zersetzt, entsteht nebenbei Cyansäure und Cyanwasserstoff. Die Cyansäure zerfällt mit Wasser zum Theil in Kohlensäure und Ammoniak, Cyansäure und Ammoniak geben Harnstoff, Cyanwasserstoff und Ammoniak geben Cyanammonium, die Cyanwasserstoffsäure und Wasser geben Amei-

sensäure und Ammoniak. Daher findet man in dem Wasser, das mit Cyan in Berührung war, Cyanammonium, Harnstoff, Oxalsäure, Ameisensäure und Kohlensäure an Ammoniumoxyd gebunden.

Wenn Äthyloxyd und salpetrige Säure auf einander einwirken, entsteht Knallsäure, die zweibasisch ist, weil sie zwei Äquivalente Sauerstoff ausser dem Radicale enthält, die ausser dem Radicale der salpetrigen Säure lagen.

$C_4H_5O + 2(NO_3\square, O)$ geben $C_4\square_5\square + 2(N\square_4)O$ oder Cy_2O_2. Diese Säure ist bei weitem unbeständiger als die Cyansäure, da sie eine Anzahl von 14 Lücken im Radicale enthält, während die Cyansäure nur 7 Lücken besitzt. Die Blausäure enthält 6 Lücken, ist daher beständiger als die Cyansäure. Das Cyamelid enthält 5 Lücken und ist beständiger als die Cyansäure, Blausäure, das Cyan und Cyamelid.

Die beständigste Verbindung ist die Cyanursäure, sie ist offenbar Cyan mit drei Äquivalenten Sauerstoff ausserhalb des Radicals verbunden, sechs Lücken im Cyan selbst sind durch 4 Äquivalente Kohlenstoff und zwei Äquivalente Stickstoff erfüllt.

Demnach wäre das Cyan $=C_2\square_7N$, die Cyansäure $C_2\square_7N$, $O + HO$, die Knallsäure $(C_4\square_{14}N_2), O_2 + 2HO$, die Cyanwasserstoffsäure $=C_2H\square_6N$, das Cyanmethyl $C_2(C_2H_3)\square_6N$, das Cyanmelid $C_2\square_5N$, die Cyanursäure $C_6\square N_3, O_3 + 3HO$.

Die Fähigkeit des Ammoniaks und Ammoniums Wasserstoff abzugeben, und mit anderen Körpern sich zu verbinden unter Fortbestehen von Lücken, kommt auch den Abkömmlingen des Ammoniaks zu, die an der Stelle des Wasserstoffes ein Radical enthalten, z. B. bildet das Anilin das Formanilid, Oxanilid u. s. w.

Die Anthranilsäure zerfällt mit salpetriger Säure in Stickgas und Salicylsäure, wie das Anilin mit salpetriger Säure das Phenyloxydhydrat liefert.

$$N\begin{cases} C_{12}H_5 \\ H \\ H \\ \square \end{cases} + NO_2\square, O = C_{12}H_5O + HO, HO \text{ und } N_2.$$

Die Salicylsäure ist eine Verbindung des Salicyls mit einem Äquivalente Sauerstoff, das Salicyl ist ein zusammengesetztes Radical, bestehend aus einem Äquivalente Benzoyl und zwei Äquivalenten Sauerstoff, analog dem Arsyl $= AsO_2$ oder Phosphoryl $= PO_2$.

Salicyl und Ammoniak unter Austritt von zwei Äquivalenten Wasser und Hinterbleiben von 4 Lücken geben das Radical der Anthranilsäure (= Bz $\square_2$, NH $\boxdot_2$ $\square$).

$$\left[\begin{array}{l} C_2(C_{12}H_5)O_2 \\ \hline N\left\{\begin{array}{l|l} H\ldots & O \\ H\ldots & O \\ H & \\ \square & \end{array}\right. \end{array}\right] \text{ geben } 2\,HO \text{ und } \left[\begin{array}{l} C_2(C_{12}H_5)O_2 \\ \hline N\left\{\begin{array}{l|l} \boxdot & \square \\ \boxdot & \square \\ H & \\ \square & \end{array}\right. \end{array}\right]$$

oder Anthranil, das mit einem Äquivalente Sauerstoff ausser dem Radicale die einbasische Anthranilsäure gibt.

$$\left[\begin{array}{l} C_2(C_{12}H_5)O_2 \\ N\left\{\begin{array}{l} \boxdot\ \square \\ \boxdot\ \square \\ H \\ \square \end{array}\right. \end{array}\right] O + HO$$

gibt bei der trockenen Destillation Anilin und Kohlensäure. Das Hydrat der Ameisensäure würde Kohlensäure und zwei Äquivalente Wasserstoff geben; die Kohlensäure bei der trockenen Destillation der Anthranilsäure stammt von den zwei Formyl-Kohlenstoff-Äquivalenten des Benzoyls, von den zwei Sauerstoff-Äquivalenten des Benzoyls, dem Äquivalente Sauerstoff ausserhalb des Radicals und dem Äquivalente Sauerstoff des Hydratwassers, wie die punktirten Linien zeigen. Das Phenyl und das Äquivalent Wasserstoff des Hydratwassers füllen die beiden, mit $\boxdot$ bezeichneten Lücken im Ammoniak aus und

geben $N\left\{\begin{array}{l} C_{12}H_5 \\ H \\ H \\ \square \end{array}\right.$ oder $C_{12}H_7N$ (= Anilin).

Wirkt salpetrige Säure $NO_2\square_2$, O auf Anthranilsäure ein, so entwickelt sich Stickgas und bildet sich Salicylsäure. Das Äquivalent Sauerstoff ausser dem Radicale der salpetrigen Säure oxydirt das Äquivalent Wasserstoff, das noch vom Ammoniak übrig blieb, und bildet Wasser. Das Salicyl wird regenerirt, indem die zwei Lücken in demselben durch die zwei Äquivalente Sauerstoff im Radicale der salpetrigen Säure ausgefüllt werden, wobei derStickstoff der salpetrigen Säure frei wird. Das regenerirte Salicyl bleibt mit dem Sauerstoff ausserhalb des Radicals (der Anthranilsäure) verbunden.

Es scheint mir angemessen, hier den Indigo und das Isatin näher zu beleuchten. Der Indigo ist eine Cyanverbindung. Auf der Zersetzbarkeit des Cyans beruht die Möglichkeit, aus Indigo Zersetzungsproducte mit 14 Äquivalenten Kohlenstoff zu erzeugen; auf

der Möglichkeit aus Salicyl das Phenyl abzuscheiden, beruht die Fähigkeit des Indigo's Phenylverbindungen zu erzeugen.

Der Indigo ist das Cyanür des Radicals der salicyligen Säure.

Salicylige Säure $= \left[\begin{matrix} C_2(C_{12}H_5)O_2 \\ \square \\ \square \end{matrix}\right] O + HO$, der Indigo $= \left[\begin{matrix} C_2(C_{12}H_5)O_2 \\ \square \\ \square \end{matrix}\right] Cy.$

Durch Aufnahme von Wasserstoff entsteht der weisse Indigo. Werden die zwei Lücken durch Sauerstoff erfüllt, so entsteht Isatin, das Cyanür des Radicals der Salicylsäure.

Salicylsäure $= \left[\begin{matrix} C_2(C_{12}H_5)O_2 \\ O \\ O \end{matrix}\right] O + HO$, Isatin $= \left[\begin{matrix} C_2(C_{12}H_5)O_2 \\ O \\ O \end{matrix}\right] Cy.$

In Berührung mit Alkalien entsteht die Isatinsäure =

$$= \left[\begin{matrix} C_2\,(C_{12}\,H_5)\,O_2 \\ O \\ O \end{matrix}\right] H + CyO + MO$$

unter Aufnahme von einem Äquivalente Wasser.

Durch Behandlung des Indigo's mit Alkalihydrat entsteht die Anthranilsäure. Indigo wird dabei zu Isatin, das in dem Momente wo es entsteht zersetzt wird, indem das Salicyl (BzO_2) zu Salicylsäure oxydirt wird, während das Cyan zu Cyansäure, die Cyansäure zu kohlensaurem Ammoniak wird. Salicylsäure und Ammoniak im *status nascens* geben Wasser und Anthranilsäure. Weil das Cyan leicht in Cyansäure übergeht, wenn es mit Braunstein und einem Alkali behandelt wird, so geht die Verwandlung des Indigo's in Anthranilsäure auf (den von Liebig empfohlenen) Zusatz von Braunstein leichter vor sich als ohne Braunsteinzusatz.

Noch habe ich einer Classe von Körpern Erwähnung zu thun, die ebenfalls Abkömmlinge des Ammoniak sind, der sogenannten Hydramide, z. B. Hydrobenzamid, Furfuramid u. s. w. Wirken drei Äquivalente Bittermandelöl und zwei Äquivalente Ammoniak auf einander ein, so entsteht das Hydrobenzamid.

Das Bittermandelöl $= C_2 \left\{\begin{matrix} C_{12}\,H_5 \\ \square \\ \square \end{matrix}\right\} O + HO$. das Hydrobenzamid =

$$\left.\begin{matrix} \left[C_2\left\{\begin{matrix} C_{12}\,H_5 \\ \square \\ \square \end{matrix}\right.\right] \square\,,\,\square \\ \left[C_2\left\{\begin{matrix} C_{12}\,H_5 \\ \square \\ \square \end{matrix}\right.\right] \square\,,\,\square \\ \left[C_2\left\{\begin{matrix} C_{12}\,H_5 \\ \square \\ \square \end{matrix}\right.\right] \square\,,\,\square \\ \square \end{matrix}\right\} N\,,\,N\,H_3\,.$$

d. h. die Lücke in einem Äquivalente Ammoniak ist ausgefüllt durch die Verbindung, die aus einem Äquivalente Ammoniak und drei Äquivalenten Bittermandelöl entstand, indem Ammoniak, in dem an der Stelle des Wasserstoffes Lücken sind, sich vereinigt hat mit drei Äquivalenten des Radicals des Bittermandelöles. Die Lücken füllen sich leicht mit Sauerstoff und Wasserstoff und es entsteht wieder Bittermandelöl und Ammoniak, wenn das Hydrobenzamid mit Wasser und Basen oder Säuren zusammentrifft. Das Hydrobenzamid geht aber leicht in eine gleich zusammengesetzte Base über, die entsteht, indem eine Anzahl Lücken verschwindet, in der Weise wie die Formel zeigt

$$\left.\begin{matrix}\left[C_2\begin{cases}C_{12}H_5\\\square\\\square\end{cases}\right]\\\left[C_2\begin{cases}C_{12}H_5\\\square\\\square\end{cases}\right]\\\left[C_2\begin{cases}C_{12}H_5\\\square\\\square\\\square\end{cases}\right]\end{matrix}\right\} N\,,\,N\left]\begin{matrix}H\\H\\H\\\square\end{matrix}\right.$$

wodurch ein Analogon des Harnstoffes, ein gepaartes Ammoniak, entsteht, während das Hydrobenzamid ein Analogon des Ammoniums ist.

Eine Classe von Körpern, die offenbar Lücken enthält, ist die der Kohlenhydrate, die durch Aufnahme der Elemente des Wassers in einander übergehen und endlich dadurch zu Kohlensäure und Alkohol werden.

Da es sich hier nicht um Vollständigkeit handelte, sondern darum, an einigen Beispielen die Möglichkeit der Durchführung von gewissen Principien zu zeigen, habe ich es unterlassen, die Constitution aller näher untersuchten Verbindungen zu besprechen, so wie alle nach den Typen, denen sie angehören in Tabellen zu ordnen, was keine Schwierigkeit hätte.

Ich habe auch einige unorganische Körper hier als Beispiele aufgeführt, um zu zeigen, dass auch sie zusammengesetzte Radicale enthalten, dass auch in dieser Beziehung keine Grenzen zwischen organischen und unorganischen Körpern bestehen, sondern ein allmählicher Übergang stattfindet.

Bevor ich schliesse, komme ich noch einmal auf das Methyl zurück. Wir wissen, dass sich ein Äquivalent Wasserstoff in dem Methyl

anders verhält, als die beiden anderen Äquivalente dieses Elementes. Wir haben daher alle Ursache, das Methyl für ein Radical zusammengesetzter Art zu halten, d. h. für ein Radical das aus zweien besteht, deren eines C_2H_2, das Zweite aber Wasserstoff ist. Die zwei Äquivalente Wasserstoff des Radicals C_2H_2 werden leicht durch andere Körper ersetzt, die elektronegativ sind, z. B. durch Sauerstoff, wodurch C_2O_2 das Radical der Kohlensäure entsteht. Das mit C_2H_3 bezeichnete Radical tauscht leicht ein Äquivalent Wasserstoff gegen andere Radicale aus, die elektropositiv sind. Es ist dies das Äquivalent Wasserstoff, das in dem Methyl mit C_2H_2 verbunden ist. In dieser Abhandlung so wie in der ersten Abtheilung derselben ist das Methyl immer der Kürze wegen mit C_2H_3, das Formyl mit C_2HO_2 bezeichnet worden, obgleich eigentlich das Methyl C_2H_2, das Formyl C_2O_2 zu schreiben wäre. $\underset{H}{}$ $\underset{H}{}$

Es ist bekannt, dass alle organischen Verbindungen ursprünglich vom Pflanzenreiche abstammen. Wenn in den Pflanzen die Kohlensäure C_2O_2,O_2 in O_2 und C_2O_2 zerlegt wird, so ist der Grund zu allen organischen Verbindungen gelegt, wenn der Pflanze die Fähigkeit zukommt, C_2O_2 mit HO im *status nascens* zu $\left.\begin{matrix}C_2O_2\\H\end{matrix}\right\}O$ zu vereinigen. Alle übrigen Producte entstehen dann durch Substitutionen, so wie durch die Wechselwirkung zwischen zwei Gruppen, wie aus der Constitution der fetten Säuren, der Alkohole und Aldehyde, der Äpfel-, Wein , Citron-Säure u. s. w. hervorgeht, wie sie in den vorhergehenden Zeilen erörtert wurde.

Aus den hier gegebenen Andeutungen wird Folgendes ersichtlich.

1. Dass die Fähigkeit eine Säure zu neutralisiren in der elektropositiven, die Fähigkeit eine Base zu sättigen, in der elektronegativen Natur des Radicals begründet ist.
2. Dass die Fähigkeit einer Base, ein, zwei oder drei Äquivalente einer einbasischen Säure, so wie die Fähigkeit einer Säure ein, zwei oder drei Äquivalente einer Base zu sättigen, von der Anzahl der Äquivalente Sauerstoff ausser dem Radicale abhängt. KO sättigt ein, Al_2O_3 sättigt drei Äquivalente einer einbasischen Säure, NO_4, O sättigt ein, $P_2O_3.O_2$ sättigt zwei, AsO_2,O_3 sättigt drei Äquivalente einer Base von der Formel MO.
3. Eine Säure ist stärker als eine andere, wenn ihr Radical elektronegativer ist als das der zweiten, sie sättigt aber desshalb

nicht nothwendiger Weise eben so viele oder mehr Äquivalente einer Base als die schwächere Säure. Eben so verhält es sich bei den Basen. NO_4, O treibt die Kohlensäure C_2O_2, O_2 aus, weil NO_4 elektronegativer ist als C_2O_2. NO_4, O sättigt aber nur ein Äquivalent MO, während C_2O_2, O_2 zwei MO sättigt, NO_4, O sättigt ein Äquivalent MO vollständiger, als C_2O_2, O_2 zwei MO sättigt. NO_4O mit $C_2O_2, O_2 + 2KO$ in Berührung gibt $NO_4, O + KO$, das neutral reagirt, nicht alkalisch wie $C_2O_2, O_2 + 2KO$. Allein ein Äquivalent NO_4, O entzieht der Kohlensäure nicht zwei, sondern nur ein Äquivalent KO.

4. Je reicher an Wasserstoff ein Radical ist, desto elektropositiver, je ärmer an Wasserstoff desto weniger elektropositiv ist es. Je mehr Sauerstoff an die Stelle von Wasserstoff in ein Radical tritt, desto elektronegativer wird es. C_2O_2 ist analog dem Chlor; C_2H_2 ist analog dem Kalium.
   H
5. Die Substitution ist zu betrachten als ein mechanischer Act; an die Stelle, die ein Element eingenommen hat, tritt ein anderes Element. Dadurch bleibt die Form, wenigstens in vielen Fällen, unverändert. Die chemische Natur wird aber verändert. Tritt Sauerstoff, Chlor, das Radical der Salpetersäure, an die Stelle von Wasserstoff in eine Base, so wird diese um so schwächer, je mehr Wasserstoff-Äquivalente durch elektronegative Elemente oder Radicale substituirt wurden, wird zuletzt zu einem indifferenten Körper oder gar zu einer Säure. Umgekehrt wird eine Säure, in deren Radicale Sauerstoff durch Wasserstoff ersetzt wird, schwächer, zuletzt indifferent oder zu einem basischen Körper. Dass eine Säure, deren Wasserstoff durch Brom oder Chlor ersetzt wird, eine Säure bleibt, z. B. die Chloressigsäure, ist wohl nur ein Beweis für, nicht aber gegen die hier aufgestellte Behauptung.

Einige neuere Ansichten über die Natur der Polarisationsbüschel.

Von dem w. M. **W. Haidinger.**

In dem Schreiben des Herrn Prof. Stokes vom 9. Februar, aus welchem in den zwei letzten Sitzungen Abschnitte besprochen wurden, ist, wenn auch nur mit wenigen Worten, von den Polarisationsbüscheln die Rede, die ich nicht unerwähnt lassen darf, weil sich hier wieder ein neuer Weg der Erklärung derselben eröffnet. Zu gleicher Zeit schliesse ich die Ansicht meines hochverehrten Freundes des Herrn Prof. Schrötter an, so wie eine etwas weitere Ausführung der Ansicht, welche mir bei der gegenwärtigen Lage der Erfahrungen als die annehmbarste erscheint.

Herr Prof. Stokes schreibt: „Ich bin keinesweges durch „irgend welche der Erklärungsarten befriedigt, welche ich bisher „über die Ursache Ihrer Büschel gesehen habe. Man kann allen, „vorzüglich aber der des Herrn Jamin, einen Einwurf machen, der „unwiderlegbar scheint. Ich will diesen Gegenstand aber hier nicht „weiter verfolgen, weil ich daran bin demnächst einen Aufsatz dar„über an das *Philosophical Magazine* zu schicken. Ich bin überzeugt, „dass die Erscheinung entweder in, oder knapp an der Netzhaut „ihren Sitz hat. Ich werde eine Muthmassung in Bezug auf die „Ursache derselben aufstellen, nach welcher sie von der Art ab„hängen, wie die letzten Nervenfasern die Empfindung des Lichtes „aufnehmen. Ich bin überzeugt, dass die sogenannte Nachahmung „der Erscheinung durch Uhrgläser oder Linsen, welche Hr. Jamin „vorschlug, mit derselben nichts zu thun hat.“

Ist auch hier die Nachweisung nicht gegeben, so ist doch das Princip angedeutet. Wie sie sich gegenüber der von Sir David Brewster [1]) gegebenen stellen wird, welcher den Sitz der Erscheinung ebenfalls in diese Gegend legt, bleibt vor der Hand unbestimmt. Sir David Brewster nimmt an, dass die Netzhaut zunächst dem *Foramen centrale* eine gyroidisch fasrige Structur besitze.

[1]) Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften. 1850. 28. Nov. S. 442.

Ebenfalls in das Auge, aber in die vor der Netzhaut befindlichen Theile versetzt Herr Prof. Schrötter den Sitz der Erscheinung. Eine freundliche Mittheilung vom 15. März, die ich von demselben erhielt, enthält folgende Stelle: „Bei einer Arbeit über gewisse „Eigenschaften der Flamme wurden meine Gedanken auf allerlei „optische Gegenstände gelenkt, unter andern auch auf die von Dir „entdeckten Büschel. Es drängte sich mir hiebei eine Erklärung „derselben auf, deren Einfachheit allein mich an ihrer Richtigkeit „zweifeln lässt."

„Meine vermeintliche Erklärung lässt sich kurz folgender-„massen geben:"

„Um an einem einaxigen Körper das schwarze Kreuz mit den „Ringen sehen zu können, ist es nothwendig, eine auf die optische „Axe desselben senkrecht geschnittene Platte dieses Körpers zwi-„schen zwei über Kreuz liegende Nicols, Turmaline u. s. w. zu hal-„ten, d. h. an den beiden Seiten derselben entgegengesetzt polarisi-„rende Körper anzubringen. Es ist erwiesen, dass die Krystall-Linse „sich ihrer lamellaren Structur wegen in obigem Falle wie ein ein-„axiger Körper verhält. Vor der Krystall-Linse befindet sich aber „ohne Zweifel ein das Licht polarisirender Körper, nämlich die „Atmosphäre, es ist daher nur noch nothwendig, dass sich auch hin-„ter derselben ein solcher befindet, damit auf der Netzhaut jene „Empfindung hervorgebracht werde, wie wir sie haben müssen um „die Büschel wahrzunehmen. Dieser zweite, das Licht polarisirende „Körper kann nur wie ich glaube der Glaskörper sein. Brewster „hat zwar, wie Brücke mir sagte, an diesem Körper keine polari-„sirenden Wirkungen beobachtet, allein Brewster hat den Glas-„körper nur ausser dem Auge untersucht. Im Auge, zumal am „lebenden, verhält sich die Sache wahrscheinlich ganz anders; hier „wird durch die mächtigen Muskeln des Auges ein veränderlicher, „vielleicht von unserem Willen, gewiss aber von äusseren Reizen „abhängiger Druck auf diesen Körper ausgeübt, der hinreichen „dürfte, demselben die Eigenschaft, das Licht zu polarisiren, ertheilen „zu können. Es scheint dass nur der, welcher einen solchen Druck „auf den Glaskörper auszuüben vermag, die Büschel sieht. Dr. Stell-„wag hat überdies thatsächlich bewiesen, dass der Glaskörper das „Licht durch Druck zu polarisiren vermag, was bei der eigenthüm-„lichen Beschaffenheit (Bau) desselben wohl nicht anders sein kann."

„Aus dieser Erklärung würde ganz natürlich folgen, warum „man die Büschel nur an jenen Stellen des Himmels sieht, von denen „polarisirtes Licht ausgeht. Selbst das Verschwinden der Büschel, „welches Du im Jännerhefte der Sitzungsberichte beschrieben hast, „fände hierin seine natürliche Erklärung."

„Ich weiss wohl, dass der Wissenschaft mit Erklärungen, die „nicht durch Versuche unterstützt sind, wenig geholfen ist, allein ich „glaube, dass wenn solche Erklärungen wie Hypothesen behandelt „werden — was sie eigentlich sind — die zu neuen Versuchen „führen, sie immerhin nicht ganz verwerflich erscheinen."

Indem ich Herrn Prof. Schrötter meinen Dank für die freundliche Mittheilung darbringe, bemerke ich nur noch, dass sich diese Ansicht zunächst an die des Herrn Silbermann anschliesst, deren ich in einer frühern Sitzung, am 16. November 1848 [1]), gedachte, nebst einigen Bedenklichkeiten die sich derselben entgegenstellen dürften; doch unterscheidet sie sich auch wieder, und ich glaube mich enthalten zu sollen, was sich etwa dagegen sagen liesse, aufzusuchen, da mir mehr daran gelegen sein muss die abweichende Ansicht besser zu begründen, welche ich mir selbst bilden zu müssen glaubte, während die Annahme irgend einer der vorgeschlagenen Erklärungsarten doch wieder von ganz andern Personen abhängt als gerade von den Begründern derselben.

Seit ich das erste Mal aus Anlass des optischen Schachbrettmusters [2]) auf den Zusammenhang der Farben dieser Erscheinung und der Polarisationsbüschel aufmerksam machte, versuchte ich noch zweimal weitere Erörterungen, in den Vorträgen „über die Löwe'schen Ringe" [3]) und „Beitrag zur Erklärung der Farben der Polarisationsbüschel" [4]). Aber es ist an keinem der Orte von einer eigentlichen Construction des Vorganges die Rede, die sich mit jener auch nur entfernt vergleichen liesse, welche Herr Prof. Stokes von dem Schachbrettmuster gegeben hat, und die ich aus seinem Schreiben der hochverehrten mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe am 19. April vorzulegen die Ehre hatte. Diese schöne Darstellung ist es, welcher ich die Anregung verdanke, auch für die Nachweisung

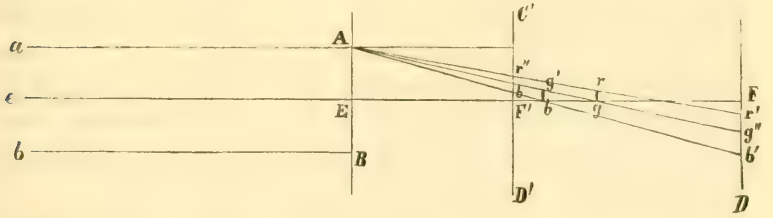
[1]) Sitzungsberichte 1848. Bd. I, Hft. 5, S. 6.
[2]) Sitzungsberichte u. s. w. 1851. Bd. VII, S. 389.
[3]) Sitzungsberichte u. s. w. 1852. Bd. IX, S. 240.
[4]) Sitzungsberichte u. s. w. 1854. Bd. XII, S. 3.

wie sich etwa die Erscheinung auf der Netzhaut projiciren könne, eine Construction zu versuchen, die sich derselben anschliesst, was ja auch gewiss der Fall sein muss, wenn, wie ich bei den früheren Veranlassungen anzudeuten suchte, beide auf der gleichen Ursache, der Bildung von Farbensäumen zwischen dunklen und hellen Stellen des Lichtfeldes ausserhalb der Entfernung der deutlichsten Sehe-weite beruhen.

Das menschliche Auge ist nicht achromatisch. In der Entfernung des deutlichsten Sehens erscheinen die Bilder der Gegenstände allerdings ohne farbige Ränder. Längst ist es aber erwiesen, dass eine solche Achromasie nicht ausserhalb derselben stattfindet. So beschreibt Herr Prof. Müller [1]) dahin gehörige Erscheinungen:

„Man erblickt sehr lebhafte Farbensäume an einem vor dem Auge „befindlichen dunklen Gegenstande, wenn man an ihm vorbei das Auge „auf ferne Gegenstände richtet und diese deutlich sieht; wenn man „z. B. in ein Kartenblatt ein Loch von etwa 1 Linie Durchmesser „macht, es 5 bis 6 Zoll weit vom Auge hält und durch dasselbe nach „einem fernen Gegenstande visirt, so erscheinen die Ränder der „Öffnung farbig."

Eine Nachweisung wie die Farbensäume zunächst den hellen und den dunklen Theilen des Gesichtsfeldes liegen, möge die nachstehende Zeichnung erläutern. Bei der Auseinandersetzung habe ich versucht den vom Hrn. Prof. Stokes eingeschlagenen Weg zu verfolgen, und zugleich möglichst die Anwendung auf den speciellen Fall des polarisirten Lichtes vorzubereiten.



Von dem mit parallelen Strahlen in das Auge fallenden Lichtstrom *acb* treffe die eine Hälfte *ae* die halbe Öffnung der Pupille in

[1]) Pouillet's Lehrbuch der Physik u. s. w. Von Dr. Joh. Müller. 1. Auflage Bd. II, S. 184.

AE. Längs der Sehaxe *eF* findet keine Brechung und Ablenkung sondern nur eine Verzögerung der Bewegung Statt; von *E* fortschreitend gegen den Rand der Pupille *A* jedoch entsteht durch die Brechung eine Convergenz der Strahlen, so dass von der Lichtfläche *ae* in entsprechenden Entfernungen eine unendliche Anzahl verschiedenfarbiger Bilder hinter einander liegend entstehen, von dem von der Pupille entferntesten am wenigsten gebrochenen rothen bis zu dem der Pupille am nächsten liegenden und am meisten gebrochenen violetten Bilde. In der Zeichnung sind nur zwei solche Bilder ausgedrückt, von denen das entferntere *rg* die Farben von Roth bis Gelbgrün, das nähere *g'b* die von Gelbgrün bis Violett begreifen möge. Die Gesammtwirkung der ersten Hälfte des Spectrums ist nahe röthlichorange, die des letztern blau. Aber die Bilder liegen wegen der parallelen Lage der Strahlen des Lichtstromes zwischen der Pupille *AB* und der Nezhaut *CD*. Nur nähere Gegenstände, welche ihre Strahlen von irgend einem Punkte *e* der Gesichtsaxe aussenden, könnten ein Bild auf der Netzhaut hervorbringen. Wegen der Entfernung der Netzhaut von den farbigen Bildern entsteht auf der letztern eine Projection welche in der Figur durch den Abschnitt *Fr'g''b'* ausgedrückt ist, welcher Fall auf dem von *E* gegen *C* und von *b'* gegen D dunkeln Grunde den Eindruck von *ae* auf die Netzhaut darstellt. Davon ist *Fr'* weiss, *r* bis *g''* roth bis gelbgrün *g''* bis *b* gelbgrün bis violett. Entsprechend dieser Anordnung ist der Rand des Gesichtsfeldes gegen das Helle zu roth, gegen das Dunkle zu blau eingesäumt. Wären die Gegenstände dem Auge ganz nahe gebracht, so stünde die Netzhaut bei *C' D'* und dann hätte man Dunkel von *D'* bis *F'* dann von *F'* bis *b''* weiss, von da erst blau, dann roth bis *r''* und hierauf wieder dunkel nach *C'*. Unter dieser Voraussetzung ist der Rand des Gesichtsfeldes gegen das Helle zu blau, gegen das Dunkle zu roth eingesäumt. Die letztere von diesen beiden Erscheinungsarten findet Statt, wenn man das Stickpapier dem Auge nähert, die erste, wenn man es vom Auge entfernt.

Vortrefflich, und ein Vorbild für den gegenwärtigen Fall, hat auch Sir David Brewster die chromatische Aberration an Linsen erörtert [1]). Auch er erklärt wie in dem Brennpunkte für den rothen

---

[1]) Populäres vollständiges Handbuch der Optik. Übersetzt von Dr. J. Hartmann. 1835. I. Bd., S. 68.

Strahl ein rothes Bild der Sonne entsteht, in dem Brennpunkt für den violetten Strahl ein violettes Bild und in den Zwischenpunkten Bilder von den übrigen Farben des Spectrums. Fängt man das Sonnenbild auf Papier auf, so ist, wenn dies zwischen der Linse und dem Kreis der kleinsten Aberration, wo die Farben möglichst compensirt sind, geschieht, das entstehende Sonnenbild von einem rothen Rande eingefasst. Entfernt man das Papier bis jenseits des Brennpunktes, so ist das projicirte Sonnenbild violett eingefasst. Vorzüglich gut sieht man die Erscheinung, wenn man eine grosse Linse nimmt und den centralen Theil bedeckt, so dass nur ein schmaler übrig bleibender Rand wirkt, bei dem sich noch die Aberration wegen der Kugelgestalt vermehrt findet. Eine Combination dieses Versuches mit dem blauen Kobaltglase gibt die Erscheinungen, wie die Betrachtung eines Lichtpunktes durch ein solches Kobaltglas, in dem die Linse ganz die Stelle des Auges vertritt, aber die letztere ist doch weit lebhafter, weil das Roth kräftiger hervortritt.

Wenden wir nun die in der Figur gegebene Construction auf das polarisirte Licht an. Von der deutlichsten Sehweite ausgehend wird jeder Punkt des Gegenstandes auf der Netzhaut ebenfalls durch einen Punkt dargestellt. Die zwei Punkte sind durch eine gerade Linie, Richtungslinie verbunden, die sich mit andern Richtungslinien nach Prof. Volkmann's [1]) Untersuchungen etwa $^1/_6$ Linie hinter der Krystall-Linse schneidet. Der Durchmesser der für jeden Punkt wirksamen Sammellinse ist der der Pupille, welche also die Basis zweier einfacher Kegel ist, deren Spitzen der Punkt im Gegenstand und der Punkt im Bilde auf der Netzhaut darstellen. Bei einer früheren Mittheilung [2]) erwähnte ich, dass man die Büschel durch eine kleine etwa $^1/_3$ Millimeter, oder $^1/_6$ Linie grosse Öffnung hindurch noch immer in einem polarisirten Lichtfelde wahrnehmen kann. Dies will gerade so viel sagen als dass man die Erscheinung noch immer hätte, wenn auch die Pupille bis zu dieser Grösse von $^1/_3$ Millimeter Durchmesser abnähme. Da die Entfernung des Kreuzungspunktes von der Hornhaut und Netzhaut nahe in dem Ver-

---

[1]) Poggendorff's Annalen 1836, Band 37, Seite 342. — 1845, Band 45, S. 193. Entfernung der Hornhaut vom hintersten Punkte der Linse nach Treviranus $0^{''}297$; vom Kreuzungspunkte nach Volkmann $0^{''}466$; dieser von der Netzhaut nach Volkmann $0^{''}353$.

[2]) Sitzungsberichte u. s. w. 1848. Bd. I, Heft 5, Seite 6.

hältnisse 9:7 steht, so liegt der Büschel auf der Netzhaut unzweifelhaft in einem Raum, der kleiner ist als ¼ Millimeter.

Ich glaube nun annehmen zu dürfen dass, von der Seh-Axe beginnend, in der Richtung der Polarisations-Ebenen zu beiden Seiten fortschreitend, die gleichen Verhältnisse des Eindruckes auf das Sehorgan in Bezug auf Intensität stattfinden, und zwar abnehmend, so dass diese Intensität in der Richtung der Seh-Axe am grössten ist. Entgegengesetzt darf man wohl die Einwirkung senkrecht auf die Polarisations-Ebene annehmen, d. h. als Minimum in der Richtung der Seh-Axe und wachsend zu beiden Seiten. Der in den zwei Richtungen senkrecht auf einander entgegengesetzte Zustand muss aber ganz gewiss stattfinden, sonst würde sich ja linear polarisirtes Licht in gar nichts von gewöhnlichem Lichte unterscheiden. Wenn nun ein hellerer Eindruck neben dem weniger hellen liegt, so ist das rothe Ende des Spectrums vorwiegend, neben dem ersten Rande liegt ein zweiter unter denselben Bedingungen und es entsteht dadurch eine Folge der zartesten gelben Farbensäume die einen gemeinsamen Eindruck hervorbringen, der in der Richtung der Polarisations-Ebene so weit hinausreicht, bis die Mischungen der verschiedenen von den Seiten hereinreichenden Lichtkegel die Erscheinung zu einer gleichen Grundfarbe neutralisiren. Entgegengesetztes findet, immer von der Seh-Axe ausgehend, senkrecht auf die Polarisations-Ebene Statt. Hier schreitet man aber von Dunkel gegen Hell vor, das Dunkle ist violett und blau umsäumt, daher die grauvioletten Sectoren auf einem vollkommen weissen polarisirten Lichtfelde oder Lichtstrom, auch die Erstreckung dieser übrigens viel zarteren Farbe nur so weit, bis die Einwirkung der von allen Seiten umgebenden Punkte den Farbenton des Grundes ausgleicht.

Nach der hier versuchten Construction würde also die Erscheinung der Polarisationsbüschel auf dem sehr einfachen Principe der farbigen Dispersion, veranlasst durch die Nicht-Achromasie des Auges, beruhen, ganz demselben, welches Herr Prof. Stokes für das Schachbrettmuster nachgewiesen hat. Die grosse Einfachheit scheint mir sehr zu Gunsten dieser Erklärungsart zu sprechen.

An die Polarisationsbüschel schliessen sich unmittelbar die Löwe'schen Ringe, welche mit den Büscheln im polarisirten Lichte erscheinen, wo sie dieselben einschliessen und ohne dieselben in

andern Lichtfeldern. Es bewährt sich dadurch die Bemerkung des Herrn Wilhelm Wertheim [1]), dass die Grösse der Pupille einen nicht unwesentlichen Einfluss auf die Erscheinung ausüben dürfte. Die Ringe wären nun in der That durch einen zarten Schatteneindruck hervorgebracht und zwar der mittlere helle Theil als Bild der Pupille selbst umgeben von Zerstreuungssäumen, von welchen die den am wenigsten brechbaren Farben angehörigen, dem rothen Ende des Spectrums entsprechend den hellen Raum umgeben, gerade wie bei jeder der einzelnen Öffnungen des optischen Schachbrettmusters. Die Pupille wirkt dann gerade so als ob man eine solche Öffnung bis hinter die Hornhaut in das Auge versenkt hätte. Jenseits des Ringes ist der Farbeneindruck eben durch die Entfernung von der Seh-Axe verwischt und dadurch gleichförmig schwächer. Die Ringe erscheinen daher am deutlichsten im Violett und im Blau.

Vorträge.

Untersuchung des Fettes des Kopfes des Pottwalls (Physeter macrocephalus, Shaw).

Von **P. Gotthard Hofstädter.**

Das Fett, das unter dem Namen Wallrath im Handel sich findet, stammt bekanntermassen aus besonderen Höhlen im Kopfe mehrerer Cetaceen. Während des Lebens flüssig, gesteht es nach dem Tode dieser Thiere ganz krystallinisch. Das die Krystalle umhüllende Öl wird gewöhnlich theils durch Filtration, theils durch Behandeln mit schwacher Kalilauge entfernt und das rückständige feste Fett als Wallrath verkauft.

So vielfach das reine Wallrathfett selbst und die daraus abstammenden Körper Gegenstand chemischer Untersuchungen waren, so ist doch wenig über das flüssige Fett bekannt, aus welchem der Wallrath herauskrystallisirt. Chevreul hat dasselbe vom *Delphinus globiceps* untersucht und darin ausser Cetin, Olein und Phocenin noch riechende und färbende Körper gefunden, welche aber keiner genaueren Untersuchung unterzogen wurden. Es bietet sich eben

[1]) Sitzungsberichte a. a. O. 1852. Bd. 9. S. 247.

nicht leicht Gelegenheit dar, von einer Cetacee das unveränderte Fett zu erhalten.

Die bei Citta nuova in der Nähe von Triest im letzten Sommer gestrandeten Pottwalle [1]) boten eine solche Gelegenheit dar. Herr Custos Heckel hatte die Güte ein Paar Pfunde des Fettes zu sammeln, wie es aus dem Hinterhauptsloche eines Kopfes eines der Pottwalle ausfloss, welcher der Sonnenwärme ausgesetzt war. Im Laboratorium des Herrn Prof. Redtenbacher habe ich dasselbe einer näheren Untersuchung unterzogen, deren Resultate im Folgenden mitgetheilt werden sollen.

Das Fett stellte eine dunkelröthlichbraune, breiartige Masse dar, in der bald sich ausscheidendes festes Fett in Form von krystallinischen Schüppchen erkennbar war. Dasselbe wurde im Wasserbade umgeschmolzen und filtrirt, um es von den anhängenden mechanischen Unreinigkeiten zu befreien. Längere Zeit bei Abschluss der Luft in einem Glasgefässe in der Zimmerwärme stehen gelassen, schied sich eine reichliche Menge perlmutterglänzender Schüppchen und Blättchen ab und sammelte sich am Boden des Gefässes. Um das flüssige Fett von dem festen vorläufig zu trennen, wurde die ganze Masse in einen oben zugedeckten Glastrichter gegeben, das abfliessende flüssige in einem untergestellten Glase gesammelt und vor dem Zutritte der Luft geschützt, aufbewahrt. Der Trichter stand nahe dem mässig geheitzten Ofen. Das abgeflossene dunkelrothbraune flüssige Fett setzte nochmals festes Fett ab, als dasselbe längere Zeit der Temperatur der äusseren Luft ausgesetzt war. Bevor noch im Trichter alles flüssige abgeflossen war, wurde zu einem Versuche eine Quantität von 3—4 Lothen des festen Fettes von den oberen schon ziemlich vom flüssigen Fette befreiten Schichten abgenommen und zwischen Papier gepresst, das Ganze sodann zweimal im Wasser umgeschmolzen, abermals heftig gepresst und während eines Tages in der Presse gelassen, um die Aufsaugung des flüssigen Fettes so viel wie möglich zu erzielen. Der aus dem Papiere genommene Fettkuchen, der nur wenig flüssiges Fett an das Papier abgegeben hatte, wurde geschmolzen und davon vorläufig der Schmelzpunkt genommen, welcher 50° C. war. Dieses Fett wurde nun wohl

[1]) Sitzungsberichte der kaiserl. Akademie der Wissenschaften, mathem.-naturw. Cl. Bd. XI, S. 768.

getrocknet in kochendem Äther gelöst; die heisse Lösung, rasch filtrirt, schied beim Erkalten schöne grosse perlmutterglänzende weisse Blättchen ab. Diese wurden auf einem Filter gesammelt, mit Äther wohl gewaschen, hierauf rasch in der Kälte gepresst, und um den Äther zu vertreiben, im Wasser längere Zeit gekocht, und davon der Schmelzpunkt genommen, der nun bei 53·5° C., der Erstarrungspunkt bei 50·5° C. lag. Nochmals in Äther gelöst, umkrystallisirt und geschmolzen, stieg der Schmelzpunkt bis 54·5° C. Die Eigenschaften dieses festen Fettes dem Ansehen sowohl als dem übrigen Verhalten nach stimmten so vollkommen mit denen des Wallrathes überein, dass eine Elementar-Analyse überflüssig schien. Der Schmelzpunkt stimmt nicht mit dem von Chevreul angegebenen von 49 C°., es hat aber schon Heintz durch Umkrystallisiren aus Äther bei 55·5° C. schmelzenden Wallrath erhalten [1]).

Nun wurde die Untersuchung des flüssigen Fettes vorgenommen, das sich von selbst vom Wallrathe in der Zimmerwärme getrennt hatte. Dass dasselbe noch eine bedeutende Menge Wallrath gelöst enthielt, zeigte sich, da es einer Temperatur von 0° C. ausgesetzt, fast gänzlich zu einer festen lichtbraunen Masse erstarrte. Dieses flüssige Fett wurde nun mit frisch bereiteter Kali-Lauge im Überschusse in der Destillirblase 3 volle Tage bei gelinder Wärme erhitzt, das Destillat aufgefangen und zu einer weiteren Untersuchung aufbewahrt. Am dritten Tage, nachdem sich eine schmierige, bräunlich gefärbte Seife abgeschieden hatte, wurde nach Wegnahme des Helmes längere Zeit heftig gekocht, bis die anfangs sehr stark schäumende Seife anfing ruhig zu kochen, dieselbe dann mit Kochsalz ausgesalzen, gekocht und erkalten gelassen. Die halbflüssige Seife wurde abgeschöpft, die Mutterlauge filtrirt und für eine spätere Untersuchung auf etwaigen Glycerin-Gehalt aufbewahrt.

Die ganze Menge der erhaltenen Seife wurde, um sie zu reinigen, in kochendem Alkohol gelöst und die heisse Lösung filtrirt. Von der alkoholischen Lösung der Seife wurde der Alkohol abdestillirt, der Rückstand mit Wasser verdünnt, die milchige Seifenlösung mit Ammoniak versetzt und mit essigsaurem Bleioxyd in der Kälte gefällt. Der flockig zusammengeballte Niederschlag des Bleisalzes wurde durch Decantiren gewaschen, auf einem Filter gesammelt und durch

[1]) Poggendorff, 84. 232.

Liegen auf Fliesspapier getrocknet. Der getrocknete Niederschlag des Bleisalzes wurde in einem Kolben lange Zeit mit kaltem Äther digerirt und geschüttelt und hierauf in lange cylindrische Gläser vertheilt. Das ölsaure Bleioxyd in Äther gelöst schied sich von dem zu Boden sinkenden, die festen Säuren enthaltenden, Bleisalze gut ab. Die ätherische Lösung des ölsauren Bleioxyds wurde aus den Gefässen mit der Pipette sorgfältig abgezogen und angesammelt und das am Boden ungelöst bleibende Bleisalz mehrmals noch mit Äther ausgezogen.

Von der angesammelten Lösung des ölsauren Bleioxydes in Äther wurde der überflüssige Äther zum Theile abdestillirt, das Bleisalz mit Salzsäure zerlegt, die ätherische Lösung der Ölsäure hierauf mit Ammoniak versetzt und mit Chlorbarium in ein Barytsalz verwandelt. Dieser ölsaure Baryt wurde nun auf dem Filter gesammelt und sorgfältig gewaschen, hierbei verlor er bei dem unvermeidlichen Zutritte der Luft rasch seine flockige Consistenz und weisse Farbe, ballte sich zusammen und erschien von aussen bräunlich gefärbt. Nachdem er gehörig gewaschen und im Vacuo getrocknet war, wurde er, um das anhängende Wallrath und Äthal zu entfernen, mit kaltem Äther so lange geschüttelt, als derselbe noch etwas aufnahm, hierauf mit Alkohol von 93 % ausgekocht und die Lösung noch kochend heiss filtrirt. Aus der alkoholischen Lösung fiel beim Abkühlen der gereinigte ölsaure Baryt als ein weisses Pulver heraus. Derselbe wurde sorgfältig bei Abschluss der Luft filtrirt, wohl mit Alkohol gewaschen und sogleich unter die Luftpumpe zum Trocknen gegeben. Da auch bei längerem Kochen der Alkohol nur stets wenig löste, so wurde dieses Verfahren oft wiederholt und zwar so lange, bis der kochende Alkohol nichts mehr löste und im Kolben nur mehr eine dunkelbraune, klebrige Masse zurückblieb. Die auf diese Weise nach und nach, nach jedesmaligem Kochen, erhaltenen Mengen des aus dem kochenden Alkohol krystallisirenden unveränderten Barytsalzes wurden angesammelt und stets im Vacuo getrocknet. Der gesammte gereinigte ölsaure Baryt wurde noch einmal in kochendem Alkohol gelöst, in welchem er sich nun schnell bis auf einen unbedeutenden Rückstand löste, abermals aus dem erkaltenden Alkohol krystallisiren gelassen, angesammelt und abermals im luftleeren Raume über Schwefelsäure getrocknet. Zum Schlusse wurde er nochmals aus absolutem Alkohol umkrystallisirt. Nachdem er auf diese Weise vollkommen gereinigt war, wurde er der Analyse unterzogen.

Die Atomgewichtsbestimmung ergab nun folgende Resultate:

0·203 Gramme der unter der Luftpumpe vollkommen getrockneten Substanz hinterliessen nach der Verbrennung im Platintiegel:

0·0621 „ kohlensauren Baryt,

woraus sich als das Atomgewicht des Salzes = 321·5 und 23·80 Procent Baryt ergeben.

0·3227 Gramme der Substanz gaben bei der Verbrennung mit chromsaurem Bleioxyde:

0·7074 „ Kohlensäure und 0·266 Gramme Wasser;

0·3059 „ Substanz gaben bei der Verbrennung mit chromsaurem Bleioxyde:

0·6713 „ Kohlensäure und 0·2589 Gramme Wasser.

Daraus ergibt sich die Zusammensetzung des physetölsauren Barytes:

		Berechnet.	Gefunden.	
			I.	II.
32 Äquivalente	Kohlenstoff	= 192 — 59·72	59·71 —	59·85
29 „	Wasserstoff	= 29 — 9·02	9·16 —	9·36
3 „	Sauerstoff	= 24 — 7·46		
1 „	Baryumoxyd	= 76·5 — 23·79	23·80	
1 Äquivalente physetölsaurer Baryt		= 321·5 — 100·00		

Die aus diesen Resultaten berechnete Zusammensetzung des Salzes ist somit in der Formel: $C_{32}\ H_{29}\ O_3 + Ba\ O$ gegeben und berechtiget zur Annahme, dass in diesem aus dem Fette des *Physeter macrocephalus* dargestellten Salze der Baryt an eine bis jetzt unbekannte, der gewöhnlichen Ölsäure homologe um 4 Äquivalente Kohlenwasserstoff weniger enthaltende Säure, von der Formel: $C_{32}\ H_{29}\ O_3 + HO$ gebunden ist, welche ich „Physetölsäure" nenne.

Aus einem Theile des noch rückständigen Salzes wurde nun die Säure durch Kochen mit Weinsäure abgeschieden.

Die Physetölsäure ist farb- und geruchlos, ihr Schmelzpunkt liegt bei 30° C., ihr Erstarrungspunkt bei 28° C. Im Trocknenapparate bei 100° C. erwärmt, verändert sie sich, nimmt Sauerstoff auf, wird geblich gefärbt und thranig riechend und hatte dann einen Schmelzpunkt von 26·5° C. angenommen. Längere Zeit der Einwirkung von salpetriger Säure ausgesetzt, scheint sie sich nicht in eine Elaidinsäure zu verwandeln. Doch war aus Mangel an Material dieser Versuch mit einer

so kleinen Menge Substanz angestellt, dass ich ihn nicht als vollkommen entscheidend halten kann. Bei der trockenen Destillation liefert sie keine Fettsäure.

Es ist nicht zu läugnen, dass der hohe Schmelzpunkt dieser Ölsäure der gewöhnlichen Vorstellung einer Ölsäure nicht entspricht: die gewöhnliche Ölsäure schmilzt bei 14° C.; die Physetölsäure, welche homolog zu ihr ist und 4 Äquivalente Kohlenstoff und Wasserstoff weniger enthält, sollte dem Erwarten nach auch einen niedrigeren Schmelzpunkt haben. Allein ihre Zusammensetzung, die Eigenschaft, Sauerstoff aus der Luft aufzunehmen, ranzig und flüssig zu werden, stimmt mit den Eigenschaften einer Ölsäure überein.

Ausser dem reinen physetölsauren Baryt blieb bei weitem die grössere Menge des Barytsalzes, in Alkohol sehr schwer löslich, als eine braune schmierige Masse zurück. Es war nicht zu vermuthen, dass eine Elementar-Analyse derselben von wissenschaftlichem Interesse wäre; ich habe daher durch Chlorwasserstoffsäure die offenbar veränderte Ölsäure als eine braune, dickliche, nach Thran riechende, saure Flüssigkeit abgeschieden und der trockenen Destillation unterzogen. Beim Auskochen des Destillates mit Wasser schied sich keine Fettsäure (Brenzölsäure) ab.

Nun wurde noch das, die festen, fetten Säuren enthaltende Bleisalz, nachdem es mit Äther gehörig digerirt war und letzterer nichts mehr aufnahm, untersucht. Das Salz wurde mit Alkohol versetzt und die Säuren mit Chlorwasserstoffsäure abgeschieden, der Alkohol verdampft und von den Säuren der Schmelzpunkt genommen; derselbe lag bei 51° C. Nach öfterem Umkrystallisiren derselben in Alkohol blieb der Schmelzpunkt unverändert; allein diese festen Säuren sind in so geringer Menge vorhanden und die erhaltene Ausbeute war so gering, dass weitere Untersuchungen unmöglich wurden.

Es blieb noch das bei der Verseifung des Fettes in die Destillirblase übergegangene Destillat zu untersuchen übrig. Dasselbe reagirte schwach alkalisch, wurde mit Chlorwasserstoffsäure schwach übersäuert und hierauf im Wasserbade zur Trockne eingedampft. Die kleine Menge der erhaltenen ammoniakalischen Salze wurde mit absolutem Alkohol ausgezogen und filtrirt, das Filtrat verdampft, wieder mit absolutem Alkohol ausgezogen und so mehrmals fortgefahren. Die so gereinigte Salzmasse wurde mit Kalilauge versetzt, wobei sich ein deutlicher Geruch nach Häringslache zeigte. Es lässt

sich hieraus auf das Vorhandensein einer kleinen Menge von Trimethylamin schliessen.

Die Flüssigkeit, welche bei der Abscheidung der Seife durch Kochsalz zurückblieb, wurde auf Glycerin versucht.

Sie wurde eingedampft, erkalten gelassen, von den herauskrystallisirten Salzen durch Abgiessen getrennt, neuerdings eingedampft und zuletzt mit Schwefelsäure neutralisirt. Es schied sich eine reichliche Menge einer öligen stark riechenden Säure ab, welche alle Eigenschaften der Valeriansäure trug. Die überschüssig zugesetzte Schwefelsäure wurde wieder mit Kalk weggenommen, und das Glycerin zuletzt mit Alkohol ausgezogen. Ich erhielt auf diese Weise nur eine sehr kleine Menge von Glycerin, an welchem sich jedoch alle charakteristischen Eigenschaften desselben, selbst die Zerlegung in Acroleïn bei der trockenen Destillation nachweisen liessen.

Die eben beschriebenen Versuche zeigen also, dass das Fett des *Physeter macrocephalus* der Hauptmasse nach aus Wallrath besteht, dass das flüssige Fett eine neue Ölsäure, die Physetölsäure ($C_{32} H_{30} O_4$) eine kleine Menge einer festen fetten Säure, Valeriansäure und Glycerin, das beigemischte Ammoniak aber kleine Mengen von Trimethylamin enthalte.

Über die Ursache des plötzlichen Erstarrens übersättigter Salzlösungen unter gewissen Umständen.

Von **A. Lieben,**

Hörer der Technik.

(Vorgelegt von dem w. M., Prof. A. Schrötter.)

Es ist eine schon lang bekannte Thatsache, dass gesättigte Lösungen mancher Salze weit unter die Temperatur, bei der sie gesättigt wurden, abgekühlt werden können, ohne dass die Salze herauskrystallisiren, dass dies aber durch äussere Veranlassungen oft plötzlich herbeigeführt wird. In hohem Grade kommt dieses Verhalten einer übersättigten Glaubersalzlösung zu.

Die plötzliche Krystallisation wird eingeleitet durch einen in die übersättigte Lösung getauchten festen Körper oder auch durch Berührung mit der freien Luft, wozu jedoch, nach den jetzigen Angaben, meist noch Bewegung der Flüssigkeit erforderlich ist.

Berthollet[1]), Gay Lussac und Thénard erklärten diese Erscheinungen durch die Trägheit der Molecüle, welche den unveränderten Zustand bei der Abkühlung unter die Temperatur der Sättigung möglich macht und welche erst durch eine der Flüssigkeit ertheilte Bewegung überwunden werden muss, bevor die kleinsten Theilchen den die Krystallisation bedingenden Kräften folgen können. Mit dieser Erklärung im Widerspruche, steht die Beobachtung, dass ein Glasstab, der vor dem Eintauchen erhitzt wurde, nach dem Erkalten seine Wirksamkeit auf eine übersättigte Lösung von schwefelsaurem Natron vollkommen verliert und dass diese durch einen solchen in starke Bewegung versetzt werden kann ohne zur Krystallisation zu kommen.

Eine andere Ansicht sprach Loewel[2]) aus, der sich seit mehreren Jahren damit beschäftigt, die Wirkung verschiedenartiger Körper insbesondere aber der Luft auf übersättigte Lösungen von schwefelsaurem Natron zu untersuchen. In einer langen Reihe von sehr sorgfältig angestellten Versuchen überzeugte er sich, dass ein durch eine solche Lösung geleiteter Luftstrom schon nach mehreren Minuten das Erstarren derselben herbeiführt, und dass dies in keiner Weise von dem natürlichen Feuchtigkeitszustande der Luft abhängig sei. Er wies ferner nach, dass, wenn die Luft vorher durch Wasser, Schwefelsäure, Ätzkali, Baumwolle oder selbst durch leere Gefässe geleitet worden ist, sie die Fähigkeit die Lösung fest zu machen in einem ganz auffallenden Grade verliert. In Beziehung auf diese Erscheinung nennt er die Luft in ihrem natürlichen Zustande „*dynamique*“, die künstlich veränderte (Loewel glaubt in Folge der Reibung) „*adynamique*“ und betrachtet die hierher gehörigen Phänomene als die Wirkung der katalytischen Kraft.

Es ist der Zweck der vorliegenden Mittheilung, zu zeigen, dass die in Frage stehende Erscheinung in den Bereich gewöhnlicher und bereits bekannter Kräfte gehöre und jede Einführung einer neuen Hypothese zur Erklärung derselben überflüssig sei. Ich ging hierbei von der Ansicht aus, dass das unter gewissen Umständen erfolgende plötzliche Erstarren einer übersättigten Glaubersalzlösung eine jener zahlreichen Wirkungen der gesteigerten Adhäsion ist, wie sie Körper in feiner Vertheilung hervorzubringen im Stande sind. Nach

---

[1]) Statique chim. I. S. 32.

[2]) Annales de Chim. et de Phys. (3) XXIX. S. 62, (3) XXXVII, S. 155 und S. 179.

dieser Anschauung wirkt die Luft nur durch den stets in ihr suspendirten Staub, indem er beim Öffnen des Gefässes, besonders aber beim Schütteln an der Luft, mit der Flüssigkeit in vielfache Berührung kommt und dadurch das Erstarren derselben einleitet. Er bringt nämlich an den Berührungsstellen die Moleküle des gelösten Salzes einander näher; es entstehen kleine Krystalle, die sich sogleich wie in einer Mutterlauge vergrössern, nur dass bei der ausserordentlichen Concentration der Lösung dieses Anwachsen so rasch und vollständig vor sich geht, dass fast die ganze Flüssigkeit erstarrt. Ebenso erklärt sich die Wirkung eines an freier Luft liegenden Körpers, z. B. eines Glasstabes. Jeder solche Körper ist nämlich mit einer Staubschichte bedeckt, die durch Adhäsion und Feuchtigkeit an seiner Oberfläche festgehalten wird; dieser Staub ist es aber, welcher die beobachtete Wirkung auf die übersättigte Lösung ausübt. Zur Begründung dieser Ansicht habe ich folgende Versuche angestellt, die, wie ich hoffe, keinen Zweifel über die Richtigkeit derselben übrig lassen werden.

Erster Versuch. Eine übersättigte Lösung von schwefelsaurem Natron (die man sich am leichtesten verschaffen kann, indem man die Krystalle dieses Salzes erwärmt, wobei sie zerfliessen und dann tropfenweise noch soviel Wasser zusetzt, bis beim Umschütteln auch der letzte Krystall in Lösung übergegangen ist) kann in einem mit einer Glastafel oder einem Uhrglase bedeckten Gefässe heftig geschüttelt, oder mit einem von Anfang an darin befindlichen Glasstabe (bei Luftzutritt) lebhaft umgerührt werden, ohne dass Krystallisation erfolgt; manchmal tritt diese aber schon beim blossen Wegnehmen der deckenden Glastafel, oder doch bei nur geringer Erschütterung des offenen Gefässes ein.

Zweiter Versuch. Eine übersättigte Glaubersalzlösung schiesst, sobald man einen festen Körper in dieselbe taucht, in Strahlen und Blättern von den Berührungspunkten aus, an; wenn dieser aber vorher erhitzt wurde, so kann man ihn nach dem Erkalten in die Flüssigkeit tauchen und diese damit umrühren, ohne irgend eine Veränderung darin hervorzubringen. Dieser Versuch gelingt eben so gut wie mit einem Glasstabe, auch mit einem Platindrathe, Eisendrathe, u. s. w.

Dritter Versuch. Wird der erhitzte Glasstab oder Platindrath nach seinem Erkalten auf einer staubigen Glastafel hin und her

gerollt, so dass er sich mit Staub überdeckt, so bewirkt er das Erstarren der Lösung sogleich. Wird er hingegen in einem gut verschlossenen Gefässe aufbewahrt, so erlangt er die verlorene Wirksamkeit auf die übersättigte Lösung nicht wieder.

Vierter Versuch. Ein fester Körper, der nie der Luft ausgesetzt war, also auch von Staub frei ist, kann das Erstarren der übersättigten Lösung nicht herbeiführen. Zu diesem Zwecke setzte ich der Glaubersalzlösung einen Tropfen Bariumchlorid zu; es entstand ein Niederschlag von schwefelsaurem Baryt, der sich, ohne irgend eine Wirkung auszuüben, absetzte.

Es handelte sich nun zumeist darum, den Einfluss eines Glasstabes auf die Flüssigkeit zu erforschen, der auf einem anderen Wege als dem des Erhitzens vom anhängenden Staube befreit worden war. Gelingt es, ihm mittelst einer solchen Methode seine Wirksamkeit auf die übersättigte Lösung zu entziehen, so gibt dies einen sprechenden Beweis ab für die Richtigkeit der aufgestellten Ansicht.

Fünfter Versuch. Ich setzte zu diesem Zwecke einen Glasstab eine Zeit lang der Wirkung kalter Schwefelsäure aus. Bevor ich zu dem Versuche selbst schreiten konnte, musste ich ihn von der Schwefelsäure befreien und auf eine Weise trocknen, welche jeden Staub möglichst fern hielt. Ich schlug hierzu drei Methoden ein, welche sämmtlich zum Ziele führten.

a) Der Glasstab wurde mit Wasser von der Schwefelsäure gereinigt, und hierauf unter der Luftpumpe getrocknet.

b) Der zuvor in eine Spitze ausgezogene Glasstab wurde durch eine dünne Kautschukplatte gebohrt und durch die Öffnung gezogen; nachdem dies Verfahren mehrmals wiederholt worden war, war er trocken und konnte zu dem Versuche verwendet werden.

c) Der Glasstab wurde mit Wasser gewaschen und hierauf in einem Strom von trockener staubbefreiter Luft getrocknet. Ich bediente mich hierbei des weiter unten angegebenen Apparates zur Luftreinigung, indem ich nur die zweite U-förmige Röhre entfernte und statt des Kölbchens mit der Salzlösung eine weitere Glasröhre (zur Aufnahme des Glasstabes) durch einen Kork mit dem ersten U-förmigen Rohre verband; dieselbe war auf der anderen Seite mittelst eines durchbohrten Korkes und einer unter Wasser tauchenden Glasröhre abgesperrt. Vor dem Versuche war die zur Auf-

nahme des Glasstabes bestimmte Röhre mittelst Schwefelsäure und Wasser von Staub befreit worden.

Der durch eines dieser Mittel von Staub gereinigte Glasstab hatte seine Wirksamkeit auf die übersättigte Lösung vollkommen verloren. Wurde er aber auf einer staubigen Glastafel gerollt, so erlangte er, wie es auch bei dem erhitzten Glasstabe der Fall war, seine verlorene Fähigkeit, die Salzlösung erstarren zu machen, wieder.

Wenn man Luft in ihrem natürlichen Zustande durch eine übersättigte Lösung von schwefelsaurem Natron streichen lässt, so veranlasst sie, wie Loewel dargethan hat und ich mich mehrfach überzeugt habe, schon nach mehreren Minuten das Festwerden der Flüssigkeit. Ich versuchte nun die Luft vom Staube zu befreien und dann in das übrigens wohlverschlossene Kölbchen mit der übersättigten Lösung eintreten zu lassen.

Sechster Versuch. Zu diesem Behufe wurde ein mit Luft gefüllter Gasometer mit einem 1 Centim. weiten, ½ Meter langen Glasrohre mit Kupferoxyd in Verbindung gesetzt, und dies mittelst eines Kautschukröhrchens mit einem U-förmig gebogenen Rohre verbunden, welches mit Schwefelsäure befeuchtete Bimssteinstücke enthielt; an dieses schloss sich ein zweites U-förmiges Rohr mit Bimssteinstücken, die mit Wasser benetzt waren, und endlich daran ein Kölbchen, was etwas über die Hälfte mit der übersättigten Lösung angefüllt war. Dasselbe war durch einen Kork verschlossen, in welchen zwei rechtwinklig gebogene Glasröhren eingepasst waren; die eine von ihnen stand durch ein Kautschukröhrchen mit dem zweiten U-förmigen Rohre in Verbindung und tauchte anderseits 1 Centim. tief unter den Flüssigkeitsspiegel, die andere ging nur bis in den Hals des Kolbens, und tauchte mit dem andern abwärts gebogenen Ende unter Wasser.

Die Luft sollte mittelst des Gasometers durch den Apparat gepresst und auf ihrem Wege durch glühendes Kupferoxyd und Schwefelsäure von allem Staube befreit, dann aber noch mit Wasserdampf versehen werden, um nicht durch Wasserentziehen in Folge ihrer Trockenheit verändernd auf die Lösung einzuwirken. Auf der anderen Seite war die Lösung durch das zweite, unter Wasser tauchende Glasrohr gegen den Zutritt der freien Luft geschützt.

Als ich bei diesem Versuche, während der Gasometerhahn noch geschlossen war, die ersten glühenden Kohlen an das Rohr mit

Kupferoxyd legte, so trat durch die Ausdehnung der erwärmten Luft eine Blase in die Lösung und bewirkte, da sie noch nicht vom Staube befreit war, das augenblickliche Erstarren der Flüssigkeit. Die wiederhergestellte Lösung wurde noch warm mit dem Apparate in Verbindung gesetzt und die Röhre mit Kupferoxyd ganz von glühenden Kohlen umlegt, bevor die Flüssigkeit im Kölbchen völlig erkaltet war. Nun wurde der Gasometerhahn so weit geöffnet, dass ungefähr von Secunde zu Secunde eine Blase durch die Flüssigkeit strich. Nach vier Stunden des ununterbrochenen Ganges zeigte sich nicht die mindeste Veränderung in der im Kölbchen befindlichen Lösung und ich hielt den Versuch für beendet, nachdem ich noch einige Minuten lang einen äusserst raschen Strom durchstreichen liess. Gewöhnliche Luft bewirkte schon nach fünf Minuten das Erstarren derselben Lösung.

Die schon oben erwähnten Versuche Loewel's, welche zeigen sollen, unter welchen Umständen die Luft ihre Wirkung auf die übersättigte Lösung verliert, sind weitere, sehr geeignete Belege für meine Ansicht.

Es bleibt jetzt nur noch der Einfluss tropfbarflüssiger Körper auf die übersättigte Lösung von schwefelsaurem Natron zu untersuchen. Dies unterliegt vielen Schwierigkeiten, doch scheint nach den darüber angestellten Versuchen sich Folgendes zu ergeben:

Flüssigkeiten, welche keine Adhäsion zur Salzlösung haben, sich also nicht mit ihr mischen, wie Quecksilber, Öl, üben überhaupt gar keine Wirkung auf sie aus.

Gesättigte Salzlösungen, die in keiner Weise chemisch darauf einwirken, führen das Erstarren der Flüssigkeit nicht herbei. Ein Tropfen einer Flüssigkeit, in der schwefelsaures Natron unlöslich ist, und welche es selbst aus verdünnteren Lösungen fällen kann, bewirkt an den Berührungsstellen die Bildung von Krystallen, welche rasch die Krystallisation in der ganzen Flüssigkeit herbeiführen. Derart scheint die Wirkung von gesättigter Chlornatriumlösung, Alkohol u. s. w. zu sein.

Bei der durch was immer für ein Mittel eingeleiteten plötzlichen Krystallisation beobachtete ich stets, wie schon bekannt, eine sehr merkliche Temperaturerhöhung, welche von dem Übergange des Salzes aus dem flüssigen in den festen Aggregat-Zustand herkommt.

Fasst man sämmtliche bisher gewonnene Resultate zusammen, so glaube ich, ist man zu folgenden Schlüssen berechtigt:

1. Durch mechanische Einwirkungen hervorgerufene Bewegung ist für sich allein nicht im Stande, wie Berthollet glaubte, das plötzliche Erstarren einer übersättigten Lösung von schwefelsaurem Natron herbeizuführen. Dies steht auch in Übereinstimmung mit den Versuchen, welche Prof. Schrötter über das Gefrieren des Wassers anstellte, in denen derselbe zeigte, dass bis — 12° abgekühltes Wasser im luftleeren Raume trotz starken Rüttelns nicht erstarrte [1]). Derselbe wies auch ein gleiches Verhalten bei flüssigem, unter 0° abgekühltem Phosphor nach [2]).
2. Die plötzliche Krystallisation steht in keinem directen Zusammenhange mit dem Erwärmen oder Erkalten der eingetauchten Körper.
3. Feste Körper, welche sorgfältig vom Staube gereinigt sind, üben keine Wirkung auf die übersättigte Lösung aus.
4. Wenn man die Luft von Staub befreit, so hat sie damit auch jede Wirksamkeit auf die übersättigte Lösung verloren.
5. Flüssigkeiten üben keine andere als nur eine chemische Wirkung auf die Lösung von schwefelsaurem Natron aus.

Hieraus folgt nun, dass es nur der in der Luft befindliche oder den nicht besonders davon gereinigten Körpern anhängende Staub ist, welcher das Erstarren der übersättigten Glaubersalzlösung unter den genannten Umständen bewirkt.

Es liegt sehr nahe, dass man die Erscheinungen, welche sich an den übersättigten Lösungen anderer Salze zeigen, auf dieselbe Weise wird erklären können. Einige Versuche, die ich mit borsaurem Natron anstellte, liessen in der That auf ein gleiches Verhalten schliessen. Auch dürfte dadurch ein Licht auf manche noch dunkle Thatsachen fallen, z. B. dass Eisessig, der in einem verschlossenen Gefässe bis — 12° abgekühlt wird, beim Öffnen und Schütteln desselben von der Oberfläche aus strahlig erstarrt [3]) u. s. w.

---

[1]) Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften. Bd. X, S. 527.

[2]) Denkschriften der kais. Akademie der Wissenschaften. Bd. I, S. I.

[3]) Lowitz (Chem. Annalen von Crell, Bd. I, S. 209). — Geiger (Journal für Chem. u. Phys. von Schweigger, Bd. XV, S. 231).

Um über die Art und Weise, in welcher überhaupt der Staub hier wirkt, Aufschluss zu erhalten, suchte ich die Wirkung feiner pulverförmiger Körper auf eine übersättigte Lösung von schwefelsaurem Natron zu erforschen. Es kommt hier begreiflicher Weise auf den Grad der feinen Vertheilung an und es ist denkbar, dass vielleicht keines unserer künstlich dargestellten Pulver oder doch nur eines oder das andere dem Staub in seiner Wirkung gleichkommt. Auch wird der Versuch dadurch erschwert, dass es nicht immer leicht zu entscheiden ist, ob die Lösung durch das hineingebrachte Pulver oder durch den beim Öffnen des Gefässes etwa hineinfallenden Staub erstarrt ist. Aus wiederholten Versuchen scheint sich Folgendes herauszustellen:

Russ bewirkt, von den einzelnen Berührungspunkten aus, die Krystallisation der Lösung. Platinmohr wirkt ebenso, und zwar gleicherweise ob er zuvor ausgeglüht wurde oder nicht. Gebeuteltes und hierauf geschlemmtes Glaspulver, welches durch Erhitzen oder durch Behandeln mit Schwefelsäure von Staub gereinigt wurde, scheint gleichfalls die plötzliche Krystallisation einleiten zu können. Dagegen äusserten Platinschwamm und durch Fällung entstandener schwefelsaurer Baryt gar keine Wirkung auf die übersättigte Lösung, nachdem sie durch Erhitzen von Staub befreit worden waren.

Die durch was immer für ein Mittel erstarrte Lösung, in der sich der Staub oder das ihn vertretende Pulver befindet, kann durch Erwärmen wieder flüssig gemacht werden, ohne dass nach dem Erkalten irgend eine Wirkung von diesen Pulvern auf die Flüssigkeit erfolgt. Die einzelnen Theilchen des pulverförmigen Körpers werden nämlich durch die eindringende Flüssigkeit von einander getrennt und verhalten sich dann wie Theilchen der Flüssigkeit selbst. Ähnlich kann auch die durch Alkohol oder gesättigte Kochsalzlösung erstarrte Lösung von schwefelsaurem Natron durch Erwärmen wieder flüssig werden, ohne durch die Berührung mit den genannten Flüssigkeiten beim Erkalten wieder zu erstarren.

Im Vorhergehenden wurden blos die Umstände untersucht, welche das plötzliche Erstarren einer übersättigten Glaubersalzlösung herbeiführen, ohne die letzte Ursache dieser Erscheinung, welche auch bei so vielen anderen Flüssigkeiten eintritt, näher in Betrachtung zu ziehen. Es dürfte überhaupt im gegenwärtigen Augenblicke gewagt sein, auf eine solche Erklärung einzugehen. Dass die jetzt

gewöhnliche Vorstellung von der Trägheit der Moleküle keine genügende Erklärung der Erscheinungen darbietet, wurde bereits erwähnt, und die angeführten Thatsachen schliessen wohl eine solche, ohnedies unbestimmte Vorstellung aus. Eben so wenig dürfte die erwähnte Ansicht Loewel's als eine Erklärung gelten können, da sie statt einer solchen eigentlich nur ein Wort einführt. Für jetzt wird man wohl dabei stehen bleiben müssen, dass durch die bei der feinen Vertheilung der Körper vermehrte Flächenanziehung eine Annäherung der Moleküle herbeigeführt werden mag, die wenigstens die Möglichkeit einer Einleitung zur Krystallisation darbieten dürfte.

Indem ich, wenigstens im vorliegenden Falle, die Trägheit der Moleküle in Abrede stelle, muss ich trachten auch eine genügende Erklärung jener andern Thatsache zu geben, welche man jetzt durch diese Annahme erklärt, ich meine die Thatsache, dass man eine in der Wärme gesättigte Lösung von schwefelsaurem Natron unverändert abkühlen kann, so dass beim Sinken der Temperatur weit mehr von dem Salze sich in Lösung befindet, als eigentlich jener Temperatur entspricht. Loewel scheint gleichfalls das Auffallende und Unerklärte dieser Erscheinung gefühlt zu haben und deutet an, dass hierbei vielleicht das Salz NaO. SO_3 , 10HO in das leichter lösliche NaO. SO_3 , 7HO übergeht, dieses aber beim plötzlichen Festwerden durch Einwirkung der Alles vermögenden katalytischen Kraft wieder in NaO. SO_3 , 10HO sich verwandelt. Verfolgt man indess diesen Gedanken, so kann man in Verbindung mit den oben angeführten Thatsachen die Erscheinungen, welche sich bei einer übersättigten Glaubersalzlösung zeigen, ohne Zuhilfenahme einer besonderen Kraft, d. i. einer neuen Hypothese, wie ich glaube, in folgender Weise erklären:

Denkt man sich eine im Maximum gesättigte Lösung von schwefelsaurem Natron, so wird bei dem geringsten Sinken der Temperatur das darin befindliche Wasser nicht mehr hinreichen die ganze vorhandene Menge NaO. SO_3 , 10HO in Lösung zu erhalten; statt aber, dass der nun frei werdende kleine Theil davon sich als solcher abscheidet, wird er sich in NaO. SO_3 , 7HO und Wasser, was zu dessen Lösung dient, zerlegen.

Zur Abkürzung will ich im Folgenden NaO . SO_3 , 10HO mit (10) und NaO . SO_3 , 7HO mit (7) bezeichnen.

Ich erlaube mir hier zu bemerken, dass in den meisten Büchern für das Salz (7) noch die Formel $NaO . SO_3 , 8HO$ angegeben ist, obgleich Loewel [1]) die Unrichtigkeit derselben erwiesen hat.

Das Salz (7) zieht sowohl im festen wie gelösten Zustande begierig Wasser an, um sich in (10) zu verwandeln, kann daher stets nur in gesättigter Lösung bestehen. Die Gründe für diese Annahme werden sich im Folgenden zeigen.

Mit dem allmähligen Sinken der Temperatur wird beständig ein Quantum (10) sich in (7) verwandeln und immer werden die beiden gesättigten Lösungen der Salze (10) und (7) (entsprechend der jeweiligen Temperatur) neben einander bestehen. Bringt man nun eines der bekannten, die plötzliche Krystallisation herbeiführenden Mittel in Berührung mit der auf die gewöhnliche Temperatur abgekühlten Flüssigkeit, so wird, indem die Theilchen einander genähert werden, (10) anschiessen, das dadurch frei gewordene Wasser (welches früher zur Lösung dieses (10) gedient hatte) wird, anstatt den (10) Krystall wieder aufzulösen, etwas von der (7) Lösung in (10) Lösung überführen; diese wird sogleich dazu verwendet die entstandenen (10) Krystalle zu vergrössern, dadurch wird wieder etwas Wasser frei u. s. w. wird, indem parthienweise Wasser frei wird und dadurch die (7)- in (10) - Lösung und (10) Krystall übergeht, sehr rasch die Flüssigkeit sich in Krystalle des Salzes (10) verwandeln, so dass zuletzt nur eine bei gewöhnlicher Temperatur gesättigte (10) Lösung übersteht. Das Wasser, welches hier bald Verbindungen eingeht, bald wieder austritt und Alles vermittelt, spielt hier fast eine ähnliche Rolle wie die Schwefelsäure bei der Ätherbildung, oder die freie Oxalsäure bei der Verwandlung des Oxamid's in Oxalsaures Ammoniak.

Je weniger (10)- und je mehr (7)- Lösung sich in der Flüssigkeit befindet, wenn man den Versuch macht, somit je niedriger die Temperatur bei dem Versuche ist, desto vollständiger wird auch das Erstarren sein.

Wenn man ein Pulver oder einen nicht zuvor von Staub gereinigten festen Körper in die Flüssigkeit bringt, so werden von den betreffenden Punkten aus, sich Strahlen bilden, welche sich sehr rasch durch die ganze Flüssigkeit fortpflanzen; eine Lösung hingegen

[1]) Annales de Chim. et de Phys. (3) XXXIII, S. 334.

welche durch heftiges Schütteln an der Luft erstarrt ist, wird in Folge der zahlreichen Berührungspunkte eine Menge kleiner Nadeln wahrnehmen lassen.

Setzt man die Abkühlung der die Salze (10) und (7) neben einander enthaltenden Flüssigkeit unter unsere gewöhnliche Temperatur fort, so wird die Menge der vorhandenen (10) Lösung so lange abnehmen, bis in einem gewissen Zeitpunkte nur (7) Lösung sich in der Flüssigkeit befindet. Geht die Abkühlung nun noch weiter vor sich, so wird das vorhandene Wasser nicht alles (7) in Lösung erhalten können, sondern dasselbe wird herauskrystallisiren. Sobald sich der erste (7) Krystall gebildet hat, so wird er in der gesättigten Lösung anwachsen und durch das hierbei freiwerdende Wasser (welches früher zur Lösung von (7) diente) ein Theil der Lösung (7) in (10) Lösung übergehen; die noch vorhandene (7) Lösung wird theilweise zum Wachsthum der (7) Krystalle verwendet werden, theilweise in (10) Lösung übergehen, so dass am Boden des Gefässes sich (7) Krystalle befinden werden, die überstehende Flüssigkeit aber nur (10) Lösung enthält. Kühlt man noch weiter ab, so wird diese überstehende Flüssigkeit sich wieder in (10)- und (7)- Lösung trennen; die letztere wird sogleich zur Vergrösserung der (7) Krystalle verwendet werden, so dass bei immer fortgesetzter Abkühlung sich stets wachsende Krystalle (7) am Boden, und eine für die jeweilige Temperatur gesättigte (10) Lösung in der Flüssigkeit befinden werden. Die äusserste Grenze wird hier sein, wenn die Flüssigkeit ganz erschöpft und alles ursprüngliche NaO, SO_3 als (7) Krystalle herausgefallen ist, während die überstehende Flüssigkeit reines Wasser ist, was bei jener niedrigen Temperatur gar nichts mehr von dem Salze gelöst zu erhalten vermag.

Ganz dasselbe geschieht, wenn man die Flüssigkeit, welche die Salze (10) und (7) in gesättigten Lösungen neben einander enthält, bei gewöhnlicher Temperatur der Verdunstung überlässt. Sie wird sich allmählig in eine blosse (7) Lösung verwandeln, diese wird Krystalle von (7) absetzen; dadurch wird die überstehende Flüssigkeit in (10) Lösung übergehen und dieses Verhältniss wird nun fortbestehen bis alles Wasser verdunstet und alles ursprüngliche NaO, SO_3 in Krystalle von (7) übergegangen ist.

Bringt man eine Lösung von schwefelsaurem Natron, welche durch längeres Stehen im bedeckten Gefässe Krystalle von (7)

abgesetzt hat, durch eine der bekannten Methoden zum plötzlichen Krystallisiren, so geht folgender Process vor sich: In der gesättigten (10) Lösung schiessen Krystalle von (10) an; das Wasser, welches früher zu ihrer Lösung gedient hatte, verwandelt die am Boden liegenden Krystalle von (7) in (10) Krystalle, indem sie unter Beibehaltung ihrer äusseren Form zerspringen und dadurch undurchsichtig und milchweiss werden. Diese Thatsache, die sich nicht leicht anders erklären lässt, ist ein bedeutendes Argument für meine Betrachtungsweise und liefert auch den directen Beweis dafür, dass die Krystalle (7) sich begierig mit Wasser verbinden.

Die Versuche von Ogden, Coxe, Ziz und meine eigenen in Bezug auf die Bildung der Krystalle (7) bei niedriger Temperatur, beim längeren Stehenlassen der in der Wärme gesättigten Lösung (durch Verdunstung), sowie in Rücksicht des letzterwähnten Phänomens, stimmen vollkommen mit den aus der aufgestellten Theorie abgeleiteten Resultaten überein.

Bisher wurden stets die Lösungen der Salze (10) und (7) in der übersättigten Lösung als ohne gegenseitige Wirkung neben einander befindlich gedacht. Dies ist der einfachste Fall für die theoretische Durchführung. Es ist aber schon von vorn herein sehr wahrscheinlich, dass sie, namentlich in Bezug auf die Löslichkeit, einen Einfluss auf einander ausüben werden, wodurch auch die im Vorhergehenden dargelegten Folgerungen, ohne sich im Wesentlichen zu ändern, auf verschiedene Weise modificirt werden können. So ist z. B. nach Loewel die über den herausgefallenen Krystallen (7) stehende Flüssigkeit reicher an NaO, SO_3 als eine bei derselben Temperatur gesättigte Lösung von (10), was wohl darin begründet sein mag, dass noch (7) Lösung in der Flüssigkeit zurückgehalten wird. Für die weiteren Betrachtungen ist dies übrigens ohne Einfluss.

Nach der hier entwickelten Anschauungsweise kann im vorliegenden Falle von einer übersättigten Lösung in der eigentlichen Bedeutung dieses Wortes nicht mehr die Rede sein, sondern ihre Stelle wird von den zwei gesättigten Lösungen der Salze (10) und (7) eingenommen.

Die im Voranstehenden gegebene Erklärung lässt noch viele Erscheinungen, auf welche man jetzt die Annahme der Trägheit der Moleküle stützt, wie z. B. die Abkühlung des Wassers unter 0°,

unbeachtet. Es ist sehr wohl möglich, dass in diesen Fällen ganz andere Erklärungsgründe gelten, ohne dass damit die hier gegebene Erklärung einer Reihe von Erscheinungen umgestossen wird, die man bisher nur durch die Trägheit der Moleküle begreiflich fand.

Schliesslich muss ich noch dankbar der Freundlichkeit und Güte erwähnen, mit der Herr Prof. Schrötter, in dessen Laboratorium ich arbeite, meine Bemühungen unterstützte.

Beitrag zur Theorie der gemischten Farben.

Von **Joseph Grailich,**

ord. Eleven am k. k. physikal. Seminar.

Mit II Tafeln.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 6. April 1854.)

Aufgefordert durch Herrn Regierungsrath von Ettingshausen über die Mischung der Farben Studien zu machen, habe ich es versucht, das Problem einer Behandlung zu unterwerfen, die ihre Rechtfertigung in der Überzeugung findet, dass die Undulationstheorie, die sich bisher so fruchtbar und ergiebig in allen Zweigen der Optik erwies, auch in dieser Frage eine Lösung enthalten müsse, die über manche Zweifel und Schwankungen Licht und Gewissheit verbreiten dürfte. Ich habe daher das ganze Problem als eine reine Interferenz-Erscheinung betrachtet, bei der nur statt constanter, variable Wellenlängen in der Rechnung auftreten; die Rechnung selbst ist ganz einfach und nur durch die zahllosen Auflösungen transcendenter Gleichungen lästig, wie ich denn auch nicht bezweifle, dass es nur diesem Umstande zuzuschreiben ist, dass bisher ausser Challis und Wrede sich Niemand mit der Interferenz verschiedenfarbiger Strahlen beschäftigte. Nur der feste Glaube, dass auf diesem Wege einige Aufklärung zu finden sei über noch ungelöste Schwierigkeiten, konnte mich an dieser mühevollen Arbeit festhalten.

Die Abhandlung ist in fünf Abschnitte getheilt, von denen ich gegenwärtig die ersten drei vorlege, die zum Theil das Material enthalten, aus welchem die Resultate in den nächsten zwei Abschnitten

geschöpft werden. Der erste Abschnitt ist eine historische Einleitung, die wo möglich dazu dienen soll über den jetzigen Stand der Frage zu orientiren; da ich nach der Vollendung meiner Arbeit etwas umfassendere Studien über die Literatur ihres Gegenstandes anstellte, und bei der Gelegenheit manches fand, was in den Werken von Priestley, Goethe, Whewell und Wilde nicht enthalten ist, so glaubte ich diese Einleitung etwas ausführlicher halten zu müssen, als es wohl ursprünglich in meinem Plane lag. Der zweite Abschnitt enthält die Berechnung der Interferenzcurven bei gleicher Amplitude der Componenten; er findet seine Aufklärung erst im fünften Abschnitte. Der dritte Abschnitt behandelt die Intensität gemischter Farben; es mag auf den ersten Augenblick überflüssig erscheinen, ein Problem, dessen Lösung auf der Hand zu liegen scheint, aus den Principien der mechanischen Theorie der Optik abzuleiten, wenn man aber erwägt, wie verschieden die Ansichten über Licht- und Farbenintensität sind, wovon der fünfte Abschnitt mehrere Belege liefern wird, so wird man die Einschaltung dieses kurzen Paragraphes entschuldigen. Im vierten Abschnitte sind die Interferenzcurven farbiger Strahlen bei der im Spectrum stattfindenden Intensität dargestellt und berechnet; der fünfte bringt Rechtfertigungen meiner Voraussetzungen, Folgerungen und kritische Bemerkungen, während den Schluss ein vollständiges Literaturverzeichniss der Farbenlehre bis zum Ende des Jahres 1853 bildet.

ERSTER ABSCHNITT.

Historisches.

Es scheint nicht, dass vor dem 16. Jahrhunderte sich Jemand mit der Untersuchung der Farbenmischungen zu dem Zwecke beschäftigte, die einfachen Farben aus der Reihe der zusammengesetzten auszusondern. Verschiedene Ursachen mögen die Schuld daran tragen. Einmal liegt eine solche Untersuchung ziemlich ausser dem Bereiche der menschlichen Bedürfnisse, dann aber kann sie naturgemäss nur von denjenigen geführt werden, die eine specielle Nöthigung haben sich mit Farben zu beschäftigen, also von Malern und Naturforschern. Die alten Maler [1]) scheinen in ihren Mitteln ziemlich beschränkt gewesen zu sein. Der Mangel aller chemischen, ja aller alchymistischen Erfahrungen wies sie auf eine bescheidene Anzahl von Farbstoffen an, die sie zum Theil keiner weiteren Verän-

derung zu unterwerfen gewohnt waren als der mechanischen Verkleinerung; die berühmteste Reliquie aus den Römerzeiten, die Aldobrandinische Hochzeit, ist, wie Davy's [2]) Untersuchungen zeigen, mit geringem Farbenaufwande hergestellt und die Farbstoffe waren so ziemlich alle durch die Analyse zu ermitteln, ohne dass sich ein einziger gefunden hätte, der nicht in den Verzeichnissen [3]) der alten Autoren nachzuweisen wäre, und wie arm diese im Vergleiche zu den Mitteln der späteren Jahrhunderte sind, zeigt das XXXV. Buch der *Historia naturalis* des Plinius. Um aber theoretische Untersuchungen anzustellen, musste vor allem ein reiches Material für dieselben vorliegen, und was mehr ist, es musste der Sinn für solche lebendig sein, und wie sollte der sich bei den Künstlern finden, da er bei den Berufensten, den Weisen der Schule, den Erforschern und Auslegern der Natur entweder fehlte oder in falschen Bahnen erfolglos irrte. Denn die Forscher der altclassischen Zeit verstanden es wohl, Erfahrungen zu sammeln und unter ordnende Gesichtspunkte einzureihen; doch eine Erscheinung auf ihre einfachsten Bedingungen zurückzuführen, abwechselnd aus empirischen Elementen eine Theorie abzuleiten, aus dieser gefolgerte Phänomene wieder in der Natur aufzusuchen oder hervorzurufen und so auf inductivem Wege die Erfahrung zu durchgeistigen und die Theorie zu läutern, war ihnen versagt. Die besseren unter ihnen stehen vereinzelt; die Schule nahm nur auf und bildete fort was in den dogmatischen Geist der römischen, alexandrinischen und mittelalterlichen Zeiten passte und erst unseren Tagen ist es aufbehalten, die Keime echter Naturforschung in Aristoteles, Euklid, Archimedes, Hipparch und Ptolemäus nachzuweisen. In Aristoteles' [4]) Buch über die Farben findet sich die erste Nachricht von Beobachtungen über die Mischung der Farben und es ist charakteristisch für die peripatetische Schule, in welcher Weise in dem Vortrage richtige Erfahrungen und geistvolle Bemerkungen mit dogmatisch gefesselten Grundgedanken durchwebt sind. Indem Aristoteles die Bedingungen der Einfachheit der Farben ausserhalb der Farben selbst, in den Elementen sucht, und so von vorne herein die Anzahl derselben zum mindesten beschränkt, sagt er über die Mischung derselben Folgendes: „Diejenigen Farben, die aus dem Gemenge der einfachen, oder durch ein Mehr oder Weniger entstehen, sind viel und mannigfaltig. Durch Mehr oder Weniger erzeugen sich die Stufen zwischen dem Scharlach und

Purpur; durch die Mischung aber des Weiss und Schwarz entsteht das Grau.

Auch wenn wir das Schwarze und Schattige mit dem Lichte des Feuers oder der Sonne mischen, entsteht ein Gelbroth; ingleichen wird das Schwarze, das sich entzündet, gelbroth, z. B. rauchende Flamme, glühende Kohlen.

Eine lebhafte und glänzende Purpurfarbe aber erscheint, wenn mit mässigem und schattigem Weiss schwache Sonnenstrahlen temperirt werden.

Nun muss man aber auf die angezeigte Weise alle Verschiedenheiten der Farben betrachten, welche bei mannigfaltiger Bewegung sich doch selber ähnlich bleiben, je nachdem ihre Mischung beschaffen ist, und so werden wir uns von den Ursachen der Erscheinung, welche sie sowohl beim Entstehen als beim wechselseitigen Wirken hervorbringen, völlig überzeugen. Allein man muss die Betrachtung hierüber nicht anstellen, indem man die Farben mischt, wie die Maler, sondern indem man, wie vorhergesagt, die zurückgeworfenen Sonnenstrahlen aufeinander wirken lässt. Denn auf diese Weise kann man am besten die Verschiedenheit der Farben betrachten. Als Beweise aber muss man die einfacheren Fälle aufzusuchen verstehen, in welchen man den Ursprung der Farben deutlich erkennt; desshalb muss man besonders das Licht der Sonne, des Feuers, des Wassers und der Luft vor Augen haben. Denn indem diese mehr oder weniger auf einander wirken, vollenden sie, so zu sagen, alle Farben. Ferner muss man die Ähnlichkeit anderer mehr körperlicher Farben sehen, welche sich mit leuchtenden Strahlen vermischen; so bringen z. B. Kohlen, Rauch, Rost, Federn, Schwefel, indem sie theils von den Sonnenstrahlen, theils von dem Glanze des Feuers temperirt werden, viele und mannigfaltige Farbenveränderungen hervor.“

Wie sollte ein Künstler, der überall Anschaulichkeit und Ebenmass fordert und dem das Klare und Praktische zunächst liegt, durch diese trübe Mischung von Wahrnehmung und Theorie sich angeregt fühlen! Und doch ist die hier gegebene Stelle ein Glanzpunkt des Werkes, und wie erwartungsvoll muss man die durch den Druck hervorgehobenen Sätze lesen, in denen so vieles von der richtigen Methode liegt, und denen so wenig das in den folgenden Sätzen

Enthaltene entspricht. Gewiss ist, dass bei der Untersuchung der Farbenmischungen die Resultate der Mischung von Pigmenten strenge zu scheiden sind von jenen, die durch das Zusammenwirken farbiger Lichtstrahlen erhalten werden; jene gehören eigentlich bei dem jetzigen Stande der Optik, bei der ganz unvollkommenen Kenntniss der Gesetze der Absorption, bei der noch unvollendeten Lehre von der Mischung prismatischer Farben, noch gar nicht in die Theorie unserer Wissenschaft; es sind vereinzelte, aber werthvolle Materialien, die der wissenschaftlichen Offenbarung harren. Und diese Unterscheidung kann man, wenn man will, immerhin aus den obigen Worten des Stagiriten herauslesen; sie sind aber ungenützt und unverstanden durch Jahrhunderte gelehrt und gelernt worden und bis auf Leonardo da Vinci (1452—1519) hat die Lehre von der Zusammensetzung der Farben keine Erweiterung erfahren.

Der geniale und vielseitige Florentiner Künstler hat nebst einigen Werken über die Hydrostatik und Wasserbaukunst, über die Anatomie und Perspective, die in den bewegten Zeiten der Kämpfe um den Besitz Italiens zwischen den Franzosen und Spaniern zu Grunde gingen, auch eine Abhandlung [5]) geschrieben, welche über Licht und Farbe merkwürdige und richtige Beobachtungen enthält, die er nicht ohne Glück zu erklären versucht hat. Er versuchte es nicht erst zu erklären was Farbe und Licht sei, da ihm Spitzfindigkeiten ferne liegen, blos das führt er als charakteristisches Merkmal der Farben an, dass sie erleuchtet schöner sind als beschattet „dies kommt daher, dass Licht die Farbe belebt, und ihre Erkennung ermöglicht, Schatten sie aber tödtet“ [6]). Man sieht, dass er in dieser Beziehung die Ansichten der alten Atomisten theilt, welche freilich einen Schritt weiter thun und erklären, dass die Körperfarben materielle Emanationen sind, hervorgerufen durch die Bestrahlung eines leuchtenden Körpers. Da Vinci erklärt aus diesem Grunde auch das Schwarz für keine Farbe, denn „da das Schwarz viel schöner ist im Dunkel als im Licht, so folgt, dass Schwarz keine Farbe ist.“ Über das Weiss spricht er folgende Ansicht aus: „Das Weiss ist am geschicktesten, Farben anzunehmen unter allen nicht spiegelnden Oberflächen. Man nennt jene Gefässe die geräumigsten, welche am meisten geschickt sind, selbst das noch aufzunehmen, was andere leere Körper nicht mehr in sich fassen können; nun wenden wir dies auf die Farben an und nennen das Weiss leer, da es aller Farben

beraubt ist. Wird es nun von der Farbe eines Lichtes, es sei beschaffen wie immer, beleuchtet, so nimmt es mehr Antheil an diesem Lichte als das Schwarz. Darum ist dies letztere einem gebrochenen Gefässe vergleichbar, das nicht geschickt ist, irgend ein Ding aufzunehmen“ [7]). Ausdrücklich sagt er an einer anderen Stelle [8]), dass das Weiss zwar keine Farbe sei, dass es aber eine Kraft besitze, vermöge deren es geschickt wird, alle Farben anzunehmen; ebenso in Bezug auf das Licht als Grundbedingung der Farben: die Finsterniss ist nichts anderes als die Entziehung des einfallenden und reflectirten Lichtes, vermöge dessen sich alle Körper, Gestalten und Farben wahrnehmen lassen; darum folgt nothwendig, dass die Wirkung (die Erkenntniss der Gestalt und Farbe) mangeln wird, wo man die Ursache (das Licht) hinweggenommen.

In Bezug auf die Mischung und Einfachheit der Farben heben wir folgende Stellen heraus:

Obschon die Vermischung der Farben unter einander sich unendlich weit treiben lässt, will ich doch nicht unterlassen, hier nur obenhin etwas davon zu erwähnen. Wir wollen erstlich eine gewisse Anzahl einfacher Farben nehmen, die den anderen zu Grunde gelegt werden, und jede derselben mit einer anderen mischen, nämlich erst eine mit einer, sodann zwei mit zweien, hierauf drei mit dreien u. s. f. bis zum Ende der völligen Zahl aller (einfachen Farben). Dann fange man wieder von vorne an, mische zwei mit zweien, drei mit dreien, vier mit vieren u. s. w. Zu solchen zwei vierfachen Farben setze man noch drei, zu solchen wieder drei, und weiter sechs; worauf man in ähnlicher Weise mit der Mischung fortfahren kann. Einfache Farben nenne ich diejenigen, welche nicht zusammengesetzt sind, noch auch vermittelst der Mischungen anderer Farben können zusammengesetzt werden [9]). Obgleich Schwarz und Weiss nicht unter die Farben gehören, weil eine der Finsterniss, die andere dem Lichte entspricht, insofern die eine die Beraubung, die andere die Erzeugung desselben ist, so will ich sie doch darum nicht übergehen, weil sie in der Malerei Hauptfarben heissen, indem die ganze Malerei aus Licht und Schatten, aus Hell und Dunkel zusammengesetzt ist. Nach Schwarz und Weiss folgt Blau und Gelb, ferner Grün und Orange, dann Kastanienbraun, Ocher, endlich Violet und Roth, und dies sind die acht Farben, in denen sich die Natur erschöpft [10]). Weil mir hier der

Raum mangelt, werde ich diesen Gegenstand in einem eigenen Werke behandeln, denn dies ist nicht allein nützlich, sondern selbst sehr nothwendig. Die erwähnte Arbeit wird ihre Stelle zwischen Theorie und Praxis erhalten.

Obschon die Philosophen Weiss und Schwarz aus der Reihe der Farben ausschliessen, wollen wir doch der Malerei wegen folgende Ordnung festhalten: 1. Weiss; 2. Gelb; 3. Grün; 4. Blau; 5. Roth; 6. Schwarz. Hier entspricht Weiss dem Lichte, Gelb der Erde, Grün dem Wasser, Blau der Luft, Roth dem Feuer und Schwarz der Finsterniss, die noch über dem Elemente des Feuers ist. Um die Mischung dieser Farben zu betrachten, bediene man sich farbiger Gläser, durch die man auf gefärbte Gegenstände schaue [11]).

Blau und Grün sind an sich nicht einfach, indem Blau aus Licht und Dunkel (wie das Blau der Luft, das aus dem vollkommensten Schwarz und dem hellsten Weiss besteht) zusammengesetzt ist; das Grün aber besteht aus etwas Zusammengesetztem, nämlich Blau, und etwas Einfachem, nämlich Gelb [12]).

Er macht die Bemerkung, dass die Intensität der Beleuchtung von der Entfernung und der Dichte des Mittels [13]) abhängt, durch welches die Lichtstrahlen gehen müssen, um ans Auge zu gelangen. Dabei wird die Intensität dieselbe bleiben, wenn bei halber Entfernung die Dichte ums Doppelte zunimmt, oder umgekehrt, und für gleiche Lichtstärke wird nur die Erhaltung des Productes aus jenen Elementen gefordert [14]). Es ist aber die Luft um so viel mehr oder weniger dicht, je näher oder ferner sie der Erdoberfläche ist [15]). Hieraus folgert er nun für die Mischung der Farben:

In grosse Distanzen verliert sich alle Farbe [16]).

Das Blau der Luft kommt von den dicken Körpern der erleuchteten Luft her, die sich zwischen der oberen Finsterniss und der Erde befinden. Die Luft an sich hat weder Geruch, Geschmack noch Farbe, sie ist aber sehr geschickt, die Bilder der Körper, die sich hinter ihr befinden, in sich aufzunehmen. Sie wird desshalb um so viel schöner blau sein, wenn hinter ihr eine grosse Finsterniss, die nicht viel Raum einnimmt, und sie nicht mit gar zu vielen und dichten Dünsten erfüllt ist. Man beobachtet an Bergen, die meist beschattet sind, dass sie in weite Entfernungen überaus schön blau aussehen; sind

sie aber stark beleuchtet, so wird sich ihre natürliche Farbe mehr als das Blau zeigen, welches ihnen von der Luft zugeeignet wird, die sich zwischen ihnen und dem Auge befindet [17]).

Die Luft hat um so weniger Antheil an der blauen Farbe, je näher dem Horizonte sie betrachtet wird; sie wird hingegen um so intensiver blau, je mehr sie vom Horizonte entfernt ist. Dies ist der Fall, weil ein Körper nicht viel erleuchtet wird der von Natur sehr dünn ist; am Horizont aber ist die Luft dichter [18]).

Unter den Farben, die nicht blau sind, werden doch diejenigen in weite Entfernungen am meisten am Blau Theil nehmen, welche sich zunächst dem Schwarzen befinden. Diejenige Farbe hingegen, welche dem Schwarzen am unähnlichsten ist, wird in einer weiten Entfernung ihren natürlichen Ton am besten behalten. Demnach wird sich das Grün der Felder mehr in Blau verwandeln, als das Gelb und Weiss, so wie umgekehrt das Gelb und Weiss sich weniger ändern als Roth [19]).

Dasjenige Grün wird mehr vom Blauen aufnehmen, das mehr dunkle Schattigkeit besitzt. Es wird solches dadurch dargethan, dass das Blau in weiten Entfernungen aus Hell und Dunkel zusammengesetzt ist [20]).

Unter denjenigen Dingen, die weit vom Auge abstehen, sie mögen gefärbt sein wie immer, werden doch diejenigen eine um so entschiedenere blaue Farbe haben, die entweder von Natur oder zufällig die dunkelsten sind. Die natürliche Dunkelheit ist diejenige, welche an und für sich dunkel ist, die zufällige entspringt aus dem Schatten, den andere Objecte werfen [21]).

Die reflectirte Farbe ist selten genau die Farbe des Körpers oder des einfallenden Lichtes [22]).

Niemals wird ein Ding seine eigene Farbe zeigen, wenn das Licht, das es erleuchtet, nicht ganz und gar von derselben Farbe ist. Man beobachtet dies klar und deutlich an den Gewändern, von welchen die erleuchteten Falten einen Reflex geben und ihr Licht den gegenüberstehenden Falten zusenden, die dann ihre wahre Farbe zeigen. Eben dies thun Goldblättchen, wenn eines vom anderen sein Licht empfängt. Das Gegentheil geschieht aber, wenn das Licht von einer anderen Farbe ist [23]).

Die Oberfläche eines jeden Körpers nimmt Theil an der Farbe nahestehender Objecte [24]).

Die Farbe eines dunkeln Körpers ist um so schöner, je ähnlicher sie der Farbe seiner Umgebung ist [25]).

Spiegelnde Körper lassen am schwersten, rauhe am leichtesten ihre Körperfarbe erkennen [26]).

Am schönsten ist schwarz im Schatten; Weiss, Gelb und Roth im Lichte; Blau, Grün und Braun im Halbschatten; Gold im Reflex [27]).

Unter allen Farben von gleicher Vollkommenheit sind jene die schönsten, die neben den entgegengesetzten stehen, also Weiss neben Schwarz, Bleich neben Roth, Blau neben Gelb, Roth neben Grün [28]).

Beim Sonnenuntergange sind die beleuchteten Körper roth, Sonnenfarbe; die beschatteten blau, Luftfarbe [29]).

Das Licht des Feuers färbt alles gelb, was davon beleuchtet wird. Es scheint aber dies nur wahr zu sein im Vergleiche mit einer von der Luft erleuchteten Sache.

Diesen Vergleich kann man zu Ende des Tages und noch sicherer früh vor der Morgenröthe anstellen und zwar in einem dunklen Zimmer, wenn ein Strahl aus der Luft und ein anderer von einem brennenden Lichte durch verschiedene Öffnungen auf ein Object fällt, wo man den Unterschied in der Farbe sehr deutlich sehen wird, was ohne diesen Vergleich nicht leicht geschieht, besonders bei jenen Farben, die der des Lichtes ähnlich sind: wie das Hellgelb vom Weissen, das Licht- oder Meergrün vom Blau nicht wohl zu unterscheiden sind. Denn indem das gelbliche Flammenlicht das Blau erleuchtet und sich gleichsam damit vermischt, so machen sie zusammen eine schöne grüne Farbe aus, und wenn gar Gelb und Grün gemischt werden, so wird das Grün noch um vieles schöner [30]).

Dass da Vinci der erste ist, der über farbige Schatten und subjective Lichter Beobachtungen anstellte, ist bekannt [31]); weniger bekannt dürfte sein, dass er zuerst die Reflexion des Lichtes der Bewegung eines geworfenen Balles verglich; er sagt: Wiederschein wird von solchen Körpern verursacht, die von heller Beschaffenheit sind und eine mässig ebene und mässig dicke Oberfläche besitzen. Werden dieselben vom Lichte berührt, so springen die Strahlen zurück gleich einem Balle und fallen auf das erste Object, das sich in ihrem Wege befindet [32]).

Die Lehre, die er vorträgt, hat sich viele Jahrhunderte erhalten, ja sie wurde noch im Beginne des unserigen erweitert und in ihren letzten Consequenzen ausgeführt und dadurch zugleich einer gründ-

lichen Discussion und Widerlegung zugänglich gemacht, so dass sie jetzt wohl als abgethan betrachtet werden kann. Es ist begreiflich, dass so viele geistvolle Männer vor und nach da Vinci sich nicht mit einer Irrlehre hätten befassen können, wenn sie nicht wirkliche Elemente der höchsten Wahrscheinlichkeit in sich trüge, und es ist in vielen Fällen die Erklärungsweise dieser Theorie ganz mit der Absorptionslehre der Newton'schen Schule übereinstimmend, nur dass letztere einen Schritt weiter in das Innere der Erscheinung wagt.

Die Kenntniss von der Zusammensetzung des weissen Lichtes dämmert lange schon vor Newton; er hatte nur das letzte Wort zu sprechen, indem er seine drei Fundamentalversuche als genügend und alles beweisend vor die Welt hinstellte. Die Veranlassung gab der Regenbogen, dessen wundervolle Erscheinung die denkenden Geister immer wieder und aufs Neue aufforderte, sein geheimnissvolles Wesen zu entschleiern; doch alle Versuche mussten scheitern, so lange man nicht die Bedingungen, aus denen man ihn abzuleiten versuchte, durch Experimente prüfte. Der Weg, auf welchem das Gesetz der verschiedenen Brechbarkeit des weissen Lichtes gefunden wurde, ist kurz folgender:

Vitello[33]) (um 1270) bemerkt, dass die Regenbogenfarben durch farblose Prismen oder durch wassererfüllte Glaskugeln erzeugt werden, wenn man sie gegen die Sonne hält, und glaubt daher, dass bei der Bildung des Regenbogens, in welchem er Roth, Grün und Blau unterscheidet, nebst der Mischung der Sonnenstrahlen mit den thauigen Dünsten der Wolken auch die Brechung und Reflexion mitwirken dürfte. Porta[34]) (1543—1615) unterscheidet die Regenbogenfarben, da sie unkörperlich sind, als apparente von den wahren Farben und schreibt sie einer Brechung der Sonnenstrahlen in der regnenden Wolke zu, wogegen Maurolycus[35]) (1494—1577) den Grund ihrer Entstehung in der Brechung und mehrfachen Reflexion der Strahlen im Innern eines Tropfens sucht; Fleischer[36]) (1540—1589) aber bedarf zu ihrer Erklärung einer Brechung in einem Tropfen, der Reflexion des gebrochenen in einem dahinterstehenden und der nochmaligen Brechung dieses reflectirten Strahles an einem davor befindlichen Tropfen; dieser Gedanke wird dann aufs neue vereinfacht und dem wirklichen Ereigniss entsprechend durch Harriot (1606) ausgesprochen, der in einem Briefe an Kepler sagt: *Hoc de iride nunc dico, quod caussa demonstranda est in una*

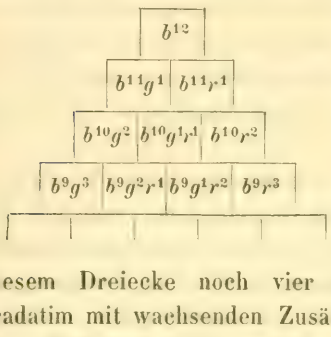
guttula per reflexionem in concava superficie et refractionem in convexa [37]). Selbstständig gelangte Antonius de Dominis [38]) († 1624), einer der klarsten Köpfe seines Jahrhunderts, ein Mann in dessen Arbeiten überall der inductive Geist sich regt, der mit dem Auftreten Galilei's gewaltig zu wehen beginnt, zur experimentellen Auslegung des Phänomens, indem er genau die Stellen aufsuchte, die Sonne und Auge gegen eine Glaskugel einnehmen müssen, um die Farben des Haupt- und Neben-Regenbogens wahrzunehmen; die Farbe selbst liess er aus der Vermischung des Sonnenlichtes in der Weise entstehen, dass eine geringe Menge von Dunkel mit hellem Lichte gemengt Roth, etwas mehr Dunkelheit Grün gibt, und bei überwiegender Dunkelheit blau erscheint, (eine Erklärung, die Horatius Fabri im folgenden Jahrhundert ins Handgreifliche verdichtet, indem er Roth gleich setzt zwei Dosen Licht und einer Dosis Dunkelheit; Grün = 1 D. Licht + 1 D. Dunkel; Blau = 1 D. Licht + 2 D. Dunkelheit). Diesen Versuch fasst Descartes [39]) (1596—1650) schärfer ins Auge und leitet daraus nicht nur die Theorie des Regenbogens, wie sie noch heute besteht, ab, sondern beweist auch weiter, dass bei der Bildung der Farben weder die gekrümmte Gestalt des Tropfens noch die Reflexion an der Hinterwand desselben wesentlich sei, indem Glasprismen vor hinlänglich schmale Öffnungen gestellt ganz dasselbe Bild liefern; Grimaldi [40]) (1613—1663) macht ebenso auf die Nothwendigkeit aufmerksam, dass bei dem Versuche mit dem Prisma die Spalte schmal sei, und beschreibt bereits die langgestreckte Figur des Spectrums, das verschwindet, sobald man anstatt des Prisma's eine Glasplatte mit parallelen Wänden nimmt. Es ist kein Wunder, dass bei diesem Zustande des Experimentes Zweifel gegen die Richtigkeit der hergebrachten Erklärung der Farben sich erhoben, und die Ansicht, dass die Brechung das Hauptmoment bei der Farbenbildung sei, findet sich schon vor Newton in einigen optischen Arbeiten [41]) ausgesprochen. Doch waren es eben nur Ansichten; Newton [42]) hat den nöthigenden, alles erleuchtenden Beweis geführt und die Entdeckung durch die Weise wie er selbstständig sie machte, weiter verfolgte und ausbeutete zu seinem unbestrittenen Eigenthum gemacht, das ihm selbst seine entschiedensten Gegner nicht anzutasten wagen; Goethe, der alles beibringt, was Newton's Grösse in der Optik verringern kann, begnügt sich eifrig die ganze vor-newtonische Literatur zu

durchforschen und mitzutheilen und trägt dadurch nur zur Verherrlichung des grossen Schöpfers der mathematischen Physik bei.

Seit den Arbeiten Newton's war es möglich, die Frage über die Mischung der Farben auf zweifache, ja auf dreifache Weise zu untersuchen; erstens durch die Mischung von Pigmenten, dann durch das Zusammenwirken verschiedener Bestandtheile des Spectrums, und endlich, seit der Ausbildung der höheren Theorie der Optik, durch eine rein mathematische Erfassung des Problems. Ich werde die verschiedenen Untersuchungen in Kürze mittheilen, indem ich vorzüglich die leitenden Gedanken und Resultate derselben hervorhebe, da eine ausführliche Literatur dieses Zweiges der Wissenschaft ohnehin am Schlusse der gegenwärtigen Abhandlung folgt.

1. Mischung der Farben durch Pigmente, und Farben-Nomenclaturen. Es lassen sich hier eigentlich zweierlei Bestrebungen scheiden; die einen hatten vorzüglich die Wiederherstellung des weissen Lichtes aus der Gesammtheit oder eine Anzahl der farbigen Lichter zum Zwecke, und schliessen sich so mehr an die Theorie, die anderen versuchen es, die Farbenübergänge in ihren Ursachen und dem Thatsächlichen nach zu erforschen und lehnen sich dadurch an die Praxis, an Malerei und Färberei. Es war ein Zeitgenosse Newton's, R. Waller [43]), der es zuerst versuchte, eine brauchbare Nomenclatur der einfachen und gemischten Farben herzustellen, und er scheint dabei schon Kenntniss von den Arbeiten Newton's gehabt zu haben, denn seine einfachen Farben sind die Töne des Spectrums, nur mit der Modification, dass er, um die helleren und dunkleren Nuancen auch zu erhalten, die blaue, gelbe und rothe Partie trennt, und jede für sich aus ihren weisslichsten Tönen in ihre dunkelsten übergehen lässt; doch scheiterte er eben an der Beimischung des Weiss, wobei er sich nicht Raths wusste. Newton selbst scheint die Farbenübergänge nicht weiter beachtet zu haben als sie zur Begründung seiner Theorie nöthig waren, und fand sich daher auch nicht aufgefordert, sich über die Anzahl der Grund-Pigmente zu unterrichten, so dass bis 1735 die Untersuchung ruhte, wo le Blond [44]), wie es scheint ohne von Waller's Arbeit unterrichtet zu sein, die Behauptung aufstellte, sämmtliche Farbenübergänge seien durch Blau, Gelb und Roth zu erhalten, welcher Ansicht auch Dufay [45]) beitrat; jener stellte wirkliche Mischungen dar und Dufay glaubte dadurch die Richtigkeit der Newton'schen Erklärung der einfachen

Farben in Zweifel gestellt zu haben. Bekannter als diese Versuche sind die Arbeiten des Göttinger Astronomen Tobias Mayer[46]) geworden, der die Theorie der Combinationslehre in Anwendung brachte und in einem Dreiecke 91 Farbentöne darzustellen lehrte, welche alle durch das Auge noch unterscheidbaren Nuancen von gleicher Helligkeit umfassen sollten. Er ging von der Annahme aus, das weisse Licht bestehe aus 3 Elementarlichtern, einem gelben, rothen und blauen, und jede Farbe sei entweder eines dieser Elemente oder eine binäre oder ternäre Verbindung derselben nach verschiedenen Verhältnissen. Auf diese Weise erhielt er, indem er für die Empfindlichkeit des Seh-Organes die Zahl von 12 Abstufungen in den Verhältnissen, in welchen jedes einzelne Element in die Verbindung eintritt, für hinreichend annahm, ein Dreieck, dessen blaue Spitze in der nebenstehenden Figur gegeben ist; um aber auch die Übergänge in der Helligkeit bei constantem Ton darzustellen, schlug er vor, nächst diesem Dreiecke noch vier andere auszuführen, deren Farben gradatim mit wachsenden Zusätzen von Weiss, und vier anderen, deren Farben gradatim mit wachsenden Zusätzen von Schwarz zu versetzen wären, so dass einerseits die Stufenleiter mit einem weissen, andererseits mit einem schwarzen Dreiecke geschlossen würde. Selbst ausgeführt hat er seine Idee nicht; sie wurde aber von Lambert aufgenommen und mit der Modification durchgeführt, dass Lambert[47]) statt einer Anzahl congruenter Dreiecke eine Pyramide construirte, deren Grundfläche das Mayer'sche Dreieck ist, und die im Inneren 6 Fächer enthält, welche die Mischungen bei verminderter Lebhaftigkeit des Tons darstellen, in der Weise, dass, wenn die Grundfläche 45 (Lambert nimmt blos Mischungen von 8 Verhältniss-Stufen an) Felder, das erste Fach 28, das zweite 15, das dritte 10, das vierte die 3 Grund- die 3 Mittelfarben, das fünfte die 3 Grundfarben des Weiss enthält, so dass die Ecken der dreiseitigen Pyramide blau, roth und gelb, die Mittellinien auf den Seitenflächen violet, orange und grün sind. Als einfacher Farben bediente er sich des Berlinerblau, Gummigutt und Karmin, und er bestimmte durch Versuche die farbige Intensität[48])



(gleichsam das Gewicht, mit welchem jedes dieser Pigmente in die Mischung eintritt) derselben; sie verhält sich wie $1/3 : 1/12 : 1/2$, so dass um z. B. die Farbe $b^1 g^3 r^4$ darzustellen. 1×3 Gran Berlinerblau, 2×12 Gran Gummigutt, 2×4 Gran Karmin genommen wurden. Die Zahlen 3, 12, 2 sind Farben-Äquivalentzahlen der betreffenden Pigmente. Lambert führte in eben der Weise auch eine Pyramide aus, deren Spitze $r^0 b^0 g^0$ = Schwarz war; doch fehlt die Zeichnung derselben in dem angeführten Werke. Etwas Ähnliches hat Runge [49]) ausgeführt, der eine Kugel in der Weise mit Pigmenten bemalte, dass der Äquator die Farben des Spectrums (eigentlich in Abständen von 60° die 3 Haupt- und die 3 Mittelfarben) enthält, welche gegen den einen Pol in Weiss, gegen den anderen in Schwarz übergehen, so dass auf einen Meridian immer alle Abstufungen eines Farbentones und seines Complementes, auf einen Parallelkreis die verschiedenen Farbentöne bei gleichbleibender Farbenlebhaftigkeit zu liegen kommen.

Weniger glücklich als der Gedanke Mayers ist Hay's [50]) Versuch, eine Übersicht der Mischfarben darzustellen; doch hat dieser eine Nomenclatur vorgeschlagen, die nicht übergangen werden darf. Er theilt die farbigen Abstufungen in Farben (*colours*) und Töne (*hues*), und zwar entstehen aus der Mischung der Primärfarben Roth, Gelb, Blau, die secundären Orange, Grün, Purpur; aus der Mischung der Secundärfarben die primären Töne citrine, olive, russet; aus der Mischung dieser die secundären Töne grüner Ton, purpurner Ton, orangener Ton. Forbes [51]) der mit Recht die Darstellung der Hay'schen Farben wegen ihrer geringen Übersichtlichkeit tadelt, so anerkennend er sich auch über die Mischung seiner Farben ausspricht, schlägt eine andere Nomenclatur vor, die nicht allein alle Farbentöne sondern auch alle Abstufungen derselben von ihrer lebhaftesten Nuance bis ins Grau umfassen soll; die Farbentöne sind in eine verticale Reihe gestellt, und zwischen die 6 Haupttöne je 3 Übergänge gestellt, z. B.: Roth, Orangelichroth, Rothorange, Röthlichorange; Orange, Gelblich-Orange u. s. f.; die Abstufungen zwischen dem lebhaftesten Ton und Grau sind durch 4 Zwischenglieder in einer horizontalen Reihe dargestellt, wie Gräulichroth, Grauroth, Rothgrau, Röthlichgrau, Grau. Den mittleren Tönen, wo Grau und Farbe sich gleichsam das Gleichgewicht halten, hat Forbes Namen gegeben, die sich zum Theil nicht übersetzen

lassen, wesshalb sie in der Note aus dem Originale mitgetheilt werden; als Grundfarben verlangt er die lebhaftesten Töne derselben. Auf Forbes Ansichten werden wir später zurückkommen.

Mehr theoretischer als praktischer Natur sind die Versuche, Weiss aus der Vermischung von Pigmenten zu bilden; dass dies strenge genommen nie gelingen kann, liegt in der Natur der Körperfarben. Denn diese entstehen dadurch, dass dem einfallenden Lichte gewisse Bestandtheile entzogen werden; mischt man nun Pigmente in der gehörigen Weise, so berauben diese das Licht so, dass sie jedem einzelnen Farbenstrahl desselben einen Theil seiner Intensität nehmen, wobei der Rest allerdings weiss bleibt, aber um Vieles geschwächt erscheint. Nun nennen wir schwarz die Oberfläche, die gar kein Licht reflectirt, grau jene, die nur wenig von dem auf sie einfallenden Lichte zurückstrahlt; es entspricht somit die Farbe eines Pigmentgemisches dem reinen Grau, oder dem Weiss das durch die Beleuchtung einer grossen Oberfläche abgeschwächt, diluirt wird. Newton's [52]) Versuche konnten daher im Ganzen zu keinem befriedigenden Resultate führen, und ebensowenig ist von den Farbenkreiseln und Farbenrädern [53]) zu erwarten, deren ich hier nur im Vorbeigehen erwähne, da sie eigentlich mehr in das Capitel von den subjectiven Farben gehören.

2. Um die Farben des Spectrums selbst unter einander zu mischen bediente sich Newton der noch jetzt gebräuchlichsten Methode; er brachte nämlich zwischen das Prisma und die Linse einen Schirm mit Ausschnitten, die nur einzelne Farbenstreifen passiren liessen, deren Resultat auf einer weissen Fläche hinter der Linse beobachtet wurde. Auf diese Weise fand er, dass je zwei benachbarte Farben ihre Mittelfarbe [54]) geben und verificirte zugleich seine Farbenregel [55]), deren Ansehen durch Biot's Arbeiten so hoch gestiegen ist und für welche noch in der letzten Zeit Grassmann ein Lanze gebrochen hat. Es versuchten zwar Newton's Gegner seine Theorie der verschiedenen Brechbarkeit des Lichtes durch das prismatische Farbenbild selbst zu widerlegen [56]); doch lag jedem dieser Versuche Unkenntniss und Missverstehen dessen, was man angriff, zu Grunde und so blieb von dieser Seite die Lehre unverändert bis zum Beginne dieses Jahrhunderts. Da machte Wollaston beim Durchschauen durch ein sehr reines Flintglasprisma die Entdeckung, dass im Spectrum mehrere schwarze Linien seien, die die rothen, grünen, blauen und violeten

Partien des Bildes zu scheiden schienen [57]), er nahm daher an, dass das Sonnenlicht aus diesen 4 Farben bestehe; da er aber die Entdeckung nicht weiter verfolgte, und sonst auch Niemand durch seinen Bericht dazu angeregt wurde, so konnte es geschehen, dass Fraunhofer 15 Jahre später selbstständig bei der Untersuchung achromatischer Combinationen die Linien wieder auffand, und sie, ohne sich in eine Erklärung derselben einzulassen, sogleich zur schärferen Bestimmung einzelner Partien des Spectrums benützte, da sie sich als unabhängig von der Natur der brechenden Substanz erwiesen. Dagegen nahm Young [58]) Wollaston's Ansicht über die Farben auf und modificirte sie dahin, dass er aus der Reihe der einfachen Farben nun auch das Gelb ausschloss und von den übrigen 3, roth, grün und violet annahm, jede derselbe bringe eine der Art nach selbstständige und verschiedene Empfindung im Sensorium hervor, welche Lehre eher zu verallgemeinern als zu beschränken wäre, indem kein Grund ist, warum nicht jede Farbe des Spectrums, insofern sie nur einer eigenthümlichen Schwingungsweise ihr Dasein verdankt, auf eigene Weise das empfindende Organ afficiren sollte. Sowohl die Wollaston'sche als auch die Young'sche Ansicht supponirt stillschweigend, dass es im Spectrum Strahlen von verschiedener Farbe und gleicher Brechbarkeit gebe, und Brewster [59]) glaubt durch Absorptions-Erscheinungen, die er beobachtete, thatsächlich nachweisen zu können, dass blaues, gelbes und rothes Licht in jedem Theile des Spectrums vorhanden sei; ja er sagt sogar, dass es ihm möglich geworden sei, in jedem Theile des Spectrums durch Absorption weisses Licht zu erhalten, das durch Brechung nicht weiter zerlegbar war. Es scheint, dass es Helmholtz [60]) und Bernard [61]) gelungen ist nachzuweisen, wie Täuschungen verschiedener Art zu der Entstehung dieser Theorie Veranlassung gegeben; jedenfalls ist sie aber als der Ausdruck vielfacher Erfahrungen nur durch die Erfahrung selbst zu widerlegen.

Mit der Vervollkommnung der Methode prismatische Farben zu mischen, hatten sich schon Wünsch [62]) und Grotthuss [63]) beschäftigt; aber erst Helmholtz [64]) glückte es, ein Verfahren ausfindig zu machen, das die feinsten Beobachtungen zulässt; indem er nämlich statt einer einfachen geraden Spalte, eine V-förmig gebrochene verwendet, erhält er durch dasselbe Prisma zwei sich theilweise deckende Spectra, in denen die Fraunhofer'schen Linien

Gitter bilden, die die grösste Genauigkeit in der Orientirung zulassen. Helmholtz findet, dass unter diesen binären Combinationen nur Indigblau und Gelb Weiss geben, so dass zur Zusammensetzung sämmtlicher Farbentöne des Spectrums mindestens fünf einfache Farben nöthig seien: Roth, Gelb, Grün, Blau, Violet, da Roth und Grün auf keine Weise, Blau und Violet nur sehr schlecht durch Mischung zu erhalten sei. Grassmann [65]), in Stettin, zeigte hierauf, wie die Helmholtz'schen Messungen ganz gut mit der Newton'schen Regel stimmen, wogegen sich wohl das einwenden liesse, dass es nach Newton's Regel überhaupt unmöglich sei, in einer Frage von dieser Feinheit eine Entscheidung zu erwarten, so lange in die Newton'sche Construction nicht die Fraunhofer'sche eingetragen und die Intensitäten der Misch-Componenten genau ermittelt sind, was aber unerfüllbare Forderungen sind; hievon mehr im 5. Abschnitte. Andererseits theilt Foucault [66]), durch Helmholtz's Versuche angeregt, ein Verfahren mit, prismatische Mischfarben zu prüfen, das eine grosse Feinheit der Beobachtung zulässt; es ist um so werthvoller, als es so modificirt werden kann, dass nebst der Mischfarbe zugleich das Spectrum selbst beliebig mitgesehen werden kann oder nicht.

3. Als ein Versuch die Theorie der Farben mathemetisch zu behandeln, muss Challis [67]) „Theoretische Auslegung einiger Thatsachen, die Zusammensetzung der Farben betreffend" genannt werden; da er sich aber nur kurz fasst und eigentlich nur zeigen will, dass dieses Problem auch einer rein mathematischen Behandlung fähig sei, ohne es wirklich einer solchen zu unterwerfen, so blieb seine Arbeit ohne Einfluss und Nachwirkung.

ZWEITER ABSCHNITT.

Interferenz zweier ungleichfarbiger Strahlen von gleicher Amplitude.

Nehmen wir an, es bewegten sich zwei geradlinig polarisirte Strahlen von verschiedener Wellenlänge längs derselben Bahn und in irgend einem Punkte dieser Bahn, den wir hier als Anfangspunkt der Coordination betrachten, seien ihre Phasen gleichzeitig der Nulle gleich, so dass, wenn

$$y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda_1} A$$

die Gleichung des ersten

$$y = b \sin \frac{2\pi}{\lambda_2} B$$

die des zweiten Strahles ist, an diesem Punkte

$$\frac{2\pi}{\lambda_1} A_1 = \frac{2\pi}{\lambda_2} B = 360^0$$

ist; da ausserdem auch $a=b$ sein soll, so werden die beiden Strahlen durch die Gleichungen

$$y_1 = \sin \frac{2\pi}{\lambda_1} (x - n\ \lambda_1) \qquad (1)$$

$$y_2 = \sin \frac{2\pi}{\lambda_2} (x - m\ \lambda_2) \qquad (2)$$

dargestellt werden, und es ist folglich der aus dem Zusammenwirken beider resultirende farbige Strahl

$$Y = \sin \frac{2\pi}{\lambda_1} (x - n\ \lambda_1) + \sin \frac{2\pi}{\lambda_2} (x - m\ \lambda_2) \qquad (3)$$

Wird $Y = 0$ gesetzt, so erhält man diejenigen Punkte, in welchen die Verrückung der Äthertheilchen längs der Bahn des Strahles gleich Null ist, und zwar gleichzeitig mit dem Durchgange des Äthertheilchens am Anfange der Coordinaten, durch den Ruhepunkt. Es ist dann

$$\sin \frac{2\pi}{\lambda_1} (x - n\ \lambda_1) = \sin \frac{2\pi}{\lambda_2} (m\ \lambda_2 - x)$$

d. i.

$$x = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} (m + n)$$

und setzen wir für $m + n$ den kleinstmöglichen Werth, die Einheit, so wird

$$x = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

die halbe Länge der neuen Welle; wird diese mit λ' bezeichnet, so ist

$$\lambda' = 2\ \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

folglich λ' das harmonische Mittel zwischen den beiden Wellenlängen; es wird daher, wenn die Amplituden der beiden Mischfarben gleich sind, die resultirende Wellenlänge stets nahezu in der Mitte zwischen ihren Componenten liegen.

Die Schwingungsweise des neuen Strahles ist sehr verschieden von der seiner Componenten. Während in dieser die einfache Periodicität der Sinuslinie waltet, geschehen dort die Bewegungen nach einem zusammengesetzteren Rhythmus. Setzt man, wie Challis, in 3)

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) = \frac{1}{L}$$

und

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) = \frac{1}{l}$$

so wird

$$Y = 2\ cos\left(\frac{2\pi x}{l} + c_1\right) sin\left(\frac{2\pi x}{L} + c_2\right)$$

woraus folgt, dass eine doppelte Periodicität stattfinden werde. Im Spectrum verhält sich der grösste Werth von λ zum kleinsten etwa wie 3 : 2, so dass

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)$$

wenigstens gleich $\frac{1}{6\ \lambda_1}$ und l wenigstens gleich $6\ \lambda_1$ ist; in der periodischen Function $cos\left(\frac{2\pi x}{l} + c_1\right)$ kehren also die Perioden weit weniger oft wieder als in dem anderen Factor $sin\left(\frac{2\pi x}{L} + c_2\right)$, in welchem $L = \lambda'$ ist. Sobald die Zahlen, welche die Längen der beiden Wellen λ_1 und λ_2 angeben, relative Primzahlen sind — und da es sich um keine absoluten, sondern nur um relative Grössen handelt, so kann man die Werthe derselben durch das Weglassen ihrer gemeinschaftlichen Factoren immer in solche verwandeln — so bedeutet das Product

$$\lambda_1\ \lambda_2$$

das Intervall, welches zwischen 2 homologen Werthen von Y liegt; so dass nach dem Durchlaufen dieses Raumes, oder nach dem Ablaufe des dieser Wegstrecke entsprechenden Zeitraumes, der Rhythmus der Bewegungen wieder von vorne beginnt; ich nenne daher

$$l = \lambda_1\ \lambda_2$$

die Länge, und

$$t = \frac{\lambda_1\ \lambda_2}{v} = \tau_1\ \lambda_2 = \tau_2\ \lambda_1$$

die Dauer einer grossen Periode, wenn τ_1, τ_2 die Schwingungszeiten des ersten und zweiten einfachen Strahles bezeichnen. Es scheint nicht, dass das Auge fähig ist, den Rhythmus der grossen Periode genau zu verfolgen, obschon derselbe auch nicht gänzlich der Wahrnehmung entgeht, wie ich in dem fünften Abschnitte dieses Aufsatzes zeigen werde.

Die Grenzwerthe der Summe

$$m + n$$

in 4) sind jetzt leicht zu bestimmen; einmal muss sie grösser als Null sein, folglich ist die Einheit die untere Grenze und

$$v\,\tau' = \frac{\lambda_1\,\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

wo τ' die halbe Schwingungsdauer der resultirenden Welle ist; dann aber braucht sie der grossen Periode halber nicht weiter betrachtet zu werden, als bis sie gleich $\lambda_1 + \lambda_2$ geworden, und es ist dadurch ihr oberer Grenzwerth bestimmt.

Da die grosse Periode eine Cosinus-Function ist, so wird sie aus zwei Hälften bestehen, die von der Mitte aus nach rückwärts und nach vorwärts symmetrisch gebaut sind, jedoch so, dass den positiven Theilen auf der einen, gleichgestaltete negative Theile auf der anderen Seite entsprechen. Wenn daher das Auge im Stande wäre, so weit aus einander liegende Stücke an einander zu knüpfen, so könnte man sagen, dass die zweite Hälfte die halben Wellenausschläge der ersten ergänzt, und zwar in derselben abwärtssteigenden Ordnung, wie sie in der ersten Hälfte aufsteigen. Ein Blick auf die Tafeln, die am Schlusse dieses Aufsatzes beigegeben wurden, macht dieses Verhältniss anschaulich.

Da m und n ganze oder halbe Zahlen sind, wenn die Grösse der Ausschläge 1) und 2) blos von dem Fortschritt der Bewegung, wie er durch $\frac{2\pi x}{\lambda}$ repräsentirt wird, abhängig sein soll, so wird die Summe

$$\lambda_1 + \lambda_2$$

entweder eine gerade Zahl sein müssen, oder es wird an der Grenze der beiden Hälften der grossen Periode eine Unterbrechung in der Gleichförmigkeit der Wellenlängen eintreten, indem für

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 2\psi + 1$$

in der Mitte der Periode

$$m + n = \psi + \frac{1}{2}$$

wird. Da die dadurch entstehende Welle genau halb so lang ist als die übrigen, also für jede mögliche Schwingungsweise durch ihre Kürze ausserhalb der Grenzen der Wahrnehmbarkeit treten dürfte, und zudem, wie gezeigt werden wird, von so geringer Amplitude ist, dass sie selbst dadurch neben den übrigen Undulationen verschwinden müsste, so kann dies den Charakter des farbigen Strahles nicht ändern; ausserdem aber steht es immer frei, anstatt zweier Wellen,

deren Längenverhältnisszahlen zusammengenommen eine ungerade Zahl geben, zwei im Spectrum sehr nahe daran gelegene zu wählen, wo diese Summe ein Vielfaches von 2 wird. Ein unmittelbarer stätiger Übergang in den Wellenlängen darf zwar wegen der Fraunhofer'schen Linien nicht angenommen werden, denn sind Wrede's Berechnungen über die Entstehung derselben naturgemäss — welche eine Stätigkeit in dem Wachsthume der Wellenlänge supponiren —, so zeigen sie nur, wie diese ursprüngliche Stätigkeit durch Reflexionen und Interferenzen im Verlaufe der Fortpflanzung aufgehoben wird; man wird aber in praxi, d. i. innerhalb der Grenzen der Wahrnehmbarkeit, immerhin von Farbenübergängen sprechen dürfen.

Die Wellenlänge, welche den Berechnungen in diesem Aufsatze zu Grunde gelegt wurden, sind aus folgender Tafel entnommen, die Drobisch (Über die Wellenlängen und Oscillationszahlen der farbigen Strahlen im Spectrum, Poggendorff's Ann. 88, S. 534) zusammengestellt hat.

Tafel der Wellenlängen.

Grenzstrahlen.	Wellenlänge.	Fraunhofer's Strahlen.	Wellenlänge.	Milliontel des Millimeters nach Fresnel.
Äusserstes Roth	2542	. . . . .	. . . .	688·1
		B roth	2541	. . . . 687·8
		C roth	2422	. . . . 655·6
Roth-Orange	2297·9	. . . . .	. . . .	622·0
		D orange	2175	. . . . 588·8
Orange-Gelb	2174·2	. . . . .	. . . .	588·6
Gelb-Grün	1986·4	. . . . .	. . . .	537·7
		E grün	1945	. . . . 526·5
Grün-Blau	1795·7	. . . . .	. . . .	486·1
		F blau	1794	. . . . 485·6
Blau-Indigo	1640·7	. . . . .	. . . .	446·2
		G indigo	1587	. . . . 429·6
Indigo-Violet	1552·4	. . . . .	. . . .	420·1
		H violet	1464	. . . . 396·3
Äusserstes Violet	1403·3	. . . . .	. . . .	379·8

Hieraus wurden folgende Quotienten gerechnet

Violett : Indigo = 12 : 13 = 400 : 436
„ : Blau = 7 : 8 = 400 : 458
„ : Grün = 7 : 9 = 400 : 515
„ : Gelb = 5 : 7 = 400 : 560
„ : Orange = 2 : 3 = 400 : 600
„ : Roth = 8 : 13 = 400 : 650

Indigo	:	Blau	=	15 : 16	=	433 : 462
„	:	Grün	=	15 : 18	=	433 : 519
„	:	Gelb	=	13 : 17	=	433 : 566
„	:	Orange	=	13 : 18	=	433 : 599
„	:	Roth	=	2 : 3	=	433 : 649
Blau	:	Grün	=	8 : 9	=	460 : 502
„	:	Gelb	=	4 : 5	=	460 : 575
„	:	Orange	=	16 : 21	=	460 : 604
„	:	Roth	=	16 : 23	=	460 : 661
Grün	:	Gelb	=	9 : 10	=	512 : 569
„	:	Orange	=	18 : 21	=	512 : 597
„	:	Roth	=	18 : 23	=	512 : 654
Gelb	:	Orange	=	14 : 15	=	560 : 605
„	:	Roth	=	7 : 8	=	560 : 655
Orange	:	Roth	=	12 : 13	=	605 : 627

Berechnet man nach diesen Verhältnissen die Mischfarben aus zwei verschiedenen Farben, so erhält man folgende Tafel, die zugleich die von Helmholtz experimentell bestimmten Farbentöne enthält, wie sie aus der Mischung zweier Strahlen des Spectrums erhalten werden.

Tafel der Mischfarben.

λ_1	λ^2	λ' Bei gleicher Intensität der Componenten	Farbenton bei den im Spectrum stattfindenden Intensitäten.
400	433	416 Violet	Violet.
	460	429 G im Indigo	Dunkelblau, weniger gesättigt als das Indigo des Spectrums.
	512	449 Blau	Hellblau.
	563	468 Mitte Blau	Weisslich Fleischfarben.
	605	482 Grenze Blau-Grün	Karminroth.
	655	497 Grün	Dunkelpurpurroth.
430	460	444 Grenze Indigo-Blau	Grenze Indigo-Blau.
	512	468 Mitte Blau	Hellblau.
	563	487 Grenze Blau-Grün	Reines Weiss.
	605	502 Grün	Karminroth.
	655	519 Grenze Grün-Gelb	Purpurroth.
460	512	484 Grenze Blau-Grün	Grünblau.
	563	506 Mitte Grün	Schwach-Grünlichweiss.
	605	523 E im Grün	Fleischfarben.
	655	540 Grenze Grün-Gelb	Rosaroth.

λ_1	λ_2	λ' Bei gleicher Intensität der Componenten	Farbenton bei den im Spectrum stattfindenden Intensitäten.
510	563	535 Grenze Grün-Gelb	Gelblichgrün.
	605	553 Mitte Gelb	Fahlgelb.
	655	573 Gelb	Fahlgelb.
560	605	582 Grenze Gelb-Orange	Gelblich Orange.
	655	604 Orange	Orange.
605	655	627 Grenze Roth-Orange	Röthlich Orange.

Diese Tafel zeigt zum Theil viele Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung; die Übereinstimmung nimmt aber rasch ab, so wie die beiden Componenten im Spectrum weiter auseinander rücken, und es wird eine der Aufgaben dieses Aufsatzes sein, die Ursachen dieser Abweichung zu erforschen und zu bestimmen. Dies kann aber erst dort geschehen, wo die Componenten in der Rechnung mit denjenigen Intensitäten eingeführt werden, die sie im Spectrum wirklich besitzen.

Zunächst ist nun das Verhältniss der Lichtstärke des resultirenden Strahles gegen die Intensität seiner Componenten zu bestimmen.

Wenn man das Princip annimmt, wie es allgemein geschieht, dass die Intensität durch die Grösse der bei der Schwingung ins Werk gesetzten lebendigen Kraft gemessen werden muss, so findet man bekanntlich

$$i = \int_o^\tau \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 dt \qquad (4)$$

wo für y der Werth $a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) = a \sin \frac{2\pi}{v\tau}(vt-x)$ zu substituiren ist, woraus bei weiterer Entwickelung des Integrales und wirklicher Integration folgt

$$i = 2\,\frac{\pi^2 \alpha^2}{\tau}$$

d. i. die Intensität ist proportional dem Quadrate der Amplitude. Nun weicht zwar die Curve 3) von der Sinuslinie bedeutend ab, aber sie besteht aus Bewegungszuständen, auf welches obiges Princip mit demselben Rechte anzuwenden ist, wie bei dem einzelnen homogenen Strahle; man hat daher

$$J = \int \left(\frac{dY}{dt}\right)^2 dt$$

und es ist

$$\frac{dY}{dt} = a\left[\frac{2\pi}{\tau_1}\cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau_1} - n\right) + \frac{2\pi}{\tau_2}\cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau_2} - m\right)\right]$$

Die Grenzen des Integrales sind bestimmt durch die Länge der grossen Periode; die Zeit, welche nöthig ist um eine volle Wellenlänge der ersten Componente zurückzulegen ist

$$\tau_1$$

diese Zeit muss aber so oft wiederholt werden, als Einheiten in der zweiten Wellenlänge enthalten sind, also $\nu\tau_2$ mal; es ist folglich das Integrale von

$$t = 0 \text{ bis } t = \nu\tau_1\ \tau_2$$

zu nehmen. Nun ist

$$a^2\int_0^{\nu\tau_1\tau_2}\left(\frac{dY}{dt}\right)^2 dt = a^2\int_0^{\nu\tau_1\tau_2}\Big[\frac{4\pi^2}{\tau_1^2}\cos^2 2\pi\left(\frac{t}{\tau_1} - n\right)$$

$$+\frac{8\pi^2}{\tau_1\tau_2}\cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau_1} - n\right)\cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau_2} - m\right) + \frac{4\pi^2}{\tau_2^2}\cos^2 2\pi\left(\frac{t}{\tau_2} - m\right)\Big]dt$$

Entwickeln wir $\cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau_1} - n\right)$, so finden wir

$$\cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau_1} - n\right) = \cos 2\pi\frac{t}{\tau_1}\cos 2n\pi + \sin 2\pi\frac{t}{\tau_1}\sin 2n\pi$$

und da n eine ganze Zahl ist, $\sin 2n\pi = 0$, $\cos 2n\pi = 1$, folglich

$$\cos 2\pi\left(\frac{t}{\tau_1} - n\right) = \cos 2\pi\frac{t}{\tau_1}$$

Setzen wir

$$2\pi\frac{t}{\tau_1} = \psi$$

so wird

$$\frac{2\pi}{\tau_1}dt = d\psi$$

hieraus folgt

$$dt = \frac{\tau_1}{2\pi}d\psi$$

und setzen wir in ψ zuerst $t = 0$, und dann $t = \nu\tau_1\ \tau_2$, so erhalten wir die veränderten Grenzen

$$\psi_0 = 0$$
$$\psi_{\nu\tau_1\tau_2} = 2\pi\lambda_2$$

folglich

$$a^2\frac{4\pi^2}{\tau_1^2}\int_0^{\nu\tau_1\tau_2}\cos^2 2\pi\left(\frac{t}{\tau_1} - n\right) = 2\frac{\pi a^2}{\tau_1}\int_0^{2\pi\lambda_2}\cos^2\psi\, d\psi$$

und da

$$cos^2\psi = \frac{1 + cos\,2\psi}{2}$$

$$\int cos^2\psi\, d\psi = \frac{1}{2}\psi + \frac{1}{4}\, sin\, 2\psi$$

und

$$\int_0^{2\pi\lambda_2} cos^2\psi\, d\psi = \pi\,\lambda_2 + \frac{1}{4}\, sin\, 4\lambda_2\,\pi$$

folglich

$$a^2\,\frac{4\pi^2}{\tau_1^{\,2}}\int_0^{v\tau_1\tau_2} cos^2\,2\pi\left(\frac{t}{\tau_1} - n\right) dt = \frac{a^2\pi}{\tau_1}\left(2\pi\,\lambda_2 + \frac{1}{2}\, sin\, 4\pi\,\lambda_2\right).$$

Entwickeln wir nun das Product

$$cos\,2\pi\left(\frac{t}{\tau_1} - n\right)\, cos\,2\pi\left(\frac{t}{\tau_2} - n\right)$$

so finden wir, wenn wir berücksichtigen, dass hier wieder wegen der ganzen Zahlen m und n die Glieder mit den Factoren

$$sin\, 2m\pi, \quad sin\, 2n\pi$$

herausfallen.

$$a^2\,\frac{8\pi^2}{\tau_1\tau_2}\int_0^{v\tau_1\tau_2} cos\,2\pi\left(\frac{t}{\tau_1} - n\right) cos\,2\pi\left(\frac{t}{\tau_2} - m\right) dt$$

$$= a^2\,\frac{8\pi^2}{\tau_1\tau_2}\int_0^{v\tau_1\tau_2} sin\,2\pi\,\frac{t}{\tau_1}\, sin\,2\pi\,\frac{t}{\tau_1}\, dt$$

Setzt man hier

$$\frac{2\pi}{\tau_1}\, t = \psi$$

folglich

$$\frac{2\pi}{\tau_2}\, t = \frac{\tau_1}{\tau_2}\,\psi = c\psi$$

und

$$dt = d\psi\,\frac{\tau_1}{2\pi}$$

und das Integrale

$$\int sin\,2\pi\,\frac{t}{\tau_1}\, sin\,2\pi\,\frac{t}{\tau_2}\, dt = \frac{\tau_1}{2\pi}\int sin\,\psi.\, sin\, c\,\psi.\, d\,\psi$$

Nun ist

$$\int e^{c\psi\sqrt{-1}}\, sin\,\psi\, d\psi = \int cos\, c\,\psi\, sin\,\psi\, d\psi + \sqrt{-1}\int sin\, c\,\psi.\, sin\,\psi.\, d\psi$$

und $\int e^{c\psi\sqrt{-1}} \sin\psi\, d\psi = \frac{1}{c^2+1}(c\sin\psi - \cos\psi)\, e^{c\psi\sqrt{-1}}$

folglich wenn man in den zwei letzteren Relationen die imaginären Glieder einander gleich setzt

$$\int \sin c\psi .\ \sin\psi .\ d\psi = \frac{1}{c^2+1}(c\sin\psi - \cos\psi)\sin c\psi .$$

Substituirt man nun wieder für ψ und c die entsprechenden Werthe, so hat man

$$\int \sin 2\pi \frac{t}{\tau_1} \sin 2\pi \frac{t}{\tau_2}\, dt = \frac{\tau_1}{2\pi} \cdot \frac{\tau_2^2}{\tau_1^2+\tau_2^2} \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \sin \frac{2\pi}{\tau_2} t - \cos \frac{2\pi}{\tau_1} t\right) \sin \frac{2\pi}{\tau_2} t$$

und wenn man hier die Grenzen einführt

$$a^2 \frac{8\pi^2}{\tau_1\tau_2} \int \cos 2\pi \left(\frac{t}{\tau_1} - n\right) \cos 2\pi \left(\frac{t}{\tau_2} - m\right) dt$$

$$= 4\, a^2\pi \frac{\tau_2}{\tau_1^2+\tau_2^2} \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \sin 2\pi\lambda_2 - \cos 2\pi\lambda_2\right) \sin 2\pi\lambda_1$$

Entwickelt man endlich den dritten Theil des Integrals ähnlich wie es mit dem ersten geschah, so erhält man dafür

$$4 \frac{\pi^2 a^2}{\tau_2^2} \int_o^{v\tau_1\tau_2} \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{\tau_2} - m\right) = \frac{a^2\pi}{\tau_2} \left(v\,\pi\,\lambda_1 + \frac{1}{2} \sin 4\,\pi\,\lambda_1\right)$$

und es ist somit die Intensität des resultirenden Strahles

$$\int_o^{v\tau_1\tau_2} \left(\frac{dY}{dt}\right)^2 dt = \frac{a^2\pi}{\tau_1} \left(2\pi\lambda_2 + \frac{1}{2} \sin 4\,\pi\,\lambda_2\right) + 4\, a^2\,\pi \frac{\tau_2}{\tau_1^2+\tau_2^2}$$

$$\left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \sin 2\pi\lambda_2 - \cos 2\pi\lambda_2\right) \sin 2\pi\lambda_1 + \frac{a^2\pi}{\tau_2} \left(2\pi\lambda_1 + \frac{1}{2} \sin 4\pi\lambda_1\right)$$

Da nun offenbar die Einheit immer so gewählt werden kann, dass λ_1 und λ_2 ganze Zahlen sind (irrationale Wellenlängen schliesst die Natur der Aufgabe aus), so werden in diesem Integrale alle Sinusse der Nulle gleich und es bleibt somit für die Intensität längs der ganzen grossen Periode

$$J = 2a^2\pi^2 \left(\frac{\lambda_2}{\tau_1} + \frac{\lambda_1}{\tau_2}\right) = 2a^2\pi^2 \frac{v\tau_2}{\tau_1} + 2a^2\pi^2 \frac{v\tau_1}{\tau_2} .$$

Nun ist aber, wenn wir die Intensität des componirenden Strahles durch i_1 und i_2 ausdrücken

$$i_1 = \int_o^{\tau_1} \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2 dt = \frac{2\pi^2 a^2}{\tau_1}$$

$$i_2 = \int_0^{\tau_2} \left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2 dt \; \frac{2\pi^2 a^2}{\tau_2}$$

und auf der ganzen Strecke von $t = 0$ bis $t = vt_1$ τ_2

$$i_1 = \frac{2\pi a^2}{\tau_1} v\tau_2$$

$$i_2 = \frac{2\pi a^2}{\tau_2} v\tau_1$$

folglich

$$J = i_1 + i_2$$

d. i. die Intensität des resultirenden Strahles ist gleich der Summe der Intensitäten der componirenden; obschon wir die Amplituden gleich angenommen, dürfen wir aber hier bei verschiedenen farbigen Componenten nicht sagen, gleich dem doppelten der Intensität des einen, denn die Intensität hängt sowohl von der Amplitude als auch von der Wellenlänge ab. Es ist dieser Satz darum merkwürdig, weil bei der Interferenz von zwei homogenen Strahlen von gleicher Phase und Amplitude die Intensität des neuen Strahles das Doppelte der Summe der Intensitäten seiner Componenten wird; die gegenseitigen Verzögerungen, die aus der Ungleichheit der Wellenlängen entspringt, zehren gerade die Hälfte der aufgewendeten Kraft auf, die relative Länge der beiden Wellen sei welche immer.

Um nun die aus der Zusammenwirkung von zwei homogenen Strahlen gleicher Amplitude resultirenden Mischfarben genauer zu charakterisiren und um zugleich für die in den folgenden Abschnitten nothwendigen Vergleichungen das nöthige Material herzustellen, sind die Schwingungszustände der verschiedenen Mischfarben berechnet worden, es wurden dabei blos die Maxima der Ausschläge berücksichtiget, da die Wellenlängen für die ganze Dauer der grossen Periode (mit Ausnahme der Unterbrechung in der Mitte für ungerade Werthe der Summe $\lambda_1 + \lambda_2$) constant bleiben. Während die Punkte keiner Geschwindigkeit (die Knotenpunkte) durch die Phasen

$$2\pi \frac{\lambda'}{\lambda} \qquad 2 \cdot 2\pi \frac{\lambda'}{\lambda} \qquad 3 \cdot 2\pi \frac{\lambda'}{\lambda} \ldots\ldots \left(\lambda_1 + \lambda_2\right) 2\pi \frac{\lambda'}{\lambda}$$

bestimmt werden, entsprechen die Maxima der Resultirenden den Phasen

$$\pi \frac{\lambda'}{\lambda} \qquad 3\pi \frac{\lambda'}{\lambda} \qquad 5\pi \frac{\lambda'}{\lambda} \ldots\ldots \left[2\left(\lambda_1 + \lambda_2\right) - 1\right] \pi \frac{\lambda'}{\lambda}.$$

1. Violett.

Violett-Indigo, $\lambda_v = 12$, $\lambda_2 = 13$, $\lambda' = 12^\circ\ 48$.

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Violett	des Indigo	
0	3·12	95°6	86°4	+ 1·996
6·24	9·36	280·8	259·2	— 1·965
12·48	15·60	108	72	+ 1·902
18·72	21·84	295·2	244·8	— 1·809
24·96	28·08	122·4	57·6	+ 1·689
31·20	34·32	309·6	230·4	— 1·541
37·44	40·56	136·8	43·2	+ 1·369
43·68	46·80	324	216	— 1·175
49·92	53·04	151·2	28·8	+ 0·963
56·16	59·28	338·4	201·6	— 0·736
62·40	65·52	165·6	14·4	+ 0·497
68·64	71·76	352·8	187·2	— 0·251
74·88	76·44	133·2	316·8	+ 0·036
78	79·56	226·8	43·2	— 0·036
81·12	84·24	7·2	172·8	+ 0·251
87·36	90·48	194·4	345·6	— 0·497
93·60	96·72	21·6	158·4	+ 0·735
99·84	102·96	208·8	331·2	— 0·963
106·08	109·20	36	144	+ 1·175
112·32	115·44	223·2	316·8	— 1·369
118·56	121·68	50·4	129·6	+ 1·541
124·80	127·92	237·6	302·4	— 1·688
131·04	134·16	64·8	115·2	+ 1·809
137·28	140·40	252	298	— 1·902
143·52	146·64	79·2	100·8	+ 1·964
149·76	152·88	266·4	273·6	— 1·996
156·00		Beginn einer neuen Periode.		

Violett-Blau, $\lambda_v : \lambda' : \lambda_b = 7 : 7{\cdot}466 : 8$.

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Violett	des Blau	
0	1·866	96°	84°	+ 1·989
3·733	5·599	288	252	— 1·902
7·466	9·332	120	60	+ 1·732
11·199	13·065	312	228	— 1·486
14·932	16·798	144	36	+ 1·175
18·665	20·531	336	204	— 0·913
22·398	24·264	168	12	+ 0·416
26·131	27·094	313°50'	136°10'	— 0·029
28	28·933	46°10'	—43°50'	+ 0·029
29·866	31·732	192	348	— 0·416
33·599	35·465	24	156	+ 0·913
37·332	39·198	216	324	— 1·175
41·065				

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Violett	des Blau	
41·065				
	42·931	48°	132°	+ 1·486
44·798				
	46·664	240	300	— 1·732
48·531				
	50·397	72	108	+ 1·902
52·264				
	54·130	264	276	— 1·989
56				

Beginn einer neuen Periode.

Violett-Grün, $\lambda_v : \lambda' : \lambda_{gr} = 7 : 7{\cdot}875 : 9.$

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Violett	des Grün	
0				
	1·968	101°25	78°75	+ 1·961
3·937				
	5·905	303·75	236·25	— 1·663
7·875				
	9·842	146·25	33·75	+ 1·111
11·812				
	13·780	348·75	191·25	— 0·389
15·750				
	17·718	191·25	348·75	— 0·389
19·687				
	21·655	33·75	146·25	+ 1·111
23·625				
	25·593	236·25	303·75	— 1·663
27·562				
	29·530	78·75	101·25	+ 1·961
31·5				
	33·468	281·75	258·75	— 1·961
35·437				
	37·405	123·75	56·25	+ 1·663
39·375				
	41·343	326·25	213·75	— 1·111
43·312				
	45·280	168·75	11·25	+ 0·389
47·250				
	49·218	11·25	168·75	+ 0·389
51·187				
	53·155	213·75	326·25	— 1·111
55·125				
	57·093	56·25	123·75	+ 1·663
59·062				
	61·030	258·75	281·75	— 1·961
63				

Beginn einer neuen Periode.

Violett-Gelb, $\lambda_v : \lambda' : \lambda_{ge} = 5 : 5{\cdot}833 : 7.$

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Violett	des Gelb	
0				
	1·458	105°	75°	+ 1·932
2·916				
	4·374	315	225	— 1·414
5·833				
	7·290	165	15	+ 0·518
8·749				
	10·206	15	165	+ 0·518
11·665				
	13·123	225	315	— 1·414
14·581				
	16·039	75	105	+ 1·932
17·5				
	18·955	285	255	— 1·932
20·416				
	21·871	135	45	+ 1·414
23·332				
	24·790	345	195	— 0·518
26·248				
	27·706	195	345	— 0·518
29·164				
	30·622	45	135	+ 1·414
32·080				
	33·538	255	285	— 1·932
35				

Beginn einer neuen Periode.

Violett-Orange, $\lambda_v : \lambda' : \lambda_o = 2 : 2 \cdot 4 : 3$.

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Violett	des Orange	
0	0·6	108°	72°	+ 1·902
1·2	1·8	324	216	− 1·176
2·4	2·7	126	324	+ 0·221
3	3·3	234	36	— 0·221
3·6	4·2	36	324	+ 1·176
4·8	5·4	252	288	− 1·902
6		Beginn einer neuen Periode.		

Violett-Roth, $\lambda_v : \lambda' : \lambda_r = 8 : 9 \cdot 9 : 13$.

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Violett	des Roth	
0	2·475	111°438	68°562	+ 1·862
4·95	7·425	334·314	205·686	− 0·866
9·9	12·375	197·190	342·810	— 0·592
14·85	17·325	60·066	119·934	+ 1·732
19·8	22·275	282·942	257·058	− 1·949
24·75	27·225	145·818	34·182	+ 1·123
29·7	32·175	8·694	351·306	+ 0·301
34·65	37·125	231·570	308·430	− 1·567
39·6	42·075	94·446	85·554	+ 1·994
44·55	47·025	317·312	222·688	1·355
49·5	50·738	135·521	314·479	− 0·012
52	53·238	224·479	45·521	+ 0·012
54·475	56·950	42·688	137·312	+ 1·355
59·425	61·900	265·554	274·446	— 1·994
64·375	66·850	128·430	51·570	+ 1·567
69·325	71·800	351·306	188·694	− 0·301
74·275	76·750	214·182	325·818	— 1·123
79·225	81·700	77·058	102·942	+ 1·949
84·175	86·650	299·934	240·066	— 1·732
89·125	91·600	342·810	17·190	+ 0·592
94·075	96·550	25·686	334·314	+ 0·866
99·025	101·500	68·562	291·438	— 1·862
104		Beginn einer neuen Periode.		

2. Indigo.

Indigo-Blau, $\lambda_i : \lambda' : \lambda_b = 15 : 15 \cdot 48 : 16$.

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Indigo	des Blau	
0	3·87	92°9	87°1	+ 1·997
7·74	11·61	278·7	261·3	− 1·977
15·48	19·35	104·5	75·5	+ 1·936
23·22				

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Indigo	des Blau	
23·22				
	27·09	290°3	249°7	— 1·875
30·96				
	34·83	116·1	63·9	+ 1·796
38·70				
	42·57	301·9	238·1	— 1·699
46·44				
	50·31	127·7	52·3	+ 1·583
54·18				
	58·05	313·5	226·5	— 1·451
61·92				
	65·79	139·3	40·7	+ 1·303
69·66				
	73·53	325·1	214·9	— 1·142
77·40				
	81·27	151·9	28·1	+ 0·942
85·14				
	89·01	337·7	202·3	— 0·760
92·88				
	96·45	163·5	16·5	+ 0·568
100·62				
	104·19	349·3	190·7	— 0·370
108·36				
	111·93	175·1	4·9	+ 0·168
116·10				
	118·03	313·45	136·55	— 0·387
120				
	121·93	46·55	43·45	+ 0·387
123·87				
	127·74	184·9	355·1	— 0·168
131·61				
	135·48	10·7	169·3	+ 0·370
139·35				
	143·22	196·5	343·5	— 0·568
147·09				
	150·96	22·3	157·7	+ 0·760
154·83				
	158·70	208·1	331·9	— 0·942
162·57				
	166·44	34·9	145·1	+ 1·142
170·31				
	174·18	220·7	319·3	— 1·303
178·05				
	181·92	46·5	133·5	+ 1·451
185·79				
	189·66	232·3	307·7	— 1·583
193·53				
	197·40	58·1	121·9	+ 1·699
201·27				
	205·14	243·9	296·1	— 1·796
209·01				
	212·88	69·7	110·3	+ 1·875
216·75				
	220·62	255·5	284·5	— 1·936
224·49				
	228·36	81·3	98·7	+ 1·977
232·23				
240	236·10	267·1	272·9	— 1·997

Beginn einer neuen Periode.

Indigo-Grün, $\lambda_i : \lambda' : \lambda_{gr} = 5 : 5 \cdot 45 : 6$.

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Indigo	des Grün	
0				
	1·362	98°19	81°81	+ 1·979
2·725				
	4·087	294·57	145·43	— 1·818
5·450				
	6·812	138·95	49·05	+ 1·511
8·175				
	9·537	327·33	212·67	— 1·079
10·900				
	12·262	163·71	16·29	+ 0·562
13·625				
	14·306	311·00	139·00	— 0·098
15				
	15·681	49	41	+ 0·098
16·362				
	17·724	196·29	343·71	— 0·562
19·100				
	20·449	32·67	147·33	+ 1·079
21·825				
	23·174	229·05	310·95	- 1·511
24·550				
	25·899	65·43	114·57	+ 1·818
27·275				
30	28·624	261·81	279·19	— 1·979

Beginn einer neuen Periode.

Indigo-Gelb, $\lambda_i : \lambda' : \lambda_{ge} = 13 : 14 \cdot 7 : 17$.

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Indigo	des Gelb	
0	3·68	102°	78°	+ 1·956
7·35	11·03	306	234	— 1·618
14·70	18·38	150	30	+ 1·000
22·05	25·73	354	186	— 0·209
29·40	33·08	198	342	— 0 618
36·75	40·43	42	138	+ 1·338
44·10	47·78	246	294	— 1·827
51·45	55·13	90	90	+ 2·000
58·80	62·48	294	246	— 1·827
66·15	69·83	138	42	+ 1·338
73·50	77·18	342	198	— 0·618
80·85	84·53	186	354	— 0·209
88·20	91·88	30	150	+ 1·000
95·55	99·23	234	306	— 1·618
102·90	106·58	78	102	+ 1·956
110·50	114·18	282	258	— 1·956
117·85	121·53	126	54	+ 1·618
125·20	128·88	330	210	— 1·000
132·55	136·23	174	6	+ 0·209
139·90	143·58	18	162	+ 0·618
147·25	150·93	222	318	— 1·338
154·60	158·28	66	114	+ 1·827
161·95	165·63	270	270	— 2·000
169·30	173·02	114	66	+ 1·827
176·65	180·47	318	222	— 1·338
184·00	187·82	162	18	+ 0·618
191·35	195·27	6	174	+ 0·209
198 70	202·62	210	330	— 1·000
206·05	209·97	54	126	+ 1·618
213·40	217·31	258	282	— 1·956
221		Beginn einer neuen Periode.		

Indigo-Orange, $\lambda_i : \lambda' : \lambda_o = 13 : 15 \cdot 097 : 18$.

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Indigo	des Orange	
0	3·774	104°525	75°475	+ 1·936
7·548	11·322	313·575	126·425	— 1·451
15·097	18·870	162·625	17·375	+ 0·596
22·645	26·418	11·675	168·325	+ 0·404
30·194	33·966	220·725	319·275	— 1·303
37·742	41·514	69·775	110·225	+ 1·876
45·291	49 062	278·825	261·175	— 1·976
52·839	56·610	127 875	52·125	+ 1·583
60·388	64·158	336·925	203·075	— 0·782
67·936	71·706	185·975	354·025	— 0·209
75·485	79 259	35·025	144·975	+ 1·147
83·033				

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Indigo	des Orange	
83·033				
	86·807	144°075	295°925	— 1·798
90·582				
	94·355	93·125	86·875	+ 1·997
98·130				
	101·903	302·175	137·825	— 1·693
105·679				
	109·451	153·225	28·775	+ 0·962
113·227				
	115·114	308·013	141·987	— 0·172
117				
	118·887	51·987	218·013	+ 0·172
120·774				
	124·548	208·775	331·225	— 0·962
128·322				
	132·096	57·825	142·175	+ 1·693
135·870				
	139·644	93·125	86·875	— 1·997
143·418				
	147·192	115·925	64·075	+ 1·798
150·966				
	154·740	324·975	215·025	— 1·147
158·514				
	162·288	174·025	5·975	+ 0·209
166·062				
	169·836	23·075	176·925	+ 0·782
173·610				
	177·384	307·875	232·125	— 1·583
181·158				
	184·932	81·825	98·825	+ 1·976
188·706				
	192·480	249·775	290·225	— 1·876
196·254				
	200·028	40·725	139·275	+ 1·303
203·802				
	207·576	191·675	348·325	0·404
211·350				
	215·124	342·625	197·375	— 0·596
218·898				
	222·672	133·575	46·425	+ 1·451
226·446				
	230·220	284·524	155·475	— 1·936
234				

Beginn einer neuen Periode.

Indigo-Roth, $\lambda_i : \lambda' : \lambda_r = 2 : 2 \cdot 4 : 3$.

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Indigo	des Roth	
0				
	0·6	108°	72°	+ 1·902
1·2				
	1·8	324	216	— 1·176
2·4				
	2·7	126	324	+ 0·221
3				
	3·3	234	36	— 0·221
3·6				
	4·2	36	324	+ 1·176
4·8				
	5·4	252	288	— 1·902
6				

Beginn einer neuen Periode.

3. Blau.

Blau-Grün, $\lambda_b : \lambda' : \lambda_{gr} = 8 : 8 \cdot 47 : 9$.

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Blau	des Grün	
0				
	2·118	95°29	84°71	+ 1·991
4·235				
	6·353	285·87	254·13	— 1·924
8·470				
	10·588	116·43	63·57	+ 1·791
12·705				
	14·823	307·00	233·00	— 1·597
16·940				

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Blau	des Grün	
16·940	19·058	137°58	42°42	+ 1·349
21·175	23·293	328·16	211·84	— 1·155
25·410	27·528	158·74	21·26	+ 0·725
29·645	31·763	349·32	190·68	— 0·370
33·880	34·939	132·285	317·715	+ 0·068
36	37·059	227·715	42·285	— 0·068
38·118	40·236	10·68	19 32	+ 0·370
42·353	44·471	201·26	338·74	— 0·725
46·588	48·706	31·84	148·16	+ 1·155
50·823	52·941	222·42	317·58	— 1·349
55·058	57·176	53	127	+ 1·597
59·293	61·411	243·57	296·43	— 1·791
63·528	65·646	74·13	105·87	+ 1·924
67·763	69·881	264·71	275·29	— 1·991
72		Beginn einer neuen Periode.		

Blau-Gelb, $= \lambda_b : \lambda' : \lambda_{ge} = 4 : 4\cdot44 : 5.$

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Blau	des Gelb	
0	1·111	100°	80°	+ 1·970
2·222	3·333	300	240	— 1·732
4·444	5·555	140	40	+ 1·286
6·666	7·777	340	200	— 0·684
8·888	9·443	340	110	+ 0·597
10	10·555	200	20	— 0·597
11·111	12·222	20	160	+ 0·684
13·333	14·444	220	320	— 1·286
15·555	16·666	60	120	+ 1·732
17·777	18·888	260	280	— 1·970
20		Beginn einer neuen Periode.		

Blau-Orange, $\lambda_b : \lambda' : \lambda_o = 16 : 18\cdot162 : 21.$

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Blau	des Orange	
0	4·540	101°17	78°83	+ 1·962
9·081	13·621	303·51	236·49	— 1·678
18·162	22·702	145·95	34·05	+ 1·118
27·243	31·783	347·29	192·71	— 0·440
36·324	40·864	189·63	350·37	— 0·336
45·405	49·945	31·97	148·03	+ 1·060
54·486	59·026	234·31	305·69	— 1·625
63·567	68·107	76·65	103·35	+ 1·946
72·648				

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Blau	des Orange	
72·648	77·188	261°00	279°	— 1·975°
81·729	86·269	58·66	121·34	+ 1·708
90·810	95·350	215·43	324·57	— 1·159
99·891	104·431	346·91	193·09	— 0·453
108·972	113·512	170·75	9·25	+ 0·323
118·053	122·593	328·41	211·59	— 1·047
127·134	131·674	126·07	53·93	+ 1·618
136·215	140·755	283·73	256·27	— 1·943
145·296	149·836	81·39	98·61	+ 1·978
154·377	158·917	239·05	300·95	— 1·714
163·458	165·728	177·28	357·28	+ 0·952
168	170·270	182·71	2·71	— 0·952
172·540	177·080	59·05	120·95	+ 1·714
181·621	186·161	278·61	261·39	— 1·978
190·702	195·242	103·73	76·27	+ 1·943
199·783	204·323	306·07	233·93	— 1·618
208·864	213·404	148·41	31·59	+ 1·047
217·945	222·485	350·75	189·25	— 0·323
227·026	231·566	166·91	13·09	+ 0·453
236·107	240·647	35·43	144·57	+ 1·159
245·188	249·728	238·66	301·34	— 1·708
254·269	258·809	81	99	+ 1·975
263·350	267·890	256·65	283·35	— 1·946°
272·431	276·971	54·31	125·69	+ 1·625
281·512	286·052	211·97	328·03	— 1·060
290·593	295·133	9·63	170·37	+ 0·336
299·674	304·214	167·29	12·71	+ 0·440
308·755	313·295	325·95	214·05	— 1·118
317·836	322·376	143·51	56·49	+ 1·678
326·917	331·457	281·17	258·83	— 1·962
336		Beginn einer neuen Periode.		

Blau-Roth, $\lambda_b : \lambda' : \lambda_r = 16 : 18{\cdot}872 : 23$.

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Blau	des Roth	
0	4·718	106°15	73°85	+ 1·921
9·436	14·154	318·45	221·55	— 1·327
18·872	23·590	170·75	9·25	+ 0·304
28·308	33·026	23·05	156·95	+ 0·785
37·744	42·462	235·35	304·65	— 1·645
47·180	51·898	87·65	92·35	+ 1·998
56·616	61·334	299·95	240·05	— 1·733
66·052	70·770	152·25	27·75	+ 0·931
75·488	80·206	4·55	175·45	+ 0·160
84·924	89·642	216·85	323·15	— 1·199
94·360	99·078	69·15	110·85	+ 1·869
103·796	108·514	281·45	258·55	— 1·961
113·232				

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Blau	des Roth	
113·232	117·950	133°75	46°25	+ 1·449
122·668	127·386	346·05	193·95	— 0·482
132·104	136·822	198·35	341·65	— 0·629
141·540	146·258	50·65	129·35	+ 1·547
150·976	155·694	262·95	277·05	— 1·980
160·412	165·130	116·25	64·75	+ 1·809
169·848	174·566	327·55	212·45	— 1·074
179·284	181·543	127·225	322·775	+ 0·191
184	186·359	232·775	37·225	— 0·191
188·718	194·436	32·45	147·55	+ 1·074
198·154	203·872	252·75	296·25	— 1·809
207·590	213·308	97·05	82·95	+ 1·980
217·026	222·744	309·35	230·65	— 1·547
226·462	232·180	161·65	18·35	+ 0·629
235·898	241·616	13·95	166·05	+ 0·482
245·334	251·052	226·25	313·75	— 1·449
254·770	260·488	101·45	78·55	+ 1·961
264·206	269·924	290·85	249·15	— 1·869
273·642	279·360	143·15	36·85	+ 1·200
283·078	288·796	355·45	184·55	— 0·159
292·514	298·232	207·75	332·25	— 0·931
301·950	307·668	119·95	60·05	+ 1·733
311·386	317·104	272·35	267·65	— 1·998
320·822	326·540	124·65	55·35	+ 1·645
330·258	335·976	336·95	203·05	— 0·785
339·694	345·412	189·25	350·75	— 0·304
349·130	354·848	41·55	138·45	+ 1·327
358·566	364·284	253·85	286·15	— 1·921
368		Beginn einer neuen Periode.		

4. Grün.

Grün-Gelb, $\lambda_{gr} : \lambda' : \lambda_{ge} = 9 : 9{\cdot}474 : 10.$

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Grün	des Gelb	
0	2·368	94°737	85°263	+ 1·993
4·737	7·105	284·201	255·799	— 1·939
9·474	11·842	113·665	66·335	+ 1·832
14·211	16·579	303·129	236·871	— 1·675
18·948	21·316	132·593	47·407	+ 1·473
23·685	26·053	322·100	217·900	— 1·230
28·422	30·790	151·608	28·392	+ 0·950
33·159	35·527	341·072	198·928	— 0·648
37·896	40·264	170·536	9·464	+ 0·329
42·633	43·817	307·37	142·63	— 0·188
45	46·184	52·63	217·37	+ 0·188
47·368	49·736	189·464	350·536	— 0·329
52·105				

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Grün	des Gelb	
52·105				
56·842	54·473	18°928	161°072	+ 0·648
61·579	59·210	208·392	331·608	— 0·950
66·316	63·947	37 900	217·900	+ 1·230
71·053	68·684	227·407	312·593	— 1·473
75·790	73·421	56·871	123 129	+ 1·675
80·527	78·158	246·335	293·665	— 1·832
85·264	82·895	75·799	104·201	+ 1·939
90	87·632	265·263	274·737	— 1·993

Beginn einer neuen Periode.

Grün-Orange, $\lambda_{gr} : \lambda' : \lambda_o = 6 : 6 \cdot 462 : 7$.

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Grün	des Orange	
0				
3·231	1·615	96°923	83°077	+ 1·985
6·462	4·846	290·770	249·230	— 1·870
9·663	8·077	124·615	55·385	+ 1·745
12·924	11·308	328·461	221·539	— 1·327
16·155	14·539	152·307	27·693	+ 0·928
19·386	17·770	346·153	193·847	— 0·478
21	20·193	132·530	317·470	+ 0·061
22·615	21·807	227·470	42·530	— 0·061
25·846	24·230	13·843	166·153	+ 0·478
29·077	27·461	207·693	332·307	— 0·928
32·308	30·692	41·539	138·461	+ 1·327
35·539	33·923	235·385	304·615	— 1·745
38·770	37·154	69·230	110·770	+ 1·870
42	40·385	263·077	276·923	— 1·985

Beginn einer neuen Periode.

Grün-Roth, $\lambda_{gr} : \lambda' : \lambda_r = 18 : 20 \cdot 195 : 23$.

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Grün	des Roth	
0				
10·097	5·048	100°978	79°022	+ 1·963
20·194	15·145	302·934	237·066	— 1·678
30·291	25·242	144·890	35·110	+ 1·152
40·388	35·359	346·846	193·154	— 0·455
50·485	45·436	188·802	351·198	— 0·307
60·582	55·533	30·758	149·222	+ 1·023
70·679	65·630	232·714	307·286	— 1·591
80·776	75·727	74·670	105·330	+ 1·929
90·873	85·824	276·626	263·374	— 1·986*
100·970	95·921	118·582	61·418	+ 1·756

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Grün	des Roth	
100·970	106·018	320°538	219°462	— 1·311
111·067	116·115	162·494	17·506	+ 0·601
121·164	126·212	4·450	175·550	+ 0·154
131·261	136·309	206·406	333·594	— 0·889
141·358	146·406	48·362	131·638	+ 1·494
151·455	156·503	250·318	289·682	— 1·883
161·552	166·600	112·274	87·726	+ 1·998
171·649	176·697	294·230	245·770	— 1·823
181·746	186·794	136·186	43·814	+ 1·385
191·843	196·891	338·142	201·858	— 0·744
201·940	204·464	130·390	319·610	+ 0·115
207	209·524	229·610	40·390	— 0·115
212·048	217·096	21·858	158·142	+ 0·744
222·145	227·193	223·814	316·186	— 1·385
232·242	237·290	65·770	114·220	+ 1·823
242·339	247·387	272·274	267·726	— 1·998
252·436	257·484	109·682	70·318	+ 1·883
262·533	267·581	311·638	228·362	— 1·494
272·630	277·678	153·594	26·406	+ 0·889
282·727	287·775	355·550	184·450	— 0·154
292·824	297·872	197·506	342·494	— 0·601
302·921	307·969	39·462	140·538	+ 1·311
313·018	318·066	241·418	298·582	— 1·756
323·115	328·163	96·626	83·374	+ 1·986
333·212	338·260	285·330	254·670	— 1·929*
343·309	348·357	127·286	52·714	+ 1·591
353·406	358·454	329·242	210·758	— 1·023
363·503	368·551	171·198	8·802	+ 0·307
373 600	378·648	13·154	165·846	+ 0·455
383·697	388·745	215·110	324·890	— 1·152
393·794	398·842	57·066	122·934	+ 1·678
403·891	408·939	259·022	280·978	— 1·963
414				

Beginn einer neuen Periode.

5. Gelb.

Gelb-Orange, $\lambda_{ge} : \lambda' : \lambda_o = 14 : 14{\cdot}483 : 15.$

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Gelb	des Orange	
0	3·621	93°104	86°896	+ 1·997
7·241	10·862	279·312	260·688	— 1·974
14·483	18·103	105·520	74·480	+ 1·927
21·724	25·344	291·728	248·272	— 1·857
28·965	32·585	117·936	62·064	+ 1·767
36·206	39·826	304·144	235·856	— 1·655
43·449	47·067	130·352	49·648	+ 1·524
50·690	54·308	316·560	223·440	— 1·390
57·932				

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Gelb	des Orange	
57·932				
	61·549	142°768	37°232	+ 1·310
65·173				
	68·794	328·976	211·024	— 1·031
72·414				
	76·035	155·168	24·832	+ 0·840
79·655				
	83·276	341·376	198·624	— 0·740
86·898				
	90·517	167·584	12·416	+ 0·530
94·139				
	97·760	353·792	186·208	— 0·217
101·381				
	103·191	126·536	323·464	+ 0·207
105				
	106·810	233·464	36·536	— 0·207
108·620				
	112·241	6·208	173·792	+ 0·217
115·861				
	119·482	192·416	347·584	— 0·530
123·102				
	126·723	18·624	161·376	+ 0·740
130·343				
	133·964	204·832	335·168	— 0·840
137·584				
	141·205	31·024	148·976	+ 1·031
144·825				
	148·446	217·232	322·768	— 1·310
152 066				
	155·687	43·440	136·560	+ 1·390
159·307				
	162.928	229·648	310·352	— 1·524
166·548				
	170·169	55·856	124·144	+ 1·655
173·789				
	177·410	242·064	297·936	— 1·767
181·030				
	184·651	68·272	111·728	+ 1·857
188·271				
	191·892	254·480	285·520	— 1·927
195·512				
	199·133	80·688	99·312	+ 1·974
202·753				
	206·374	266·896	273·104	— 1·997
210				

Beginn einer neuen Periode.

Gelb-Roth, $\lambda_{ge} : \lambda' : \lambda_r = 7 : 7{\cdot}466 : 8$.

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Gelb	des Roth	
0				
	1·866	96°	84°	+ 1·989
3·733				
	5·599	288	252	— 1·902
7·466				
	9·332	120	60	+ 1·732
11·199				
	13·065	312	228	— 1·486
14·932				
	16·798	144	36	+ 1·175
18·665				
	20·531	336	204	— 0·913
22·398				
	24·264	168	12	+ 0·416
26·131				
	27·094	313°50'	136°10'	— 0·029
28				
	28·933	46°10'	43°50'	+ 0·029
29·866				
	31·732	192	348	— 0·416
33·599				
	35·465	24	156	+ 0·913
37·332				
	39·198	216	324	— 1·175
41·065				
	42·931	48	132	+ 1·486
44·798				
	46·661	240	300	— 1·732
48·531				
	50·397	72	108	+ 1·902
52·264				
	54·130	264	276	— 1·989
56				

Beginn einer neuen Periode.

6. Orange.

Orange-Roth, $\lambda_o : \lambda' : \lambda_r = 12 : 12{\cdot}48 : 13$.

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Orange	des Roth	
0	3·12	95°6	86°4	+ 1·996
6·24	9·36	280·8	259·2	— 1·965
12·48	15·60	108	7·2	+ 1·902
18·72	21·84	295·2	244·8	— 1·809
24·96	28·08	122·4	57·6	+ 1·689
31·20	34·32	309·6	230·4	— 1·541
37·44	40·56	136·8	43·2	+ 1·369
43·68	46·80	324	216	— 1·175
49·92	53·04	151·2	28·8	+ 0·963
56·62	59·28	338·4	201·6	— 0·736
62·40	65·52	165·6	14·4	+ 0·497
68·64	71·76	352·8	187·2	— 0·251
74·88	76·44	133·2	316·8	+ 0·036
78	79·56	226·8	43·2	— 0·036
81·12	84·24	7·2	172·8	+ 0·251
87·36	90·48	194·4	345·6	— 0·497
93·60	96·72	21·6	158·4	+ 0.735
99·84	102·96	208·8	331·2	— 0·963
106·08	109·20	36	144	+ 1·175
112·32	115·44	223·2	316·8	— 1·369
118·56	121·68	50·4	129·6	+ 1·541
124·80	127·92	237·6	302·4	- 1 688
131·04	134·16	64·8	115·2	+ 1·809
137·28	140·40	252	298	— 1·902
143·52	146·64	79·2	100·8	+ 1·964
149·76	152·88	266·4	273·6	— 1·996
156·00		Beginn einer neuen Periode.		

Die Discussion dieser Rechnungsdaten findet sich im fünften Abschnitte; hier soll nur angeführt werden was sich auf die Curven selbst bezieht ohne Rücksicht auf den Farbenton den sie repräsentiren.

Die Länge einer grossen Periode ist gleich dem Producte aus den einfachsten Verhältnisszahlen der Wellenlängen der einzelnen Componenten.

Die grosse Periode besteht aus 2 symmetrischen sowohl in der Richtung nach vorwärts, als auch in der nach aufwärts verkehrt gebauten Hälften.

Unter den Krümmungen der Resultirenden lassen sich 2 deutlich verschiedene Ausbiegungen unterscheiden: solche, die denen der Sinuslinie ähnlich sind (Violett-Indigo, Violett-Blau, — Indigo-Blau, Indigo-Grün, — Blau-Grün, Blau-Gelb, — Grün-Gelb, Grün-

Orange, — Gelb-Orange, Gelb-Roth, — Orange-Roth bestehen in jeder Hälfte der grossen Periode ganz aus diesen), und solche, die einer Sinuslinie von doppelter Wellenlänge mit eingebogener Mitte gleichen (Violett-Grün, Violett-Gelb, Violett-Roth — Indigo-Gelb, Indigo-Orange, Blau-Orange, Blau-Roth — Grün-Roth) und endlich aus solchen, wo die eine Hälfte wie die Sinuslinie gebaut ist, während die andere eine schlangenförmige Einbiegung trägt, wie dies überall in der Mitte derjenigen grossen Perioden sichtbar ist, die aus Componenten entstehen, bei denen die Summe der einfachsten Wellenlängenverhältnisszahlen ungerade Zahlen sind. Man sieht deutlich, dass aus den beiden letzten Ausbiegungen endlich eine neue Welle von längerer Schwingungsdauer entstehen muss. Vergleiche §. 5 und §. 6 des 5. Abschnittes.

Aus den Krümmungen der Resultirenden können die Längenverhältnisse ihrer Componenten gelesen werden. Es verhalten sich nämlich die Längen der beiden Componenten wie die Anzahl aller Scheitelpunkte der Resultirenden, zur Anzahl ihrer Hauptwellen. In den Tafeln sind, um dies verständlicher zu machen, die Hauptwellen mit a die untergeordneten Krümmungen mit b bezeichnet; man findet

$$\lambda_1 : \lambda_2 = S(a) : S(a) + S(b)$$

Grössere periodische Abschnitte innerhalb derselben Periode, wie sie beim Violett-Grün, Violett-Gelb, Indigo-Grün vorkommen sind im Texte durch Klammern, in der Zeichnung durch Sterne bezeichnet.

DRITTER ABSCHNITT.

Intensität.

Fraunhofer[68]) hat Messungen angestellt über die Intensität der einzelnen Partien des Sonnenspectrums; er bediente sich dazu eines Fernrohres dessen halbes Gesichtsfeld durch einen Spiegel gedeckt war, der unter 45° gegen die Instrumental-Axe geneigt stand und das Licht einer Lampe reflectirte, welche näher oder weiter gerückt werden konnte; während durch die andere Hälfte des Gesichtsfeldes derjenige Theil des Spectrums eintrat, dessen Intensität zu messen war. Es ist allerdings etwas Missliches um die Bestimmung der Lichtstärken verschiedener Farben auf diesem Wege; Fraunhofer suchte dadurch ein Mass für die Gleichheit der Intensitäten im Spiegel und Prisma zu gewinnen, dass er die Lampe so

lange verschob bis die scharfe Kante des Spiegels die beiden Lichtfelder möglichst wenig deutlich schied. Auf diese Weise wurden im Mittel aus 4 Beobachtungen folgende Intensitäten bestimmt:

Strahl.	Intensität.	Wellenlänge.
H	$= 0{\cdot}0056$	396·3
G	$= 0{\cdot}031$	429·6
F	$= 0{\cdot}17$	485·6
E	$= 0{\cdot}48$	526·5
Maximum zwischen E und D	$= 1{\cdot}$	570·7
D	$= 0{\cdot}64$	588·8
C	$= 0{\cdot}094$	655·6
B	$= 0{\cdot}032$	687·8

Diese Zahlen sind Ausdruck einer rein physiologischen Thatsache; um sie für theoretische Untersuchungen brauchbar zu machen, musste auf den Zusammenhang zurückgegangen werden, der der Theorie nach zwischen der Intensitäten der verschiedenen Farben statt findet.. Das Integrale, von dem angenommen wird, dass es dem, was Lichtintensität genannt wird, nahezu oder wirklich äquivalent sei, ist

$$\int_0^\tau \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 dt = 2\pi^2 \cdot \frac{a^2}{\tau}$$

und es werden sonach die Intensitäten der verschiedenen Farben des Spectrums durch die Proportion

$$i_h : i_g : i_f : i_e : i_{max} : i_d : i_c : i_b = \frac{a_h^2}{\tau_h} : \frac{a_g^2}{\tau_g} : \frac{a_f^2}{\tau_f} : \frac{a_e^2}{\tau_e} : \frac{a_{max}^2}{\tau_{max}} : \frac{a_d^2}{\tau_d} : \frac{a_c^2}{\tau_c} : \frac{a_b^2}{\tau_b}$$

oder (wenn man den ganzen zweiten Theil durch v dividirt) durch

$$i_h : i_g : i_f : i_e : i_{max} : i_d : i_c : i_b = = \frac{a_h^2}{\lambda_h} : \frac{a_g^2}{\lambda_g} : \frac{a_f^2}{\lambda_f} : \frac{a_e^2}{\lambda_e} : \frac{a_{max}^2}{\lambda_{max}} : \frac{a_d^2}{\lambda_d} : \frac{a_c^2}{\lambda_c} : \frac{a_b^2}{\lambda_b}$$

gegeben sein. Auf diese Weise dargestellt wird das graphische Bild der Intensitäten etwas anders auffallen als es Fraunhofer gegeben hat. Trägt man nämlich in einem rechtwinkeligen Coordinatensysteme die Wellenlängen auf die Abscissenaxe auf, errichtet in den betreffenden Punkten Ordinaten von der Länge der diesen Wellenlängen

entsprechenden Amplituden, so stellen die in den Endpunkten dieser Ordinaten errichteten Senkrechten die Intensitäten vor, deren Gesammtheit demnach einen Ausschnitt einer cylindrischen Oberfläche ausmacht, dessen Flächeninhalt die Intensität des weissen Lichtes ist. Denn man muss der Theorie gemäss die Intensitäten der einzelnen Componenten eines zusammengesetzton Strahles, sobald dieselben von verschiedener Wellenlänge sind, addiren um die Intensität des Gesammtstrahles zu erhalten. Sind nämlich

$$a_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau_1} - c_1\right)$$

$$a_2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau_2} - c_2\right)$$

$$a_n \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau_n} - c_n\right)$$

die einzelnen Componenten (wo der Anfangspunkt der Coord. immer so gewählt und die Einheit der Längen so angenommen werden kann, dass $c_1, c_2 \ldots c_n$ ganze Zahlen sind), so ist nach dem Principe der Coexistenz der kleinsten Bewegungen oder hier eigentlich nach dem Satze der Wirkung paralleler Kräfte

$$Y = a_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau_1} - c_1\right) + a_2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau_n} - c_n\right) + \ldots$$
$$+ a_n \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau_n} - c_n\right)$$

der Schwingungszustand des neuen Strahles, und seine Intensität

$$\int_0^{v^{n-1}\tau_1\tau_2\tau_3\ldots\tau_n} \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 dt = 4\pi^2 \int_0^{v^{n-1}\tau_1\tau_2\tau_3\ldots\tau_n} \left[\frac{a_1^2}{\tau_1^2} \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{\tau_1} - c_1\right) + \frac{a_2^2}{\tau_2^2} \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{\tau_2} - c_1\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{a_n^2}{\tau_n^2} \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{\tau_n} - c_n\right)\right] dt$$

oder da hier wieder

$$\sin 2\pi\, c = 0$$
$$\cos 2\pi\, c = 1$$

die Gesammtintensität

$$J = 4\pi_2 \int_0^{v^{n-1}\tau_1\tau_2\tau_3\ldots\tau_n} \left[\frac{a_1^2}{\tau_1^2} \cos^2 2\pi \frac{t}{\tau_1} + \frac{a_2^2}{\tau_2^2} \cos^2 2\pi \frac{t}{\tau_2} \ldots + \frac{a_n^2}{\tau_n^2} \cos^2 2\pi \frac{t}{\tau_n}\right] dt$$

woraus folgt, wenn wir

$$2\pi \frac{t}{\tau} = \psi$$

setzen

$$J = 2\pi^2 \Big[\int_o^{2\pi \lambda_2 \lambda_3 \ldots \lambda_n} \frac{a_1^2}{\tau_1} \cos^2 \psi_1 \, d\psi_1 + \int_o^{2\pi \lambda_1 \lambda_3 \ldots \lambda_n} \frac{a_2^2}{\tau_2} \cos^2 \psi_2 \, d\psi_2 + \ldots$$
$$+ \int_o^{2\pi \lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_{n-1}} \frac{a_n^2}{\tau_n} \cos^2 \psi_n \, d\psi_n \Big]$$

d. i.

$$J = 2\pi^2 \Big[\frac{a_1^2}{\tau_1} \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 \ldots \lambda_n + \frac{a_2^2}{\tau_2} \lambda_1 \lambda_3 \lambda_4 \ldots \lambda_n \ldots + \frac{a_n^2}{\tau_n} \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \ldots \lambda_{n-1} \Big]$$

das heisst, auf der Strecke einer grossen Periode, deren Länge hier gleich ist dem Producte sämmtlicher Wellenlängen (oder dem kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen derselben) entwickelt sich in dem resultirenden Strahle genau so viel Intensität als die Summe der Intensitäten der einzelnen Strahlen auf diesen Strecken beträgt; und auf eine beliebige Einheit der Bahn bezogen, leitet man hieraus das allgemeine Gesetz ab:

Die Intensität eines aus verschiedenen Farben bestehenden weissen oder farbigen Strahles ist gleich der Summe der Intensitäten der einzelnen Strahlen. Es ist daher naturgemäss (insoweit das Princip der lebendigen Kräfte hier naturgemäss ist[69]), die Intensität des weissen Sonnenlichtes der Summe der Intensitäten der prismatischen Farbe gleich zu setzen.

Um nach den oben entwickelten Sätzen die Amplitude an den einzelnen Theilen des Spectrums zu ermitteln, setzen wir die Amplitude des leuchtendsten Theiles im Gelb der Einheit gleich und haben dann für irgend eine Wellenlänge λ_n die Amplitude

$$a_n = \frac{i_n \cdot \lambda_n}{570}$$

wo i_n die zugehörige Intensität aus der Fraunhofer'chen Tafel ist; d. i.

$$lg\, a_n = lg\, i_n + lg\, \lambda_n - lg\, 570$$

woraus folgende Tafel berechnet wurde.

I. Tafel der Amplituden der den Frauenhofer'schen Linien entsprechenden Farben.

Strahlen	Wellenlänge	Intensität	Amplituden	Quadrat der Amplituden
H	396·3	0·0056	0·0624	0·0039
G	429·6	0·031	0·1528	0·0234
F	485·6	0·17	0·3811	0·1448
E	526·5	0·48	0·6658	0·4434
Maximum	570	1	1	1
D	588·8	0·64	0·8131	0·6612
C	655·6	0·094	0·3288	0·1081
B	687·8	0·032	0·1965	0·0386

Nach dieser Tafel kann man näherungsweise die Curve bestimmen, welche die Amplituden der verschiedenen Wellenlänge in der Ebene der XY begrenzen: da diese Gleichung aber nur zur Integration der Intensität des ganzen Spectrums dienen soll und diese Integration ebenso gut stückweise als im Ganzen ausgeführt werden kann, so wird man die Arbeit immerhin dadurch vereinfachen dürfen, dass man nur durch je 3 Punkte einen Curvenzweig legt. Nach der Methode der unbestimmten Coëfficienten hat man dann zwischen Wellenlänge und Amplitude die Gleichung

$$y = A + Bx + Cx^2$$

und es sind die Constanten zu bestimmen, wenn man für x und y die entsprechenden Wellenlängen und Amplituden substituirt; da man aber die Curve so verschieben kann, dass der Anfangspunkt derselben mit dem Anfangspunkte der Coordinate zusammenfällt, so hat man, unter

$$\begin{aligned} x_1 &= \lambda_1 & y_1 &= a_1 \\ x_2 &= \lambda_2 & y_2 &= a_2 \\ x_3 &= \lambda_3 & y_3 &= a_3 \end{aligned}$$

die ursprünglichen Coordinaten verstanden, das neue System von Coordinaten

$$\begin{aligned} x_1 &= \lambda_1 - \lambda_1 = o & y_1 &= a_1 - a_1 = o \\ x_2 &= \lambda_2 - \lambda_1 = \lambda' & y_2 &= a_2 - a_1 = a' \\ x_3 &= \lambda_3 - \lambda_1 = \lambda'' & y_3 &= a_3 - a_1 = a'' \end{aligned}$$

woraus dann folgende Bestimmungsgleichungen erhalten werden,

$$\begin{aligned} o &= A + B.o + C.o \\ a' &= A + B\lambda' + C\lambda'^2 \\ a'' &= A + B\lambda'' + C\lambda''^2 \end{aligned}$$

aus welchen sich ergibt

$$A = o$$

$$B = \frac{a'\lambda''^2 - a''\lambda'^2}{\lambda'\lambda''^2 - \lambda''\lambda'^2}$$

$$C = \frac{a'\lambda'' - a''\lambda'}{\lambda'^2\lambda'' - \lambda''^2\lambda'}$$

was in die obige allgemeine Gleichung substituirt

$$y = \frac{a'\lambda''^2 - a''\lambda'^2}{\lambda'\lambda''^2 - \lambda''\lambda'^2}x - \frac{a'\lambda'' - a''\lambda'}{\lambda'\lambda''^2 - \lambda''\lambda'^2}x^2$$

als Näherungsgleichung der Curve gibt, die durch die 3 Punkte $(\lambda_1\ a_1)$, $(\lambda_2\ a_2)$, $(\lambda_3\ a_3)$ gelegt werden soll. Auf diese Weise sind die Constante in den folgenden Gleichungen bestimmt

Curve $HGF \equiv y = 0{\cdot}0022\,x + 0{\cdot}000015\,x^2$

„ $FEm \equiv y = 0{\cdot}0061\,x + 0{\cdot}000014\,x^2$

„ $mDC \equiv y = -0{\cdot}0105\,x + 0{\cdot}000030\,x^2$

„ $DCB \equiv y = -0{\cdot}0094\,x + 0{\cdot}000032\,x^2$

Mit Hilfe dieser Interpolationsgleichungen ist die folgende Tafel gerechnet, welche die Intensitäten und Amplituden für verschiedene im folgenden wichtige Punkte des Spectrums angibt.

II. Tafel der Amplituden und Intensitäten.

Strahlen	Wellenlänge	Amplituden	Quadrate der Amplituden	Intensität
Äusserstes Violet . .	379·8	0·030	0·0009	0·0014
H	396·3	0·062	0·0039	0·0056
Mittleres Violet . . .	400·0	0·070	0·0050	0·0071
Violet-Indigo . . .	420·1	0·123	0·0152	0·0207
G	429·6	0·152	0·0234	0·0307
Mittleres Indigo . . .	433·0	0·163	0·0266	0·0350
Indigo-Blau	446·2	0·209	0·0438	0·0559
Mittleres Blau . . .	460·0	0·263	0·0693	0·0858
F	485·6	0·381	0·1488	0·1748
Blau-Grün	486·4	0·486	0·2361	0·2788
Mittleres Grün . . .	512·0	0·552	0·3044	0·3390
E	526·5	0·665	0·4434	0·4800
Grün-Gelb	537·7	0·737	0·5431	0·5754
Mittleres Gelb . . .	563·0	0·937	0·8779	0·8888
Maximum	570·0	1·000	1·0000	1·0000
Gelb-Orange	588·6	0·813	0·6612	0·6513
Mittleres Orange . .	605·0	0·668	0·4464	0·4205
Orange-Roth	622·0	0·535	0·2863	0·2624
C	655·6	0·320	0·1081	0·0939
B	687·8	0·196	0·0386	0·0320
Äusserstes Roth . . .	688·1			

Die Gesammtheit der Lichtintensität, sowohl weisser als farbiger Lichter wird daher dargestellt durch eine krumme Fläche, deren Gleichung

$$z = 2\pi^2 \frac{y^2}{x}$$

ist, wo die Abscisse die Wellenlänge, die Ordinate die Amplitude, die dritte Coordinate die Intensität darstellt. Ist das Licht homogen, d. i. wird in der Gleichung x constant, so ist die Intensität dem Quadrate der Amplitude proportional; nimmt man aber blos Strahlen gleicher Amplitude aber von verschiedenenen Farben, so sind die zugehörigen Intensitäten den reciproken Werthen der Wellenlänge proportionirt. Es wäre daher falsch, wenn man annehmen wollte, dass der Berechnung des zweiten Abschnittes Strahlen gleicher Intensität zu Grunde gelegt wurden; die Intensitäten derselben verhalten sich vielmehr wie

$$i_v : i_i : i_b : i_{gr} : i_{ge} : i_o : i_r = 250 : 231 : 217 : 195 : 177 : 165 : 153$$

was bereits zum Theil über die Abweichung der berechneten Farbennuancen von den beobachteten Aufschluss gibt, ohne jedoch zur Erklärung derselben noch auszureichen.

Um die Intensität des weissen oder irgend eines durch Mischung homogener Strahlen entstandenen gefärbten Lichtes im Verhältniss zur Intensität eines Bestandtheiles des Spectrums zu erfahren, wird man diejenige Oberfläche aufsuchen müssen, welche durch die Intensität der einzelnen Strahlen gebildet wird. Die componirenden Strahlen können im Allgemeinen von der verschiedensten Intensität sein; für die Rechnung muss nur vorausgesetzt werden, dass das Verhältniss der Wellenlängen zu den Amplituden oder zu den Intensitäten der einzelnen homogenen Bestandtheile der Mischung durch die Erfahrung gegeben sei. Bei absorbirenden Mitteln ist ausserdem noch das Gesetz zu erforschen, nach welchem die Amplituden der durchgelassenen Strahlen verschiedener Wellenlänge bei zunehmender Dicke der Substanz abnehmen; es wird daher allgemein

$$y = f(x, d)$$

sein, was für die Intensität die Gleichung

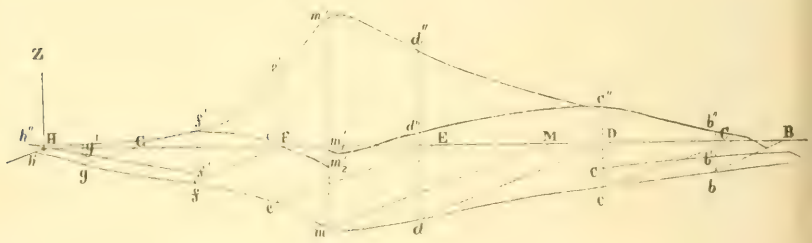
$$z = 2\pi^2 \frac{[f(x, d)]^2}{x} = \pi^2 \cdot \frac{[\varphi(x, d)]^2 y^2}{x}$$

gibt, wenn d die Dicke der Substanz, $\varphi(x, d)$ den Absorptions-Coëfficienten darstellt. Die Intensität des ganzen Gemenges ist dann

$$J = \int z \, ds$$

wo $ds = dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$. Die Grenzen werden bestimmt nach den Wellenlängen, für welche das Licht noch durchgelassen wird. Wollen wir die Lichtstärke des Sonnenlichtes aus den Fraunhofer'schen Messungen berechnen (eigentlich die Stärke desjenigen Theiles des Sonnenlichtes, der nach der Absorption durch ein reines Flintglasprisma übrig blieb; denn verlässt der Strahl eine Flintglasplatte ungefärbt, so wird er doch geschwächt, und zwar mehr als es durch die blosse Berechnung und Reflexion erklärt werden kann; wie es überhaupt strenge genommen, kein nicht absorbirendes Mittel geben kann, es sei denn der blos äthererfüllte Himmelsraum) so werden wir uns der obigen Interpolations-Gleichungen bedienen um die Integration möglichst zu vereinfachen. Die Intensität des gesammten Spectrums besteht dann aus folgenden Theilen

$$h'' \, h \, f \, f^1 = i_h \int_0^{\lambda_f - \lambda_h} \sqrt{1 + (B_1 + 2\,C_1\,x)^2}\, dx$$



$$+ h'' \, f' \, f'' = 2\pi^2 \int_0^{\lambda_g - \lambda_h} \frac{(B_1 x + C_1 x^2)^2}{x} \sqrt{1 + (B_1 + 2\,C_1\,x)^2}\, dx$$

$$+ f \, f'' \, mm' = i_f \int_0^{\lambda_m - \lambda_f} \sqrt{1 + (B_2 + 2\,C_2\,x)^2}\, dx$$

$$+ f'' \, m' \, m'' = 2\pi^2 \int_0^{\lambda_m - \lambda_f} \frac{(B_2 x + C_2 x^2)^2}{x} \sqrt{1 + (B_2 + 2\,C_2\,x)^2}\, dx$$

$$+ m\,m'\,cc'' = i_c \int_0^{\lambda_c - \lambda_m} \sqrt{1 + (B_3 + 2\,C_3\,x)^2}\,dx$$

$$+ m''\,m'\,c'' = 2\pi^2 \int_0^{\lambda_c - \lambda_m} \frac{(B_3\,x + C_3\,x^2)^2}{x} \sqrt{1 + (B_3 + 2\,C_3\,x)^2}\,dx$$

$$+ c'c\,a''a = i_a \int_0^{\lambda_a - \lambda_c} \sqrt{1 + (B_4 + 2\,C_4\,x)^2}\,dx$$

$$+ c''c'a'' = 2\pi^2 \int_0^{\lambda_a - \lambda_c} \frac{(B_4 x + C_4\,x^2)^2}{x} \sqrt{1 + (B_4 + 2\,C_4\,x)^2}\,dx$$

Die Rechnung wird bedeutend vereinfacht, wenn man bedenkt, dass die Coëfficienten C durchaus so klein sind, dass die Quadrate derselben ohne weiteres bei dem geringen Grade der Genauigkeit der durch die schwankenden Fraunhofer'schen Messungen der ganzen Berechnung zu Grunde liegt, vernachlässigt werden können. Man hat alsdann

$$\sqrt{1 + (B + 2\,Cx)^2} = \sqrt{1 + B^2} + \sqrt{\frac{2\,B\,C}{1 + B^2}}\,x$$

und

$$\frac{(Bx + Cx^2)^2}{x} = B\,x + 2\,B\,Cx^2$$

folglich

$$hh''\,f'\,f'' = \int_0^{\lambda_f - \lambda_h} \Big[i_h \sqrt{1 + B_1^2}\,dx + 2\,i_h \frac{B_1\,C_1\,x}{\sqrt{1 + B_1^2}}\,dx$$

$$+ 2\pi^2\,B\sqrt{1 + B^2} + 4\pi^2\,B_1\,C_1 \left(\frac{B_1}{\sqrt{1 + B_1^2}} + \sqrt{1 + B^2} \right) x^2 dx \Big]$$

d. i.

$$hh''\,f'\,f'' = i_h\,(\lambda_f - \lambda_h) \sqrt{1 + B_1^2} + \left(\frac{i_h\,B_1\,C_1}{\sqrt{1 + B^2}} + \pi^2\,B_1 \sqrt{1 + B_1^2} \right) (\lambda_f - \lambda_h)^2 + \frac{4\pi^2}{3} \left[\frac{B_1^2 C_1}{\sqrt{1 + B_1^2}} + B_1 \left(\sqrt{1 + B_1^2} \right) \right] (\lambda_f - \lambda_h)^3$$

und die Intensität des Gesammtspectrums:

$$J = i_h(\lambda_f - \lambda_h)\sqrt{1+B_1^2} + B_1 \frac{C_1 i_h + \pi^2(1+B_1^2)}{\sqrt{1+B_1^2}}(\lambda_f-\lambda_h)^2 + \frac{4}{3}\pi^2 B_1 C_1 \frac{1+B_1+B_1^2}{\sqrt{1+B_1^2}}(\lambda_f-\lambda_h)^3$$

$$+ i_f(\lambda_m-\lambda_f)\sqrt{1+B_2^2} + B_2 \frac{C_2 i_f + \pi^2(1+B_2^2)}{\sqrt{1+B_2^2}}(\lambda_m-\lambda_f)^2 + \frac{4}{3}\pi^2 B_2 C_2 \frac{1+B_2+B_2^2}{\sqrt{1+B_2^2}}(\lambda_m-\lambda_f)^3$$

$$+ i_c(\lambda_c-\lambda_m)\sqrt{1+B_3^2} + B_3 \frac{C_3 i_c + \pi^2(1+B_3^2)}{\sqrt{1+B_3^2}}(\lambda_c-\lambda_m)^2 + \frac{4\pi^2}{3} B_3 C_3 \frac{1+B_3+B_3^2}{\sqrt{1+B_3^2}}(\lambda_c-\lambda_m)^2$$

$$+ i_a(\lambda_a-\lambda_c)\sqrt{1+B_4^2} + B_4 \frac{C_4 i_a + \pi^2(1+B_4^2)}{\sqrt{1+B_4^2}}(\lambda_a-\lambda_c)^2 + \frac{4\pi^2}{3} B_4 C_4 \frac{1+B_4+B_4^2}{\sqrt{1+B_4^2}}(\lambda_a-\lambda_c)^2$$

dass auf ähnliche Weise die Lichtmenge berechnet werden kann, welcher ein absorbirender Körper durchlässt, sobald die Constanten der Gleichung durch die Erfahrung bestimmt sind, leuchtet ein. Ich werde auf diesen Gegenstand an einem anderen Orte wieder zurückkommen, und gehe nun über zur Untersuchung der aus dem Zusammenfallen zweier homogener Strahlen verschiedener Farben und Amplituden entstehenden resultirenden Bewegung des Lichtäthers.

Anmerkungen.

[1]) Über die Farbenkenntnisse der Alten, vergl. Wilde, über die Optik der Griechen, Berlin 1832; Wilde, Geschichte der Optik, zweiter Theil. Berlin 1843, S. 173 ff. — Meister, de optica veterum pictorum, sculptorum, architectorum etc. in den nov. comm. Gött. v. V, pag. 141, VI, pag. 129. Aristoteles, über die Farben, erläutert durch eine Übersicht der Farbenlehre der Alten v. Dr. C. Prantl. München 1849. — Die Stellen aus den Autoren finden sich gesammelt in Schneider Eclogae physicae. Jena 1801.

[2]) Gilb. Ann. LII, pag. 1 ff.

[3]) Ausser Plinius (historia naturalis, lib. XXXIII, XXXIV, XXXV) noch Dioscorides „Περὶ ὕλης ἰατρικῆς" und besonders Vitruvius „de architectura" lib. VII. Über die Farbennamen der Alten s. unter den älteren Autoren: Antonii Thylesii libellus de coloribus von Gessner in Basel 1545 herausgegeben und in J. Gronovii thesaurus antiquitatum Graecarum. Lugd. Batav. 1701, der die Ableitung der Namen zum Theil nicht ohne Geschick versucht; Scaliger in der Streitschrift gegen Cardanus „de

Subtilitate"; unter den Neueren Goethe im II. Thl. der Farbenlehre; ferner Prantl a. a. O.

[4]) Aristoteles, de coloribus, in Prantl a. a. O.: Τὰ δ' ἄλλα ἐκ τούτων τῇ κράσει καὶ τῷ μᾶλλον καὶ ἧττον γιγνόμενα πολλὰς καὶ ποικίλας ποιεῖ χρωμάτων φαντασίας. κατὰ μὲν τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον, ὥσπερ τὸ φοινικοῦν καὶ τὸ ἁλουργές, κατὰ δὲ μὴν κρᾶσιν ὥσπερ τὸ λευκὸν καὶ τὸ μέλαν, ὅταν μιχθέντα φαιοῦ ποιήσῃ φαντασίαν. διὸ τὸ μέλαν καὶ σκιερὸν τῷ φωτὶ μιγνύμενον φοινικοῦν; τὸ γὰρ μέλαν μιγνυμενον τῷ τοῦ ἡλίου καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ πυρὸς φωτὶ θεωροῦμεν ἀεὶ γιγνόμενον φοινικοῦν, καὶ τὰ μέλανα πυρωθέντα παντα εἰς χρῶμα μεταβάλλοντα φοινικοῦν· αἵ δὲ γαρ καπνώδεις φλόγες καὶ οἱ ἄνθρακες, ὅταν ὦσι διακεκαυμένοι, φαννονται χρῶμα ἔχοντες φοινικοῦν· τὸ δ' ἁλουργὲς εὐανθὲς μὲν γίνεται καὶ λαμπρον, ὅταν τῷ μετρίῳ λευκῷ καὶ σκιερῷ κραθῶσιν ἀσθενεις καὶ του ἡλίου αὐγαί, διὸ καὶ περὶ ἀνατολὰς καὶ δύσεις ὁ ἀὴρ πορφυρειδὴς ἔστω ὅτε φάινεται, περὶ ανατολὴν καὶ δύσιν ὄντος τοῦ ἡλίου· ἀσθενεὶς γὰρ οὖσαι τότε μάλιστα πρὸς σκιερὸν ὄντα τὸν ἀέρα προσβάλλουσιν. φαίνεται δὲ καὶ ἡ θάλαττα πορφυρειδὴς, ὅταν τὰ κύματα μετεωριζόμα κατὰ τὴν ἔκλισιν σκιασθῇ· πρὸς γὰρ τον ταυτης κλισμὸν ἀσθενεὶς καὶ του ἡλίου αὐγαι προσβάλλουσαι ποιουσι φαίνεσθαι τὸ χρῶμα ἁλουργές. ὃ καὶ ἐπὶ τῶν πτερωμάτων θεωρεῖται γιγνόμενον· ἐντεινόμενα γὰρ πως πρὸς τὸ φῶς ἁλουργὲς ἔχει το χρωμα ἐλάττονος δὲ τοῦ φῶτός προσβάλλοντος ζωφερόν, ὃ καλοῦσιν ὄρφνιον· πολὺ δὲ καὶ τῳ πρώτῳ μελανι κραθὲν φοινικοῦν κ. τ. λ. Περι χρῶματον, 2. Diese Erklärungsweisen scheinen so überzeugend gewesen zu sein, dass selbst Goethe die Unnatur der neueren tadelt, die das einfache Phänomen über der Erwägung eines höchst complicirten zu verstehen ausser Stande sind. Farbenlehre 1, 11.

[5]) Trattato della pittura, 1651, von du Frêne, bei dem Buchhändler Langlois herausgegeben (Leonardo da Vinci starb 1519). Das Originalmanuscript wurde von einem Mailänder Maler in Florenz Vassari, gezeigt, mit dem Versprechen, es drucken zu lassen; doch dies unterblieb. 1640 fanden zwei Franzosen bei Pozzo in Rom ein Manuscript mit Zeichnungen von Poussin's Hand, der oft gestand, all sein Wissen in der Malerei den Schriften da Vinci's zu verdanken. Einer dieser Franzosen brachte das Manuscript nach Paris, wo es von du Frêne mit einem zweiten Manuscripte collationirt und mit den Poussin'schen Zeichnungen, die zum Theil nur skizzirt waren und von Erhard für diese Ausgabe vollendet wurden, 1651 herausgegeben wurde. Gleichzeitig erschien von Chambray eine französische Übersetzung in Folio; verbessert und in bequemerem Formate erschien 1716 eine Übersetzung von Charmois, die der Kupferstecher Giffaret herausgab. — Ins Deutsche übersetzte sie Böhm, von dem unter dem Titel „des vortrefflichen Malers Lionardo da Vinci höchst nützlicher Tractat von der Malerei, aus dem Italienischen und Französischen ins Deutsche übersetzt von J. G. Böhm, Nürnberg 1724" eine getreue, aber vom Original abweichend geordnete Bearbeitung erschien, welche den Stoff in 10 Bücher vertheilt, deren Überschriften ich hier mittheile, da sie von der Reichhaltigkeit des Tractates Zeugniss geben:

1. Von der Zeichnung.
2. Von den Proportionen.
3. Von der Anatomie.
4. Von dem Gleichgewicht. (Stabilität bewegter und ruhender Gestalten u. s. f.)
5. Licht und Schatten.
6. Von der Reflexion. (Geometrische Sätze, farbige Beleuchtung etc.)
7. Von der Perspective. (Luftperspective ebenfalls behandelt; Blau des Himmels etc.)
8. Vom Malen, den Farben und ihrem Grunde.
9. Historische Gemälde.
10. Vermischtes.

Ins Spanische wurde sie durch Ant. Rejon de Silva übersetzt, der sie sammt einer Abh. von Alberti, unter dem Titel: El tratado de la pintura por Leonardo da Vinci

y los tres libros que sobre el mismo arte escritio Leon Baptista Alberti, traducidas è illustrados con algunas notas por D. Ant. Rejon de Silva. Madrid 1784, 4, herausgegeben. Es scheint dieses Werk weit weniger gekannt zu sein als es seines interessanten Inhaltes wegen verdient; ausser Lambert, der es in seiner Beschreibung der mit Eleodorischem Wachse ausgemalten Farbenpyramiden, Berlin 1772, S. 17 ff. bespricht, hat es meines Wissens Niemand in der Geschichte der Optik erwähnt. Priestley, Gesch. d. Optik enthält in der Klügl'schen Übersetzung das Citat Lambert's; ebenso Gehler und Wilde. Göthe hat es gewiss nicht gekannt, sonst hätte er einerseits Kircher's ars magna lucis et umbrae 1646 nicht so unbedingt als das erste brauchbare Werk über Farbenlehre gepriesen, da dasselbe eigentlich nur eine Bearbeitung ins Breite und Tiefe der da Vinci'schen Abhandlung ist, andererseits hätte er nicht Ursache gehabt, die Geschichte der Farbenlehre im sechzehnten Jahrhunderte mit den bedauernden Worten zu schliessen: Hätte Jemand zu Ende des XVI. Jahrhunderts sich in die Werkstätten der Färber und Maler begeben und nur Alles redlich und consequent aufgezeichnet, was er dort gefunden, so hätten wir einen weit vollständigeren und methodischeren Beitrag zur Geschichte der Farbenlehre als es uns durch Bearbeitung tausend Baconischer Fragen nicht hätte werden können. Auch hätte er nicht am Schlusse der Besprechung des Kircher'schen Werkes dem Poussin das Buch dieses Autors in die Hand gegeben, er sagt nämlich:

„Es ist für uns von nicht geringer Bedeutung, wenn wir erfahren, dass bildende Künstler diejenige Lehre, die wir zu verbreiten suchen, gleichfalls anerkannt und in ihren Nutzen zu verwenden gewusst haben. Wir besitzen ein Bildniss von Nicolaus Poussin, nach seinem Ableben gestochen von A. Clouet; er hält ein Buch im Arm, auf dessen Rücken oder Schnitt geschrieben steht: de luc. et umbr., dies kann kein anderes sein als Kircher's Werk, welches 1646 herauskam."

„Poussin lebte 1591—1672; wie werth muss ihm, einem gebornen und höchst gebildeten Künstler, ein solches Buch im 50. Jahre gewesen sein! Wahrscheinlich hatte er mit dem Verfasser bereits früher ein persönliches Verhältniss und diese Lehre so lieb gewonnen, dass er sie hier an die Brust drückt. Beide hatten in Rom lange Jahre neben einander und wahrscheinlich mit einander zugebracht." Farbenlehre, II. Th.

[6]) Cap CXV: ogni colore è più bello nella sua parte alluminata che nell' ombrosa, e questo nasce, che il lume vivifica e dà vera notitia della qualità de' colori e l'ombra ammorza ed obscura la medesima bellezza et impedisce la notitia d'esso colore. E se per il contrario il nero è più bello nell' ombre, che ne i lumi, si rispondo ch' il nero non è colore, pag. 31 (der Folio-Ausgabe von 1651).

[7]) Il bianco è più ricettivo di qualunque colore che nissun' altra superficie (es ist im ganzen Werke sehr oft für Körperfarbe die Oberfläche genannt) di qualunque corpo che non è specchiato. Provasi, dicendo che ogni corpo vacuo è capace di ricevere quello che non possono ricevere li corpi che non sono vacui, diremo per questo che il bianco è vacuo, o vuoi dir privodi qualunque colore e essendo egli alluminato del colore di qualunque luminoso, partecipa più d'esso luminoso, che non sarebbe, il nero, il quale è simile ad un vaso rotto, che è privo d'ogni capacità a qualunque cosa. Cap. CXXIII, pag. 33.

[8]) Cap. CLV. Il bianco non è colore, ma è in una potenza ricettiva d'ogni colore, pag. 40.

[9]) Wenn Plinius schon lib. XXXIII von der grossen Geschicklichkeit der älteren Maler rühmt, dass sie im Stande waren aus wenigen Grundfarben weit mehr Nuancen zu mischen als die Maler seiner Zeit im Besitze so viel vollkommener Mittel, so darf man erstens die Zahl jener Grundfarben (4) nicht ganz wörtlich nehmen, denn er liebt es die schönen und besseren Tage der Vergangenheit auf Kosten seiner Zeit zu preisen

und nimmt es dabei mit Zahlen nie besonders genau; dann aber spricht er nirgends einen klaren Begriff einer einfachen Farbe aus, so dass da Vinci's Priorität hierin unbestritten bleiben muss.

[10]) Cap. LXXI. Ancora che la mistione de' colori l'un con l'altro si stenda verso l'infinito, non resterò per questo che io non ne facci un poco di discorso. Ponendo primo alquanti colori semplici, con ciascun di quelli mescolerò ciascuno de gl' altri a uno ad uno, e poi a due a due, e a tre a tre, e così seguitando per fino all' intero numero di tutti li colori: poi si comincierò a mescolare li colori a due con due, e a tre con tre, e poi a quattro, così seguitando sino al fine sopra essi due colori semplici sene metterà tre, e con essi tre accompagnerò altri tre, e poi sei, e poi seguiterò tal mistione in tutte le proportioni. Colori semplici dorrando quelli che non sono composti, ne si possono comporre per via di mistione d'altri colori. Nero bianco: benchè questi non sono messi frà colori, perchè l'uno è tenebre, l'altro è luce, ciò è l'uno è privatione e l'altro è generativo: ma io non li voglio per questo lasciare in dietro, perchè in pittura sono li principali, conciosia che la pittura sia composta d'ombre e di lumi, ciò è di chiaro e oscuro. Doppo il nero e il bianco seguita l'azzurro, e giallo, poi il verde e lionato, cioè tanè, e vuoi dire ocria; di poi il morello, cioè pavonazzo e il rosso e questi sono otto colori, o più non è in natura, di quali io cominciò la mistione. E sia primo nero e bianco, dipoi nero giallo, e nero e rosso, di poi giallo e nero, e giallo e rosso; e perchè qui mi manca carta, lascerò a far tal distintione nella mia opera con lungo processo, il quale sarà di grand utilità, anzi necessarissimo e questa dal descrittione s'intrametterà infra la teoria e la pratica, pag. 33.

[11]) Cap. LCXI. De' semplici colori il primo è il bianco, benchè i filosofi non accettano ne il bianco ne il nero nel numero de' colori, perchè l'uno è causa de' colori, l'altro è privatione. Ma perchè il pittore non può far senza questi, noi li metteremo nel numero de' gl'altri e diremo il bianco in questo ordine essere in primo, ne i semplici; il giallo il secondo; il verde il terzio; l'azzurro il quarto, il rosso il quinto, il nero il sesto: et il bianco metteronso per la luce senza la quale nissun colore veder si può, ed il giallo per la terra, il verde per l'acqua, l'azzurro per l'aria ed il rosso per il fuoco e il nero per le tenebre che stan sopra l'elemento del fuoco, perchè non v'è materia ogrossezza dove i raggi del sole habiano a penetrare e percuotere e per conseguenza alluminare. Se vuoi con brevità vedere la varietà di tutti i colori composti, togli vetri coloriti, e per quelli guarda tutti i colori della campagna che doppo quello si veggono, e così vedrai tutti li colori delle cose che doppo tal vetro si veggono essere tutte miste col color del predetto vetro e vedrai qual sia il colore, che con tal mistione s'acconci, o guasti: se sarà il prodetto vitro di color giallo, dico che la spezie degl'obietti che per esso passano all' occhio, possono così peggiatare come migliorare: e questo peggioramente in tal colore di vetro accaderà all'azzurro, e nero, e bianco sopra tutti gl'altri ed il miglioramento accederà nel giallo e verde sopra tutti gli altri, e così anderai scorrendo con l'occhio le mistioni de' colori, le quali sono infinite: ed a questo modo farai elettione di nove inventioni di colori misti e composti, e il medesimo si farà con due vetri di varii colori antiposti all occhio, e così per te potrai seguitare, pag. 43.

[12]) Dies ist allerdings eine alte Erfahrung. Schon Vitruv berichtet, wo er von dem kostbareren Grün der Chrysocolla erzählt, lib. VII, c. 14: qui non possunt chrysocolla propter caritatem uti, herba, quae luteum appellatur, caeruleum inficiunt, atque viridissimo utuntur colore. Auch da Vinci spricht dieselbe an verschiedenen Stellen aus; so Cap. 122: diremo dunque che s'il corpo opaco sia giallo et il luminoso sia azzurro, che la parte alluminata sia verda, il qual verde si compone de' giallo

ed azzurro, pag. 33. Die im Texte übersetzte Stelle ist aus Cap. CLXII: l'azzurro e il verde non è per se semplice perchè l'azzurro è composto di luce e di tenebre, come è quello dell'aria, cioè nero perfettissimo e bianco candidissimo. Il verde è composto d'un semplice e d'un composto, cioè si compone d'azzurro e di giallo, pag. 43.

13) Cap. CVI, CVII, CVIII. Er theilt auf den zur Erläuterung beigefügten Kupfern die Luft in concentrische Kugelschalen von abnehmender Dichte: area d'un grado di grossezza, di due gradi cet.

14) Cap. CVI, pag. 21—23.

15) CVII.

16) CIII, pag. 21.

17) Cap. CLI. L'azzurro dell' aria nasce della grossezza del corpo dell' aria alluminata interposta intra le tenebre superiori e la terra: l'aria per se non ha qualità d' odori, o di sapori, o di colori, ma in se piglia le similitudini delle cose che doppo lei sono collocate, e tanto sarà di più bell'azzurro quanto dietro ad essa saran maggior tenebro, non essendo lei di troppo spazio, ne di troppo grossezza d'humidità; e vedesi ne' monti, che hanno più ombre, esser più bell' azzurro nelle lunghe distanze, e così dove è più alluminato, mostrar più il color del monte che dell'azzurro appicatoli dell'aria che infra lui e l'occhio s'interpone, pag. 39.

18) Cap. CXXXIV. L'aria sarà tanto meno partecipante del colore azzurro, quanto essa è più vicina all' orizzonte, è tanto più oscuro, quanto ella a esso orizzonte è più remota. Questo si prova per la 3ª del 9º (Citat eines verloren gegangenen Werkes vielleicht das von der Perspective, dessen Lomazzo erwähnt) che mostra che quel corpo sarà manco alluminato dal sole, il quale fia di qualità più rare. Adunque il fuoco, elemento che resto l'aria, per esser lui più raro e più sottile che l'aria, manco ci occupa le tenebre che son sopra di lui che non fà essa aria, e per conseguenza, l'aria corpo men raro che il fuoco più s'allumina dalli raggi solari, che la penetrano et alluminando l'infinità de gl'atomi, che per essa s'infondono, si rende chiara alli nostri occhi: onde penetrando per essa aria la spezie delle sopradette tenebre, necessariamente fà che essa bianchezza d'aria ci pare azzurra, come è provato nella 3ª del 10ª e tanto ci parrà più chiaro, quanto fra esse tenebre e l'occhi nostri s'interporrà maggior grossezza d'aria, pag. 35.

19) Cap. CLII. Infra i colori che non sono azzurri, quello in lunga distanza participerà più d'azzurro, il quale sarà più vicino al nero, è così di converso si manterrà per lunga distanza nel suo proprio colore, il quale sarà più dissimile al detto nero. Adunque il verde delle campagna si trasmuterà più nell' azzurro, che non fà il giallo o il bianco, e così per il contrario il giallo e bianco manco si trasmutata che il verde e il rosso.

20) Cap. CXXX. Quelle verdure si demostreranno partecipare più d'azzurro, le quali saranno di più oscura ombrosità; e questo si prova per la VIIª che dice che l'azzurro se compara di chiaro e d'oscuro in lunga distanza.

21) Cap. CCCXVII. Delle cose remote dall' occhio, le quali siano di che color si voglia, quella si demostrerà di color più azzurro, la quale sia di maggior oscurità, naturale o occidentale. Naturale è quella ch' è oscura da se; occidentale è quella ch' è oscura mediante l'ombra che gli è fatta da altri obbietti.

22) Cap. LXXXIV, LXXXV.

23) Cap. CXI. Nessuna cosa dimostrerà mai il suo proprio colore, se il lume che l'illumina non è in tutto d'esso colore, e questo si manifesta ne i colori de' panni, de' quali le pieghe alluminate, che riflettono o danno lume alle contraposte pieghe, di fanno dimostrare il lor vero colore. Il medesimo fà la foglio dell' oro nel dar lume l'una all' altra, ed il contrario fà da pigliar lume da un' altro colore.

[24]) Cap. CXXIV.

[25]) Cap. CXXV.

[26]) Cap. CXXXI.

[27]) Cap. CXIV.

[28]) Cap. CC.

[29]) Cap. CCCXXVIII. L'ombre de' corpi generate dal rosso del sole vicino all' orizzonte sempre fian azzurre: e questo nasce per l'undecima dove si dice: la superficie d'ogni corpo opaco participa del colore del suo obbietto. Adunque essendo la bianchezza della parete privata al tutto d'ogni colore, si tinge del colore de' suoi obbietti li quali sono in questo caso il sole, el cielo. E perchè il sole rosseggia verso la sera e il cielo si mostra azzurro dove l'ombra non vede il sole, per l'ottava dell' ombre, che dice: nissuno luminoso non vidde mai l'ombre del corpo da lui alluminato, quivi sara veduto dal cielo: adunque per la detta undecima l'ombra derivativa harà la percussione nella bianca parte di color azzurro e il campo d'essa ombra veduta dal rossore del sole parteciperà del color rosso.

[30]) Cap. CLVI. Il lume del fuoco tinge ogni cosa in giallo; mà questo non apparirà esser vero se non al paragone d'elle cose alluminate dell' aria; e questo paragone si potrà vedere vicino al fine della giornata, e sicuramente doppo l'aurora, e ancora dove in una stanza oscura di sopra l'obbietto un spiracolo d'aria e ancora un' spiracolo di lume di candela e in tal luogo certamente saran vedute chiare e spedite le loro differenze. Ma senza tal paragone mai sarà conosciuta la lor differenza salvo ne' colori che han più similitudine ma fian conosciuti, come bianco dal giallo, chiaro verde dell' azzurro, perchè gialleggiando il lume che allumina l'azzurro, e come mescolare insieme azzurro e giallo, i quali compongono un bel verde; e se mescoli poi giallo con verde, si fà assai più bello.

[31]) Grotthuss Schweigg. Beitr. Ph. G. III, 14 ff. Zschokke, Unterhaltungsblätter für Welt- und Menschenkunde 1826, 49. Brandes in Gehler's Wörterbuch IV.

[32]) Cap. LXXV. Le riverberationi son causa da i corpi di chiara qualità, di piana e semidensa superficia, si quali percossi d'allume quello a similitudine di balso della palla ripercuoti nel primo obbiotto. Da die Dichte der Körper keinen Einfluss haben kann auf die Reflexion, so wird unter „semidensa" wohl eine elastische Oberfläche zu verstehen sein; da Vinci betrachtet somit die Lichttheilchen als unzusammendrückbar, welche von der federnden Oberfläche zurückgeschnellt werden.

[33]) Vitellionis mathematici doctissimi περὶ ὀπτικῆς id est de natura, ratione et projectione radiorum visus, luminum, colorum atque formarum quam vulgo Perspectivam vocant libri X. Edd. G. Tanstetter et P. Apianus. Norinberg apud J. Petreium 1535. (Auf dem Titelblatt ist neben anderen abenteuerlichen Objecten auch dargestellt wie die Sonnenstrahlen beim Durchgange durch ein rundes Gefäss, das als Brennlinse zu dienen scheint, verschiedene geometrische Apparate verbrennen; es haben also die Herausgeber des Vitellio im XVI. Jahrhundert ungefähr eben so klare Begriffe über die Natur der Brenngläser gehabt wie Vitellio im XIII. Vergl. Wilde, Gesch. der Optik I, 79) X, C. LXV. Iridem ex reflexione et refractione radiorum corporis luminosi videre necesse est. Quod iris specialiter ex reflexione fiat, patet per hoc, quia lumen ejus sensibile pervenit ad visum: da aber die Sonne hinter dem Beobachter steht, so muss, damit ihr Licht sichtbar werde, dasselbe eine Reflexion erfahren. Quod vero iris per refractionem etiam radiorum corporis luminosi fiat, patet per hoc, quia non generatur iris nisi in aliqua diaphana materia existente in medio et perhibente transitum luminis. CLXVI. In vapore rorido iridem generare necesse est. Dass dies nicht in Wassertropfen geschehen kann, glaubt er folgendermassen beweisen zu

können. Quod hic supponitur patet, qui cum iris non fiat sine lumine, imo luminis multitudine, lumen autem non aggregatur nisi ex reflexione aut refractione radiorum corporis luminosi, haec autem non fiat nisi tum fiat objectio corporis densioris aëre puro, ergo in loco generationis iridum non erit ipsius generatio sine corpore irradiati, a cuius superficie possit fieri reflexio et refractio luminis incidentis, aliquid vero solidorum planorum ibi esse est impossibile, sed nec aqua quum haec curreret subito ad loca inferiora sit ibi possibilis, iris vero aliquid temporis manet, nec tamen posset in aqua continua iridis figura generari quum lumen integrum reflecteretur a superficie aquae propter continuitatem ipsius aquae u. s. f. — Cap. LXVII: Tricolor est omnis iris: puniceus, xanthus (viridis v. indicus), alurgus. Er leitet die Farben nach der Aristotelischen Theorie ab und theilt auch seine Beobachtung über einen Regenbogen an einem Wasserfalle mit. — Cap. LXXXVIII. Ex crystallo hexagona soli opposita colores iridis generantur. Sie sollen durch eine Abschwächung des Lichtes durch die Brechung entstehen. — Cap. LXXXIV. Sub vase vitreo pleno aqua soli exposita colores similes iridis coloribus videntur; ebenfalls wegen varias refractiones debilitationesque radiorum luminis, aber höchst verwirrt und unklar. — Der farbigen Erscheinung in Glasprismen hat schon Seneca Quaest. nat. I, cap. 7, Erwähnung gethan. Vergl. Wilde, I, 83.

[34]) J. Bapt. Portae, Neap., de refractione, optices parte, libri IX. Neap. 1593. Das neunte Buch handelt: de coloribus ex refractione, seu de iride, lacteo circulo etc. Im Proemium sagt er: loquemur hoc libro de iride et de coloribus qui ex diaphani et fulgidi (im Gegensatze zur Aristotelischen Lehre) mistura exoriuntur, in quorum investigatione plus quadraginta annis toto animo insudavimus et Dii faxint ut aliquid boni nacti simus. Res difficilis, admirabilis et humanum captum excedens, ob id veteres poetae Thaumantis filiam vocaverunt. In der 3. Proposition führt er den Beweis, dass colores fulgidi ex luce et densioris aëris diaphano generantur: es ist dies das Zusatzglied mittelst dessen die Aristotelische und da Vincische Lehre zur Göthe'schen Theorie ergänzt wird; Göthe hat aber blos die Magia naturalis dieses Autors gelesen, worin von der Farbe nur gelegentlich die Rede ist, sonst hätte er wohl der 5. Proposition erwähnt, welche beweisen soll: flavum colorem ex multa luce et minima densioris diaphani parte generari, coeruleum ex languidiore luce et ex multo diaphano aëre densiore nasci u. s. f. Porta macht schon darauf aufmerksam, dass nur gelb, blau und roth (das er im Regenbogen aus dem Wiederschein einer dunkeln Wolke entstehen lässt) unmittelbar aus dem Lichte entstehen, während grün und violett (color halurgus, violaceus, pavonaceus) aus dem Gemische jener sich bildet. Der Regenbogen ist desshalb 2farbig, oder 3farbig, oder 1000farbig zu nennen, wenn man mit Virgil (mille trahit varios adverso sole colores) mille für unzählig setzte. Zur Farbenbildung ist nur die Brechung nothwendig, denn so wie der Strahl tiefer in die thauige Wolke dringt, färbt er sich erst gelb, dann grün, endlich blau und der Reflex dieser Farben gibt das Phänomen. Prop. XI, pag. 201, 202.

[35]) Photismi de lumine et umbra ad prospectivam radiorum et incidentiam facientes Venetiis 1575, Messinae 1613, Lugdun. Batav. 1618.

[36]) De iridibus doctrina Aristotelis et Vitellionis certa methodo comprehensa explicata et tam necessariis demonstrationibus quam physicis et opticis causis aucta. Premissa sunt succincto ordine ea Optica quorum cognitio ad doctrinam cum iridum tum aliorum μετεώρων τῶν πατ' ἔμφασιν est necessaria. Wittenberg 1571. Vergl. Pristley, Gesch. d. Opt. 2 Par. Cap. 2. — Wilde, I, 174.

[37]) In der Ausg. v. Hansch. Ep. 233. — Übrigens war Kepler selbst wenig geneigt in die Theorie der Farben sich zu vertiefen, da sie seiner Zeit noch ganz unzugänglich war einer Behandlung mit Zahl und Maass; sein color „est lux in potentia,

lux sepulta in pellucidi materia, si jam extra visionem consideretur" (In dem Suppl. zu Vitello, Cap. I) ist durchaus verwandt dem Aristotelischen ψῶς ἐστιν ἡ τούτου ἐνέργεια του διαφανοῦς, ἡ διαφανές (περὶ τῆς ψύχης, lib. 11, Cap. VII).

38) De radiis visus et lucis in vitris perspectivis et iride. Venetiis 1611. Wilde gibt a. a. O., pag. 177, die ganze hieher bezügliche Stelle des 4. Capitels. Dominis, den auch im Leben ein eigenes Schicksal verfolgte, hat das Unglück gehabt zu wiederholten Malen in seinem Rechte auf Priorität der Entdeckung des eigentlichen Vorganges bei der Bildung des Regenbogens beeinträchtigt zu werden; Montucla würdigt ihn, Cartesius gegenüber, zu wenig; Priestley aber kann in seinem Werke die Stelle nicht finden, die Newton bewog, ihm vor Descartes die Priorität zuzugestehen, ja Biot spricht deutlich aus, dass Newton sich hier irgendwie geirrt haben müsse. Erst durch Göthe und endlich durch Wilde ist de Dominis wieder zu seinem vollen Rechte gelangt.

39) Renati des Cartes, Opera philosophica, omnia in 3 tomos distributa. Francofurti 1697 1. Meteora, Cap. VIII, de Iride. Der Inhalt der bezüglichen §§. ist: §. 1. non in vaporibus nec in nubibus sed tantum in aquae guttis iridem fieri; §. 2. cuius caussa ope globi vitrei detegi potest; §. 4. quoniam etiam ope prismatis vitrei colores iridis videntur; §. 5. ideo, ad eorum productionem nec figuram corporis pellucidi, nec radiorum reflexionem, nec etiam multiplicem refractionem requiri, sed una saltem refractione et lumine et umbra opus est. Im 4. §. sagt er, nachdem er sein Glasprisma beschrieben: Tecta alterutra ex his superficiebus opaco aliquo corpore in quo sit angustum foramen, observavi radios per illud foramen transeuntes, atque inde effusos in linteum aut chartam albam omnes colores iridis depingere et quidem semper rubrum in deorsum, violaceum sursum. Er stellt das Prisma vor die Spalte, pag. 167.

40) Physico Mathesis de lumine, coloribus et iride. Bononiae 1665. Lumen non coloratum posse reddi coloratum per solam refractionem probatur experimento cum prismate vitreo, quod si ita exponatur solari lumini, ut hoc per unam illius faciem ingressum, per alterum ex reliquis duabus eggrediatur in aërem, videmus illico lumen ita egressum colorari et eo quidem certius ac latius quo remotius a prismate illud observamus terminatum super aliquo opaco praesertim candido. At hic pariter nulla intervenit reflexio intervenit autem refractio duplex. Er bezieht hierauf auf eine nebenstehende Figur, die darstellt, wie das Prisma, das hier hinter der Öffnung steht, den einfallenden Strahlenkegel farbig zerstreut: im nächsten Paragraphe sucht er den Einwurf zu widerlegen, dass mehrfache Reflexionen die farbige Erscheinung bedingen, pag. 235, 236. Dass die Strahlen aus parallelflächigen Krystallen ungefärbt austreten, bespricht er in der XXXVI. Proposition, wo er zur Bekräftigung seiner Theorie der Brechung den Beweis führt: tamen, quod assumpta radiorum densitate inaequaliter distributa colorabatur, si ad uniformem radiorum densitatem redigatur, non amplius coloratur, pag. 272. Man setze hier für das theoretisirende „densitas" das empirische „refrangibilitas", und man hat Newton's Theorie. So nahe gelangt der geistreiche Italiener an die Wahrheit!

41) S. Boyle, Experimenta et considerationes de coloribus seu initium historiae experimentalis de coloribus. Lond. 1665. III. (Farbe entsteht durch Brechung.)

De la Chambre, La Lumière, Paris 1657. (Die Farben des Prismas und Regenbogens sind das Licht selbst; Farbe ist eine solche Modification des Lichtes, wie der Ton beim Schalle.)

M. Marci, Thaumantias, liber de arcu coeli deque colorum apparentium ortu, natura et causis. Prag 1648. (Schatten ist nicht nöthig zur Farbe; anstatt es auszusprechen: die verschiedenen Farben sind verschieden gebrochenes Licht, sucht er nach Ursachen der verschiedenen Brechbarkeit.)

Barrow, Lectiones opticae et geometricae. London 1674.

Vergl. Göthe, Farbenl. II. — Wilde, I, pag. 312 ff. Ebenda auch über die erste richtige Erklärung des Regenbogens durch Theodoricus Saxonus im 14. Jahrhundert; ich konnte ihn übergehen, da mir daran lag, die Verknüpfung der Thatsachen und die Entwickelung der Kenntniss bis Newton zu zeigen, und dieser ausser allem Zusammenhange mit der Geschichte der Wissenschaft steht.

[42]) Newton's hieher gehörige Sätze sind:

Lumen cuius omnes radii sunt aeque refrangibiles, id ego simplex homogeneum et similare appello: cuius autem radiorum alii magis quam alii refrangibiles sunt, id ego compositum heterogeneum et dissimilare appello. Colores homogenei luminis appello primarios homegeneos et simplices: luminum autem heterogeneorum colores heterogeneos et compositos. Optice lib. I, pars I, defin. VII, VIII.

Lumina quae colore differunt, ea itidem refrangibilitatis gradibus inter se differunt. I, 1. Prop. 1. Theor. 1.

Lumen solis constat e radiis diverse refrangibilibus. I, 1. Prop. 1. Theor. 11.

Phaenomena colorum in refracto aut reflexo lumine non oriuntur ex novis modificationibus luminis, quae pro variis luminis umbraeque terminationibus varie sint impressae. I, 2. Prop. 1. Theor. 1.

Omne lumen homogeneum colorem habet proprium et suum, refrangibilitati suae respondentem, isque color nullis reflexionibus vel refractionibus mutari potest. I, 2. Prop. 11. Theor. 11.

Colores compositione procreari possunt, qui luminis coloribus plane similes sunt futuri in speciem quidem et ad oculorum sensum, non autem in coloris immutabilitatem et ad constitutionem ac naturam luminis. lique colores, quanto magis compositi sunt, tanto minus largi intensique fiunt; donec nimia tandem compositione dilutiores languidioresque facti, penitus demum evanescunt in album vel subalbidum conversi. Fieri quoque potest ut colores compositione producantur, qui nullis homogenei luminis coloribus prorsus similes sunt futuri. I, 11. Prop. 4. Theor. 3.

Albitudo et colores omnes cinerei inter album et nigrum componi possunt ex coloribus, et solis luminis albor compositus est ex primariis omnibus coloribus apta proportione inter se commixtis. I, 11. Prop. 5. Theor. 4.

Und hier folgen die Fundamentalversuche Exp. 9—15, von denen wir folgende hervorheben:

Exp. X. Charta alba posita in foco lentis in quam incidebat imago prismatica albo lumine perfunditur: ultra vel citra focus coloribus prismaticis pingitur, pag. 97.

Exp. XI. Imago prismatica per aliud prisma priori parallelam, ex debito intervallo inspecta alba et rotunda videtur, pag. 102.

Exp. XIII. Confusi duorum prismatum colores albitudinem producunt, pag. 105.

Exp. XV. Pulveres colorati apta proportione permixti pulverem album vel cinereum producunt, pag. 107.

Der Regenbogen wird im 4. Problem, S. 121 aus dieser Theorie erklärt.

[43]) Phil. trans. 1686. A catalogue of simple and mixte colours with a specimen of each colour prefixt to its proper name by R. Waller, fellow of the royal society. Nebst einer Übersetzung ins Latein, ad beneficium externorum. Er theilt die einfachen Farben in blaue, gelbe und rothe, doch besteht jede derselben aus einer Reihe von Tönen; so sind coerulei simplices: niveus, glastinus, cyaneus, lazurius, violaceus, indicus, coracinus; — lutei simplices: lacteus, limoneus, aureus, luteus, citrinus, fuscus; — rubei simplices: igneus, rufus, miniatus, coccinus, rubinus, sanguineus, ferrugineus, piceus. Er schreibt die blauen in eine horizontale, die gelben und rothen der Folge nach in eine verticale Reihe, und theilt hierauf das

Feld des Papieres in Vierecke, in welche die Mischfarbe aus den zwei zugehörigen einfachen Farben eingetragen ist, welcher er den lateinischen, englischen und zuweilen auch griechischen Namen beifügt. Um einen Begriff von seinen gemischten Nuancen zu erhalten, setze ich mehrere seiner mittleren Columnen her:

Übergang aus Weiss in Grau: albus, niveus, argenteus, paleus, lutentus, electricus, byttinus, sub fuscus, gilvus, helvus, carneus, roseus, caryophylleus, *, *, griseus.

Übergang aus coracinus in niger: coracinus, plumbeus, nigellus, *, *, *, castaneus, pullus, aethiopicus, fuligineus, *, furvus, pressus, ater, niger.

Übergang von piceus in niger: piceus, griseus, canus, cinereus, ferreus, *, niger (die blauen Töne des schwarz).

Die * bezeichnen Mischungen, für welche Waller keinen Namen fand.

Diese Nomenclatur ist in sofern interessant, als sie als eine Illustration der lateinischen Farbenbenennungen dienen kann; es wäre freilich noch zu untersuchen, in wiefern Waller die Autoren der Alten verstanden.

44) Il Colorito. London 1735. Wilde, II, 150.

45) Observations physiques sur le mélange de quelques couleurs dans la teinture par du Fay. Mém. de l'Acad. roy. de Paris 1737. Er hat über die Körperfarben eine Ansicht, die sich von der Newton'schen entfernt und mehr der jetzt geltenden nähert. In Bezug auf Misch- und einfache Farben sagt er: Si l'on examine bien la suite des couleurs du prisme, on verra que les sept couleurs qui sont vues distinctes l'une de l'autre dans le spectre coloré, se peuvent reduire à trois couleurs primitives..... ces couleurs sont appellées matrices dans l'art de la teinture parceque toutes les autres peuvent deriver de leur mélange et de leur combinaison, et qu'elles ne peuvent être produites ou composées par le mélange d'aucune autre; que de plus on a vu, il y a plusieurs années en France des tableaux faits par le S. le Blon qui les imprimait sur du papier au moyen de 3 planches de cuivre gravées, chacune desquelles portait l'une de ces 3 couleurs: rouge, bleu, ou jaune et du mélange desquelles résultaient toutes les nuances et toutes les couleurs dont la nature nous peut fournir l'idée. Le S. le Blon a fait depuis imprimer en françois et anglais un petit traité, intitulé l'Harmonie du Coloris dans la peinture reduite en pratique ou il donne une idée du système des trois couleurs. — L'application de ce principe au noir et au blanc demande un travail particulier et plusieurs expériences, mais les physiciens n'auront pas de peine à croire que cet examen doit conduire à la confirmation de l'hypothèse que je viens de proposer et qui consiste seulement à dire que toutes les couleurs de la nature se peuvent réduire au 3, que nous avons établies, que les parties intégrantes de ces 3 couleurs ou plutôt des corps dans lesquelles elles resident avec le moins de mélange sont figurées de sorte qu'elles ne peuvent se toucher sans laisser entr'elles des éspaces propres à recevoir les autres et qu'enfin s'il n'y a pas dans la nature un plus grand nombre de couleurs primitives, c'est qu'il n'y a pas que ces trois configurations de parties qui se puissent placer entre les pores les unes des autres de la manière nécessaire pour réflechir à nos yeux les différens rayons qui composent la lumière. V. 267, 268.

46) Opera inedita cura Lichtenbergii. De affinitate colorum commentatio lecta in collegio publico Göttingae 1758.

47) J. H. Lambert. Beschreibung einer mit dem Calau'schen Wachse ausgemalten Farbenpyramide. Berlin 1772. — Der Berliner Hofmaler Calau lieferte als Substrat für die Mischung ein sehr durchsichtiges und gleichförmiges Mittel, das er selbst Eleodorisches Wachs nennt, dessen nähere Beschreibung sich aber weder in dem Lambert'schen Werke, noch sonst in einem gleichzeitig erschienenen Werke befindet.

[48]) A. a. O. §. 5 ff. Photometrie §. 747.

[49]) Farbenkugel, oder Construction des Verhältnisses aller Mischungen der Farben zu einander, und ihrer vollständigen Affinität. Hamburg 1810.

[50]) Hay, Nomenclature of colours.

[51]) Forbes. Hints towards a classification of colours. Phil. Mg. 1849, XXXIV, pag. 161. Die Mittelfarben zwischen den Hauptfarbentönen und dem Grau sind:

russet	zwischen red	und gray	drab	zwischen green	und gray
brown	„ orange	„ gray	olive	„ blue	„ gray
citrine	„ yellow	„ gray	slate	„ purple	„ gray

[52]) All coloured powders do suppress or stop in them a very considerable part of the light by which they are illuminated. For they become coloured by reflecting the light of their own colours more copiously and that of all other colours more sparingly, and yet they do not reflect the light of their own colours so copiously by as white bodies do. Therefore by mixing such powders we are not to expect a strongand a full white, such as is that of paper, but some dusky and obscure one such as might arise from a mixture of light and darkness, or from white and black, that is a gray, or dun, or russet brown, such as are the colours of a mans nail, of a mouse, of ashes, of ordinary stones, of mortar, of dust and dirt on the highways, and the like. Newton I, II, exp. 15.

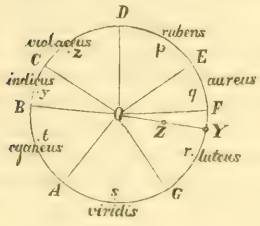
Newton scheint sich gleichwohl vielfach bemüht zu haben ein möglichst weissliches Gemenge darzustellen; wenn Wilde sagt, dass er dabei schon von der Kenntniss der 3 Grundpigmente sich habe leiten lassen, so glaube ich, irrt er. Newton beschreibt drei Versuche: zuerst mischte er Mennig mit Grünspan in dem Verhältnisse 1:5; dann Mennig mit Bergblau (1:4), das er noch mit etwas Auripigment und Grünspan versetzte; endlich Auripigment mit Purpur, denen er etwas Grünspan und Bergblau beimengte. In allen Fällen wählte er die Farben so, dass jede aus der Vereinigung eines gewissen Theiles des Spectrums hervorging, und suchte dann den beiden gemeinsamen Überschuss mit geringen Zusätzen zu neutralisiren, d. i. in das Verhältniss des Spectrums zu bringen.

[53]) Die ersten Versuche stellte Musschenbroek an. In turbinis lignei plano supremo colores ea proportione pinxi ac in schemate solari sunt, uti Carminum, Crocum cum Alumine solutum, Auribracteam, Viride aeris, coeruleum montanum, purpuram, violaceum. Funem circa turbinem convolutum celeriter traxi, ut turbo celerrime in rotundum verteretur, hic qua parte coloris circulum planum faciebunt, coloris cinerei non plane albi adspiciebatur, colores inspecti tam rapido se sequebantur ut distingui non potuerint, sed simul aliquam fecerint perceptionem ex omnibus utcunque mixtum quae accedit ad sensationem albedinis. Introductio ad philosophiam

[54]) Similiter ex aliis homogeneis coloribus inter se propinquis componi poterant novi colores qui sint coloribus homogeneis inter jacentibus similes. Newt. Opt I, II, Prop. IV, Th. III. Musschenbroek experimentirte auf ähnliche Weise und macht dabei Beobachtungen, die spätere Naturforscher zur grössten Vorsicht bei der Annahme gewisser Grundfarben auffordern mussten. So sagt er (Introd. §. 1821): Si lux a prismate in suos coloratos radios refracta in lentem incidерit et focus omnium colorum sit candidus, prope lentem intercipiatur aliquis color, veluti violaceus, focus non amplius candescet, sed contristatur vergens ad colorem fuscum; intercepto insuper colore indico focus minus candebit; excluso adhuc rubro colore, focus flavescit viretque; tandem radiis viridibus transitu negatu, focus perfecte flavescit. Si tamen radii flavi intercipiantur, focus pergit candere: adeo ut ad albidum non necessarius sit omnium colorum concursus: an hoc sit quia solis Lux illabata ad flavedinem quadammodo tendit? ideo ex 4 vel 5 reliquis coloribus concurrentibus perfecta fit albedo. Ähnliches spricht auch

Newton aus, der dem weissen Sonnenlichte einen gelblichen Überschuss zuschreibt; Busolt (Poggendorff LXXXVI, 160) findet die Farbe der Sonne weiss, die ihrer Flecken violet mit glänzend gelben Rändern. Challis (Poggendorff VII) glaubt selbst einen gelben Ton des Sonnenlichtes aus der Theorie folgern zu können. — Musschenbroek sagt ferner §. 1843: Evenit interdum ut colores, naturalibus similes oriantur ex duobus coloribus componentibus qui terni se excipiunt eo ordine ac prismate radius solaris in colores secernitur. Ita ruber et flavus faciunt aurantium; flavus et coeruleus efficiunt viridem. Sed hoc non semper observatur: nam aurantius et viridis non faciunt flavum; viridis et purpureus non faciunt coeruleum, et violaceus et aurantius non faciunt purpuraceum. Quoniam — so fährt er fort im Sinne der Theorie der Körperfarben, wie sie aus den Anwandlungen erklärt werden — componentia non producunt eam crassitiem qualis necesse est pro coloribus inter mediis, pag. 739.

[55]) Über Newton's Farbenregel ist so Widersprechendes und Abweichendes in den Schriften selbst solcher Autoren zu finden, die gewiss seine optischen Schriften oft genug in Händen haben, dass es nützlich sein wird, darauf aufmerksam zu machen. Er gibt sie in der Optice, I. lib., II. pars. Prop. VI, Probl. II. In mixtura colorum primariorum, data cuiusque quantitate et qualitate invenire quis sit futurus compositus color. Centro O, semidiametro OD describatur circulus ADF, distinguatur



circumferentia ipsius in septem partes DE, EJ, JG, GH, AB, BC, CD quae sint proportionales tonis septem musicis sive inter vallis octo illorum in octava sol la fa sol la mi fa sol, hoc est quae sint proportionales numeris $^1/_9$, $^1/_{16}$, $^1/_{10}$, $^1/_9$, $^1/_{10}$, $^1/_{16}$, $^1/_9$. Repraesentet prima pars DE colorem rubrum, secunda EF aureum, tertia FG flavum .... Finge hos esse colores omnes luminis simplicis gradatim in se invicem desinentis, quomodo faciunt colores prismate exhibiti: hoc est repraesentet circumferentia DEFGABCD totam seriem colorum ab usque uno extremo coloratis solis imaginis ad alterum ordine dispositorum, adeo ut a D ad E sint omnes gradus coloris rubri :in E color intermedius inter rubrum atque aureum; ab E ad F gradus omnes coloris aurei ..... Porro sit p centrum gravitatis, arcus DE, et q, r, s, t. v, x centra gravitatis arcuum EJ, JG, GA, AB, BC, CD comparate, et circa haec centra gravitatis describantur circuli, qui sint comparate proportionales radiis singulorum colorum in data mixtura; hoc est circulus p proportionalis numero radiorum rubrorum in data mixtura; etc. Inveni deindi centrum gravitatis commune omnium circulorum istorum, p, q, r . . . quod quidem centrum sit in Z. Et per illud Z a centro circuli ADF ducta ad circumferentiam linea recta OY locus istius puncti Y in illa circumferentia ostendet, quis nasciturus sit color ex compositione colorum omnium in data mixtura et linea OZ erit proportionalis largitati sive saturitati illius coloris, i. e. ostendet quantum is distet ab albedine. Folgen Beispiele. Hierauf fährt er fort: atque hanc quidem regulam satis accuratam esse existimo ad experimenta agenda, quamvis non sit mathematica accurata. Porro autem quam vera sit ad sensus judicium, abunde probari potest intercipiendo ad lentem unum quemvis vel plures colorum. Etenim reliqui colorum non intercepti sed ad focum lentis progredientes conficient ibi vel accurate vel quam proxime colorem talem, qualis secundam hanc regulam ex permixtione ipsorum oriri debeat, pag. 111—113. Hier ist nun unzweifelhaft ausgesprochen, dass der Farbenkreis nach dem Verhältnisse jener Töne zu theilen sei, und obschon N. sich nirgends darüber äussert, ob diese Theilung nur zufällig mit jenen Tonverhältnissen stimmt und von vorn herein em-

pirisch gefunden worden sei, oder ob sie nach der Analogie der Musik construirt wurde, so ist letzteres doch das Wahrscheinlichere trotz allem was Biot dagegen anführt (III, 452); ja gerade dass für verschieden zerstreuende Mittel diese Distanzen verschieden sind, Newton aber die verschiedene Zerstreuung des Lichtes in verschiedenen Körpern nicht kannte, muss als Argument für die letztere Vermuthung dienen. Jedenfalls aber ist diese Übereinstimmung zwischen Musik und Farbe hier ein Zufall, da nach der gegenwärtigen Theorie der Musik für die angegebene Intervalle gar nicht mehr die Zahlen $^1/_9$, $^1/_{10}$ .... gelten. Eben darum aber weil die Construction auf einer Fiction beruht, darf man auf dieselbe kein weiteres theoretisches Gewicht legen, sondern muss sich begnügen, wie es Newton selbst nicht anders fordert, sie als eine sehr brauchbare Regel zu benützen wo es angeht. Forbes gibt Phil. Mg. pag. 163 die Regel abweichend an; er sagt nämlich: let the colours pass from the circumference to perfect soluteness in the centre und statt das Gewicht der Farbe in den Schwerpunkt des Bogens zu legen, setzt er es in den Mittelpunkt desselben, obschon sich gegen diese Abweichung nichts einwenden lässt. Grassman's Beweis für die mathematische Richtigkeit der Newton'schen Constructionsweise hält nicht Stich. Siehe weiter unten §. 4 des 5. Abschnittes.

Newton's Regel ist auf manche Weise und mit grossem Vortheil zur Bestimmung der resultirenden Farbe benützt worden. So gibt Brewster bei Gelegenheit der Farben der Newton'schen Ringe folgende Anweisung die Nuancen zu bestimmen: Man ziehe einen Kreis und theile seinen Umfang (abweichend von Newton) in Theile von 50° (roth), 30° (orange), 40° (gelb), 60° (grün), 60° (blau), 40° (indigo), 80° (violett). In die einzelnen Sectoren trägt man nun Bögen, welche dem Maximum und Minimum der entsprechenden Farbe entsprechen, wenn man sie homogen auf einen Apparat fallen lässt, der zur Darstellung der Farbenmenge dient: da sich die Durchmesser der Ringe von roth bis violett verhalten wie 1 : 0·924 : 0·885 : 0·825 : 0·763 : 0·711 : 0·681 : 0·630, so trage man die Bögen nach diesen Verhältnissen ein, und construire sie mit dem 2fachen, 3fachen ..... nfachen Durchmesser. Will man nun den Farbenton an irgend einer Stelle erfahren, so braucht man nur aus dem Centrum durch diese einen Kreis zu legen: die Lage desselben in den verschiedenen Sectoren zeigt an, welche Farben zu der Mischung beitragen und in welchen Intensitäten sie dabei wirken werden (Brewster, Optics, im Lardner Cabinette Cyclopaedia. London 1831, pag. 106). Über Newton's Verfahren, diese Farben zu bestimmen s. Newton Optice III. u. Biot traité de phys. math. IV, pag. 55.

[56]) Wie logisch manche dieser Herren dachten, kann man an Nuguet (im Journ. des Sav. Suppl. Jul. 1707, der Originalaufsatz erschien eigentlich schon im April 1705 im Journal de Trévoux. Vergl. Göthe's Geschichte der Farbenlehre) sehen, der ungefähr, wenn man Alles erwägt, so raisonnirt: Schwarz und weiss sind keine Farben. Die Farben sind einfach oder zusammengesetzt. Einfache Farben sind solche, die nicht weiter zusammengesetzt sind. Solcher aber sind nur 2, gelb und blau, aus deren Mischung unter Hinzutreten von Hell und Dunkel alle anderen Farben entstehen. Gelb aber ist eine Verbindung von vielem Lichte mit wenig Schatten. Blau von wenig Licht mit vielem Schatten. Daher sind Licht und Schatten, oder was dasselbe ist, Schwarz und Weiss, die einzigen und eigentlichen einfachen Farben. Ein anderer dieser Gegner Louis Bertrand Castel (L'optique des couleurs fondée sur les simples observations et tournée sur toute la pratique de la peinture. Paris 1740) findet, dass die Farben in 2 Bündel getrennt zum Prisma heraustreten, indem ein breiter weisser Streifen sie hindert, in eine einzige Erscheinung zusammenzutreten, es sei denn nach einer grösseren Entfernung, die man aber willkürlich verändern könne. Castel nimmt Roth, Gelb und Blau als einfache Farben

an. — Gautier macht einige bedeutendere Einwürfe (Chroagenesie au génération des couleurs contre le système de Newton. Paris 1751. Ins Lateinische übersetzt und weiter bearbeitet von Celestin Cominale, Antinewtonianismus, Neapel 1754 und 1756), am meisten beirrt ihn aber, dass er aus Pigmenten keine theoretisch richtigen Gemische enthält; während Guyot Newton's Theorie für falsch erklärt, weil er durch ölgetränkte Papiere die Farbenerscheinung nicht in der vorgeschriebenen Weise wahrnehmen kann. — Göthe, dessen bedeutsames und an werthvollen Beobachtungen reiches Werk im Jahre 1810 erschien, ist vielfach widerlegt worden; zuletzt und am entschiedensten durch Wilde im zweiten Bande der Geschichte der Optik, 1843. Seine Ansicht ist ungefähr in folgenden Worten enthalten: „Die Farbe ist ein Schattiges (σκιερόν) und wie sie mit dem Schatten verwandt ist, verliert sie sich auch gerne mit ihm, sie erscheint gern in ihm und durch ihn, wo sich nur ein Anlass dazu bietet." — „Das höchst energische Licht, wie das der Sonne, des in Lebensluft brennenden Phosphors u. s. f. ist blendend und farbenlos; dieses Licht durch ein nur wenig trübes Mittel gesehen, erscheint gelb. Nimmt die Trübe eines solchen Mittels zu, oder wird seine Tiefe vermehrt, so sehen wir das Licht eine gelbrothe Farbe annehmen, die sich endlich bis zum Rubinrothen steigert. Wird hingegen durch ein trübes, von einem durchfallenden Lichte erleuchtendes Mittel die Finsterniss gesehen, so erscheint uns eine blaue Farbe, welche nur heller und blässer wird, je mehr sich die Trübe des Mittels vermehrt, hingegen dunkler und heller, je durchsichtiger die Trübe werden mag, ja bei dem mindesten Grade der reichsten Trübe als das schönste Violet dem Auge sichtbar wird. Jenes so gemässigte Licht erscheint nicht nur dem Auge gelbroth, sondern wirft auch auf die Gegenstände einen gelbrothen Schein und der blaue Himmel macht dagegen in der Camera obscura ein blaues Bild. Daraus erhellet, warum der Himmel und dunkle Berge blau erscheinen und warum die Sonne am Horizont roth erscheint."

[57]) Die bedeutende Stelle, wo ein ausgezeichneter Beobachter sich eine grosse Entdeckung entschlüpfen liess, befindet sich in den Phil. Trans. 1802 (On a method of examining refractive and dispersive powers by prismatic reflection). I cannot conclude these observations on dispersion without remarking that the colours into which a beam of white light is separable by refraction appear to me to be neither 7 as they usually are seen in the rainbow, nor reducible by any means to three as some persons have conceived, but that by employing a very narrow pencil of ligth 4 primary divisions of the prismatic spectrum may be seen with a degree of distinctness, that I believe has been described nor observed before. If a beam of daylight be admitted into a dark room by a crevice $^1/_{20}$ of an inch broad, and received by the eye at the distance of 10 or 12 feet through a prism of flintglass, free from veins held near the eye, the beam is seen to be separated into the 4 following colours only: red, yellowish green, blue and violet. The line A that bounds the red side of the spectrum is somewhat confused which seems in part owing to want of power in the eye to converge red light. The line B, between red and green in a certain position of the prism is perfectly distinct; so are D and E, the 2 limits of violet. But C, the limit of green and blue is not so clearly marked as the rest, and there are also on each side of this limit other distinct dark lines, f and g, either of which in an imperfect experiment might be mistaken for the boundary of these colours. The position of the prism in which the colours are most clearly divided, is, when the incident light makes about equal angles with 2 of its sides. I then found, that the spaces AB, BC, DE occupied by them, were nearly as the numbers 16:24:36:25. S. 378. Über die Bedeutung dieser Linien s. Helmholtz, Poggendorff, LXXXVII, pag. 48.

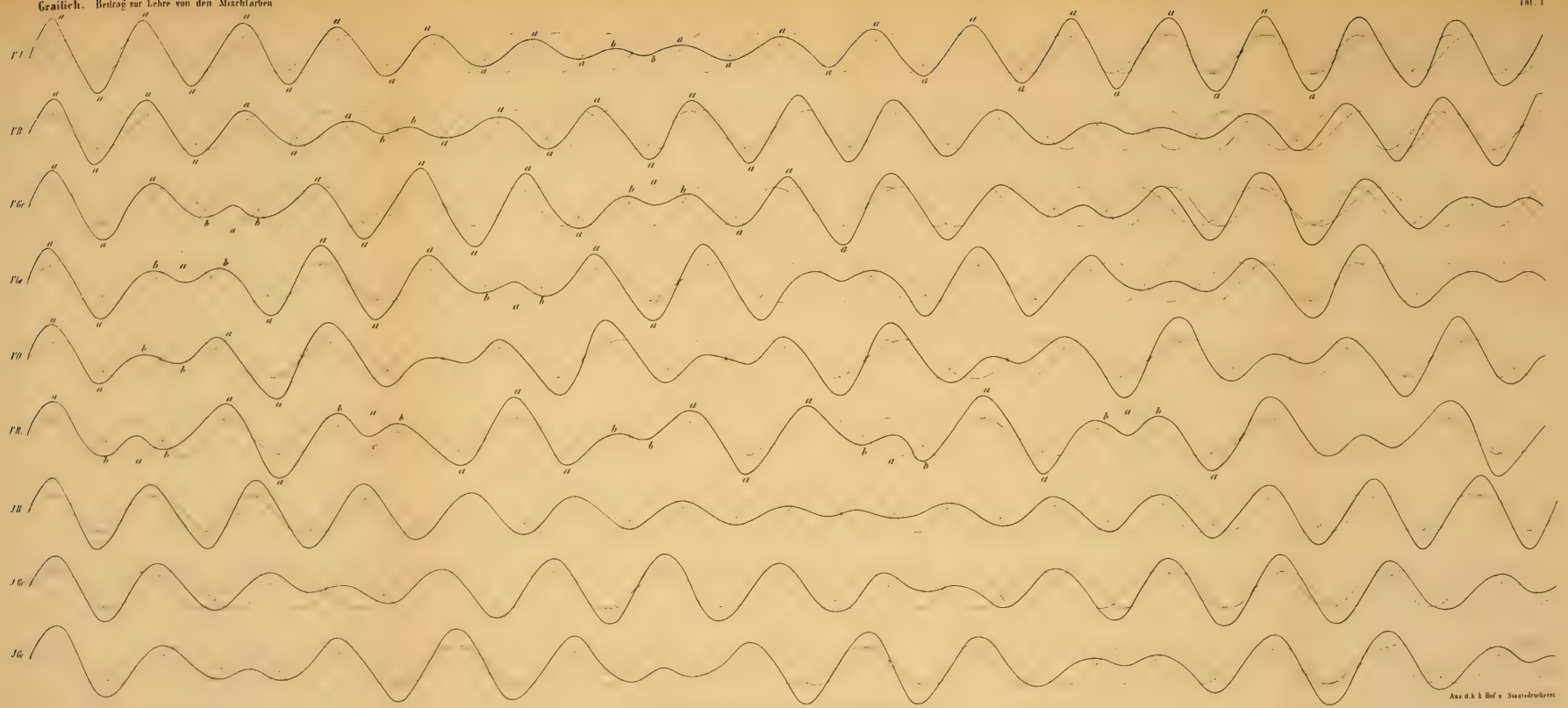
[58]) A course of lectures on natural philosophy and the mechanical arts; by Thomas Young. London 1807. It is certain that the perfect sensations of yellow and blue are produced respectively by mixture of red and green, and of green and violet light, and there is reason to suspect that those sensations are always compounded of the separate sensations combined: at least this supposition simplifies the theory of colours: it may therefore be adopted with advantage, until it be found inconsistent with any of the phenomena; and we may consider white light as composed of a mixture of red, green and violet, only, in the proportion of about two parts red, four green and one violet with respect to the quantity or intensity of the sensations produced. From 3 simple sensations, with their combinations we obtain seven primitrive distinctions of colour, but the different proportions, in which they may be combined afford a variety of tints beyond all calculation. The three simple sensations being red, green, and violet; the three binary combinations are yellow, consisting of red and green; crimson of red and violet, and blue of green and violet; and the seventh in order is white light composed of all the three united. But the blue thus produced, by combining the whole of the green and violet rays, is not the blue of the spectrum, for four parts of the green and one of violet make a blue differing very little from green; and it is for this reason, that red and blue usually make a purple, diriving its hue from the predominance of the violet.

[59]) Zuerst in den Edinb. trans. 12, pag. 123: On a new analysis of solar ligth indicating three primary colours forming coincident spectra of equal light. Die folgende kurzgefasste Darstellung der ganzen Theorie ist aus den Optics by Brewster, London 1831, pag. 71—75 entlehnt. „Das Licht lässt eine doppelte Zerlegung zu: die eine mittelst Brechung, die andere durch Absorption. Lässt man das durch Brechung erhaltene Sonnenspectrum durch ein Smalteglas gehen, so tritt folgende Erscheinung ein: ein dunkler Schatten bedeckt die Mitte des Roth, das ganze Orange und einen grossen Theil des Grün, einen bedeutenden Theil vom Blau, ein wenig Indigo und sehr wenig des Violet. Dagegen hat das Gelb, von dem nur wenig absorbirt wird, an Breite zugenommen: es nimmt jetzt einen Theil des früher vom Orange und vom Grün bedeckten Raumes ein. Hieraus folgt, dass das blaue Glas das rothe Licht absorbirt hat, welches mit dem Gelb gemischt Orange gebildet hatte, und ebenso das blaue Licht, welches gemischt mit Gelb, den grünen Theil des Spectrums ausgemacht hatte. Wir haben also durch Absorption grünes Licht zerlegt in gelbes und blaues, und orangenes Licht in gelbes und rothes; und hieraus ergibt sich folgerichtig, dass die orangenen und grünen Strahlen des Spectrums, obschon unzerlegbar durch prismatische Brechung, durch Absorption zerlegt werden können und thatsächlich aus zwei verschiedenen Farben gleicher Refrangibilität bestehen. Es ist daher ein Unterschied in der Farbe noch kein Beweis verschiedener Brechbarkeit und der bezügliche Satz Newtons kann nicht fürder auf den Rang eines allgemeinen Gesetzes Anspruch machen.“ Aus einer Reihe von Versuchen zieht nun Brewster folgende Sätze:

1. Roth, gelb und blau existirt in jedem Punkte des Sonnenspectrums.

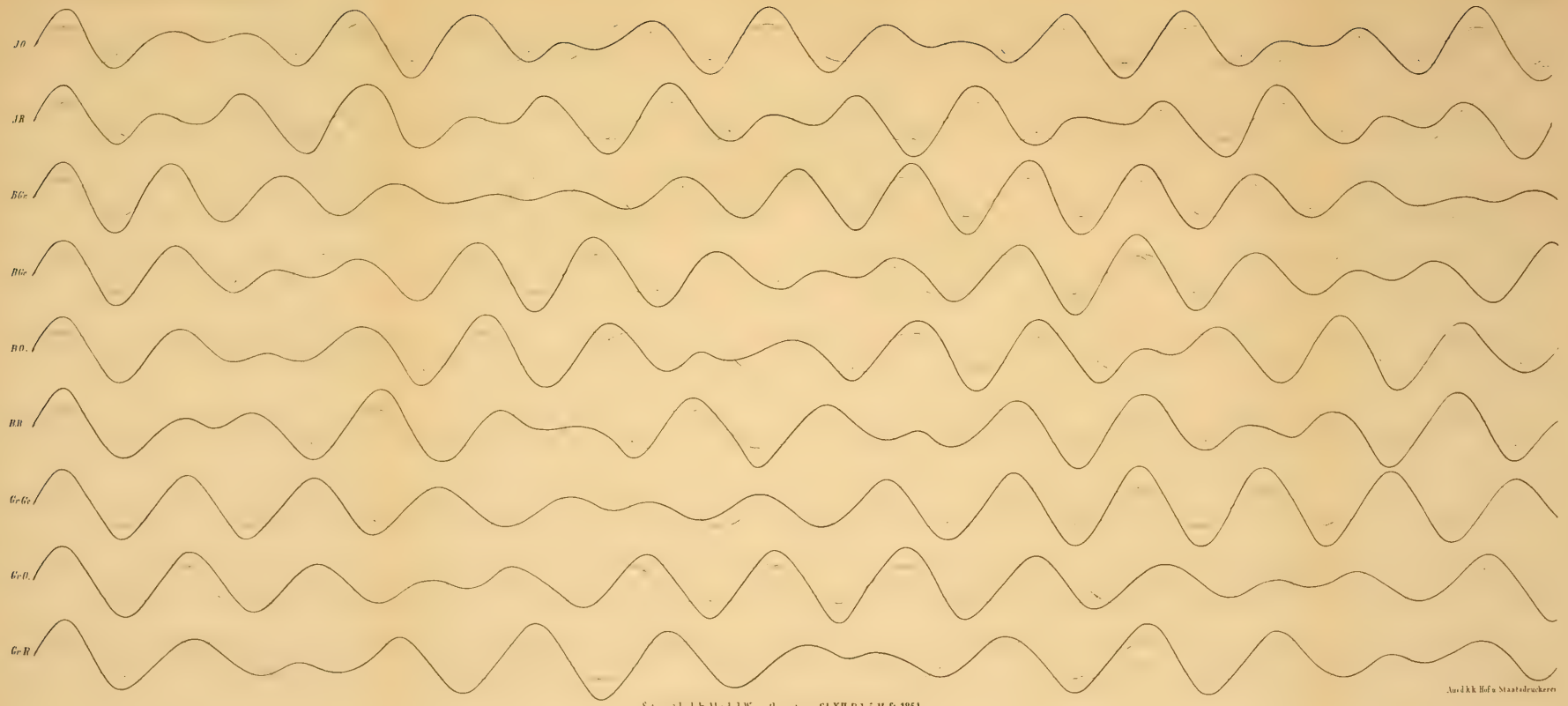
2. So wie eine gewisse Menge, rothen gelben und blauen Lichtes das weisse Licht ausmacht, ebenso kann die Farbe jedes Punktes im Spectrum betrachtet werden als bestehend aus der vorherrschenden Farbe dieses Punktes gemischt mit weissem Lichte. Im rothen Raume ist mehr Roth vorhanden als zur Bildung des Weiss nöthig ist, im gelben mehr Gelb u. s. f. und am Ende des blauen mehr Roth als Gelb, daher bildet der Überschuss des Roth mit Blau violett.

3. Durch Absorption des Überschusses an irgend einer Stelle des Spectrums erhält man weisses Licht, und dies hat die merkwürdige Eigenschaft, auf keine



Sitzungsb d k Akad d.W math naturw Cl. XII. Bd 5. Heft 1854

Aus d k k Hof u Staatsdruckerei



Aus d. k.k. Hof u. Staatsdruckerei

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. math. naturw. Cl. XII. Bd. 5. Heft 1854

Weise weiter durch Brechung, sondern allein durch Absorption zerlegbar zu sein. Solch weisses Licht hat Brewster an mehreren Stellen des Spectrums erzeugt.

Es ist begreiflich, dass eine so entschieden von den gewöhnlichen Ansichten durch eine so hohe Autorität ausgesprochene Theorie die allgemeinste Aufmerksamkeit erregen musste. Die Literatur, die dadurch hervorgerufen wurde, s. im letzten Abschnitte.

60) Poggendorff, LXXXVI, 501.

61) Ann. de phys. chim. XXXV, 385.

62) Versuche und Beobachtungen über die Farben des Lichtes. Leipzig 1792. Gilb. Ann. XXXIV, 10. Er hat eigentlich zuerst die Meinung ausgesprochen: das weisse Licht bestehe aus Roth, Grün und Violett.

63) Schweigg. Journ. III, 158.

64) Zusammensetzung der prismatischen Farben. Poggendorff, LXXXVII, 45.

65) Zur Theorie der Farbenmischung. Poggendorff, LXXXIX, 69.

66) Cosmos 1853, II, 232. — Poggendorff, LXXXVIII. 385.

67) Poggendorff, VII.

68) Gilb. Ann. XXVI, 297 ff.

69) Vergleiche §. 3 und 4 des 5. Abschnittes im Junihefte der Sitzungsberichte der kaiserl. Akademie der Wissenschaften.

SITZUNG VOM 18. MAI 1854.

Vorträge.

Resultate aus den magnetischen Beobachtungen zu Prag.

Von dem w. M. **Karl Kreil.**

Der Fleiss, mit welchem seit ungefähr zwanzig Jahren die Äusserungen der magnetischen Erdkraft durch regelmässige Beobachtungen verfolgt werden, hat einen so reichen Schatz von Erfahrungen aufgehäuft, dass es an der Zeit ist, an die Bearbeitung desselben zu gehen und die Ernte der heranreifenden Früchte zu beginnen, welche bei der Mannigfaltigkeit der Erscheinungen und ihrer verschiedenartigen Beziehungen, in denen sie zu anderen Naturkräften stehen, gewiss eine sehr reichliche werden wird.

Es drängt sich hier wie bei so vielen anderen wissenschaftlichen Arbeiten der Wunsch auf, dass zwischen den Betheiligten ein Übereinkommen über die Vertheilung der Arbeit getroffen werden möge, damit Jeder, der dabei Hand anlegen will, der Sorge enthoben sei, dass derselbe Gegenstand, ihm unbewusst, nicht vielleicht von einem Andern in Angriff genommen oder seiner Vollendung

entgegengeführt werde. In Ermanglung eines solchen Übereinkommens und aus manchen anderen Gründen ist es wohl das zweckmässigste, dass Jeder zunächst seine eigenen Beobachtungen bearbeite, daher in der vorliegenden Abhandlung die Resultate aus den magnetischen Beobachtungen zu Prag abgeleitet worden sind.

Während man bei den astronomischen Beobachtungen vorzugsweise den Zweck hat, die Orte genau anzugeben, welche ein durch die Schwerkraft bewegter Körper nach und nach einnehmen muss, die Bestimmungsstücke dieser Kraft aber, nämlich ihre Richtung und Stärke als bereits bekannt und unveränderlich annehmen kann, handelt es sich bei den magnetischen Beobachtungen zunächst darum, die Änderungen, welche in den Bestimmungsstücken der Kraft vor sich gehen, zu erforschen, und aus diesen Änderungen auf die Natur der Kraft zu schliessen. Sie reihen sich in dieser Beziehung zunächst an die meteorologischen Beobachtungen an, und können daher auch durch dasselbe Verfahren erörtert werden, welches man bei diesen anzuwenden pflegt. Aus diesem Grunde, und aus einem zweiten, weil nämlich der Temperaturwechsel als Hauptquelle sowohl der atmosphärischen wie der magnetischen Änderungen angesehen wird, hat man bisher beide Classen von Erscheinungen in ein Fach zusammengelegt, wobei jedoch nicht ausser Acht zu lassen ist, dass beim Erdmagnetimus eine bestimmte, wenn auch in ihren Äusserungen mannigfach abgeänderte Kraft zu erforschen ist, während in der Atmosphäre mannigfaltige Kräfte thätig sind, deren Ineinandergreifen die Aufgabe noch viel verwickelter macht.

Die in den Äusserungen der magnetischen Kraft vorgehenden Änderungen können entweder dem Raume nach betrachtet werden, indem man von einem Punkte der Erdoberfläche zum nächsten fortschreitet, und liefern dann, wenn sich alle auf dieselbe Epoche beziehen, das Bild der Vertheilung des Erdmagnetismus für diese Epoche; oder man kann die an einem Punkte aber in auf einander folgenden Zeiten stattfindenden Änderungen ins Auge fassen, welche zur Kenntniss der Naturkraft gleich wichtig, und zur Zurückführung der Beobachtungsresultate auf dieselbe Epoche also auch für den ersteren Zweck unerlässlich sind. Eine vollständige Theorie über die magnetische Kraft der Erde, welche beide Arten von Änderungen in sich begreifen soll, wird daher desto vollständiger sein an je mehr Punkten die Bestimmungsstücke oder Elemente der Kraft nicht nur

für eine bestimmte Zeit, sondern auch ihrer Änderung nach im Verlaufe der Zeit erkannt worden sind.

Man kennt bereits fünf Arten von Änderungen, welchen die magnetische Kraft an einem und demselben Orte unterworfen ist, und die meistens nach der Periode, in der sie ihren Kreislauf vollenden, benannt werden; nämlich die täglichen, die jährlichen, die zehnjährigen, die seculären und die Störungsänderungen. Die ersten drei Arten verhalten sich zu einander wie Grössen höherer Ordnungen, indem die jährliche Änderung die Zu- und Abnahme der täglichen Änderung von einem Monat zum andern im Verlaufe des Jahres, die zehnjährige Änderung aber die Zu- und Abnahme der jährlichen Änderung im Verlaufe eines Decenniums in sich begreift. Diese zehnjährige Periode erstreckt sich auch, wie die neueren Untersuchungen gezeigt haben, über die Störungsänderungen, so wie über den Einfluss, welchen der Mond auf die magnetische Erdkraft ausübt. In der vorliegenden Abhandlung werden die vier ersten Classen von Änderungen für die beiden horizontalen Elemente, Declination und horizontale Intensität, aus zwölfjährigen Beobachtungen erörtert, und zum Schlusse eine Beantwortung der Frage versucht, ob ein aus früheren Beobachtungen gefolgerter Zusammenhang zwischen manchen atmosphärischen und den magnetischen Änderungen, wirklich bestehe oder nicht.

Von diesen verschiedenen Arten der Änderungen sind die täglichen am häufigsten untersucht worden; da sie aber die Grundlage aller übrigen Änderungen höherer Ordnung bilden, und mit den jährlichen in so engem Zusammenhange stehen, dass man sie nicht leicht trennen kann, so dürfen sie auch hier nicht übergangen werden. Auch geben sie das getreueste Bild der Vertheilung der Kraft über die Oberfläche der Erde oder, wenn man sich des Ausdruckes bedienen will, der magnetischen Klimate, so wie der tägliche und jährliche Gang der meteorologischen Erscheinungen uns über den klimatischen Charakter der verschiedenen Erdzonen den reichsten Aufschluss gewährt. Endlich ist es keinem Zweifel unterworfen, dass eine auf eine grössere Reihe von genauen Beobachtungen gegründete Untersuchung noch manche Thatsache ans Licht ziehen kann, welche bisher unbeachtet geblieben ist.

Der tägliche Gang der Declination zeigt im Allgemeinen ein doppeltes Maximum und Minimum, wovon nur die Solstitialmonate

eine Ausnahme machen, da in denselben ein Maximum und ein Minimum verschwinden.

Das erste Maximum tritt in den Stunden nach Mitternacht ein, ist unbeträchtlich und der Zeit nach sehr veränderlich, denn es findet in den Sommermonaten schon um 1^h oder 2^h, in den Wintermonaten erst um 4^h oder 5^h Statt; im Juni und December verschwindet es gänzlich.

Das erste Minimum hält seine Zeit viel genauer ein, denn es wechselt nur zwischen $6^h\,28'$ und $7^h\,36'$ Morgens; man erkennt jedoch in der Änderung der Eintrittszeit keinen jährlichen Gang, wohl aber in der Änderung seiner Grösse, da im Sommer dieses Minimum das absolute ist, bei welchem die Declination ihren kleinsten Werth während des ganzen Tages erreicht, im Winter hingegen ist dieses bei dem zweiten Minimum in den Abendstunden der Fall. Im December verschwindet es.

Das zweite Maximum in den ersten Nachmittagsstunden ist der Zeit nach noch weniger veränderlich, es schwankt nur zwischen $0^h\,47'$ und $1^h\,21'$. Es bleibt das ganze Jahr hindurch grösser als das erste Maximum, und verschwindet nie.

Das zweite Minimum ist der Zeit nach gleichfalls sehr veränderlich; es tritt in den Abendstunden zwischen $8^h\,18'$ und $12^h\,55'$ ein; es zeigt hiebei im Verlaufe des Jahres keinen regelmässigen Gang, und verschwindet im Juni.

Nimmt man den Unterschied zwischen dem grössten und kleinsten Werthe der Declination, also die tägliche Änderung für jeden Monat, so findet man sie vom December bis zum Juni wachsend, von da an abnehmend. Die für diesen Gang entwickelte Gleichung gibt den 8. Juni als den Tag der grössten, den 20. December als den Tag der kleinsten täglichen Änderung an. Im Juni ist diese Änderung $= 12'{\cdot}54$, im December $= 4'{\cdot}49$ mithin im Sommer beinahe um das Dreifache grösser als im Winter.

Die Zeiten, an welchen vor und nach dem mittägigen Maximum die Declination ihren mittleren Werth erreicht, sind im Laufe des Jahres ebenfalls einem regelmässigen Wechsel unterworfen, den man aus der Dauer der Zwischenzeit, während welcher nämlich die Declination über ihrem mittleren Werthe bleibt, erkennt. Diese Dauer erlangt ein doppeltes Minimum und ein doppeltes Maximum. Die hierfür entwickelte Gleichung gibt:

das erste Minimum zu 7 Stunden 38′ am 18. April,
„ „ Maximum „ 9 „ 16′ „ 11. Juli,
„ zweite Minimum „ 7 „ 17′ „ 28. September,
„ „ Maximum „ 9 „ 15′ „ 24. December.

Wenn auch nach dem Vorhergehenden die tägliche Änderung vom Winter- zum Sommersolstitium eine Zunahme, von da an eine Abnahme zeigt, so werden in diesem Gange doch noch manche Unregelmässigkeiten ersichtlich. Der April gibt eine zu grosse, der Juli eine zu kleine tägliche Änderung, und die nach den Beobachtungszahlen verzeichnete Curve würde im ersten Monate eine convexe, im zweiten eine concave Ausbiegung erhalten. Diese Abweichungen vom regelmässigen Gange sind allerdings gering, indem sie innerhalb der Grenzen einer Bogenminute bleiben, allein bei der Schärfe, mit welcher der Gang in den übrigen Monaten ausgeprägt ist, und der Erfolglosigkeit meiner Bemühung die Ursache hiervon in einem Fehler der Beobachtungen oder ihrer Behandlung aufzufinden, konnte man sie doch nicht blos für scheinbar halten. Um aber hierüber zu einer begründeten Überzeugung zu gelangen, wurden auch die Beobachtungen von 15 anderen in neuerer Zeit errichteten Stationen untersucht, welche bereits mehrjährige Beobachtungen geliefert haben, woraus hervorging, dass fünf von ihnen, nämlich die auf dem westlichen europäischen Festlande liegenden, Mailand, Kremsmünster, München, Brüssel, Göttingen denselben Gang wie Prag so übereinstimmend auswiesen, als man es bei der verschiedenen Beschaffenheit, Aufstellung und Behandlung der Instrumente erwarten konnte, dass also die bemerkten Unregelmässigkeiten keineswegs Local- oder Beobachtungsfehlern zuzuschreiben, sondern in der Natur gegründet sind. In Greenwich stellt sich ein doppeltes Maximum (im April und August) und ein doppeltes Minimum (im Juni und December) heraus, welchem Gange sich auch Göttingen ziemlich nahe anschliesst.

Die russischen Stationen zeigen hingegen wieder nur ein Maximum und Minimum, so wie Toronto, wo jedoch das Maximum erst mit Anfang August eintritt.

In der Nähe des Äquators (St. Helena) sind die Änderungen viel kleiner und deuten auf eine mehrfache Wendung hin.

Die südlichen Stationen, Cap der guten Hoffnung und Hobarton, geben trotz ihres grossen Längenunterschiedes übereinstimmend ein

doppeltes Maximum (Februar und November) und ein doppeltes Minimum (Jänner und Juni).

Wenn man aus den Monatmitteln der täglichen Änderung die Jahresmittel bildet, und diese unter einander vergleicht, so erkennt man bald, dass sie in einem regelmässigen Zu- und Abnehmen begriffen sind, das sich nach zehn Jahren wiederholt. Bei dieser zehnjährigen Periode, welche von Lamont aufgefunden wurde, kömmt es zunächst darauf an die Zeit der Wendungen also ihre Länge und die Grösse der Änderung im Verlauf dieser Periode so scharf als möglich anzugeben. Die hiezu benützten Prager Beobachtungen umfassen einen für diesen Zweck günstigen Zeitraum, indem sie zur Zeit eines (freilich damals noch unbekannten) Maximums begannen und den Zeitraum von zwölf Jahren in sich begreifen, so dass in ihnen drei Wendungen, zwei Maxima und ein Minimum, enthalten sind. Als Ergebniss dieser Untersuchung wurde gefunden:

Erstes Maximum im Jahre	1839.14
Zweites Maximum in Jahre	1849.22
Demnach Länge der Periode	10.08 Jahre
Minimum im Jahre.....	1843.52

Der Zeitraum zwischen dem ersten Maximum und dem Minimum beträgt	4·30 Jahre
Jener zwischen dem Minimum und dem zweiten Maximum	5·70 „
Die Grösse der Änderung beim Maximum war	5·96 „
„ „ „ „ „ Minimum „	3·52 „
Unterschied..	2·44 „
Mittlere Änderung..	4·74 „

Die absoluten Declinationsbestimmungen in Prag lieferten nebst mehreren anderen Werthen auch folgende zwei:

Vom 21. August bis 3. September 1840 Declination =	15° 43′77
Am 25. September 1849 Declination =	14 42·38
Demnach durchschnittliche jährliche Abnahme =	6·82

Diese und die übrigen Declinationsbestimmungen dienten dazu, die an den Variations-Apparaten abgelesenen Scalenwerthe in Declination zu verwandeln, und auf diese Weise die Tagesmittel der Declination zu erhalten. Diese Tagesmittel wurden für den zehnjährigen Zeitraum 1840—1849 gerechnet, um zu sehen, ob die Abnahme im Verlaufe des Jahres eine gewisse Regel befolge.

In den einzelnen Jahrgängen wurde eine solche nicht erkannt, der zehnjährige Durchschnitt jedoch gab auch hierüber genaueren Aufschluss. Er zeigte eine rasche Abnahme der Declination in den ersten beiden Monaten des Jahres, welcher schon im März eine Art von Stillstand folgt. Im Mai sieht man die Declination in der Regel zunehmen, und es dauert die Zunahme durch den ganzen Monat an. Im Juni tritt eine kaum merkliche Abnahme ein, welche gegen Ende wieder in Zunahme übergeht. Erst im Juli und August wird die Abnahme merklicher. September hat im ganzen Jahre die rascheste Abnahme, ist auch zugleich der einzige Monat, in welchem diese nie durch eine Zunahme unterbrochen wird; auch im October ist die Abnahme noch stark, wird aber im November und December wieder schwächer. Es sind also die Monate Jänner, Februar, September und October jene, während welchen die Kräfte, die die seculäre Änderung der Declination hervorbringen ihren stärksten Einfluss ausüben. Auch der Juli reiht sich an diese Monate an, allein da dieser Monat auch bei dem jährlichen Gange der täglichen Änderung, wie man bereits früher gezeigt hat, eine so auffallende Abweichung darbietet, so scheint für ihn die Ursache beider Unregelmässigkeiten wo anders zu suchen zu sein.

Die Epochen, an denen die Declination am raschesten abnimmt, fallen aber sehr nahe mit jenen zusammen, an welchen die Störungskräfte ihre grösste Thätigkeit entwickeln. Wenn man nämlich aus der im 10. Bande der Prager Beobachtungen S. XIV gegebenen zehnjährigen Störungstafel die fünftägigen Mittel nimmt, sie durch Entwickelung der Jahresgleichung vom jährlichen Gange befreit, und daraus die Tage sucht, an denen die stärksten Störungen eintreten, so findet man diese in der ersten Hälfte des Februars, am 21.—25. September und am 21. — 25. October. Es wird demnach erlaubt sein die Vermuthung auszusprechen, dass die Störungen keine spurlos vorübergehende Erscheinung sind, sondern eine nachhaltige Wirkung ausüben, welche in einer Verkleinerung der Declination besteht, dass sie daher in demselben Sinne wirken wie die Kräfte, welche die seculäre Abnahme hervorbringen.

Die Beobachtungen über die Intensität der horizontalen Componente haben ähnliche Resultate geliefert, wie jene, die bei der Declination gefunden wurden. Im täglichen Gange zeigen sich auch

hier zwei Maxima und zwei Minima. Das erste Maximum tritt in den früheren Morgenstunden ein, ändert aber seine Epoche von 12 Uhr (im Juni) bis über 17 Uhr (im December und Jänner). Das erste Minimum zeigt sich in den Mittags- oder Vormittagsstunden, am frühesten im Juni um $21^h\ 45'$, am spätesten im December um $2^h\ 16'$. Das zweite Maximum fällt auf die Abendstunden zwischen 6 und 8 Uhr, das zweite Minimum, gegen Mitternacht, zwischen 10 und 12 Uhr. Diese letzten beiden Wendungen sind wenig von einander verschieden, und verschwinden gänzlich für die letzten vier Monate des Jahres. Der Unterschied zwischen dem grössten und kleinsten Werthe oder die Grösse des täglichen Ganges, in $^1/_{10000}$ Theilen der Horizontalkraft ausgedrückt, wächst vom December, wo er 6·7 beträgt, bis Juli wo er den Werth 21·0 erreicht, und nimmt dann wieder ab. Die Zu- und Abnahme geschieht aber nicht ganz regelmässig, indem April und October einen grösseren Werth geben, als ihre Nachbarmonate, dagegen verschwindet die Unregelmässigkeit des Juli, welche sich bei der Declination kund gegeben hat.

Die Vergleichung der Jahresmittel aus allen von 1840 bis 1851 angestellten Beobachtungen zeigt, dass auch bei diesem Elemente die täglichen Änderungen im Verlaufe einer zehnjährigen Periode zu einem Maximum und Minimum gelangen, und dass die Epochen der Wendungen sehr nahe mit denen zusammenfallen, welche für die Declination gefunden wurden.

Die Änderung gelangte zu ihrem Minimum im Jahre 1843.27
und zu ihrem Maximum im Jahre ..... 1849.00.

In ihrem Minimum betrug sie 8·1,
in ihrem Maximum..... 11·9,

beides in $^1/_{10000}$ Theilen der Horizontalkraft ausgedrückt.

Die Werthe der Horizontalkraft, welche durch die Bestimmungen im Freien (die sogenannten absoluten Bestimmungen) erhalten wurden, zeigen vom Jahre 1844 bis 1851 ein fortwährendes Zunehmen dieser Kraft an, das jedoch nicht gleichförmig, sondern in den Jahren 1846 und 1847 fast unmerklich, von 1848 bis 1850 aber sehr rasch war, und

im Jahre 1844·7 den Werth 1·8725
„ „ 1851·3 „ „ 1·8926

ergab, so dass sich diese Kraft im Verlaufe von $6^1/_2$ Jahren um $^2/_{100}$ ihres Werthes vergrösserte. Die mit dem Jahre 1845 beginnenden

verlässlicheren Inclinationsbestimmungen zeigen, dass der grösste Theil dieser Änderung einer Abnahme der Inclination zuzuschreiben sei. Die Inclination wurde nämlich gefunden

im Jahre 1845·7 Inclination = 66° 2·25
„ „ 1851·3 „ = 65 50·61

und aus allen gleichzeitig angestellten Bestimmungen über horizontale Intensität und Inclination ergab sich

der Werth der Gesammtkraft = 4·6250 für 1848·6.

Man hat in früheren Zeiten sich mehrfach damit beschäftigt, einen unmittelbaren Zusammenhang zwischen den magnetischen Änderungen und den Erscheinungen in der Atmosphäre festzustellen. Es kann nicht geleugnet werden, dass ein solcher zwischen den Änderungen der Temperatur, und denen der Intensität der magnetischen Erdkraft besteht, und es lässt sich auch vermuthen, dass wenn auch nicht so unmittelbar, doch in entfernterer Weise auch die Declination von der Temperatur der Luft und der Erdkruste abhängig ist. Diese Abhängigkeit bringt wahrscheinlich sowohl in den Äusserungen der magnetischen Erdkraft als in den atmosphärischen Erscheinungen die tägliche und jährliche Änderung hervor, welche demnach beiden gemeinschaftlich ist, und die Vermuthung, als sei zwischen beiden Classen von Erscheinungen eine unmittelbare Verbindung vorhanden, noch mehr bekräftigt. Besteht aber eine solche unmittelbare Einwirkung, die sich auch nach Ausschluss des Einflusses der Wärme noch bemerklich macht, so muss sie sich bei Beobachtungsdaten auch noch nachweisen lassen, wenn sie von dem täglichen und jährlichen Gange befreit sind. Die neueren Beobachtungen bieten alle Mittel dar, diese Correction anzubringen, was jedoch bei den älteren nicht immer der Fall war. Dies, so wie die unvollkommenen Apparate, und die nicht genaue Einhaltung der Beobachtungszeiten, da man gewöhnlich solche Beobachtungen nur als Nebensache behandelte, erlaubt gegen derlei Ergebnisse, bei denen es sich meistens um sehr kleine Grössen handelt, einigen Zweifel zu hegen, und macht es gewissermassen zur Pflicht sie jetzt, wo die Bedingungen einer genaueren Erörterung erfüllt werden können, einer neuen Durchsicht zu unterziehen.

Unter den atmophärischen Erscheinungen, denen man einen merklichen Einfluss auf die Änderungen des Erdmagnetismus, namentlich der Declination zugeschrieben hat, steht seit Schübler's

Beobachtungen hierüber, die Heiterkeit oben an. Seine eigenen Aufzeichnungen, welche zwar durch mehrere Jahre fortgesetzt wurden, jedoch wegen seiner übrigen Geschäfte keine zusammenhängende Reihe bildeten, gaben das Resultat, dass die Declinations-Änderungen an heiteren Tagen

im Sommer um 2'6
im Winter um 1'3

grösser seien, als an trüben Tagen, wofür er auch in dreimonatlichen Beobachtungen über die Declinations-Änderung in Berlin, so wie aus einigen Wahrnehmungen Farquharson's eine Bestätigung zu haben glaubte.

Die Heiterkeit ist ein Element, dessen Abstufungen und Änderungen nicht durch scharfes Messen sondern durch blosses Abschätzen bestimmt werden, und dies ist wahrscheinlich der Grund, warum man bisher bei den Untersuchungen über dieselbe, die sonst überall in der Meteorologie angewendeten Formeln und Gleichungen noch nicht benützt hat. Da aber in neuerer Zeit diese Abschätzungen in Zahlen gegeben, und auf ein bestimmtes Mass, nämlich die Ausdehnung der gesammten Himmelsfläche als Einheit bezogen werden, da ferner bereits mehrere Beispiele gezeigt haben, dass derlei Schätzungswerthe Ergebnisse liefern, welche, selbst für astronomische Zwecke sehr brauchbar sind, so habe ich geglaubt auch auf dieses Element das früher gebrauchte Verfahren mit Hoffnung auf Erfolg anwenden zu können. Aus den zehnjährigen Prager Beobachtungen wurden daher die Monatmittel der geraden Beobachtungsstunden zur Entwickelung der Gleichungen für die einzelnen Monate benützt, und aus diesen der tägliche und jährliche Gang der Heiterkeit gefolgert.

Man sieht daraus, dass im Allgemeinen die Heiterkeit in den früheren Morgenstunden abnimmt, und noch vor 6 Uhr Morgens ein Minimum erreicht, von welchem sie sich rasch zu einem Maximum erhebt, das noch Vormittags eintritt. In den Nachmittagsstunden ergibt sich ein zweites Minimum, und noch vor Mitternacht tritt das zweite Maximum ein.

Dieser Gang ist in der zweiten Hälfte des Jahres besser ausgeprägt als in der ersten, wahrscheinlich weil die stärkere Erwärmung der Erdrinde während des Frühlings und Sommers einen kräftigeren und regelmässiger aufsteigenden Luftstrom hervorbringt,

der bei der Vertheilung der Dünste eine so grosse Rolle spielt. Bekanntlich ruht dieser Luftstrom während der Nacht, und lässt die Dünste sich ungestört ansammeln, daher das Minimum des Morgens, so wie er erwacht, und unterstützt von der Sonnenwirkung die Dünste zerstreut, wächst die Heiterkeit, aber nicht so lange als er andauert, denn das Maximum tritt zumeist in den Vormittagsstunden ein, der aufsteigende Luftstrom aber erstreckt sich auch über die Nachmittagsstunden. Allein es wird jetzt eine andere Ursache thätig, welche auf die Heiterkeit der Luft einen grossen Einfluss ausübt. Dies ist die in den höheren und kälteren Luftschichten nothwendiger Weise eintretende Verdichtung der durch den aufsteigenden Strom in die Höhe geführten Dünste, welche Trübung des Himmels, Elektricitäts-Entwickelung und häufige Niederschläge zur Folge hat, daher auch das tägliche Maximum der Gewitter und Niederschläge in den Sommermonaten auf diese Stunden fällt.

Das davon herrührende Minimum der Heiterkeit zeigt sich in allen Monaten des Jahres mit Ausnahme des Februars, welcher obschon seine Änderungen grösser sind als die irgend eines Monats, und besonders das Minimum des Morgens ungemein scharf hervortreten lassen, hievon eine bemerkenswerthe Ausnahme macht. Die Monate März und April befolgen aber schon den gewöhnlichen Gang, und der letzte Monat in einer ausgezeichneten Weise. Seine Änderung hat nach Februar den grössten Werth, und verdankt ihren Ursprung vielleicht dem Kampfe der Luftströmungen, welcher um diese Zeit am stärksten wird. Da im folgenden Monate zwischen diesen Strömungen wieder mehr Ruhe eintritt, der aufsteigende Strom aber wegen der geringeren Menge der in die Erdrinde eingedrungenen Wärme noch nicht seine ganze Kraft erreicht hat, so ist die Änderung im Mai auffallend klein, und gewinnt erst im Juni, und auch da nur allmählich jene Ausdehnung, die sie während der Sommermonate zeigt und im Herbste grösstentheils beibehält.

Die Vergleichung des täglichen Ganges der Heiterkeit mit dem der magnetischen Elemente, der Declination und horizontalen Intensität zeigt, dass sich daraus ein engerer Zusammenhang zwischen beiden Classen von Erscheinungen nicht folgern lässt, als höchstens ein solcher, welcher in einem gemeinschaftlichen Ursprunge, mag dieser nun in den Wärmeänderungen oder wo anders zu suchen sein, seinen Grund hat. Da indessen dieses Verfahren nicht dasjenige war.

welches Schübler zu den von ihm erlangten Resultaten geführt hat, so wurde ein mehr directer Weg eingeschlagen, indem von den ersten fünf Jahren des der Untersuchung zu Grunde liegenden Decenniums von Tag zu Tag die Declinations-Änderung vom Minimum des Morgens bis zum Maximum des Nachmittags gesucht, und eben so der Grad der Heiterkeit während dieser Stunden bestimmt wurde. Nach diesem Heiterkeitsgrade wurden die Tage in vier Classen vertheilt, nämlich in die trüben, mehr trüben, mehr heiteren, und ganz heiteren, oder nach Zahlen, jenachdem der 0·0 bis 0·2

0·3 „ 0·4
0·5 „ 0·6
0·7 „ 1·0te Theil

des sichtbaren Himmelsraumes wolkenlos war.

Vereinigte man dann die für jede Classe erhaltenen Zahlen in ein Gesammtmittel, so fand man die Declinations-Änderung in Scalentheilen ausgedrückt:

für die Heiterkeit 0·0 bis 0·2 Decl. Änd. = 16·4
„ „ „ 0·3 „ 0·4 „ „ = 18·8
„ „ „ 0·5 „ 0·6 „ „ = 19·2
„ „ „ 0·7 „ 1·0 „ „ = 20·2

wornach sich der Einfluss der Heiterkeit auf 3·8 Scalentheile oder 1′ 43″ herausstellen würde. Dies trifft nahe mit der von Schübler gefundenen Grösse überein, der sie im Mittel aus den Sommer- und Winterbeobachtungen auf 2′ angibt.

Allein hiebei ist der jährliche Gang, den beide Classen von Erscheinungen einhalten, noch nicht berücksichtigt worden. Aus der Untersuchung über die Declinations-Änderung geht hervor, dass diese im Sommer fast dreimal so gross wird als im Winter. Vergleicht man aber die Anzahl der Beobachtungstage, welchen die Heiterkeit 0·0 bis 0·2 zukömmt, mit der Summe aller in die übrigen drei Heiterkeitsgrade gehörigen, so ist ihre Verhältniss im Winter 1 : 1, im Sommer 1 : 3. Es gehört demnach die verhältnissmässig grössere Anzahl von Beobachtungen an heiteren Tagen der Sommerperiode, d. h. der Periode der grossen Declinations-Änderung, die grössere Anzahl von Beobachtungen an trüben Tagen aber der Winterperiode, d. h. der Periode der kleinen Declinations-Änderung, an; es musste sich daher schon aus diesem Grunde ein Einfluss der Heiterkeit auf die Declinations-Änderung herausstellen, welcher indessen nur

scheinbar ist, und verschwindet, sobald man ein Verfahren anwendet, welches in den beiderseitigen Erscheinungen den jährlichen Gang ausscheidet. Dieses Verfahren besteht einfach darin, dass man nicht die Gesammtmittel in der Weise wie es früher geschehen ist, in Betracht zieht, sondern die Mittel für jeden Monat abschliesst, und dann erst diese Monamittel in ein Gesammtmittel vereinigt. Auf diesem Wege wurden folgende Ergebnisse erreicht:

bei der Heiterkeit	0·0	bis	0·2	Decl.	Änd.	=	18·2	in Scal.	Theilen.		
„ „ „	0·3	„	0·4	„	„	=	18·5	„	„	„	
„ „ „	0·5	„	0·6	„	„	=	18·2	„	„	„	
„ „ „	0·7	„	1·0	„	„	=	18·2	„	„	„	

Man kann daher der Heiterkeit keinen Einfluss auf die Änderung der magnetischen Declination zuschreiben.

Die Untersuchung über den Zusammenhang der Heiterkeit mit den Änderungen der horizontalen Intensität, welche für äussere Einflüsse noch viel empfindlicher ist als die Declination, führte zu einem ähnlichen Resultate.

Eine andere Erscheinung, welche nach den Andeutungen älterer Beobachtungen auf den Gang der Declination Einfluss ausüben soll, ist die Richtung des Windes. Zehnjährige Beobachtungen von Hemmer in Mannheim geben die Declination bei NNO.-Winden um 0'9 grösser als bei SSW.-Winden. Nach Beguelin's Beobachtungen in Berlin ist sie bei N.-Winden um 1'20 grösser als bei SW. Nach Beaufoy's Beobachtungen in London ist sie bei ONO.-Winden um 2'00 grösser als bei W.-Winden [1]).

Diesen Wahrnehmungen kann ein ähnlicher Irrthum zu Grunde liegen, wie den früher erwähnten in Betreff der Heiterkeit, denn auch die Luftströmungen sind einem jährlichen Gange unterworfen, dessen Einfluss unschädlich wird, wenn man corrigirte und auf dieselbe Epoche gebrachte Declinations-Beobachtungen zur Untersuchung verwendet.

Eine schon von mehreren Jahren durchgeführte Zusammenstellung der dreijährigen Mailänder Beobachtungen lieferte ein negatives Resultat, indem sie keinen solchen Einfluss zu erkennen gab. Man fand nämlich im Mittel aus allen Aufzeichnungen:

[1]) Kämtz, Lehrbuch der Meteorologie, III. Bd., S. 443.

bei	Süd - Winden	die Declination	= 18°	28′	2″
„	Südwest-Winden	„ „	= 18	28	6
„	West-Winden	„ „	= 18	28	10
„	Nordwest-Winden	„ „	= 18	28	2
„	Nord-Winden	„ „	= 18	28	12
„	Nordost-Winden	„ „	= 18	28	14
„	Ost-Winden	„ „	= 18	28	17
„	Südost-Winden	„ „	= 18	28	20

Sowohl die geringe Verschiedenheit dieser Werthe, als auch ihr nach keinem Gesetze angeordneter Gang lassen einen wirklichen Einfluss bezweifeln, welcher jedenfalls so gering sein müsste, dass er selbst bei den viel schärferen neuen Apparaten leicht durch Beobachtungsfehler und andere unvermeidliche äussere Störungen verdeckt werden könnte. Um jedoch hierüber ausser allen Zweifel zu sein, wurden auch die zehnjährigen Prager Beobachtungen nach den Winden geordnet, deren Vergleich mit den Ergebnissen der Mailänder Zahlen um so eher zu einem entscheidenden Schlusse führen musste, weil in beiden Orten die herrschende Windrichtung eine ganz verschiedene ist, da in Mailand, wahrscheinlich wegen der gegen Osten offenen Lage, die Ostwinde die vorherrschenden sind, und die Südwestwinde ein untergeordnetes Maximum bilden, während in Prag die Südwest- und Westwinde bei weitem die vorherrschenden sind, und die Ostwinde in einem untergeordneten Maximum auftreten.

Als Ergebniss wurden folgende, in Scalentheilen gegebenen Werthe der Declination bei verschiedenen Windrichtungen gefunden:

bei	Süd-Winden	Declination	= 416·74
„	Südwest-Winden	„	= 416·57
„	West-Winden	„	= 416·74
„	Nordwest-Winden	„	= 416·46
„	Nord-Winden	„	= 416·41
„	Nordost-Winden	„	= 416·87
„	Ost-Winden	„	= 416·71
„	Südost-Winden	„	= 416·54

Da der Werth eines Scalentheiles 27″226 beträgt, so beläuft sich die Änderung in dieser Zahlenreihe nur auf 12″, eine Grösse, die schon wegen ihrer Kleinheit einigem Zweifel Raum gewährt; überdies würde sich ein Maximum bei Nordost-, ein Minimum bei

Nordwinden ergeben, was durchaus unstatthaft erscheint, so dass man wieder zu dem Schlusse berechtigt ist, ein solcher Einfluss bestehe nicht, oder sei so gering, dass selbst nicht die neueren Beobachtungen, noch weniger also die älteren, ihn ans Licht zu ziehen vermögen.

Beiträge zur Kenntniss der Heterophyllen der österreichischen Alpen.

Von dem c. M. **Franz Ritter v. Hauer**,
k. k. Bergrath.

(Mit IV Tafeln.)

Zu den am weitest verbreiteten und artenreichsten Familien der Ammoniten, welche in unseren Alpen vertreten sind, gehören unstreitig die Heterophyllen. Ein reiches, mir zu Gebote stehendes Materiale aus allen Theilen der gewaltigen Gebirgskette, zum Theil zusammengebracht durch die von Seite der k. k. geologischen Reichsanstalt eingeleiteten Aufsammlungen, zum Theil mir von verschiedenen Seiten her zur Untersuchung anvertraut, enthält einige sehr eigenthümliche ganz neue Arten, dann andere, die bisher im Gebiete der Alpen nicht aufgefunden worden waren, endlich lehrt es für viele in diesem Gebiete bisher schon bekannte Arten eine beträchtliche Anzahl neuer Fundorte kennen.

Die folgenden Blätter enthalten die Ergebnisse einer genauen Untersuchung dieser Formen. Nur die neuen und einige wenige bisher nur ungenügend bekannte Arten sind abgebildet. Bei den Übrigen ist, wo nicht weitere Angaben unbedingt nöthig erschienen, die Literatur nur so weit angeführt, als sie sich auf das Vorkommen der betreffenden Arten in Österreich bezieht.

Die Zeichnungen der Lobenlinien, deren Anfertigung namentlich bei den Exemplaren vom Hierlatz da die Kammern meist mit krystallinischem Kalk ausgefüllt sind, mit grossen Schwierigkeiten verbunden war, hat mir gütigst der k. k. Berg-Praktikant Herr Johann Jokély entworfen.

Für besondere Zusendungen, theils zur Vervollständigung des Materials, theils zur Vergleichung mit fremdländischen Suiten, fühle ich mich angenehm verpflichtet den Herren Prof. Dr. Reuss in Bilin,

A. Grunow in Berndorf, Robert in Adneth, Orsi und Pischl in Roveredo, Menapace früher in Trient jetzt in Ofen, Lavizzari in Mendrisio, Venanzio in Bergamo, Meneghini in Pisa, E. Sismonda in Turin, Balsamo Crivelli in Pavia, Dr. H. Schlagintweit in Berlin, Hofrath Dr. Fischer in München meinen wärmsten Dank auszusprechen.

1. Ammonites seroplicatus Hauer.

Taf. I.

Die Schale ist sehr weit umfassend, so dass nur ein enger Nabel offen bleibt. Die Umgänge sind beträchtlich höher als breit und am Rücken sowohl als an den Seiten regelmässig gewölbt, so dass der Querschnitt eine beinahe regelmässige Ellipse bildet.

Der letzte Umgang der mir vorliegenden Exemplare, von dem ungefähr zwei Drittel der Wohnkammer angehören, trägt fünf bis sechs tiefe Einschnürungen, die von dem Nabel gegen den Rücken zu ohne weitere Biegung schief gegen vorne gerichtet verlaufen, und am Rücken selbst am tiefsten eingeschnitten sind. Die vordere Hälfte des letzten Umganges trägt überdies sehr starke gerundete Falten, die den Einschnürungen parallel laufen, und vom Nabel gegen den Rücken zu stets stärker hervortreten. Zwischen je zwei Einschnürungen liegen ihrer 6 bis 7. Der hintere Theil des letzten Umganges dagegen so wie die früheren Umgänge sind ganz glatt, nur die Einschnürungen bleiben sichtbar.

Das am vollständigsten erhaltene Exemplar von Kainischdorf bei Aussee hat einen Durchmesser von $10^1/_2$ Zoll, es ist auf Taf. I in $^2/_5$ der natürlichen Grösse abgebildet. Setzt man den Durchmesser $(D) = 100$, so werden die Verhältnisse der Höhe (H) und Breite (B) des letzten Umganges, dann der Höhe h und Breite b des vorletzten Umganges, endlich der Durchmesser des Nabels (N) durch die folgenden Zahlen ausgedrückt:

$$D : H : B : h : b : N = 100 : 59 : 44 : 27 : 22 : 9.$$

Die Einschnürungen verschwinden an dem Exemplare gegen die Mundöffnung zu beinahe gänzlich.

Zwei kleinere Exemplare von 5 und $5^1/_2$ Zoll Durchmesser von Adneth sind ganz ungenabelt, ihre Grössen-Verhältnisse weichen, so weit es sich erkennen lässt, nicht wesentlich von denen des ersten Exemplares ab.

Die Lobenzeichnung war an keinem der vorliegenden Stücke vollständig blosszulegen, doch liessen sich die charakteristischen blattförmigen Sattelenden mit Sicherheit erkennen. Drei grössere Sättel und eine unbestimmbare Anzahl kleinerer Hülfssättel sind jederseits vorhanden. Der Lateralsattel ist der höchste von allen. Er trägt unpaarig gestellte Blätter. Der Rückenlobus ist beträchtlich seichter als der obere Laterallobus. Die Abbildung Taf. I, Fig. 3, ist nach Thunlichkeit ergänzt und gibt ein ziemlich getreues Bild der grösseren Sättel.

Mit vielen Arten aus der Familie der Heterophyllen verwandt, lässt sich doch die vorliegende Art mit keiner derselben vereinigen. Mit *A. heterophyllus* selbst hat sie die Gestalt und die Lobenzeichnung gemein, unterscheidet sich aber durch die Falten und Einschnürungen. Bei *Ammonites tatricus*, der Einschnürungen wie unsere Species besitzt, sind dagegen wieder nie Falten beobachtet. Der ebenfalls gefaltete *A. Zignodianus* aber trägt seine Falten auch auf dem gekammerten Theil der Schale, und unterscheidet sich überdies durch eine schmälere Schale und durch die knieförmig gebogenen Einschnürungen. *A. viator* d'Orb. endlich, dessen Falten denen des *A. seroplicatus* noch am meisten gleichen, trägt seine Falten ebenfalls auf der ganzen Schale und hat keine Einschnürungen.

Fundorte:

1. Kainischdorf bei Aussee.
2. Adneth bei Hallein.
3. Lammerfluss, Duscherbrücke. Ein Bruchstück der letzten Windung eines grossen Exemplares mit den bezeichnenden Falten.

2. **Ammonites eximius** Hauer.

Taf. II, Fig. 1—4.

Die Schale dieser merkwürdigen Art ist kaum mehr als bis zur Hälfte umfassend, so dass ein weiter Nabel offen bleibt, der bei der langsamen Wachsthumszunahme den dritten Theil des Durchmessers der ganzen Schale einnimmt.

Die Umgänge sind beträchtlich höher als breit, die Seitenwände abgeflacht, der Rücken zugerundet. Auf der Mittellinie des Rückens erhebt sich ein scharfer schmaler Kiel, der auf der Wohnkammer am deutlichsten hervortritt, weiter auf den inneren Windungen jedoch allmählich verschwindet. Die Seitenwände, die gegen den Nabel zu

scharf treppenförmig absetzen, sind auf der unteren, dem Nabel zugekehrten Hälfte ganz glatt. Auf ihrer Mitte jedoch erheben sich zahlreiche scharfe Falten, die ebenfalls treppenförmig abgesetzt erscheinen, indem sich jede einzelne steil und plötzlich hebt, eine scharfe Kante bildet und dann wieder allmählich gegen vorne bis zur nächsten Falte senkt; sie laufen anfangs in radialer Richtung, biegen sich dann immer schärfer und schärfer nach vorne und erreichen unter einem spitzen Winkel den Rückenkiel. Auch diese Falten sind gegen vorne, namentlich auf der Wohnkammer, viel deutlicher als weiter nach rückwärts, auf den inneren Windungen verschwinden sie allmählich gänzlich.

Kiel und Falten bleiben auch auf dem Steinkerne sichtbar, doch erscheinen sie hier mehr gerundet, und verschwinden gegen rückwärts schon beim Anfange der Wohnkammer gänzlich.

Von Einschnürungen ist auf den Exemplaren mit erhaltener Schale von Besazio und von Thörlklamm nichts zu sehen. Ein Steinkern dagegen vom Rinnbachrechen bei Ebensee zeigt an dem noch mit Kammern versehenen vorderen Theile des letzten Umganges ihrer drei. Sie sind gut markirt, und laufen vom Nabel aus ohne eine weitere Krümmung schief nach vorne.

Am Anfange des letzten Umganges des vollständigsten Exemplares von Besazio erkennt man eine feine Schichte mit den fadenförmigen Linien, die sogenannte Runzelschicht, die von Kaiserling an mehreren Goniatiten [1]), von mir an einigen Ammoniten von Hallstatt [2]) nachgewiesen wurde und die neuerlich die Herren G. und F. Sandberger an zahlreichen Goniatiten aus Nassau beobachteten [3]). Bei *A. eximius* stehen die Runzeln nicht wie bei den meisten Goniatiten und wie bei den Hallstätter Ammoniten radial, sondern in der Richtung der Spirale.

Die mir vorliegenden Exemplare erreichen einen Durchmesser von zwei Zoll. Die Hälfte des letzten Umganges ist dabei Wohnkammer. Für einen Durchmesser = 100 verhalten sich:

$$D : H : B : h : b : N = 100 : 40 : 28 : 21 : 15 : 34.$$

Die Lobenzeichnung weist dem *A. eximius* seine Stellung in der Familie der Heterophyllen unzweifelhaft an, so wenig man auch

[1]) Beobachtungen auf einer Reise in das Petschoraland. Seite 274.

[2]) Die Cephalopoden des Salzkammergutes. Seite 18, Seite 21 u. s. w.

[3]) Versteinerungen des Rheinischen Schichtensystemes in Nassau. Seite 58.

der Gestalt nach Veranlassung finden würde, ihn zur selben zu beziehen. Man zählt jederseits von der Mittellinie des Rückens bis zur Nath drei grössere Sättel und zwei bis drei Hülfssättel. Die grösseren drei Sättel sind deutlich diphyllisch; der obere Lateral ist der höchste von allen, und überragt um ein Beträchtliches den Dorsal.

Der Rückenlobus ist eben so breit als tief, aber nur halb so tief wie der obere Lateral. Der letztere endet in drei Hauptarme. Die kleineren Hülfssättel sind auf einer schief nach rückwärts gerichteten Linie gestellt. In Betreff der übrigen Details, die übrigens wegen Abreibung der Exemplare nicht in aller wünschenswerthen Schärfe erhalten sind, verweise ich auf die Abbildung.

Ammonitus eximius unterscheidet sich von allen bisher bekannten Heterophyllen sehr auffallend durch seinen Rückenkiel. Der Gestalt nach wäre er noch am ehesten mit *A. Mimatensis* d'Orb. zu vergleichen.

Fundorte:

1. Rinnbachrechen bei Ebensee, in einem hellrothen dichten Kalksteine, der den Adnether-Schichten (oberem Lias) angehört. Gesammelt von Hrn. F. Simony.

2. Thörlklamm am Schafberge, in einem hellfleischrothen marmorartigen Kalkstein, der wahrscheinlich zu den Hierlatz-Schichten (oberem Lias) gehört.

3. Bei der Duscherbrücke am Lammerfluss, im rothen Kalkstein der Adnether-Schichten; ein einziges aber gut erkennbares Exemplar, aufgefunden von Hrn. Lipold.

4. Erba bei Como, ein Steinkern von nahe zwei Zoll Durchmesser. Der Kiel und die Falten der Wohnkammer, die Einschnürungen am gekammerten Theile der Schale, die Lobenzeichnung stimmen vollständig mit den Exemplaren von den anderen Fundorten.

5. Besazio, bei der Kirche S. Antonio bei Arzo, in einem ebenfalls sehr dichten marmorartigen, ziemlich hellroth gefärbten Kalkstein. Eingesendet von Hrn. Lavizzari.

Im k. k. Hof-Mineralien-Cabinete.

3. **Ammonites heterophyllus** Sowerby.

1820. *A. heterophyllus.* Sowerby, Mineral Conchology, p. 119. Tab. 266.
1839. *A. heterophyllus.* Collegno, Bullet. de la Société géologique, 1. Série, t. X. p. 246.

1844. *A. heterophyllus.* Collegno, Bull. soc. géol. 2. Serie, T. I, p. 190.
A. heterophyllus d'Orbigny, Pal. franç. Terr. Jurass. I, pag. 339, pl. 109.
1847. *A. Zuppani.* Catullo, Prodromo di Geognosia paleozoica delle Alpi Venete, pag. 131, tav. VI, fig. 1.
1847. *A. heterophyllus.* Zeuschner, Verh. der kais. russischen Gesellschaft für Mineralogie, S. 110.
1847. *A. heterophyllus.* Pilla, Bull. Soc. géol. 2. Serie, IV, pag. 1063.
1848. *A. heterophyllus.* Bayle, Bull. Soc. géol. 2. Serie, V, pag. 452.
1849. *A. heterophyllus.* Quenstedt, Die Cephalopoden, S. 262.
1850. *A. heterophyllus.* Hauer, Sitzungsber. der kais. Akademie der Wissenschaften, 1. Abth., S. 294.
1851. *A. heterophyllus.* Schafhäutl, Geognostische Untersuchungen des südbayerischen Alpengebirges, Tab. zu S. 138
1852. *A. heterophyllus.* Merian, Ber. über die Verh. der naturf. Gesellsch. in Basel. X, S. 151.
1853. *A. heterophyllus.* Emmrich, Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt, IV, S. 385.
1853. *A. heterophyllus.* Escher, Geologische Bemerkungen über das nördliche Vorarlberg. S. 7.
1853. *A. Doderleinianus.* Catullo, Nuova Classificazione delle Calcarie rosse Ammonitiche. Mem. del I. R. Ist. Veneto, Separat, pag. 19, tav. I, fig. 3 *a—e.*

Folgend dem Beispiele der vielen Naturforscher, welche das voranstehende Literaturverzeichniss aufzählt, bezeichne ich eine zahlreiche Reihe von Individuen von den verschiedensten Fundorten, für welche sich keine wesentlichen Unterscheidungsmerkmale vom echten *A. heterophyllus* nachweisen lassen, mit dem Namen dieser Species. Ihre Bestimmung kann demungeachtet nicht als vollkommen sichergestellt betrachtet werden. Es fehlt ein wesentliches Element, die Beschaffenheit der Oberfläche der Schale. Es ist nicht nöthig, auf die weiter entfernten Cephalopoden-Genera, die Orthoceren z. B. zu verweisen, um den mächtigen Einfluss zu begründen, welchen dieselbe auf die richtige Trennung der einzelnen Species auszuüben vermag; derselbe lässt sich leicht auch in der Familie der Heterophyllen selbst erkennen. Ich erinnere nur an *A. Simonyi* Hau.[1]) und *A. Morloti* Hau. [2]), zwei Arten aus den Hallstätter Schichten, deren wesentlichstes Unterscheidungsmerkmal in der Beschaffenheit der Schalenoberfläche liegt. Dieselbe ist bei der letzteren Art glatt, bei

[1]) Haidinger's Naturw. Abhandl. I. Bd. Seite 270; Taf. IX, Fig. 4—6.
[2]) A. a. O. Bd. III. Seite 15; Taf. II, Fig. 12—14.

der ersteren zierlich und regelmässig gestreift, aber so fein, dass die Oberfläche des Kernes keine Spur dieser Streifung erkennen lässt.

Die Exemplare nun, die ich vorläufig hierher stellen zu müssen glaube, gehören alle den rothen Liaskalksteinen der Alpen, namentlich den eigentlichen Adnether Schichten an. Es sind stets nur Steinkerne, und häufig genug so tief ausgewittert, dass auch die feineren Details der Lobenzeichnung nicht mehr zu erkennen sind. Die Gestalt der Schale zeigt wohl einige Verschiedenheiten, doch stimmt sie meist gut mit der des echten *A. heterophyllus*. Das gleiche gilt von der mitunter auch gut erhaltenen Lobenzeichnung, den einzigen Umstand abgerechnet, dass sich mitunter eine mehr oder weniger deutliche Neigung zu einem diphyllischen Sattelbau erkennen lässt. Ein Exemplar des echten *A. heterophyllus* aus dem Upper Lias von Whitby im k. k. Hof-Mineralien-Cabinete zeigt übrigens auch wenigstens den Rücken- und ersten Lateralsattel ziemlich regelmässig diphyllisch; ich kann also diesem Verhältnisse kein allzu grosses Gewicht beilegen.

Was nun die Synonymie betrifft, so liegt wohl kein genügender Grund vor, die zwei Arten, die Catullo aufstellte, den *A. Doderleinianus* und den *A. Zuppani* vom echten *A. heterophyllus* zu trennen. Von dem ersteren wird als Unterscheidungsmerkmal angegeben, dass er eine glatte, nicht gestreifte Schale besitze. Catullo's eigene Abbildung widerlegt aber diese Angabe, denn das kleine Exemplar l. c. Fig. 3 *d, c*, welches, da es zum grossen Theile die Schale erhalten zeigt, die Unterscheidung begründen soll, ist mit sehr deutlichen Streifen gezeichnet. Die Abbildung des *A. Zuppani* von Mazzurega im Veronesischen aber stimmt so genau mit der des grösseren Exemplares des *A. Doderleinianus* (l. c. Fig. 3 *a, b.*), dass es auffallen muss, die erstere Art bei der Beschreibung der zweiten nicht einmal erwähnt zu finden.

Fundorte:

a) In den Nordalpen.

1. Neustiftgraben, Gross-Raming N. Ein unvollständiges Exemplar von zwei Zoll Durchmesser.

2. Rinnbachrechen bei Ebensee. Mehrere ziemlich wohl erhaltene Exemplare bis $2\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser. Die Schale im Verhältniss zur Höhe etwas breiter als gewöhnlich. Querschnitt sehr

regelmässig elliptisch. Lobenzeichnung gut stimmend mit der des echten *A. heterophyllus*.

$$D : H : B = 100 : 58 : 42.$$

Die Exemplare gesammelt von Hrn. F. Simony, in der Sammlung der k. k. geologischen Reichsanstalt.

3. Grünberggraben am Offen-See. Ein nur unsicher zu bestimmendes Exemplar.

4. Zinkeneck bei St. Wolfgang. Meist ziemlich schmale Exemplare bis zu $4^1/_4$ Zoll Durchmesser. Von Hrn. Prof. Dr. Reuss übersendet.

5. Schreinbachgraben bei St. Wolfgang. Zahlreiche Exemplare, die meisten mit einem Durchmesser von $^1/_2$ bis 1 Zoll. Die Gestalt ziemlich variabel. Einige sehr ähnlich den oben erwähnten Stücken vom Rinnbachrechen mit aufgeblähten Windungen, regelmässig elliptischem Querschnitt. Eines der best erhaltenen Exemplare von nahe zwei Zoll Durchmesser zeigt

$$D : H : B = 100 : 57 : 44.$$

Die höheren Sättel sind ziemlich deutlich diphyllisch.

Andere Exemplare sind beträchtlich schmäler, stimmen aber in der Gestalt im Allgemeinen sonst noch gut mit den vorigen überein. Ein solches Exemplar von $1^1/_2$ Zoll Durchmesser zeigt

$$D : H : B = 100 : 57 : 35.$$

Ein zweites ähnliches von 7 Zoll Durchmesser

$$D : H : B : h : b = 100 : 57 : 34 : 27 : 15.$$

Dasselbe zeichnet sich durch grosse regelmässig blattförmige Sattel-Enden aus.

Noch andere Exemplare endlich haben ziemlich abgeflachte Seiten, einen sehr breiten, sanft gerundeten Rücken. Die grösste Breite findet sich über der Mitte der Höhe dem Rücken genähert. Sehr möglich ist es, dass diese Form eine eigenthümliche Species begründen wird, doch ist es ohne Kenntniss der Schale wohl kaum räthlich, sie jetzt schon zu trennen. Catullo's Abbildungen von *A. Doderleinianus* (Fig. 3 *a*, *b*) und von *A. Zuppani* schliessen sich am nächsten hier an, doch stehen sie dem echten *A. heterophyllus* noch näher, da die Seiten mehr gewölbt erscheinen. Das grösste Exemplar dieser Varietät hat 6 Zoll Durchmesser. Ein zweites von 3 Zoll Durchmesser zeigt

$$D : H : B : = 100 : 56 : 46.$$

Sammlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt und des Hrn. Prof. Dr. Reuss.

6. Königsbachgraben bei St. Wolfgang. Das grösste Exemplar von $5\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser hat elliptischen Querschnitt, ebenso mehrere kleine Exemplare. Ein Stück zeigt die Form der letzterwähnten Varietät vom Schreinbachgraben. Zwei Exemplare, das eine von 2, das andere von $4\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser, sind sehr schmal. Für das letztere ist

$$D : H : B = 100 : 65 : 24.$$

Gesendet von Hrn. Prof. Reuss.

7. Tiefenbachgraben am Hintersee. Ein unvollständig erhaltenes Exemplar von $3\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser.

8. Hochleitengraben in der Gaisau. Exemplare bis zu 8 Zoll Durchmesser, von der regelmässig gewölbten Normalform. Nabel geschlossen. Schale gegen ihn zu tief eingesenkt.

$$D : H : B = 100 : 62 : 36.$$

Kleinere Exemplare sind beträchtlich schmäler.

Sammlung der k. k. geologischen Reichsanstalt. Aufgefunden von Hrn. M. V. Lipold.

9. Bischofsteinbruch im Wiesthale.

10. Adneth bei Hallein. Zahlreiche Exemplare von allen im Obigen geschilderten Varietäten, bis zu einem Durchmesser von $5\frac{1}{2}$ Zoll.

Sammlung der k. k. geologischen Reichsanstalt, zum grossen Theile gesendet von Hrn. Robert in Adneth.

Das Vorkommen von *A. heterophyllus* zu Adneth wurde schon vor längerer Zeit von Quenstedt bekannt gemacht.

11. Glaserbachgraben (in Salzburg). Zwei Exemplare bis zu $2\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser. Die Normalform mit elliptischem Querschnitt.

12. Lammerfluss, Duscherbrücke. Ein aufgeblähtes Exemplar von 5 Zoll Durchmesser.

13. Reinangeralpe W. von Golling. Mehrere schlecht erhaltene Exemplare, das eine von 5 Zoll Durchmesser schliesst sich der letzterwähnten Varietät vom Schreinbachgraben an.

14. Kammerkar und Lofer Alpe. Von Schafhäutl und Emmrich angeführt. Unter einer zahlreichen Suite in der Sammlung der k. k. geologischen Reichsanstalt, die zum grossen

Theile Hr. Dr. K. Peters zusammenbrachte, sind Exemplare bis zu 10 Z. Durchmesser. Die meisten auffallend schmal. Zahl der Kammern auf dem letzten Umgange des grössten Exemplares 16. Nur ein Exemplar gehört der mehrmals erwähnten Varietät mit breitem Rücken an.

15. Brandenberg (Schafhäutl).

16. Bei Elbingen Alp im Bernhardsthal (Escher).

17. Spullersalpe SW. von Thannberg (Escher, Merian).

b) In den Südalpen.

18. Caduno (im Vicentinischen), (Catullo).

19. Mazzurega (im Veronesischen), Catullo).

20. Val Trompia bei Brescia. Ein sehr kleines Exemplar von noch nicht 1 Zoll Durchmesser, ein Kieskern mit regelmässig ovalem Querschnitt. 12 Kammern am letzten Umgange.

$$D : H : B : h : b = 100 : 58 : 47 : 20 : 17.$$

Sammlung der k. k. geologischen Reichsanstalt, eingesendet von Hrn. Balsamo Crivelli.

21. Entratico (im Bergamaskischen), (Catullo). Ein von Hrn. Venanzio in Bergamo zur Vergleichung eingesendetes Exemplar hat 3 Zoll Durchmesser, die regelmässige Form des echten *A. heterophyllus*

$$D : H : B = 100 : 56 : 24.$$

22. Ponzate O. v. Como. Ein Exemplar von $1\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser mit derselben Form.

23. Pian d'Erba und Ufer des Comer-Sees (Collegno, d'Orbigny, Pilla u. A.). Ein schmales Exemplar von $2\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser in der Sammlung der k. k. geologischen Reichsanstalt gesendet von Hrn. Balsamo Crivelli; mehrere schmälere und breitere in dem k. k. Hof-Mineralien-Cabinete.

24. Moltrasio östlich von Mendrisio (Collegno).

25. Obino (Mendrisio). Ein Stück von 5 Zoll Durchmesser der Varietät mit breitem Rücken angehörig, gesendet von Hrn. Lavizzari in Mendrisio.

4. Ammonites Zetes d'Orbigny.

1843. *A. heterophyllus.* Quenstedt, Das Flötzgebirge Würtembergs, S. 208.

1849. *A. heterophyllus amalthei.* Quenstedt. Die Cephalopoden, S. 100, Taf. 6, Fig. 1.

1850. *A. Zetes.* d'Orbigny. Prodrôme de Paléont. stratigraph. I. S. 247.

1853. *A. heterophyllus amalthei.* Emmrich. Jahrb. der k. k. geologischen Reichsanstalt, IV, S. 385.

Die schmale hochmündige Schale ist weit umfassend und lässt nur einen engen Nabel offen. Rücken und Seiten gerundet, grösste Breite unter der Mitte der Höhe.

Schale glatt, ohne Einschnürungen, nur mit feinen Zuwachsstreifen bedeckt. Die nach vorne gebogenen vertieften Linien, welche Quenstedt's Abbildung zeigt, entsprechen, wie auch im Text noch klarer aber in dem „Flötzgebirge Würtembergs" erwähnt wird, den Linien welche die Lobenenden je einer ganzen Kammer verbinden. An Kernen, an welchen die äussersten Spitzen der Loben leicht ausspringen, werden sie leicht zu tieferen Furchen.

Das bezeichnende Merkmal, durch welches sich *A. Zetes* von dem echten *A. heterophyllus* unterscheidet, liegt in der Beschaffenheit der Sattelblätter. Während bei dem Letzteren, wie sich bei allen Abbildungen von englischen und französischen Exemplaren, so wie auch bei den Stücken in den hiesigen Sammlungen zeigt, der Rückensattel und die oberen Lateralsättel in zwei oder drei abgerundete nur an der Basis etwas eingekerbte Blätter endigen, erscheinen diese Blätter beim *Ammonites Zetes* durch einen tiefen secundären Zacken noch einmal getheilt, so dass man statt der zwei Endblätter ihrer vier kleinere vor sich hat. Bei einer Vergleichung von Quenstedt's sehr schöner Abbildung mit der bei d'Orbigny stellt sich dieses Verhältniss sehr klar heraus.

Überdies ist die Schale im Verhältniss zur Höhe schmäler als beim echten *A. heterophyllus* und mit einem zwar nicht sehr weiten aber doch vollkommen deutlich zu erkennenden tiefen Nabel versehen, gegen welchen die Seitenflächen senkrecht, jedoch mit gerundeter Kante abfallen.

Fundorte:

a) In den Nordalpen.

1. Enzesfeld. Ein sehr wohlerhaltenes Exemplar von $7\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser. Die Schale schmal, sehr hochmündig, der Rücken regelmässig gerundet. Die grösste Breite findet sich erst in der Nähe des Nabels, der ziemlich weit offen steht und die inneren Windungen deutlich erkennen lässt. Die Lobenzeichnung mit allen ihren feinen Details erhalten, vollkommen stimmend mit Quenstedt's

Abbildung. Die Schale theilweise erhalten, doch zu sehr abgenützt, als dass man ihre Streifung beobachten könnte.

$$D : H : B : h : b : N = 100 : 55 : 27 : 23 : 11 : 11.$$

Das Exemplar, ein Geschenk des Hrn. Grunow, befindet sich in der Sammlung der k. k. geologischen Reichsanstalt.

2. Schreinbachgraben bei St. Wolfgang. Ein Exemplar von 6 Zoll Durchmesser in der Gestalt mit dem vorigen gut übereinstimmend, doch die Oberfläche weit mehr angewittert. Zahl der Kammern auf dem letzten Umgange 12. Sammlung der k. k. geologischen Reichsanstalt. Aufgefunden von Hrn. F. Simony.

3. Breitenberg am St. Wolfgang-See. Ein schönes Stück von $4^1/_4$ Zoll Durchmesser, ohne Schale. Rücken gerundet, Seiten ziemlich flach, Nabel offen. Alle Verhältnisse gut stimmend mit denen des Exemplares von Enzesfeld. Auch hier finden sich am letzten Umgange nur 12 Kammern, aber dennoch berühren die äussersten Spitzen des obersten Laterallobus den Dorsalsattel der vorhergehenden Scheidewand.

$$D : H : B : h : b : N = 100 : 56 : 28 : 21 : 10 : 12.$$

Von Hrn. Prof. Dr. Reuss zur Untersuchung übersendet.

4. Bischofsteinbruch im Wiesthal. Ein Bruchstück eines Exemplares, das einen Durchmesser von 10 Zoll erreicht haben musste. Sammlung der k. k. geologischen Reichsanstalt. Gesammelt von Hrn. M. V. Lipold.

5. Adneth. Ein Exemplar von $3^1/_2$ Zoll Durchmesser ohne Schale, mit sehr rascher Wachsthumszunahme.

$$D : H : B = 100 : 52 : 28.$$

6. Glaserbachgraben, bei Salzburg. Ganz gleich dem Exemplare von Adneth.

7. Scheibelberg, Kammerkar und Lofer Alpe, Schwarzbachklamm (Emmrich). Ob die von Emmrich als *A. heterophyllus amalthei* bezeichneten Stücke hieher gehören oder zum echten *A. heterophyllus* muss ich dahin gestellt lassen. In den Sammlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt finden sich nur Exemplare der letzteren Art.

In den Südalpen.

8. Loverciagno bei Mendrisio. Ein kleines Exemplar von nicht ganz 2 Zoll Durchmesser, mit rascher Höhenzunahme und schmaler Schale. Gesendet von Hrn. Dr. Lavizzari.

9. Besazio bei Arzo. Die Hälfte eines Exemplares von drei Zoll Durchmesser mit erhaltener Schale. Auf dieser sind ungemein feine, nur unter Vergrösserung erkennbare leicht sichelförmig gekrümmte Zuwachsstreifen zu erkennen, die in der Rückengegend von eben so feinen Längslinien gekreuzt werden.

Seitenflächen sehr wenig gewölbt. Die Abmessungen ungefähr:

$$D : H : B = 100 : 58 : 25.$$

Gesendet von Herrn Dr. Lavizzari.

5. Ammonites mimatensis d'Orbigny.

1845. *A. mimatensis.* d'Orbigny, Paléontologie franç. Terr. jur. I, p. 344, tab. 110, fig. 4—6.

1851. *A. mimatensis.* Savi e Meneghini, Considerazioni sulla Geologia della Toscana, p. 116, 124.

1853. *A. mimatensis.* Meneghini, Nuovi fossili Toscani, p. 9, 10, 31, 32.

1853. *A. mimatensis*, Emmrich. Jahrb. der k. k. geologischen Reichsanstalt. IV. S. 385.

Nicht ohne einiges Bedenken entschloss ich mich, eine Ammonitenform, die an einer ziemlich zahlreichen Reihe von Fundorten in unseren Alpen vorkömmt, der gedachten Art zuzuzählen. Die meisten Exemplare unterscheiden sich, wie sich aus den nachfolgenden Untersuchungen ergibt, durch etwas niedrigere Umgänge, einen etwas weiteren Nabel und etwas ansehnlichere Grösse, von der von d'Orbigny abgebildeten Art. Die Falten der Schale sind stets auch auf den Kernen deutlich zu sehen, bei der französischen Art soll dies nach d'Orbigny's Beschreibung nicht der Fall sein; an dem von ihm abgebildeten Exemplare Tab. 110, Fig. 4, aber sind sie auch auf dem der Schale beraubten Theile sicher angedeutet.

Die Exemplare der Herren Savi und Meneghini, von welchen ich einige aus dem mittleren Lias von Marcomessa der Güte des Hrn. Meneghini verdanke, stimmen sehr gut mit jenen aus den österreichischen Alpen überein. Da sie, wie die von den genannten Herren mitgetheilten Dimensionen zeigen, zum Theil in der Mitte stehen zwischen den französischen und unseren Exemplaren, da ferner Höhe der Umgänge und Durchmesser des Nabels überhaupt nur sehr vorsichtig zu benützende Unterscheidungsmerkmale geben, da endlich die Lobenzeichnungen sehr gut stimmen, so glaube ich, ungeachtet der angedeuteten Differenzen die Bestimmung als ziemlich sicher betrachten zu dürfen.

Fundorte:

a) In den Nordalpen.

1. Hörnstein. Ein Bruchstück eines Exemplares, das einen Durchmesser von etwa drei Zoll erreicht haben musste.

2. Scheibensäge am Augstbache, bei Aussee. Ein Exemplar von kaum 1½ Zoll Durchmesser in einem dunkelgrau gefärbten Kalkstein, in dem auch Ammoniten aus der Familie der Arieten vorkommen.

3. Bisehofsteinbruch im Wiesthale. Exemplare von 2 bis 3 Zoll Durchmesser, ohne Schale und stark abgerieben.

4. Adneth bei Hallein. Zahlreiche Exemplare bis zu einem Durchmesser von 3½ Zoll. Sie lassen 4 Umgänge erkennen, die etwa zur Hälfte umfassend sind. Die Umgänge nehmen bis in die Nähe des Nabels allmählich an Breite zu und fallen gegen diesen steil ab. Die Gestalt ähnelt ziemlich der des *A. Simonyi* Hau. Die Oberfläche der Kerne, — die Schale ist an keinem Exemplare erhalten, — erscheint, so weit die Scheidewände reichen, glatt; erst die Wohnkammer, welche bei den besterhaltenen Exemplaren die Hälfte des letzten Umganges einnimmt, zeigt die bezeichnenden Falten und Einschnürungen. Die ersteren erheben sich ungefähr in der Hälfte der Höhe der Umgänge, und laufen immer stärker hervortretend in einem nach vorne gerichteten Bogen auf dem Rücken zusammen. Ihre Zahl beträgt 25 bis 30. Nach je 4 bis 6 Falten findet sich eine Einschnürung, die in derselben Richtung verläuft wie die Falten, aber bis zum Nabel hin sichtbar bleibt.

Für einen Durchmesser = 100 verhalten sich

$$D : H : B : h : b : N = 100 : 40 : 27 : 23 : 17 : 35.$$

D'Orbigny gibt für die französischen Exemplare

$$D : H : B : N = 100 : 45 : 25 : 25;$$

Meneghini für die von Cetona

$$D : H : B : N = 100 : 42 : 25 : 31$$

und für zwei Exemplare von Resti

$H = 42$ und 40, $B = 25$ und 24 $N = 23$ und 36.

D'Orbigny's Exemplare hatten 33 Millimeter (1¼ Zoll), die von Meneghini 47 bis 55 Millimeter, also über zwei Zoll Durchmesser, sie nähern sich also auch hierdurch schon mehr unseren Exemplaren.

5. Glaserbachgraben im Salzburgischen. Mehrere sehr gut erhaltene und sicher zu bestimmende Exemplare, vollkommen übereinstimmend mit jenen von Adneth.

6. Reinanger-Alpe W. von Golling. Ein schlecht erhaltenes Bruchstück von $2^1/_2$ Zoll Durchmesser. Ganz übereinstimmend mit den Exemplaren von Adneth.

7. Kammerkarplatte N. von Waidring in Tirol. Abgewitterte Steinkerne von nahe 3 Zoll Durchmesser; der vierte Theil des letzten Umganges gehört der Wohnkammer an. Zwar sind der starken Abnützung des Kernes wegen die Falten und Einschnürungen nicht mehr zu erkennen, aber die Gestalt der Schale und die Lobenzeichnung stimmen vollkommen.

b) In den Südalpen.

8. Besazio bei der Kirche S. Antonio unweit Arzo. Eingesendet von Hrn. Dr. Lavizzari. Ein kleines nicht sehr vollständig erhaltenes Exemplar, bis zum Ende mit Kammern erfüllt. Die Einschnürungen sind noch nicht sichtbar, wohl aber am Ende des letzterhaltenen Umganges die Falten.

Auch in den Karpathen und zwar zu Tureczka bei Neusohl kommt *A. mimatensis* in den rothen Kalksteinen vor. Ein schlecht erhaltenes Exemplar von da, aufgefunden von Hrn. A. Patera, befindet sich in der Sammlung der k. k. geologischen Reichsanstalt.

Ammonites Lavizzarii Hauer.

Taf. II, Fig. 5—7.

Die Schale ist weit umfassend, mit einem engen tiefen Nabel versehen. Der Rücken ziemlich schmal aber ganz abgeflacht, durch eine nur wenig abgerundete Kante mit den Seitenflächen verbunden. Diese letzteren sind schwach aber deutlich gewölbt, so dass die grösste Breite auf die Mitte der Höhe der Seitenflächen fällt, und von da gegen den Rücken sowohl als gegen den Nabel zu wieder abnimmt. Die Höhe der Umgänge übertrifft um ein Beträchtliches ihre Breite.

Die Oberfläche der Schale, so weit sie zu erkennen ist, zeigt sich vollkommen glatt. Nicht einmal Zuwachsstreifen machen sich bemerklich, auch finden sich keine Einschnürungen.

Der Durchmesser des einzigen vorliegenden Exemplares, das in natürlicher Grösse abgebildet ist, beträgt zwei Zoll. Von der Wohnkammer ist an demselben nichts erhalten.

Für einen Durchmesser = 100 verhalten sich

$$D : H : B : N = 100 : 55 : 32 : 10.$$

Die Lobenzeichnung ist durch ringsum eingekerbte Sattelblätter charakterisirt. Bis zur Nabelkante zählt man 6 Sättel, und bis zur Nath folgen noch weitere drei kleine Hülfssättel; der erste Lateralsattel ist der höchste, da er auch den Dorsalsattel um ein Beträchtliches überragt. Die Höhe der übrigen Sättel nimmt gegen den Nabel zu regelmässig ab.

Die obersten Blätter des Dorsalsattels und der höheren Lateralsättel sind noch einmal getheilt, wie dies bei *A. Zetes* d'Orbigny (*A. heterophyllus amalthei* Quenst.) ebenfalls beobachtet wird. Die tieferen Lateralsättel endigen alle ziemlich regelmässig diphyllisch und sind alle im Verhältniss zu ihrer Breite sehr hoch.

Der Rückenlobus ist viel seichter als der obere Laterallobus; die äussersten Spitzen des letzteren greifen bis nahe auf die Mittellinie des Rückens vor. Die übrigen Loben nehmen allmählich an Grösse ab und sind alle viel tiefer als breit.

Unter den schon länger gut bekannten Lias-Heterophyllen könnte *A. Lavizzarii* vielleicht noch am ersten mit *A. Loscombi* Sow. oder *A. Buvignieri* d'Orb. verglichen werden, zwischen denen er in der Gestalt, wenn man von den markirten Rückenkanten absieht, beinahe die Mitte hält. Diese Kante, dann die ganz abweichende Lobenzeichnung unterscheiden ihn leicht von beiden. Von *A. Zetes* d'Orbigny unterscheidet er sich hauptsächlich durch die Rückenkanten.

Auch *A. cylindricus* Sow., der unten ausführlicher beschrieben werden soll, hat manche Ähnlichkeit; er unterscheidet sich durch grössere Breite, ganz ebene Seitenflächen, dann eine wesentlich verschiedene Lobenzeichnung.

Fundort:

Das einzige vorliegende Exemplar trägt die Bezeichnung „*Besazio alla chiesa di St. Antonio vicino d'Arzo*" und wurde mir von Hrn. Dr. Lavizzari in Mendrisio zur Untersuchung anvertraut, es stammt aus einem dichten etwas bräunlichrothen, marmorartigen Kalkstein.

7. Ammonites cylindricus Sowerby.

Taf. III, Fig. 5—7.

1833. *A. cylindricus.* Sowerby, De la Beche Manuel géologique, II. Edit. Traduction française revue et publ. par Brochant de Villiers. p. 406, fig. 55.

1851. *A. cylindricus.* Savi e Meneghini. Considerazioni sulla Geologia della Toscana, pag. 78, Nr. 17.

Sowerby's Abbildung und Beschreibung dieser merkwürdigen Art ist so unvollständig, dass sie durch nahe 30 Jahre beinahe völlig unbeachtet blieb. Savi's und Menighini's genaue Beschreibung erregte in mir zuerst die Muthmassung, dass eine zahlreiche Reihe von Exemplaren, die in den letzten Jahren durch F. Simony am Hierlatz und durch Lipold auf der Gratzalpe gesammelt worden waren, ihr angehören könnten. Doch würde ich ohne bessere Abbildungen vergleichen zu können nicht im Stande gewesen sein, eine wirkliche Identität nachzuweisen, hätten nicht die Herren Meneghini in Pisa und Sismonda in Turin die Gefälligkeit gehabt, mir auf meine Bitte ihre sämmtlichen Vorräthe von Ammoniten von Spezzia und darunter auch Exemplare von *A. cylindricus* zur Vergleichung zuzusenden. Diese Vergleichung lehrte, dass unsere Exemplare in der That mit jenen von Spezzia vollständig übereinstimmen, ein Umstand, der gewiss zur Hoffnung berechtigt, dass es in der Folge gelingen werde, auch noch mehrere der so eigenthümlichen, bisher nur auf die genannte Localität beschränkten Arten in unseren Alpen aufzufinden. Die am Hierlatz vorkommenden Exemplare von *A. cylindricus* erreichen nicht nur eine weit ansehnlichere Grösse als die von Spezzia, sie haben überdies die Schale erhalten, während dort nur Kieskerne durch Verwitterung in Eisenoxydhydrat umgewandelt gefunden werden.

Die beinahe vollständig involute Schale hat Umgänge, die etwas höher als breit sind und nur einen sehr engen Nabel offen lassen. Der breite Rücken ist sehr sanft gewölbt, er bildet mit den vollkommen flachgedrückten ebenen Seiten einen rechten Winkel. Die Breite der Umgänge bleibt sich von der Rückenkante bis zum Nabel beinahe vollkommen gleich; hier fallen die Seitenflächen plötzlich und steil gegen den tiefen Nabel ab. Der Querschnitt bildet demnach ein regelmässiges Rechteck, dessen Ecken jedoch wieder abgerundet sind.

Auffallend ist die rasche Grössenzunahme der Schale, wie sich aus den weiter unten mitgetheilten Dimensionsverhältnissen zweier auf einander folgender Umgänge ergibt.

Die Schale sowohl als die Oberfläche der Steinkerne sind vollkommen glatt. Weder Einschnürungen noch andere Oberflächenzeichnungen machen sich bemerklich, selbst eine Zuwachsstreifung ist kaum wahrzunehmen.

Das grösste vorliegende Exemplar vom Hierlatz hat einen Durchmesser von 21 Linien. Die grössten bekannten Exemplare von Spezzia erreichten, nach einzelnen Bruchstücken zu urtheilen, nicht über einen Zoll Durchmesser. Die Abbildung Fig. 5 und 6 ist nach einem der am besten erhaltenen Exemplare vom Hierlatz gefertigt.

Bei den Exemplaren vom Hierlatz von ungefähr ein Zoll Durchmesser ist

$$D : H : B : h : b : N = 100 : 52 : 43 : 20 : 16 : 10.$$

Für die Exemplare von Spezzia gibt Meneghini die Breite 38 an, doch finden sich unter den mir mitgetheilten Exemplaren auch Stücke, bei denen sie bis über 40 beträgt.

Die Lobenzeichnung in Fig. 7, nach einem Exemplare von Spezzia dargestellt, weist durch die deutlich blattförmigen Endigungen der Sättel den *A. cylindricus* entschieden der Familie der Heterophyllen zu. Der Rückenlobus und die zwei Rückensättel stehen auf der Fläche des Rückens. Der auffallend breite obere Laterallobus nimmt die Rundung zwischen dem Rücken und der Seitenfläche ein, und auf der letzteren stehen bis zur Nabelkante noch sechs regelmässig an Grösse abnehmende Sättel.

Der Rückenlobus ist eben so tief, bisweilen selbst noch etwas tiefer als der obere Laterallobus und auch beträchtlich tiefer als breit. Der Siphosattel wenig entwickelt. Der Rückensattel steht an Höhe dem ersten Lateralsattel wenig nach. Seine Blätter, sind nicht paarig angeordnet. Der erste Laterallobus hat einen breiten Stamm, er endigt unten in drei Hauptäste. Die weiter folgenden Loben sind alle schmal. Eine vom Nabel zum Rücken gezogene Radiallinie tangirt die Spitzen aller Loben. Von den Lateralsätteln sind die ersten zwei oder drei mehrblätterig, die übrigen einblätterig. Mit Ausnahme des ersten sind sie alle schmal; eine Radiallinie tangirt die Spitzen aller Lateralsättel; der Rückensattel jedoch bleibt hinter ihr etwas zurück.

Der rechteckige Querschnitt der Schale und die vollkommen glatte Oberfläche unterscheiden den *A. cylindricus* leicht von allen bisher beschriebenen Heterophyllen. In beiden Beziehungen gleicht er auffallend den glatten Varietäten des *A. tornatus* Bronn aus den Hallstätter-Schichten, von dem er sich aber wieder durch die ganz abweichende Lobenzeichnung sehr wesentlich unterscheidet.

Fundorte:

1. Hierlatz bei Hallstatt in weiss und röthlich gefärbtem Kalkstein.

2. Adneth bei Hallein, sehr selten. Ein Exemplar von etwas über einen Zoll Durchmesser aus rothem, und ein kleineres aus grauem Kalkstein.

3. Gratzalpe, in dunkelgrauem Kalkstein.

8. **Ammonites stella** Sowerby.

Taf. III, Fig. 1—4.

1833. *A. stella.* Sowerby, De la Beche Manuel géologique, II. Edition. Traduct. franç. revue et publ. par Brochant de Villiers pag. 406, fig. 56.

1853. *A. stella.* Savi e Meneghini, Considerazioni sulla Geologia della Toscana, pag. 78, Nr. 16.

Auch diese bisher nur von Spezzia bekannte Art würde mir nicht möglich gewesen sein, ohne der von den Herren Meneghini und Sismonda gütigst übersendeten Exemplare von dort wieder zu erkennen. Die nachstehende Beschreibung bezieht sich auf eine Reihe von Exemplaren vom Hierlatz, bei welchen die Schale erhalten ist.

Das Gehäuse besteht aus 4 bis 5 Umgängen, die bald mehr, bald weniger umhüllend sind, aber stets noch einen weiten Nabel offen lassen, wie man ihn bei den meisten Heterophyllen der Hallstätter Schichten, weit seltener dagegen bei jenen aus den jüngeren Formationen zu sehen gewohnt ist. Bei den meisten Exemplaren ist die Hälfte, bei einigen aber sind drei Viertel des vorletzten Umganges von dem letzten verdeckt.

Die Umgänge sind beträchtlich höher als breit; von dem schmalen gerundeten Rücken nehmen die beinahe flachen Seiten bis in die Nähe des Nabels hin regelmässig an Breite zu und fallen gegen diesen selbst, bei allen Exemplaren von Spezzia und bei den meisten vom Hierlatz plötzlich sehr steil ab. (Siehe Fig. 1.) Auch in dieser Beziehung hat demnach *A. stella* grosse Ähnlichkeit mit einigen Arten aus den Hallstätter Schichten, namentlich mit jener Varietät des *A. Neojurensis*, die ich als *A. debilis* beschrieb [1]). Bei einigen der Exemplare vom Hierlatz, die sich aber von den übrigen doch nicht wohl trennen lassen, ist die Nabelkante mehr zugerundet (Fig. 3).

[1]) Die Cephalopoden des Salzkammergutes u. s. w. Seite 10; Taf. IV, Fig. 1—3

Die Oberfläche der Schale ist vollkommen glatt, auf den Kernen bemerkt man bisweilen sehr schwach ausgedrückte Einschnürungen, deren Zahl sich an keinem der mir vorliegenden Exemplare vom Hierlatz mit Sicherheit feststellen liess. Bei den Exemplaren von Spezzia sind diese Einschnürungen etwas besser markirt, ihre Zahl beträgt 4 bis 6 auf einen Umgang.

Der Durchmesser des grössten vorliegenden Exemplares vom Hierlatz, das in Fig. 1 und 2 abgebildet ist, beträgt zwei Zoll. Es trägt bis zu seinem Ende Lobenlinien, von der Wohnkammer ist demnach nichts daran erhalten. Von Spezzia befinden sich in der Sammlung von Hrn. Sismonda Bruchstücke, welche auf einen Durchmesser von $1^1/_2$ Zoll schliessen lassen. Die folgenden Abmessungen an einer Reihe von Exemplaren vom Hierlatz zeigen, dass die Exemplare mit engem Nabel und jene mit weitem Nabel durch allmähliche Übergänge mit einander verbunden sind.

	D.	*H.*	*B.*	*N.*
1. Durchmesser = 2 Zoll...	100,	49,	30.	22
2. „ = $7^1/_2$ Lin....	100,	44,	35.	26
3. „ = 12 Lin....	100,	44,	30.	30
4. „ = 12 Lin....	100,	40,	30.	35

Die Exemplare von Spezzia, welche ich zu untersuchen Gelegenheit hatte, schliessen sich in ihrer Gestalt alle der Varietät mit engem Nabel vom Hierlatz an. Savi und Meneghini geben als ein bei vielen untersuchten Stücken beinahe constantes Verhältniss an

$$D : H . B : N = 100 : 47 : 32 : 26.$$

Ich selbst fand bei zwei Exemplaren

	D.	*H.*	*B.*	*N.*
Durchmesser = $7^1/_2$ Lin.	100,	49,	34	23.
„ = 6 Lin.	100,	44,	36	25.

also Zahlen, welche mit den angegebenen sehr nahe übereinstimmen, aber doch anzeigen, dass auch bei den Exemplaren von Spezzia in den Grössenverhältnissen kleine Schwankungen vorkommen.

Die Lobenzeichnung Fig. 4 charakterisirt den *A. stella* als einen echten Heterophyllen. Vom Rücken bis zur Nabelkante zählt man vier grössere Sättel, und auf der steilen Wand bis zur Nath stehen noch weitere drei bis vier kleine schief gestellte Hülfssättel. Die Zweige aller endigen blattförmig. Der Rückenlobus erreicht bei den grösseren Exemplaren vom Hierlatz kaum mehr als die Hälfte,

bei den kleinen von Spezzia beinahe zwei Drittel der Tiefe des obersten Lateralloбus, dessen Spitzen weit nach rückwärts sowohl als auch gegen die Mittellinie des Rückens vorgreifen.

Die sämmtlichen vier grösseren Sättel sind deutlich diphyllisch, ihre Stämme sind schmal, ihre Höhe beträchtlich grösser als ihre Breite. Der erste Lateralsattel ist der höchste, der Rückensattel und der zweite Lateralsattel sind ungefähr gleich hoch; eine Linie, welche die Spitzen sämmtlicher Sättel berührt, bildet demnach eine nach vorne gerichtete Curve, deren Scheitelpunkt die Blätter des oberen Lateralsattels berührt.

Die langgespitzten und viel verzweigten Loben haben ebenfalls schmale Stämme; der obere Lateralloбus überragt an Tiefe weit alle übrigen.

Schon oben wurde der Ähnlichkeit gedacht, welche *A. stella* mit *A. Neojurensis var. debilis* darbietet. Ein meistens engerer Nabel, die Einschnürungen am Kerne, endlich die diphyllische Lobenzeichnung unterscheiden hinreichend beide Arten. Weniger Ähnlichkeit hat *A. stella* mit den schon länger genauer bekannten Heterophyllen des Lias. Mangel der Falten unterscheiden ihn von dem in Bezug auf Gestalt und Lobenzeichnung ziemlich ähnlichen *A. mimatensis* d'Orb. Der weitere Nabel, Mangel von Oberflächenstreifen, dann die Lobenzeichnung von *A. Loscombi* Sow.

Fundort:

Hierlatzalpe bei Hallstatt, in den Hierlatz-Schichten.

9. **Ammonites Partschi** Stur.

Taf. IV, Fig. 1—8.

1851. *A. Partschi.* Stur, Jahrb. der k. k. geologischen Reichsanstalt, II. Bd., 3. Heft, S. 26.

Die weit umfassende Schale lässt nur einen sehr engen Nabel offen, der sich insbesondere bei älteren Exemplaren mehr und mehr zu schliessen scheint. Die einzelnen Umgänge sind stets beträchtlich höher als breit, doch ist die Form ziemlich variabel, da einige Exemplare (Fig. 2 und 3) mehr aufgebläht, andere dagegen (Fig. 1 und 4), mehr zusammengedrückt erscheinen. Der Rücken ist regelmässig gerundet und verläuft allmählich in die viel sanfter gewölbten oder selbst, namentlich bei den schmäleren Exemplaren ganz abgeflachten Seiten; ihre grösste Breite findet sich erst ganz in der Nähe des Nabels.

Die Schalenoberfläche der jüngeren Exemplare erscheint meist ganz glatt, nur selten und undeutlich treten feine haarförmige Streifen auf, dagegen sind sie mit Einschnürungen versehen, deren man vier bis fünf auf einen Umgang zählt, und die auf den Steinkernen viel deutlicher markirt sind als auf der Schale selbst.

Bei den grösseren Exemplaren verschwinden nach und nach die Einschnürungen, dagegen treten Falten hervor, welche sich ungefähr auf der Mitte der Höhe der Seitenflächen erheben, weiter gegen den Rücken zu stets stärker hervortreten und auf diesem in gerader radialer Richtung zusammenlaufen. Diese Falten sind flach, wellenförmig gerundet, eben so breit wie die sie trennenden Zwischenräume; auf der zweiten Hälfte eines schmalen Exemplares von 1½ Zoll Durchmesser beträgt ihre Zahl ungefähr 30. Zwischen und auf den Falten stehen feine haarförmige Streifen, die denselben Verlauf haben wie die Falten; es fallen ihrer zwei bis vier auf jeden Zwischenraum und eben so viele auf jede Falte. Fig. 5 zeigt ein vergrössertes Stück der Oberfläche eines kleineren Exemplares, an dem die Faltenbildung eben beginnt; Fig. 6 und 7 ein Bruchstück eines grösseren Exemplares mit deutlich entwickelten Falten in natürlicher Grösse.

Nach einzelnen Bruchstücken zu schliessen, erreichte diese Art einen Durchmesser von 3 bis 4 Zoll; die Grösse der vollständigeren mir vorliegenden Exemplare beträgt meistens zwischen 1 und 2 Zoll.

Ein in der Mitte durchgeschnittenes Exemplar, zu den aufgeblähteren Formen gehörig, liess folgende Dimensionen erkennen:

$$D : H : B : N : h : b : n = 100 : 54 : 34 : 14 : 19 : 17 : 9.$$

Aus diesen Abmessungen ist zu entnehmen, dass beim Fortwachsen die Höhe der Schale weit beträchtlicher zunimmt als die Breite; beim letzten Umgange verhalten sie sich nahe wie 3 zu 2, beim vorletzten sind sie nahe gleich, dann dass der Nabel sich allmählich mehr verengt, denn beim letzten Umgange beträgt er ungefähr ein Viertel, beim vorletzten nahe die Hälfte der Höhe.

Bei einem schmäleren Exemplare von 2½ Zoll Durchmesser fand sich:

$$D : H : B = 100 : 56 : 27.$$

Die Lobenzeichnung ist durch hohe und schmale Sättel und Loben ausgezeichnet. Man erkennt jederseits vier grössere diphyllische Sättel, denen sich noch bis zum Nabel 3 bis 4 kleinere Hülfssättel anschliessen. Der Dorsalsattel ist nur um wenig niedriger als der

Lateralsattel. Die Spitzen aller Lateralsättel fallen in eine Radiallinie, ihre Blätter sind durchgehends sehr schmal.

Der Dorsallobus ist nur halb so tief wie der weit nach rückwärts greifende oberste Lateralloblus. Eine Radiallinie, die durch seine Spitze läuft, schneidet die Spitzen aller übrigen Lateralloben durch. Nur der obere Theil der Lobenzeichnung liess sich vollständig genug zur Abbildung (Fig. 8) blosslegen.

Am nächsten verwandt ist *A. Partschi* offenbar mit dem im vorhergehenden beschriebenen *A. seroplicatus*. Abgesehen von der viel ansehnlicheren Grösse der letzteren Art, einem Merkmale, welches doch wohl auch nicht ganz vernachlässigt werden darf, unterscheidet sich diese durch den Mangel der Streifen auf den Falten, durch die schiefe Richtung dieser Falten, durch die viel ansehnlichere Breite und die Form des Querschnittes, durch die geringe Anzahl der Sättel und Loben und die weniger zerschnittenen Sattelblätter. Weniger Verwandtschaft noch hat *A. Partschi* mit den schon früher bekannten Heterophyllen. Mit *A. tatricus* kann er nur verwechselt werden, wenn der vordere gefaltete Theil der Schale fehlt. So wäre es z. B. recht wohl denkbar, dass die bisher als *A. tatricus* von Spezzia aufgeführten Formen hierher gehören.

Herr Stur der ebenfalls die Selbstständigkeit dieser Art erkannte, nannte sie *A. Partschi*. Zwar ist dieser Name schon von Klipstein für eine Form von St. Cassian vergeben; mit Recht hat aber Giebel [1]) diese Art wieder eingezogen, denn sie unterscheidet sich nicht wesentlich von *A Johannis Austriae*.

Fundorte:

a) In den Nordalpen.

1. Enzesfeld. In dem rothen den Adnether-Schichten angehörigen Kalkstein. Schmale Exemplare bis zu $2\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser. K. k. geologische Reichsanstalt.

2. Hierlatz, bei Hallstatt, und

3. Gratz-Alpe bei Golling, in den Hierlatzschichten. Auf diese Vorkommen hauptsächlich gründet sich die oben gegebene Beschreibung.

4. Bischofsteinbruch im Wiesthale. Ein schmales Exemplar von 2 Zoll Durchmesser aus dem rothen Kalkstein.

---

[1]) Die Cephalopoden der Vorwelt. Seite 444.

5. Weidachlahne, östlich von Ober-Ammergau, in einem grauen mergeligen Kalksteine; eingesendet von Hrn. Dr. Adolph Schlagintweit.

b) In den Südalpen.

5. Cantini di Mendrisio. Ein unvollständiges Bruchstück eines grossen Exemplares im grauen Kalkstein, an dem nichts als die charakteristische Oberflächenzeichnung zu sehen ist; eingesendet von Hrn. Dr. Lavizzari.

6. Besazio, bei Arzo. Die Hälfte eines Exemplares von 12 Linien Durchmesser. Es ist schmal, die Oberflächenzeichnung gut zu erkennen; Gestalt, auch die rasche Grössenzunahme, ganz stimmend mit den Exemplaren von Enzesfeld; von demselben eingesendet.

7. Saltrio, in hell gefärbtem Kalksteine. Ein Bruchstück, an welchem nichts als die Oberflächenzeichnung zu erkennen ist; ebenfalls von Hrn. Lavizzari eingesendet.

10. **Ammonites Lipoldi** Hauer.

Taf. III, Fig. 8—10.

Die Schale dieser Art ist weit umhüllend, doch bleibt immer noch ein deutlicher tiefer Nabel offen. Die einzelnen Umgänge sind nur unbedeutend höher als breit (etwas breiter als die Zeichnung sie angibt). Rücken und Seiten regelmässig gewölbt; die grösste Breite findet sich ungefähr in der Mitte der Höhe, so dass der Querschnitt eine regelmässige Ellipse darstellt, nur der steile Abfall der Seiten gegen den tiefen Nabel stört ein wenig diese Regelmässigkeit.

Die Oberfläche der Schale sowohl als auch die des Kernes sind vollkommen glatt, und auch bei den kleineren inneren Windungen machen sich keine Einschnürungen bemerkbar.

Der Durchmesser der grössten vorliegenden Exemplare beträgt 20 Linien. Die Abbildung Fig. 8 und 9 zeigt ein Exemplar in natürlicher Grösse.

$$D : H : B : N = 100 : 55 : 47 : 13.$$

Die Lobenzeichnung Fig. 10 ist durch deutlich diphyllische Sättel ausgezeichnet. Der Rückenlobus ist nicht sehr viel seichter als der oberste Laterallobus; Rückensattel und der oberste Lateralsattel beinahe gleich hoch; die weiter folgenden Sättel, im Ganzen zählt man ihrer bis zur Nath sechs, nehmen sehr rasch an Grösse ab.

Verwandt mit *A. heterophyllus* selbst unterscheidet sich *A. Lipoldi* von dieser Art doch leicht durch den weiteren Nabel, die

gewölbtere Schale, den Mangel der Streifen an der Oberfläche, die geringere Zahl und diphyllische Endigung der Sättel. Mehr Ähnlichkeit noch hat unsere Art mit einigen der von d'Orbigny beschriebenen Formen aus dem Neocomien, so mit *A. Rouyanus*, dem sie in der äusseren Gestalt sehr gleicht, doch unterscheidet sich diese Art durch einen engeren Nabel und die sehr abweichende Lobenzeichnung; dann mit *A. diphyllus*, der sich wieder durch eine schmälere Schale und eine ebenfalls sehr abweichende Lobenzeichnung unterscheidet.

Fundorte:

1. Hierlatz, bei Hallstatt.
2. Gratz-Alpe.

11. Ammonites tatricus Pusch.

1837. *A. tatricus.* Pusch, Polens Paläontologie, S. 158, Taf. XIII, Fig. 11 *a*, *b*.
1841. *A. Calypso.* D'Orbigny, Paléontologie française Terrains crétacés I, pag. 167, pl. 52, fig. 7—9.
1845. *A. tatricus.* L. v. Buch, Bullet. soc. géol. de France, 2. Serie II, p. 360.
1845. *A. Calypso.* D'Orbigny, Pal. franç. Terr. jur. I, pag. 342, pl. 110.
1846. *A. tatricus, A. Calypso.* Zeuschner, in v. Leonh. u. Bronn's Jahrb., S. 175.
1846. *A. tatricus.* Zigno, Atti delle Adunanze dell' I. R. Istituto Veneto Tom. V, 3, p. 412.
1847. *A. tatricus.* D'Orbigny, Pal. franç. Terr. jur. I, pag. 489, pl. 180.
1847. *A. Beudanti.* Catullo, Prodromo di Geognosia paleozoica, pag. 127, tav. V, fig. 1, *a*, *b*.
1847. *A. tatricus.* Catullo, a. a. O. pag. 128, tav. V, Fig. 2.
1847. *A. Capitanei.* Catullo, a. a. O. Appendice, pag. 5. tav. XII, fig. 4.
1847. *A. Benacensis.* Catullo, a. a. O. Secondo Append, pag. 9, tav. XIII, fig. 1.
1847. *A. tatricus.* Zigno in v. Leonh. u. Bronn's Jahrb., S. 290.
1847. *A. tatricus.* Pilla, Bull. Soc. géol. 2. Ser. IV, pag. 1064.
1847. *A. Calypso.* Zeuschner in Verh. der kais. russ. Ges. für Mineralogie, S. 73, 103.
1848. *A. tatricus.* Bayle, Bull. Soc. géol. 2. Ser. V, pag. 450.
1850. *A. tatricus.* Zigno in Haidinger's Naturw. Abh. IV. S. 7.
1850. *A. tatricus. A. Calypso.* Hauer, Akad. Sitzungsb. 1. Abth., S. 300.
1851. *A. tatricus.* Stur, Jahrb. der k. k. geol. Reichsanstalt, II. Bd., 3, Hft. S. 26.
1851. *A. tatricus* Girard in v. Leonh. u. Bronn. Jahrb., S. 316.
1851. *A. tatricus.* Bronn, Leth. geogn. 3. Aufl., Bd. 1, S. 361, Taf. 24, Fig. 1 und 2.
1852. *A. tatricus.* Ehrlich, Geogn. Wanderungen im Gebiete der nordöstl. Alpen, S. 27.

1852. *A. tatricus.* Stur, Jahrb. der k. k. geol. Reichsanstalt III, 1, S. 195.
1852. *A. tatricus.* de Zigno, Sui terreni jurassici delle Alpi Venete, p. 14.
1852. *A. tatricus.* Kudernatsch, Abh. der k. k. geol. Reichsanstalt I, 2, S. 4, Taf. I, Fig. 1—4.
1852. *A. tatricus.* Hauer, Jahrb. der k. k. geol. Reichsanstalt III, 1, S. 185,
1853. *A. Calypso.* Emmrich, Jahrbuch der k. k. geol. Reichsanstalt IV, S. 385.
1853. *A. Benacensis.* Catullo, Nuova Classificazione delle Calcarie rosse Ammonitiche, pag. 27, tav. III, fig. 1, *a. b.*
1853. *A. Capitanei.* Catullo, a. a. O. pag. 38, tav. IV, fig. 4.

Ich vereinige hier unter dem Namen *A. tatricus* alle jene Formen, welche eine beinahe vollständig umhüllende Schale, regelmässig elliptischen Querschnitt, ganz gerade oder nur wenig gebogene Einschnürungen, endlich eine ganz glatte, oder nur fein gestreifte Schale, ohne weitere stärkere Falten oder anderweitige Verzierungen tragen. In Betreff der Lobenzeichnung haben alle einen im Verhältnisse zum Lateral lobus sehr seichten Dorsallobus, einen Dorsalsattel, dessen ein dem Nabel zugewendetes Blatt gewöhnlich vollkommen horizontal steht, den oberen Lateralsattel dreiblättrig die weiter folgenden Lateralsättel ziemlich regelmässig diphyllisch.

Ich verkenne nicht, dass diese Vereinigung in vieler Beziehung gewagt erscheint, denn Formen aus dem Lias bis zu solchen aus den oberen Juraschichten, von sehr verschiedener Grösse — einige haben bei 1 Zoll Durchmesser schon die Hälfte des letzten Umganges Wohnkammer, während andere bis 7 Zoll Durchmesser noch bis zum Ende die Kammerscheidewände tragen, endlich auch von ziemlich abweichender Gestalt, erscheinen in Eine Species zusammengestellt. Sehr möglich ist es, dass nur das ungemein seltene Vorkommen ganz wohl erhaltener Stücke alle bisherigen Versuche einer Trennung in einzelne Species ungenügend erscheinen liess; an den meisten Fundorten kennt man nur Kerne ohne Schale, und gerade wenn diese erhalten ist, fehlen wieder oft die Wohnkammern. Andererseits ist nicht zu übersehen, dass gerade die weite horizontale Verbreitung auch eine beträchtlichere Zeitdauer ihrer Existenz und damit eine grössere Veränderlichkeit der Formen, als man sie sonst beobachtet, bedingen kann.

Was nun die bisher aufgestellten Species betrifft, so glaubte d'Orbigny den *A. Calypso* durch Mangel einer Streifung auf der Schalenoberfläche, dann durch den Umstand, dass die Einschnürungen etwas gebogen und nicht blos auf dem Kern, sondern auch auf

der Schale hervortreten, vom echten *A. tatricus* unterscheiden zu können. Der erstere sollte dem Lias, der andere dem oberen Jura, dem Oxfordien und Collovien eigen sein. Allein schon Bayle beobachtete, dass auch der echte *A. Calypso* aus dem Lias die Streifung öfter erkennen lasse, eine Beobachtung, die später Giebel bestätigte [1]). Bronn macht zwar in der Lethaea aufmerksam, dass der zweite angegebene Charakter, nämlich die Beschaffenheit der Einschnürungen, von Bayle nicht berücksichtigt worden sei, als er beide Arten vereinigte; allein auch diese bieten kein genügendes Merkmal zur Unterscheidung. Die Exemplare von Swinitza, aus dem unteren Jura, lassen öfter die Einschnürungen auch auf der Schale erkennen, wie dies Kudernatsch in Beschreibung und Zeichnung deutlich nachweist, und in gleicher Weise sind sie an den Exemplaren von der Klausalpe zu beobachten; was die Biegung dieser Einschnürungsfurchen betrifft, so liegt ein Exemplar von Rogoznik vor mir, bei welchem sie genau den gleichen Verlauf nehmen, wie bei d'Orbigny's Abbildung des liassischen *A. Calypso*. Die Exemplare von Erba endlich, die d'Orbigny selbst als zu *A. Calypso* gehörig bezeichnet, die leider nie die Schale erhalten haben, zeigen schief nach vorne gerichtete, aber nicht weiter gebogene Einschnürungen.

Auf ein anderes Unterscheidungsmerkmal machen Savi und Meneghini [2]) aufmerksam. Sie vereinigen zwar auch *A. tatricus* und *A. Calypso* zu einer Species, bemerken aber, dass alle Exemplare von Spezzia, dann die aus dem Vicentinischen und Bellunesischen, endlich jene von Erba einen schmalen, langen Siphonalsattel, dann den oberen Laterallobus doppelt so tief haben wie den Dorsallobus. Diese Verhältnisse bemerken sie, stimmen ganz mit d'Orbigny's Zeichnungen des *A. Calypso* in seiner Paléontologie franç. Terr. jurass. (nicht mit jenen in den Terrains cretacées). Bei dem echten *A. tatricus* dagegen sei der Siphosattel kürzer, mehr blattförmig, und der obere Laterallobus nur um ein Drittel tiefer als der Dorsal. Nach meinen Beobachtungen kann ich es nur bestätigen, dass sich auf diese Merkmale eine Trennung nicht begründen lässt. Die Gestalt des Siphosattels ist der Natur der Sache nach zu sehr

[1]) Die Cephalopoden der Vorwelt. Seite 430.

[2]) Considerazioni sulla Geologia della Toscana, pag. 79.

abhängig von der mehr oder weniger vorgeschrittenen Auswitterung der Kerne, als dass man nicht von Verschiedenheiten, wie sie die beiden angeführten Abbildungen darbieten, absehen müsste; der Dorsallobus ist zwar in der That bei den jurassischen Formen von Swinitza nur halb so tief wie der obere Laterallobus, bei den Exemplaren von Rogoznik dagegen schon wieder nur um etwa ein Drittel weniger tief.

Noch weniger Ansprüche auf Selbstständigkeit haben die von Catullo unter verschiedenen Namen abgetrennten Formen. Dass sein *A. Beudanti* ein echter *A. tatricus* sei und mit der Brongniart'schen Art aus der Kreide keine Verwandtschaft habe, ist längst anerkannt, auch der *A. Benacensis* unterscheidet sich durch kein Merkmal von diesem. Am abweichendsten ist noch nach der Abbildung zu urtheilen *A. Capitanei:* er unterscheidet sich durch eine grössere Zahl (9) Einschnürungen; jedenfalls ist aber die Abbildung zu unvollständig, um auf sie mit einiger Sicherheit eine neue Art gründen zu können.

Der von Quenstedt als *A. tatricus* beschriebenen und abgebildeten Form [1]) fehlt das bezeichnende Merkmal der Art, die Einschnürungen am Kern. Es ist nicht recht abzusehen, warum diese Form von *A. heterophyllus*, mit dem sie jedenfalls weit mehr Ähnlichkeit hat als mit *A. tatricus*, getrennt wurde, um so mehr, da doch nach Quenstedt's Ansicht so weit von dem ursprünglichen von Sowerby aufgestellten Typus entfernte Formen, z. B. *A. Loscombi*, *A. Zetes* u. s. w., mit ihr vereinigt werden sollten. Dass Quenstedt die Einschnürungen der Schale in Pusch's Abbildung nur auf den ungekammerten Theil beschränkt glaubt, ist ein schon von Bronn bemerktes Versehen.

Sind die vorigen Zusammenstellungen richtig, so findet sich *A. tatricus* in den österreichischen Alpen in dem oberen Lias und zwar in den Adnether-Schichten, in dem unteren Jura, d. i. den Klaus-Schichten, dann in den wahrscheinlich noch höher liegenden Kalksteinen mit *Terebratula diphya* und *Aptychus lamellosus*. Nicht aufgefunden wurde er bisher im unteren Lias, den Dachsteinkalken, Kössener-Schichten und Grestener-Schichten und noch nicht sicher in den ebenfalls dem oberen Lias angehörigen Hierlatz-Schichten.

---

[1]) Die Cephalopoden. Seite 267; Taf. 20, Fig. 4.

Fundorte:

a) In den Nordalpen.

1. Enzesfeld. Eine zahlreiche Reihe von Exemplaren, das grösste mit $5\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser, alle mit langsamer Grössenzunahme, die Seiten ziemlich flach, gegen den Nabel zu wenig eingesenkt. Rückenlobus kaum halb so tief wie der obere Lateral.

Ein Exemplar von 2 Zoll Durchmesser zeigt

$$D : H : B : h : b = 100 : 57 : 39 : 30 : 27,$$

ein zweites von nahe 3 Zoll Durchmesser

$$D : H : h = 100 : 55 : 25.$$

Die Zahl der Furchen beträgt 5—6, sie sind stark nach vorne geneigt. K. k. geologische Reichsanstalt.

2. Oed bei Waldeck im Thale von Piesting. Zwei Exemplare, vollkommen stimmend mit jenen von Enzesfeld. Das grössere mit 5 Zoll Durchmesser. K. k. geologische Reichsanstalt.

3. Mandlingerwand, östlich von Bernitz. Ein Exemplar von 3 Zoll Durchmesser ganz übereinstimmend mit den vorigen; an einer Stelle die gestreifte Schale gut zu beobachten. K. k. geologische Reichsanstalt.

4. Miesenbachthal, Seitenthal des Piestinger Thales, östlich von Guttenstein.

Exemplare bis zu $5\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser, ebenfalls mit flachen Wänden, langsamer Wachsthumszunahme, offenem Nabel. Die Schalenstreifung theilweise sehr gut erhalten.

$$D : H : B : N = 100 : 54 : 34 : 9.$$

K. k. geologische Reichsanstalt.

5. Bürger-Alpe bei Mariazell (Stur). Ein schlecht erhaltenes Exemplar von $3\frac{1}{4}$ Zoll Durchmesser, doch auch hier ein Theil der gestreiften Schale zu sehen. K. k. geologische Reichsanstalt.

6. Klausriegler, Nord-Abhang der Schobermauer, südwestlich von Losenstein (Ehrlich). Die zahlreichen an der genannten Stelle vorkommenden Ammoniten sind leider so tief abgewittert, dass bei den wenigsten an eine genauere Bestimmung zu denken ist. Unter den vielen Stücken in der Sammlung der k. k. geologischen Reichsanstalt kann ich die Species, die uns beschäftigt, nicht mit Sicherheit erkennen.

7. Humpel-Alpe am Buchberg, südwestlich von Ternberg (Ehrlich).

8. Rinnbachrechen bei Ebensee. Das grösste Exemplar von noch nicht zwei Zoll Durchmesser hat schon die Hälfte des letzten Umganges zur Wohnkammer. Raschere Grössenzunahme als bei den vorhergehenden. Einschnürungen etwas gekrümmt, wie bei *A. Calypso*. Oberer Lateallobus nur um ein Drittheil tiefer als der Dorsal. K. k. geologische Reichsanstalt.

9. Grünberggraben, am Offen-See, östlich von Ischl. Ein sehr schlecht erhaltenes Exemplar von $3^1/_2$ Zoll Durchmesser, in der Gestalt vollkommen übereinstimmend mit den Exemplaren von Enzesfeld. K. k. geologische Reichsanstalt.

10. Klaus- und Landner-Alpe, bei Hallstatt. Zahlreiche Exemplare, sehr gut übereinstimmend mit den von Kudernatsch beschriebenen Stücken von Swinitza. Die grössten Exemplare mit nahe 3 Zoll Durchmesser dabei mit 6 geraden Einschnürungen, vor denen sich auf der Schale eine besonders in der Rückengegend scharf markirte Wulst erhebt. Eines der Exemplare von 2 Zoll Durchmesser hat ein Viertel des letzten Umganges als Wohnkammer. Bis zur Nath 8 bis 9 Sättel, die unteren, vom zweiten Lateralsattel angefangen, sehr deutlich diphyllisch. Oberer Laterallobus kaum mehr als ein Drittel tiefer wie der Dorsal. Seitenflächen gewölbt; Nabel eng, aber offen.

$$D : H : B : h : b = 100 : 54 : 34 : 24 : 17.$$

K. k. geologische Reichsanstalt.

11. Thörlklamm am Schafberg. Sehr kleine Exemplare, eines von 13 Linien Durchmesser hat schon die Hälfte des letzten Umganges zur Wohnkammer. Die Furchen tief, gerade, nach vorwärts gerichtet. K. k. geologische Reichsanstalt.

12. Zinkeneck bei St. Wolfgang. Sehr kleine Exemplare, unter 1 Zoll Durchmesser. Gesendet von Hrn. Prof. A. E. Reuss.

13. Schreinbachgraben bei St. Wolfgang. Die Exemplare wie jene von Zinkeneck.

14. Königsbachgraben bei St. Wolfgang. Mehrere Exemplare bis zu $3^1/_2$ Zoll Durchmesser. Durch die mehr abgerundeten Seiten und raschere Grössenzunahme den Stücken von Erba genähert. 5—6 Einschnürungen, die Schale bis zu Ende gekammert.

$$D : H : B = 100 : 56 : 34.$$

Ein paar kleinere Exemplare sind noch dicker, eines von $2^1/_3$ Zoll Durchmesser hat schon die Hälfte des letzten Umganges als Wohn-

kammer; dasselbe ist etwas schmäler, unterscheidet sich aber sonst nicht von den Übrigen. Gesendet von Hrn. Prof. Dr. Reuss.

15. Glaserbachgraben bei Salzburg. Ein einziges kleines Exemplar mit einem etwas weiter als gewöhnlich offenem Nabel. Gesammelt von Hrn. M. V. Lipold.

16. Lammerfluss, bei der Duscher-Brücke. Ein Exemplar mit den bezeichnenden Einschnürungen. Gesammelt von Hrn. M. V. Lipold.

17. Kammenkar-Alpe, NO. von Waidring (Emmrich). Schmälere und aufgeblähtere Exemplare, gut übereinstimmend in ihrer Gestalt mit jenen von Enzesfeld. Die Kerne meist stark ausgewittert. Bis zu 4 Zoll Durchmesser. K. k. geologische Reichsanstalt.

18. Fellhorn, NW. von Waidring. Ein Exemplar von 4 Zoll Durchmesser, durch abgeflachte Seiten, langsame Grössenzunahme und hierdurch bedingte mehr scheibenförmige Gestalt sich ganz den Stücken von Enzesfeld anschliessend Bis zum Ende gekammert. Die gestreifte Schale theilweise gut erhalten. K. k. geologische Reichsanstalt.

19. Weidach-Lahne, auf der rechten Seite des Ammerthales, unmittelbar östlich von Ober-Ammergau in Baiern. In einem gelbgrau gefärbten mit schwarzgrauen Streifen und Flecken versehenen mergeligen Kalksteine (Schafhäutl's Fleckenmergel). Das grössere Exemplar von $2^1/_2$ Zoll Durchmesser zeigt schon den Anfang der Wohnkammer. Die Furchen, unmittelbar beim Nabel beinahe radial laufend, biegen sich gleich darauf sehr schief nach vorne

$$D : H : B : h : b = 100 : 52 : 30 : 22 : 13$$

Eingesendet von Hrn. D. A. Schlagintweit.

b) In den Südalpen.

20. Igne und Lavazzo über Belluno (Catullo).

21. Campo torondo am Mte. Errera, südlich von Agordo. Unter den sehr zahlreichen Ammoniten von dieser Localität befinden sich auch viele Heterophyllen. Ein einziges Exemplar jedoch scheint mir mit Sicherheit zu *A. tatricus* zu gehören. Dasselbe hat nahe 3 Zoll Durchmesser, über die Hälfte des letzten Umganges ist Wohnkammer, 5 gerade, radial laufende Einschnürungen, regelmässig gewölbte Seitenflächen, sehr engen Nabel. Rückenlobus sehr seicht, Sattelblätter zerschnitten. Eingesendet von Hrn. W. Fuchs.

22. Cesio maggiore zwischen Belluno und Feltre (L. v. Buch).

23. Fontanafredda in den Euganeen (Zigno).

24. Asiago in den Sette Communi (L. v. Buch).

25. Roveredo, eine Meile östlich von der Stadt (Buch, Zigno). Ein Exemplar in der Sammlung der k. k. geologischen Reichsanstalt von den Steinbrüchen bei Volano von $2^1/_2$ Zoll Durchmesser hat einen etwas weiteren Nabel als gewöhnlich, die Furchen nur schwach angedeutet.

26. Mti. Lessini im Val Pantena N. von Verona (Buch).

27. Torri, im Veronesischen (Catullo).

28. Mte. Baldo. am Gardasee, (Buch).

29. Mte. di Grove im Val Cavalina bei Brescia (Buch).

30. Colle Bearo im Val Gardona, östlich vom Lago d'Iseo (L. v. Buch).

31. Entratico im Val Cavalina, östlich von Bergamo. Regelmässig gewölbte Seitenflächen, eine schmälere Schale und ganz geschlossener Nabel, dann eine weniger scheibenförmige Gestalt unterscheiden die Exemplare von der genannten Localität so wie jene von Erba ziemlich auffallend von jenen von Enzesfeld u. s. w. Das grössere Exemplar von nahe 5 Zoll Durchmesser ist bis zu Ende gekammert, die Einschnürungen nur am Anfange des letzten Umganges deutlich sichtbar. Das kleinere von $3^1/_2$ Zoll Durchmesser mit 7 Furchen. Sie laufen schief nach vorne und sind in der Nähe des Nabels deutlicher als am Rücken. Zahl der Kammern auf einen Umgang etwa 15, Zahl der Sättel 9—10.

$$D : H : B : h : b = 100 : 56 : 29 : 28 : 18.$$

In rothem Kalkstein. Eigenthum des k. k. Lyceums in Bergamo. Gesendet von Hrn. Dr. Venanzio.

32. Mte. Misma, zwischen den Flüssen Cherio und Serio, östlich von Bergamo (Buch).

33. Civonne, Luco, Golbiate, Civiole, im Val Madera, gegenüber von Lecco (Buch).

34. Erba, östlich von Como (Buch, Bronn, d'Orbigny u. s. w.).

Die Exemplare in den hiesigen Sammlungen haben meistens die Gestalt jener von Entratico. Die Einschnürungen zeigen auf den Seitenflächen bisweilen Spuren von Biegungen. Die Zahl der Furchen

meist 5 — 6. Ein Exemplar von $^3/_4$ Zoll Durchmesser hat schon die Hälfte des letzten Umganges als Wohnkammer, andere lassen von dieser bei mehr als 3 Zoll Durchmesser noch nichts erkennen. Das grösste dieser Exemplare hat 8 Einschnürungen. Ihre Breite schwankt zwischen $^{32}/_{100}$ und $^{40}/_{100}$ des Durchmessers.

35. Ponzate, östlich von Como. Mehrere Exemplare bis zu 2 Zoll Durchmesser ganz stimmend mit jenen von Erba.

36. Obino bei Mendrisio (Canton Tessin). Ein Exemplar von $2^1/_2$ Zoll Durchmesser mit 6 Furchen. Gesendet von Herrn Doctor Lavizzari.

37. Alpe Baldovana. Ein unvollständiges Exemplar. Gesendet von Hrn. Lavizzari.

38. Arzo, westlich von Mendrisio. Ein Exemplar von 3 Zoll Durchmesser und 5 nicht sehr deutlichen Einschnürungen.

$$D : H : B = 100 : 52 : 28.$$

Gesendet von Hrn. Lavizzari.

39. Induno, nördlich von Varese (L. v. Buch).

12. **Ammonites Zignodianus** d'Orb.

1847. *A. Zignodianus.* d'Orbigny, Pal. franç. Terr. jurass. I, pag. 493, pl. 182.
1850. *A. Zignodianus* de Zigno, in Haidinger's naturw. Abhandl. IV, S. 7.
1851. *A. Zignodianus.* Stur, Jahrb. der k. k. geologischen Reichsanstalt, II 3. S. 26, 30.
1852. *A. Zignodianus.* de Zigno, Sui Terreni jurassici delle Alpi Venete.
1852. *A. Zignodianus.* Kudernatsch, Abhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt I, 2. Abth., Nr. 1. S. 8.
1852. *A. Zignodianus.* Hauer, Jahrb. der k. k. geologischen Reichsanstalt III, 1, S. 184.

Als charakteristische Merkmale, durch welche sich diese Art leicht und sicher von den benachbarten unterscheiden lässt, betrachte ich die Falten, welche den Rückentheil der Schale bedecken und welche gewöhnlich auch noch auf den Steinkernen sichtbar bleiben, dann die auf der Mitte der Seitenflächen zu einer spitzen Zunge nach vorwärts gebogenen Einschnürungen, die auf der Schale und auf dem Kerne zu beobachten sind, und nicht auf die Wohnkammer allein beschränkt sind, sondern auch auf dem gekammerten Theile der Schale sich finden. Nur wenn, wie dies bei den Exemplaren aus den rothen Kalksteinen der Alpen freilich oft genug der Fall ist, nur schlecht

erhaltene und oft sehr abgeriebene Exemplare vorliegen, wird die Bestimmung zweifelhaft.

Übrigens beobachtet man bei den einzelnen Individuen manche Verschiedenheiten, einige sind mehr, andere weniger aufgebläht, die Zahl der Einschnürungen schwankt zwischen 5 und 9, ihre Zunge ist bald mehr bald weniger weit nach vorne gestreckt u. s. w.

Die Lobenzeichnung bietet nichts charakteristisches, die Sättel sind meist regelmässig diphyllisch, doch der erste Lateralsattel häufig triphyllisch, der Rückenlobus stets viel kürzer als der oberste Lateral. Der oberste Lateralsattel etwas höher als der Rückensattel.

Fundorte:

a) In den Nordalpen.

1. Enzesfeld. (Stur). Schlecht erhaltene Bruchstücke, auf einen Durchmesser von 2 bis 3 Zoll deutend. Schale etwas schmäler als in d'Orbigny's Zeichnung. K. k. geologische Reichsanstalt.

2. Neusiedl, bei Pottenstein; wie die vorigen.

3. Hörnstein (Stur). Ein Exemplar von 5 Zoll Durchmesser; die Hälfte des letzten Umganges Wohnkammer. Die Rückenfalten auf dem Kerne nur schwach angedeutet, dagegen die Zunge der Einschnürungen sehr gut zu beobachten. Auf der letzten Hälfte der Schale zählt man vier Einschnürungen, auf einen ganzen Umgang mögen demnach 6—7 entfallen. Die Abmessungen ungefähr

$$D : H : B = 100 : 54 : 40.$$

K. k. geologische Reichsanstalt.

4. Oed bei Waldeck. Ein Bruchstück eines Exemplares, das auf einen Durchmesser von etwa 5 Zoll deutet; die Erhaltung ist so schlecht, dass es etwas zweifelhaft bleibt, ob das Exemplar hierher oder zu *A. tatricus* zu beziehen ist.

5. Wolfsgrub. Ein Bruchstück, der vierte Theil des letzten Umganges eines Exemplares von etwa 3 Zoll Durchmesser. Rückenfalten und Einschnürungen auch ein Theil der Lobenzeichnung zu beobachten.

6. Högerberg, unter der Kothauer-Alpe. Ein sehr unvollständiges Exemplar von 3½ Zoll Durchmesser.

7. Klaus-Alpe bei Hallstatt. Zahlreiche Exemplare bis zu 3½ Zoll Durchmesser, meist etwas schmäler als die von Swinitza.

Zahl der Einschnürungen 6. Bei einem Exemplare von $2^1/_2$ Zoll Durchmesser

$D : H : B : h : b : N = 100 : 53 : 30 : 27 : 18 : 12.$

Erster Lateral lobus deutlich triphyllisch, die übrigen diphyllisch.

8. Schreinbach bei St. Wolfgang. Ein Exemplar von 3 Zoll Durchmesser, mit 4 sehr tiefen Einschnürungen auf dem letzten noch ganz gekammerten Umgange. Die Rückenfalten sind zwar nicht zu erkennen, wohl aber die Zunge der Einschnürungen. Gesendet von Hrn. Prof. Reuss.

b) In den Südalpen.

9. Campo torondo am Mte. Errera, südöstlich von Agordo. Zahlreiche Exemplare von $2^1/_2$ bis 5 Zoll Durchmesser, meist mit 6 Einschnürungen. Die letzte Hälfte eines Exemplares von etwa 5 Zoll Durchmesser hat schon 6 Einschnürungen, im Ganzen mussten daher auf einem Umgange 9—10 stehen. Ein kleineres Exemplar von $2^1/_2$ Zoll Durchmesser hat die Hälfte des letzten Umganges als Wohnkammer. Gesendet von Hrn. Bergrath W. Fuchs.

10. Im Vicentinischen (Zigno, d'Orbigny).

11. Ai Giardini bei Trient. Ein Exemplar von $4^1/_2$ Zoll Durchmesser; mit 9 Einschnürungen und mit Rückenfalten, die auf der Schale deutlich, am Kerne jedoch nur schwach angedeutet sind. Das Bruchstück von dem Kerne eines zweiten Exemplares deutet auf eine noch bei weitem ansehnlichere Grösse hin. Die nach vorne gerichtete Zunge jeder einzelnen Einschnürung greift am Kerne bis zur nächsten Einschnürung fort, so dass sich auf der Seitenfläche eine Längsrinne bildet, in welche die an dem übrigen Theile der Schale gerade radial verlaufenden Einschnürungen münden. Vielleicht bildet diese Form eine besondere Species, doch wären, um dies nachzuweisen, vollständigere Exemplare erforderlich.

13. Ammonites Hommairei d'Orbigny.

1844. *A. Hommairei.* d'Orbigny, Voyage de Ms. Hommaire de Hell, pag. 425, pl. 1, fig. 7—9.

1847. *A. Hommairei.* d'Orbigny, Paléontologie française Terrains jurassiques, pag. 474, pl. 173.

1851. *A. Hommairei.* Stur, Jahrb. der k. k. geologischen Reichsanstalt II, 3. Hft., S. 26.

1852. *A. Hommairei.* Kudernatsch, Abhandl. der k. k. geologischen Reichsanstalt, I. Bd., 2. Abth., S. 8.

Die eigenthümlichen Wülste, welche den Rücken der Schale sowohl als auch den der Kerne zieren, unterscheiden diese Art leicht von allen bekannten Heterophyllen. Diese Wülste finden sich auf der Wohnkammer sowohl als auf dem gekammerten Theile. Von dem in Betreff der Rückenwülste einigermassen ähnlichen *A. latidorsatus* Mich. [1]) trennt sie ein engerer Nabel, noch mehr aber die Lobenzeichnung, welche entschieden den Typus der Heterophyllen trägt. D'Orbigny selbst und später Giebel [2]) und Pictet [3]) zählen ihn mit vollem Rechte dieser Familie zu, und auch Kudernatsch (a. a. O.) führt ihn unter den Heterophyllen auf, wenn er auch, wohl nur in Folge eines zufälligen Versehens, anführt, d'Orbigny rechne ihn zu seiner Familie der Ligaten. Quenstedt dagegen, ohne Gründe für seine Ansicht anzugeben, erklärt ihn für einen Ligaten [4]).

In den nördlichen Alpen ist *A. Hommairei* bisher nur sehr vereinzelt vorgekommen; auf der Klaus-Alpe selbst, wo man ihn der grossen Ähnlichkeit wegen, welche die Fauna dieser Localität mit jener von Swinitza im Banat darbietet, am ersten häufiger hätte erwarten sollen, wurden bisher nur einige unvollständige Bruchstücke aufgefunden. Über die von Zigno angeführten Vorkommen in den Südalpen vergleiche die folgende Art.

Fundorte:

In den Nordalpen.

1. Enzesfeld.
2. Oed bei Waldeck.
3. Wolfsgrub. Von allen drei Orten nur einzelne unvollständige aber doch hinreichend sicher zu bestimmende Bruchstücke. Das Stück von Oed ist die Hälfte eines Exemplares von $3^1/_2$ Zoll Durchmesser. Auf dieser Hälfte stehen 5 Wülste, es ist bis zum Ende gekammert. Ein Rückensattel ist vollkommen deutlich zu sehen, er stimmt ziemlich gut mit d'Orbigny's Zeichnung, nur sind alle seine Blätter breiter, durch schmälere Lobenzacken von einander getrennt. Die Exemplare von Swinitza stimmen in dieser Beziehung ebenfalls ganz mit den Exemplaren von Oed.

---

[1]) d'Orbigny Paléontologie française. Terr crétacés I, pag. 270, tab. 80.
[2]) Die Cephalopoden der Vorwelt. Seite 441.
[3]) Traité de Paléontologie 2. edition II, pag. 691.
[4]) Die Cephalopoden. Seite 353.

4. Klaus-Alpe, bei Hallstatt.

Auch bei Czettechowitz in Mähren kommt *A. Hommairei* in einem grauen Kalkstein vor.

14. Ammonites ptychoicus Quenstedt.

1845. *A. latidorsatus.* Catullo, Cenni sopra il sistema cretaceo. pag. 20.
1845. *A. ptychoicus.* Quenstedt in v. Leonh. und Bronn's Jahrb., S. 683.
1847. *A. latidorsatus.* Catullo, Prodromo di Geognosia paleozoica, pag. 139, tav. VII, fig. 2.
1847. *A. Zignii.* Catullo, Appendice al Catalogo degli Ammoniti delle Alpi Venete. pag. 4, tav. XII, fig. 3.
1847. *A. ptychoicus.* Quenstedt, die Cephalopoden, S. 219, Taf. 17, Fig. 12.
1850. *A. Hommairei.* de Zigno. in Haidinger's naturw. Abhandl. IV, S. 7.
1852. *A. Hommairei* de Zigno, Sui Terreni jurassici delle Alpi Venete, pag. 13.
1853. *A. Zignii.* Catullo, Intorno ad una nuova Classificazione delle Calcarie rosse Ammonitiche, pag. 36, tav. 4, fig. 3.

Diese Art ist der Vorhergehenden sehr nahe verwandt. Die Gestalt der Schale, die weit umhüllenden Umgänge, der gewölbte Rücken, der enge tiefe Nabel, die Wülste am Rücken stimmen vollkommen überein. Die Wülste sind nach Quenstedt's Beobachtung stets nur auf die Wohnkammer beschränkt und finden sich nie auf dem gekammerten Theil der Schale. Ich fand diese Beobachtung an den Exemplaren aus den Süd-Tiroler und Venetianer-Alpen sowohl, als auch an dem vom Klausriegler bei Steyer in den Nordalpen und an jenen von Stramberg bestätigt, sie bietet das erste Merkmal zur Unterscheidung, da die Wülste des *A. Hommairei* auch auf dem gekammerten Theile der Schale vorhanden sind. Ein zweites, besonders von Catullo hervorgehobenes Unterscheidungsmerkmal, dass die Wülste nur auf die Rückengegend beschränkt sind, und dass die beim *A. Hommairei* als ihre Fortsetzung beobachteten Furchen in der Nabelgegend fehlen, scheint mir weniger sicher, denn wenn ich auch von derartigen Furchen an den stets abgeriebenen Exemplaren von Roveredo u. s. w. nichts gewahren kann, so zeigen sie sich doch ziemlich deutlich an einigen Exemplaren von Stramberg.

Das wichtigste und sicherste Unterscheidungsmerkmal begründet die Lobenzeichnung. Die allgemeine Anordnung ist zwar im Allgemeinen noch die gleiche wie bei *A. Hommairei* aber die Endblätter des Rückensattels sowohl als die des ersten Lateralsattels sind durch einen deutlichen Secundärzacken noch einmal getheilt, so dass sich

A. ptychoicus zu *A. Hommairei* ungefähr in dasselbe Verhältniss stellt, wie *A. Zetes* zu *A. heterophyllus*.

Catullo der diese Art zuerst beschrieb und abbildete, stellte sie zweifelnd zu *A. latidorsatus Mich.*, mit dem sie in der That, namentlich auch in Beziehung auf die Lobenzeichnung, die übrigens Catullo nicht kannte, manche Übereinstimmung zeigt. Quenstedt ertheilte ihr etwas später den Namen *A. ptychoicus* und erklärte sie der Familie der Ligaten angehörig, ohne jedoch das Verhältniss gegen den so ähnlichen *A. Hommairei*, den er, wie schon erwähnt, ebenfalls den Ligaten zuzählt, weiter zu berühren. Die abgebildete, wenn auch nur unvollständige Lobenzeichnung lässt doch die oben erwähnten Eigenthümlichkeiten nicht verkennen, sie deutet in der That darauf hin, dass *A. ptychoicus* als ein Bindeglied zwischen den Ligaten und Heterophyllen zu betrachten ist. Catullo, als er später die Verschiedenheit seiner Art von dem *A. latidorsatus* erkannt hatte, gab ihr den Namen *A. Zignii*. In seiner citirten neuesten Arbeit hält er es selbst für wahrscheinlich, dass sie mit *A. ptychoicus* identisch sei, und sucht für seinen Namen auf Grundlage seiner früheren Beschreibung und Abbildung die Priorität zu behaupten. Da aber in dieser früheren Beschreibung die Art eben verkannt und der Name *A. Zignii* später ertheilt wurde als der Name *A. ptychoicus*, so muss, den allgemein anerkannten Regeln gemäss, jedenfalls der Letztere beibehalten werden.

Ob die von Zigno als *A. Hommairei* angeführten Formen wirklich nicht dieser Art, sondern dem *A. ptychoicus* angehören, ist zwar, da nirgends eine nähere Beschreibung gegeben wird, nicht mit Sicherheit nachzuweisen, aber den angeführten Fundorten nach zu schliessen sehr wahrscheinlich.

Fundorte:

a) In den Nordalpen.

1. Klausriegler, am Nord-Abhang des Schobersteines bei Steyer. Ein Exemplar von 3½ Zoll Durchmesser. Schale ganz fehlend, und auch der Kern durch Verwitterung stark angegriffen. Zwei Drittel des letzten Umganges Wohnkammer, auf der 6 Wülste deutlich zu erkennen sind; durch Entfernung eines Theiles des letzten Umganges, konnte so viel von der noch unangegriffenen Lobenzeichnung blossgelegt werden, dass die Bestimmung sicher möglich wurde.

Ich erhielt das Exemplar von dem hochwürdigen Hrn. Prof. Engel in Linz für die k. k. geologische Reichsanstalt.

b) In den Südalpen.

2. Campo torondo, am Mte. Errera, südlich von Agordo. Das grösste Exemplar von 3 Zoll Durchmesser, mit $^2/_3$ des letzten Umganges Wohnkammer; nur 4—5 Wülste am vorderen Theile der Wohnkammer sichtbar. Lobenzeichnung sehr gut zu beobachten; bis zum Nabel zählt man 6 Sättel, die Spitzen aller nahezu auf einer Radiallinie liegend. Die Umgänge etwas mehr aufgebläht, nicht so hochmündig wie in Quenstedt's Abbildung. K. k. geologische Reichsanstalt. Eingesendet von Hrn. W. Fuchs und von Hrn. A. v. Hubert.

3. Volano bei Roveredo (Quenstedt). Zwei kleinere Exemplare; nur an dem einen ein Theil der Wohnkammer mit einer Wulst erhalten, die Lobenzeichnung deutlich zu erkennen.

4. Torri im Veronesischen (Catullo).

5. Malcesine am Lago di Garda (Catullo).

Noch sei es erlaubt, das Vorkommen von *A. ptychoicus* an einigen Fundorten ausser den Alpen zu erwähnen.

6. Mte. Peglio bei Perugia. Zwei Exemplare im k. k. Hof-Mineralien-Cabinete, von $3^1/_2$ bis 4 Zoll Durchmesser. Das erstere hat über die Hälfte des letzten Umganges als Wohnkammer und auf dieser 5 ziemlich nahe aneinander stehende Wülste, während der gekammerte Theil keine Wülste trägt. Die Sattelblätter deutlich getheilt. Ein scheinbar weiterer Nabel unterscheidet zwar das Exemplar von den Vorkommen der anderen Localitäten, doch dürfte er nicht ursprünglich vorhanden gewesen, sondern nur durch Abreibung entstanden sein. Bruchstücke von Aptychen aus der Familie der Lamellosen stecken im Steinkern der Wohnkammer. Das zweite wahrscheinlich auch hierher gehörige Exemplar ist bis zu Ende gekammert, daher ohne Rückenwülste.

7. Stramberg bei Neutitschein in Mähren. Eine zahlreiche Reihe von Exemplaren bis zu $3^1/_2$ Zoll Durchmesser; aber auch hier haben Exemplare von noch nicht $2^1/_2$ Zoll Durchmesser $^2/_3$ des letzten Umganges Wohnkammer, eine Erscheinung, die Quenstedt auch an den Exemplaren von Roveredo beobachtete. Die Zahl der Wülste beträgt 5—6, an einem der kleineren Exemplare sogar 9; die theilweise erhaltene Schale ist ganz glatt; auch diese Exemplare

sind durchgehends etwas mehr aufgebläht als die Quenstedt'sche Abbildung angibt; an einigen Exemplaren Spuren von Furchen in der Nabelgegend.

$$D : H : B = 100 : 56 : 47.$$

Lobenzeichnung theilweise sehr gut erhalten.

15. **Ammonites tortisulcatus** d'Orbigny.

1841. *A. tortisulcatus.* d'Orbigny, Paléontologie française Terr. crét. pag. 162, pl. 51, fig. 4–6.

1847. *A. tortisulcatus.* d'Orbigny, Paléontologie française Terr. jurass. pl. 189.

1847. *A. tortisulcatus.* Quenstedt, Die Cephalopoden, S. 263, Taf. 17, Fig. 11.

Beinahe vollständig übereinstimmend mit d'Orbigny's Abbildungen und Beschreibungen sind einige der mir vorliegenden Exemplare aus den weissen Kalksteinen bei Trient. Durch eine glatte Oberfläche, abgeflachten Rücken und Seiten und demnach mehr rechteckigen Querschnitt, durch einen viel weiteren Nabel, durch die stark gebogenen, aber abgerundeten (nicht auf den Seiten in Zungen vorspringenden) Einschnürungen, endlich durch die Lobenzeichnung (hauptsächlich die gleiche Tiefe aller Loben, die gleiche Höhe aller Sättel), unterscheiden sie sich sehr auffallend von den nächst verwandten Arten, dem *A. tatricus*, *A. Zignodianus* u. s. w. Einen Übergang zu den letzteren scheinen dagegen eher die Exemplare von Campo torondo zu vermitteln. Einige derselben sind auch aufgebläht mit weitem Nabel, doch der Rücken schon weit mehr gerundet, auch die Seiten weniger abgeflacht, die Einschnürungen folgen denselben Krümmungen wie bei dem echten *A. tortisulcatus*, ich finde ihrer bei diesen wie bei den Exemplaren von Trient etwa vier auf der Wohnkammer. Auf dem übrigen Theile des Gehäuses sind sie, vielleicht nur in Folge der nicht ganz guten Erhaltung der Stücke, nicht zu erkennen. Die Lobenzeichnung, die in Quenstedt's Abbildung richtiger gegeben scheint als in der von d'Orbigny, stimmt auch ziemlich gut. Der Rückenlobus ist nur unbedeutend tiefer wie der obere Lateral, die Sättel alle deutlich diphyllisch. Nicht blos die Endblätter des Rückensattels, sondern auch die folgenden zwei Blätter stehen sich paarig gegenüber, und die Secundärzacken zwischen den Blättern bilden, wie gewöhnlich, Spitzen, während sie d'Orbigny's Abbildung, wohl nach einem mehr

abgeriebenen Exemplare, zugerundet darstellt. Nur der mehr abgerundete Rücken, der allmählicher in die Seitenflächen verläuft, unterscheidet demnach diese Stücke vom echten *A. tortisulcatus* mit dem sie im Übrigen vollständig übereinstimmen.

Ein anderes Exemplar dagegen nähert sich in der Gestalt noch weit mehr der als *A. Calypso* unterschiedenen Varietät des *A. tatricus*. Es ist hochmündig und schmal, die Einschnürungen, etwa 7 an der Zahl, bilden aber noch genau dieselben Krümmungen, wie bei den vorigen Exemplaren. Auch die Lobenzeichnung lässt durch den oberen Laterallobus, der um ein Drittel tiefer ist als der Dorsal, eine grössere Annäherung an *A. tatricus* nicht verkennen, von dem es sich aber immer noch durch den weiteren Nabel und die stärker gebogenen Einschnürungen unterscheidet.

Fundorte:

a) In den Nordalpen.

1. Hirtenberg, westlich von Leobersdorf. Ein kleines nicht sehr gut erhaltenes Exemplar von $1\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser. Durch den weiten Nabel und die stark gekrümmten Einschnürungen als sicher hierher gehörig bezeichnet. Ein Drittel des letzten Umganges ist Wohnkammer, die Einschnürungen finden sich auch auf dem gekammerten Theile der Schale.

2. Campo torondo am Mte. Errera, südlich von Agordo. Die aufgeblähteren Exemplare haben etwas über 2 Zoll Durchmesser.

$$D : H : B : N = 100 : 50 : 40 : 17.$$

Das schmälere Exemplar von drei Zoll Durchmesser

$$D : H : B : N = 100 : 54 : 31 : 16.$$

Man erkennt 7 Einschnürungen, zwei davon auf dem gekammerten Theile der Schale, die anderen auf der Wohnkammer. Gesendet von Hrn. W. Fuchs.

3. Ai Giardini bei Trient. Ein Exemplar von 4 Zoll Durchmesser, die Hälfte des letzten Umganges Wohnkammer

$$D : H : B : N = 100 : 52 : 44 : 20.$$

Die Breite im Verhältniss zur Höhe ist demnach hier etwas ansehnlicher als bei d'Orbigny's Exemplar.

16. Ammonites subobtusus Kud.

1852. *A. subobtusus.* Kudernatsch, Abhandl. der k. k. geologischen Reichsanstalt, I. Bd., 2. Abth., Nr. 1, S. 7, Taf. II, Fig. 1—3

1852. *A. subobtusus.* Hauer, Jahrb. der k. k. geologischen Reichsanstalt III. 1. Hft. S. 185.

Die regelmässigen Wellenfalten am Rücken in Verbindung mit den noch einmal getheilten Sattelblättern (tetraphyllischen Sätteln), unterscheiden diese von Kudernatsch sehr gut charakterisirte Form leicht von den übrigen Heterophyllen.

Die Exemplare von der Klaus-Alpe bei Hallstatt stimmen in allen wesentlichen Merkmalen mit jenen von Swinitza überein und erreichen eine Grösse von $2^1/_2$ Zoll. Ausser diesem ist mir bisher kein Fundort in den Alpen bekannt geworden.

17. Ammonites Kudernatschi Hauer.

1852. *A. heterophyllus var.* Kudernatsch. Abhandl. der k. k. geologischen Reichsanstalt, 1. Bd., 2. Abth., Nr. 1, S. 6, Taf. I, Fig. 5—9.

1852. *A. heterophyllus var.* Hauer, Jahrb. der k. k. geologischen Reichsanstalt, 3. Bd., 1. Hft., S. 185.

Kudernatsch der diese Art trefflich charakterisirte und abbildete, wagte nicht, sie als eine besondere Art zu bezeichnen, obgleich er selbst die wesentlichen Unterscheidungsmerkmale, die sie von *A. heterophyllus* trennen, sehr wohl erkannte und beschrieb. Diese Unterscheidungsmerkmale sind: die stets stärkeren gerade, beinahe ohne Krümmung nach vorne über den Rücken weglaufenden Streifen, die bei jüngeren Exemplaren nicht selten mit feineren Streifen alterniren, bei älteren dagegen häufig zu unregelmässigen Bündeln vereinigt sind, und unter der Mitte der Seitenflächen mehr oder weniger vollständig verschwinden; dann insbesondere die Lobenzeichnung, die sich durch deutlich diphyllischen Bau aller Sättel, durch eine geringere Zahl der Sättel (5—6), endlich durch viel kleinere mehr zerschnittene und eingekerbte Sattelblätter unterscheidet. Dass die Sättel diphyllisch sind, ist aus Kudernatsch's Abbildung nicht gut ersichtlich, doch wird es im Texte ausdrücklich angeführt, und ich kann die Beobachtung an Kudernatsch's Original-Exemplaren so wie an denen der anderen Fundorte nur bestätigen.

Mit *A. Terverii* [1]), den d'Orbigny selbst in neuerer Zeit wieder einzieht, hat unsere Art in der That noch grössere Ähnlichkeit als mit *A. heterophyllus* selbst, der Abbildung nach hat derselbe diphyllische Sättel, ebenfalls gerade verlaufende Streifen, er unterscheidet

[1]) d'Orbigny Paléontologie française Terr. crét. pl. 54.

sich aber immer noch durch die Furchen in der Nabelgegend und die weit zahlreicheren, auch mit grösseren, weniger ausgezackten Blättern versehenen Sättel.

Sehr möglich ist es in der That, dass wie schon Kudernatsch vermuthet, die von Bayle [1]) angeführten Vorkommen aus dem Unter-Oolith von Moutiers und St. Vigor und im Oxford von Rians, St. Marc und Chaudon nicht zu *A. heterophyllus* selbst, sondern hierher gehören.

Auch die von Quenstedt [2]) als *A. tatricus* abgebildete Art möchte man ihrer Lagerstätte nach am liebsten hierher ziehen, doch gibt Quenstedt eine grössere Zahl von Loben an. Mit dem echten *A. tatricus* Pusch kann sie, wie schon oben erwähnt, nicht vereinigt werden.

Fundorte:

a) In den Nordalpen.

1. Klaus-Alpe, bei Hallstatt. Mehrere Exemplare vollkommen, übereinstimmend mit jenen von Swinitza. Ein Exemplar von $3^1/_2$ Zoll Durchmesser, hat die Streifen zu Bündeln vereint, ist aber noch bis zum Ende gekammert. Bei einem kleineren Exemplare von $1^1/_2$ Zoll Durchmesser hat man

$$D : H : B = 100 : 56 : 32.$$

Ein Bruchstück deutet auf einen Durchmesser von mindestens 5 Zoll.

b) In den Südalpen.

2. Ai Giardini bei Trient. Mehrere Exemplare bis zu 4 Zoll Durchmesser, bis zum Ende gekammert. Sie unterscheiden sich von den Exemplaren von Swinitza und der Klaus-Alpe nur durch etwas mehr abgeflachte Seiten; die gerade verlaufenden Streifen, die mehr eingekerbten Sättel und, wie es scheint, auch die geringere Zahl derselben, stimmen dagegen gut überein.

18. **Ammonites haloricus** Hauer.

Taf. IV, Fig. 9—11.

Die beinahe ganz involute Schale hat Umgänge die beträchtlich höher als breit sind.

---

[1]) Bull. de la Soc. geol. de Fr. 2ᵉ Ser. T. V. S. 451.

[2]) Die Cephalopoden. Seite 268; Taf. 20, Fig. 4.

Der sanft gerundete Rücken verläuft allmählich in die sehr abgeflachten Seiten, welche schon in der Nähe des Rückens ihre grösste Breite erreichen, und dieselbe bis ganz nahe zum Nabel hin, beinahe unverändert beibehalten. Gegen den Nabel zu senkt sich die Schale rasch, aber ohne eine Kante zu bilden.

Die Oberfläche der Schale ist ganz glatt, auch Einschnürungen machen sich keine bemerkbar, eben so wenig erkenne ich an den mir vorliegenden Exemplaren eine Zuwachsstreifung.

Der Durchmesser des grössten Exemplares, das in Fig. 9 und 10 in natürlicher Grösse abgebildet ist, beträgt $2^1/_4$ Zoll. Die Abmessungen desselben sind:

$$D : H : B : h : b = 100 : 56 : 40 : 27 : 19.$$

Es ist dieses Exemplar noch bis zu seinem Ende mit Kammern versehen. Man zählt jederseits von der Mittellinie des Rückens bis zum Nabel bis zu 12 Sättel, von denen der erste Lateralsattel den Rückensattel nur wenig überragt; die übrigen nehmen allmählich regelmässig an Grösse ab. Eine Radiallinie, durch die Spitzen des obersten Lateralsattels geführt, berührt die Spitzen aller übrigen Sättel. Vom zweiten Lateralsattel angefangen sind sie regelmässig diphyllisch.

Der Rückenlobus ist nur unbedeutend seichter als der obere Lateralloblus, die übrigen nehmen ebenfalls regelmässig an Tiefe ab.

A. halaricus hat ohne Zweifel grosse Ähnlichkeit mit *A. cylindricus*. Der schmälere, weit mehr gerundete Rücken, der viel allmählichere Übergang desselben in die Seitenflächen, die geringere Abflachung der letzteren bedingen aber doch eine so wesentlich verschiedene Gestalt, dass es nicht thunlich scheint, beide Arten zu vereinigen. Auch die Lobenzeichnung bietet einige nicht unwesentliche Unterschiede. Auch mit dem in denselben Schichten vorkommenden *A. subobtusus* Kudernatsch [1]) hat unsere Art, besonders was die äussere Gestalt betrifft, grosse Ähnlichkeit. Die erstere unterscheidet sich aber leicht durch die Falten der Oberfläche, dann durch die viel weniger zahlreichen und anders geformten Loben und Sättel.

[1]) Abhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. I. Bd. 2. Abtheilung: Seite 7, Taf. 2, Fig. 1—3.

Unter den schon länger bekannten Arten könnte *A. haloricus* am ersten noch mit einigen der d' Orbigny'schen Arten aus dem Neocomien verglichen werden, namentlich mit *A. Thetys* und dem von dieser Art wahrscheinlich nicht wesentlich verschiedenen *A. picturatus*. Der Charakter der Lobenzeichnung ist aber doch wohl zu verschieden, als dass man es wagen könnte, eine Vereinigung mit diesen einer beträchtlich jüngeren Formation angehörigen Formen vorzunehmen.

Fundorte:

1. Krenkogel? bei Grossau Ein nicht sehr vollständiges Exemplar ohne Schale im grauen Kalkstein. Die Bestimmung daher etwas zweifelhaft. K. k. geol. Reichsanstalt.

2. Klaus-Alpe bei Hallstatt, in den Klaus-Schichten. K. k. geol. Reichsanstalt.

19. **Ammonites infundibulum** d'Orbigny.

1841. *A. infundibulum.* d'Orbigny, Pal. franç. Terr. crét. I, p. 131, tab. 39, Fig. 4, 5.

1847. *A. infundibulum.* Hauer, Berichte über die Mittheilungen von Freunden der Naturwissenschaften III, S. 478.

1847. *A. infundibulum.* de Zigno, Bull soc. géol. de France IV, p. 1102.

Ausser dem von mir schon bei einer früheren Gelegenheit beschriebenen Vorkommen dieser Art am Rossfelde bei Hallein ist mir aus eigener Anschauung kein weiterer Fundort in den österreichischen Alpen bekannt geworden. Zigno citirt die Art in seiner oben angeführten Abhandlung so wie in zahlreichen anderen Publicationen in dem Biancone der Südalpen, ohne die einzelnen Fundorte genau zu bezeichnen.

Ich behalte übrigens mit Giebel [1]) den Namen *A. infundibulum* d'Orb. bei, wenn gleich d'Orbigny selbst denselben in seiner Paléontologie stratigraphique gegen den Namen *A. Rouyanus* zurückstellt. Beide ursprünglich getrennte Arten gehören zusammen, allein der Name *A. infundibulum* ist der zuerst angewandte.

[1]) Die Cephalopoden der Vorwelt. Seite 439

20. Ammonites semistriatus d'Orbigny.

1841. *A. semistriatus.* d'Orbigny. Paléont. franç. Terr. crét. p. 136, pl. 41, fig. 3, 4.
1846. *A. semistriatus.* Zeuschner inv. Leonh. und Bronn's Jahrb., S. 175.
1846. *A. semistriatus.* Catullo, Atti delle Adunanze dell I. R. Ist. Venet., Tom. V, pag. 470.
1847. *A. semistriatus.* Catullo, Prodromo di Geognosia paleozoica delle Alpi Venete, pag. 145, tav. VIII, fig. 4.

Ausser dem schon früher von mir beschriebenen Vorkommen bei Rossfeld erhielt ich die Art durch Herrn Bergrath Fuchs vom Campo torondo am Mte. Errera. Ein Exemplar von $2^1/_2$ Zoll Durchmesser in einem dunkelgrauen Kalkmergel, vollkommen übereinstimmend mit d'Orbigny's Abbildung scheint zu beweisen, dass auch an dem genannten Orte über den rothen Jurakalksteinen noch der Neocomien vertreten ist. Catullo fand die Art im Biancone der Sette communi, in jenem von Primolano im Thal der Brenta, und am Mte. Vignoli. Auch Zigno führt sie so wie den wahrscheinlich mit ihr zu vereinigenden *A. Morelianus*, aus den Südalpen an, ohne die Localitäten näher zu bezeichnen.

Noch finden sich in der Literatur Angaben über das Vorkommen einiger Heterophyllen-Arten aus dem Jura und der Kreide. So führt de Zigno den *A. Guettardi* in Monfenera, den Sette Communi und Euganeen [1]), den den *A. viator* in den Venetianer und Tiroler Alpen [2]), den *A. Velledae* im Gault der Sette communi [3]) an, u. s. w. In die hiesigen Sammlungen ist von diesen Vorkommen noch nichts gelangt.

In den folgenden Tabellen sind die bisher in den Alpen beobachteten Heterophyllen und ihre Fundorte noch einmal übersichtlich zusammengestellt. Die erste dieser Tabellen enthält die Heterophyllen der alpinen Trias; mit Ausnahme des *A. sphaerophyllus* Hau. [4]), der der unteren Etage dieser Formation anzugehören scheint, stammen die übrigen aus der oberen Etage, den Cassianer- und Hallstätter Schichten. In ein näheres Detail über diese Formen einzugehen,

[1]) Sul Terreno cretaceo dell' Italia settentrionale, pag. 11.
[2]) Bulletin de la Soc. géolog. IV. Seite 1102, und in zahlreichen späteren Publicationen.
[3]) Quarterl. Journ. of the London Geol. Soc. 1830. Seite 428.
[4]) Denkschriften der kaiserl. Akademie der Wissenschaften. II. Band, Taf. I,

wäre überflüssig, sie sind seit längerer Zeit von Münster, Quenstedt und mir selbst beschrieben und nur einige neue Fundorte sind zu den schon früher bekannten hinzugekommen [1]).

Die zweite Tabelle enthält die Heterophyllen des Lias. In den Nordalpen hat bisher nur die obere Abtheilung dieser Formation Heterophyllen geliefert, aber in den beiden wahrscheinlich gleichzeitigen, aber verschiedene Facies darstellenden Schichtengruppen, den Adnetherschichten und den Hierlatz-Schichten. Ein *A.* oder *H.* in der letzten Columne bezeichnet, welcher dieser beiden Gruppen die Localität angehört.

Von den Arten dieser Liste sind zwei, der *A. tatricus* und *A. Zignodianus*, welche in den Alpen auch im Jura vorkommen, die daher für sich allein nicht geeignet erscheinen, die Formation zu bestimmen. *A. heterophyllus* habe ich zwar in den Alpen bisher nur im Lias beobachtet, doch soll er bekanntlich nach anderen Angaben auch im Jura anzutreffen sein. Für diejenigen der Fundorte, an welchen bisher nur diese drei Arten in der Tabelle verzeichnet sind, kann nur mit Zuhülfenahme anderer Fossilien ihre Stellung im Lias gerechtfertiget werden. Diese Localitäten sind: Grünberggraben am Offensee. Unter den Stücken, die ich von dort vergleichen konnte, ist ausser dem *A. tatricus* und *A. heterophyllus* keine Art mit Sicherheit zu bestimmen. Das Gestein jedoch, so wie die Art des Vorkommens machen die Stellung bei den Adnether-Schichten ziemlich sicher; Zinkenek am Wolfgang-See lieferte als bezeichnend den *A. ceratitoides* Quenst. und *A. Roberti* Hau., zwei bisher nur in den Adnether-Schichten beobachtete Arten; Königsbachgraben den *A. fimbriatus*; Hochleitengraben in der Gaisau den *A. radians;* Fellhorn bei Waidring stimmt in der Gesteinsbeschaffenheit so sehr mit dem nahen Vorkommen auf der Loferalpe, dass wohl auch hier über die geologische Stellung kaum ein Zweifel sein kann; über die Localitäten Brandenberg, Elbingenalp und Spullersalp geben die Arbeiten von Schafhäutl und Escher die weiteren Anhaltspunkte zur Bestimmung der Formation. Von den Localitäten in den Südalpen habe ich diejenigen, welche den *A. heterophyllus* enthalten, alle in den Lias, diejenigen, von welchen bisher nur der *A. tatricus* bekannt ist, in den Jura gestellt. Von der Alpe Baldovana kenne ich ausser

[1]) Vergleiche Haidinger's naturwissenschaftliche Abhandlungen. III. Bd. Seite 26

dem *A. tatricus* noch *A. mucronatus* d'Orb., *A. comensis* Buch, *A. radians*, Sow. u. s. w., welche beweisen, dass diese Localität dem Lias angehört. In Betreff von Arzo, aus welcher Localität mir nur *A. tatricus* vorliegt, vergleiche die Mittheilung von Girard in v. Leonhard und Bronn's Jahrb. 1851, S. 316.

Die dritte Tabelle enthält die Heterophyllen der Juraschichten. Die Ammoniten der mit einem * bezeichneten Localitäten kenne ich nicht aus eigener Anschauung; für einige derselben aus den Südalpen, von denen bisher nur der *A. tatricus* bekannt geworden ist, bleibt es jedenfalls sehr zweifelhaft, ob sie hierher oder in den Lias gehören. Erst die Auffindung mehrerer Arten wird darüber entscheiden.

Die Heterophyllen der Kreide endlich ist mir bei dem Wenigen, was ich über dieselben aus eigener Beobachtung anzugeben im Stande bin, und bei der Unsicherheit, welche über die genaue Bestimmung der Arten und über die Localitäten — sie sind meist nur ganz allgemein angedeutet — in der Literatur herrscht, nicht möglich in eine ausführlichere Tabelle zusammenzustellen. In den hiesigen Sammlungen ist davon nur:

A. infundibulum d'Orb., vom Rossfeld,

A. semistriatus d'Orb., vom Rossfeld und von Campo torondo.

Tabelle I.

Heterophyllen aus der Trias der östlichen Alpen.

	A. sphaerophyllus Hau.	*A. Neojurensis* Quenst.	*A. Simonyi* Hau.	*A. Morloti* Hau.	*A. Jarbas sp.* Muenst.
a) In den Nordalpen.					
Hörnstein	.	.	.	.	+
Hornungsthal, O. v. Buchberg	.	.	.	.	+
Hundskogel bei Ischl	.	+	.	.	.
Hallstatt und Aussee	.	+	+	+	+
Dürrnberg bei Hallein	.	+	.	.	.
b) In den Südalpen.					
Cencenighe bei Agordo	+	.	.	.	.
Bleiberg	.	.	.	.	+
St. Cassian	.	.	.	.	+

Tabelle II.

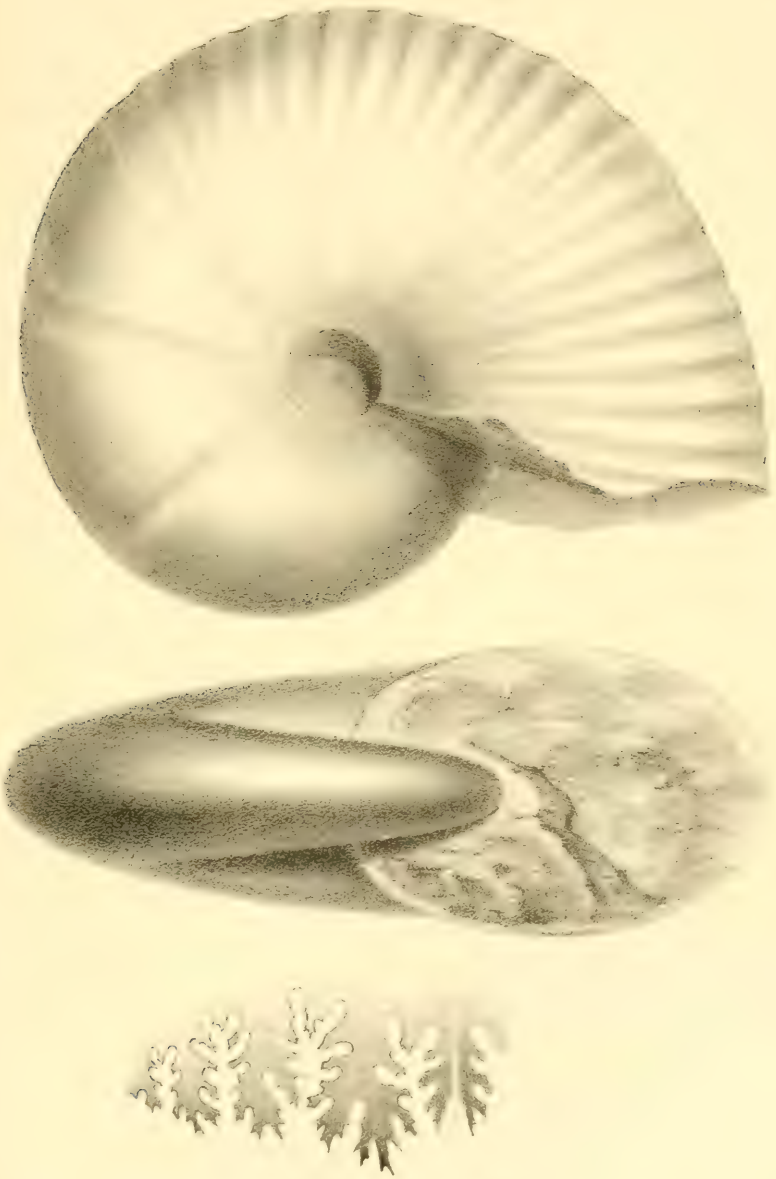
Heterophyllen im Lias der österreichischen Alpen.

a) Nordalpen.	*A. seroplicatus* Hau.	*A. erinitus* Hau.	*A. heterophyllus* Sow.	*A. Zetes* d'Orb.	*A. mimatensis* d'Orb.	*A. Lavizzarii* Hau.	*A. cylindricus* Sow.	*A. Stella* Sow.	*A. Partschi* Stur.	*A. Lipoldi* Hau.	*A. tatricus* Pusch.	*A. Zignodianus* d'Orb.	Schichten-Gruppe
Enzesfeld	.	.	.	+	.	.	.	.	+	.	.	.	*A.*
Hörnstein	.	.	.	.	+	.	.	.	.	.	.	+	*A.*
Neustiftgraben, Gross-Raming N.	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*A.*
Rinnbachrechen bei Ebensee	.	+	+	.	.	.	.	.	.	.	+	.	*A.*
Grünberggraben am Offen-See	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	+	.	*A.*
Scheibensäge am Augstbache bei Aussee	.	.	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	
Kainischdorf bei Aussee	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
Hierlatz bei Hallstatt	.	.	.	.	.	.	+	+	+	+	.	.	*H.*
Thörlklamm am Schafberg	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	*H?*
Zinkeneck bei St. Wolfgang	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	+	.	*A.*
Schreinbachgraben „	.	.	+	+	.	.	.	.	.	.	+	+	*A.*
Breitenberg „	.	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.	*A.*
Königsbachgraben „	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	+	.	*A.*
Tiefenbachgraben am Hintersee	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*A.*
Hochleitengraben bei Gaisau	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	*A.*
Bischofsteinbruch im Wiesthale	.	.	+	+	+	.	.	.	+	.	.	.	*A.*
Adneth	+	.	+	+	+	.	+	.	.	.	.	.	*A.*
Glaserbachgraben	.	.	+	+	+	.	.	.	.	.	+	.	*A.*
Duscherbrücke an der Lammer	+	+	+	.	.	.	.	.	.	.	+	.	*A.*
Gratzalpe, Golling SW.	.	.	.	.	.	.	+	.	+	+	.	.	*H.*
Reinangeralpe bei Golling	.	.	+	.	+	.	.	.	.	.	.	.	*A.*
Kammerkar und Loferalpe	.	.	+	+	+	.	.	.	.	.	+	.	*A.*
Fellhorn bei Waidring	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	*A.*
Brandenberg	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
Waidachlahne b. Ober-Ammergau	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	+	.	
Elbingenalp	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
Spullersalp, Thannberg SW.	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
b) Südalpen.													
Caduno bei Vicenza	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
Mazzurega bei Verona	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
Val Trompia bei Brescia	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
Entratico bei Bergamo	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	+	.	
Ponzate, Como O.	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	+	.	
Erba bei Como	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	+	.	
Moltrasio	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
Obino bei Mendrisio	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	+	.	
Baldovana	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	
Loverciagno bei Mendrisio	.	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.	
Cantine di Mendrisio	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.	.	
Besazio bei Arzo	.	.	.	+	+	+	.	.	+	.	.	.	
Saltrio	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.	.	
Arzo	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	

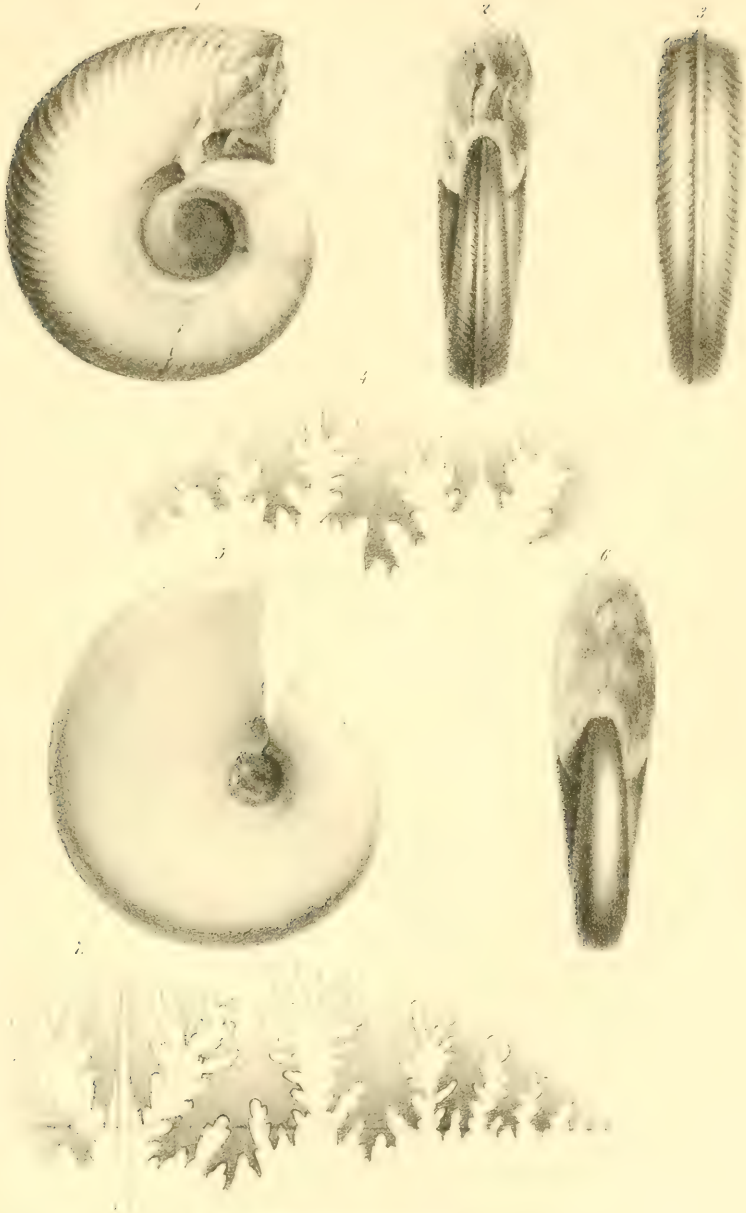
Tabelle III.

Heterophyllen des Jura der Alpen.

a) Nordalpen.	*A. tatricus* Pusch.	*A. Zignodianus* d'Orb.	*A. Hommairei* d'Orb.	*A. tortisulcatus* d'Orb.	*A. plychoicus* Quenst.	*A. subobtusus* Kud.	*A. Kudernatschi* Hau.	*A. haloricus* Hau.
Enzesfeld	+	+	+	.	.	.	.	.
Neusiedl bei Pottenstein	.	+	.	.	.	.	.	.
Oed bei Waldeck	+	+	+	.	.	.	.	.
Wolfsgrub	.	+	+	.	.	.	.	.
Mandlinger Wand, Bernitz O.	+	.	.	.	.	.	.	.
Miesenbachthal, Guttenstein O.	+	.	.	.	.	.	.	.
Bürgeralpe bei Mariazell	+	.	.	.	.	.	.	.
Krenkogel	.	.	.	.	.	.	.	+
Högerberg unter der Kothauer-Alpe	.	+	.	.	.	.	.	.
Klausriegler, Losenstein SW.	+	.	.	.	+	.	.	.
Humpelalpe*, Ternberg SW.	+	.	.	.	.	.	.	.
Klausalpe	+	+	+	.	.	+	+	+
b) Südalpen.								
Igno u. Lavazzo* bei Belluno	+	.	.	.	.	.	.	.
Campo torondo	+	+	.	+	+	.	.	.
Cesio maggiore*	+	.	.	.	.	.	.	.
Fontanafredda*	+	.	.	.	.	.	.	.
Asiago*	+	.	.	.	.	.	.	.
Ai Giardini bei Trient	.	+	.	.	.	.	+	.
Roveredo	+	.	.	.	+	.	.	.
Mt. Lessini*	+	.	.	.	.	.	.	.
Malcesine	.	.	.	.	+	.	.	.
Torri*	+	.	.	.	+	.	.	.
Mt. Baldo*	+	.	.	.	.	.	.	.
Mt. di Grove*	+	.	.	.	.	.	.	.
Colle Bearo*	+	.	.	.	.	.	.	.
Mt. Misma*	+	.	.	.	.	.	.	.
Val Madera*	+	.	.	.	.	.	.	.
Induno*	+	.	.	.	.	.	.	.



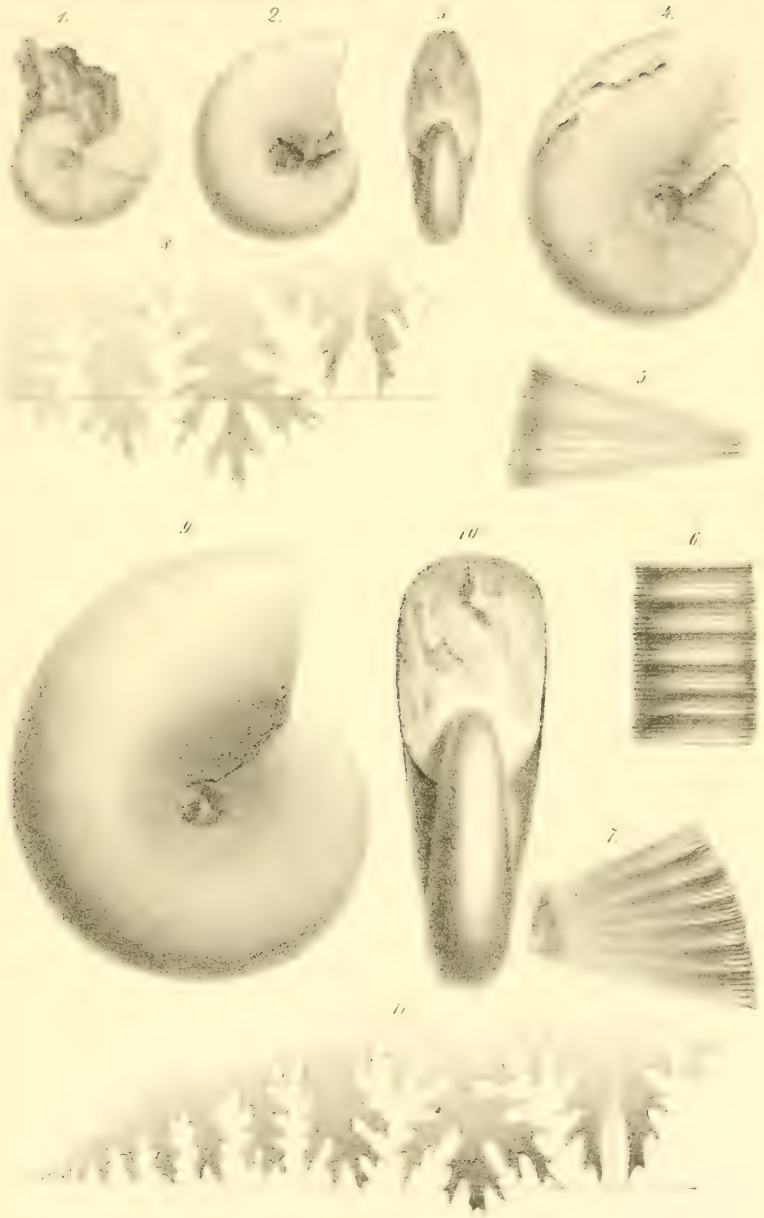
Ammonites serophicatus Hau



1–4 *Ammonites eximius Hau*
5–7 *Ammonites Lavizzarii Hau*

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. math. naturw. Cl. XII. Bd. 5. Heft 1854.

1–4 A. Stella. Sow. 5–7 A. cylindricus. Sow.
8–10 A. Lipoldi. Hau.



8. A. Partschi
9. 11. A. hatorieus Han.

Ergänzungen zur Histoire céleste française *und einigen andern Sternkatalogen.*

Von **W. Oeltzen,**

Assistenten an der k. k. Sternwarte zu Wien.

(Vorgelegt von dem w. M., Herrn Director von Littrow.)

Die erste grosse Beobachtungsreihe über kleine Sterne, welche noch jetzt der beobachtenden Astronomie wichtige Dienste leistet, ist die in den Jahren 1789 bis 1801 unter dem Namen der *Histoire céleste française* bekannte, auf der *École militaire* in Paris von J. und M. L. Lalande ausgeführte Arbeit. Sie folgte der jetzt nur in seltenen Fällen benutzten *Historia coelestis britannica* von Flamstead genau ein Jahrhundert. Lalande publicirte aus wichtigen Gründen die Beobachtungen, und nicht deren Resultate. So lange die *Histoire céleste* die Haupt- und fast einzige Quelle war für die Örter der Fixsterne, mit denen die Planeten und Kometen verglichen wurden, durfte es der Beobachter nicht scheuen, die zeitraubende Reduction eines einzelnen Sternortes aus den Originalbeobachtungen vorzunehmen. Nach dem Erscheinen des neuen Piazzischen Kataloges aber war ein Mittel gegeben diese Reduction bedeutend abzukürzen durch Berechnung von Tafeln für die einzelnen Zonen, wie dies Bessel (Astronom. Nachr. Nr. 2) zuerst vorgeschlagen hat. Nach den daselbst gegebenen Vorschriften sind die Reductionstafeln bald darauf wirklich berechnet, und auf deren Grundlage in neuerer Zeit die Beobachtungen selbst höchst sorgfältig reducirt und in einen Katalog gebracht, der sich in den Händen jedes Astronomen befindet. Dieser Katalog beruht ganz auf den erwähnten Tafeln und enthält daher nur diejenigen Zonen reducirt, für welche sich Tafeln zur Reduction auf das Jahr 1800 vorfinden. Es fehlen aber für einige nördliche Zonen die Tafeln ganz, indem sich nicht genug Piazzische Sterne als Anhaltspunkte fanden; für andere nördliche Zonen gelten die Tafeln für den Anfang des Jahres 1790 statt 1800, indem die letzte Epoche so weit von der Beobachtungszeit lag, dass die Benutzung der Tafeln nicht mehr die hinreichende Genauigkeit gewährte. Für einige Zonen sind Reductionstafeln für beide

Epochen vorhanden. Diese sind in dem Kataloge von Baily aufgenommen.

Mit Reductionstafel auf 1790 allein, sind die folgenden Zonen,

1790	August,	11.	H. C.	p.	366	62	Sterne	Z. D.	56°	Declination 74°
1790	„	18.	„		366	14	„	„	49	„ 81
1791	Jänner,	24.	„		381	19	„	„	51	„ 80
1791	März,	3.	„		383	18	„	„	31	„ 80
1791	„	13.	„		384	62	„	„	50	„ 81
1791	April,	3.	„		385	18	„	„	31	„ 80
					Summe	193				

Ganz ohne Reductionstafel sind:

1790	August,	10.	H. C.	p.	365	7	Sterne	Z. D.	57°	Declination 73°
1790	„	15.	„		366	23	„	„	55	„ 75
1790	„	20.	„		367	45	„	„	53 u. 30	„ 78
1790	„	22.	„		367	20	„	„	37 u. 49	„ 86 u. 82
1790	„	28.	„		367	13	„	„	44	„ 87
1790	„	30.	„		368	5	„	„	48	„ 83
1791	März,	10.	„		384	4	„	„	36	„ 85
1791	„	15.	„		385	11	„	„	36	„ 85
1791	„	25.	„		385	11	„	„	36	„ 85
					Summe	139				

Für die vier ersten Zonen ist jedesmal nur ein Fundamentalstern benutzt, für die fünfte 8, für die sechste 2. Die Benutzung nur eines Fundamentalsterns kommt auch in den Tafeln, welche für 1800 gelten, einigemal vor, und macht jedenfalls die Örter unsicher. Der ganze Fehler oder auch ein wirklicher Irrthum einer einzelnen Beobachtung geht auf alle anderen über. So ist bei der kleinen Zone p. 366, 12. August 1790, der letzte Stern als Fundamentalstern genommen. Die Lal. Declination dieses Sternes stimmt also mit der Declination aus andern Quellen überein. Die Declination der übrigen Sterne aber, weichen sämmtlich nicht unerheblich von anderen Bestimmungen ab, so dass in der Z. D. jenes Sternes ein Fehler enthalten sein muss.

Als Vervollständigung des Kataloges der *Histoire céleste* habe ich die obigen 6 Zonen auf 1790 reducirt, und dazu zunächst die ungeänderten Reductionstafeln benutzt, dann einige in anderen Quellen vorkommende Sterne auf 1790 reducirt, und durch die sich zeigenden Unterschiede die Tafeln verbessert. Diese Correctionen sind in Rectascension und Declination

Für 1790 August,	11.	—1″5	+3″0
„ 1790 „	18.	0·0	0·0
„ 1791 Jänner,	24.	0·0	+2·0
„ 1791 März,	3.	0·0	—2·6
„ 1791 „	13.	0·0	0·0
„ 1791 April,	3.	0·0	0·0

Für die zweite Zone fanden sich keine neuen Fundamentalsterne vor. Die fünfte beruht schon auf 8. Die angebrachten Correctionen, namentlich die in Rectascension, sind kleiner als man erwarten sollte; nichts desto weniger sind die Rectascensionen, wie überhaupt aller nördlichen Sterne bei Lalande, nicht sehr zuverlässig. Die Abweichung der optischen Axe vom Meridian war schon an sich nicht unbeträchtlich, so dass die Grenzen, innerhalb deren man eine der Z. D. proportionale Änderung annehmen kann, nahe zusammenrücken. Die Ausdehnung der nördlichen Zonen im Sinne der Declination ist viel zu gross, als dass eine solche Annahme nicht beträchtliche Fehler erzeugen müsste. Die genaue Bestimmung der Fehler des Instrumentes für die verschiedenen Z. D. einer nördlichen Zone dürfte aber in den meisten, wenn nicht in allen Fällen mit Schwierigkeiten verbunden sein, wegen des Mangels an gleichzeitigen guten Rectascensions-Bestimmungen von Zonensternen. Ich habe es desshalb auch vorläufig nicht versucht, Reductionstafeln für die Zonen herzustellen, für welche solche noch nicht vorhanden sind; wahrscheinlich würde auch eine directe Berechnung der einzelnen Beobachtungen schneller zum Ziele führen und jedenfalls genauere Resultate liefern, wenn sich nur eben der Instrumentalfehler besser bestimmen liesse.

Die *Histoire céleste* enthält bekanntlich viele Fehler, die zum Theile während des Niederschreibens der Beobachtungen selbst, zum Theile durch den Druck derselben entstanden sind. Solche Fehler sind von allen Denen, die diese Beobachtungen benutzt haben, aufgefunden. Die Gewissheit, dass alle aufgezeichneten Sternörter sich auch wirklich am Himmel befinden, lässt sich nur durch eine neue Vergleichung mit dem Himmel erhalten, welche aber viel Mühe und Zeit in Anspruch nehmen würde, wollte man jeden Stern wieder einzeln aufsuchen. Man gelangt schneller zum Ziele, und verbindet neue Vortheile damit, wenn man Zonenbeobachtungen in denselben Gegenden des Himmels wiederholt.

Der Theil des Himmels, den die *Histoire céleste* umfasst, ist nun bereits von Bessel und Argelander wieder durchbeobachtet, und da wir uns ausserdem in dem Besitze mehrerer neuer umfangreicher Sternkataloge befinden, so schien es mir nicht ohne Nutzen zu sein, eine Vergleichung der *Histoire céleste* mit diesen Beobachtungen vorzunehmen, zum Theil in der Absicht, dieselbe von den meisten grösseren Fehlern und eigentlichen Irrthümern zu reinigen. Die Vergleichung, deren Resultate im Folgenden enthalten sind, erstreckt sich aber nur auf den Theil des nördlichen Himmels, über welche Argelander seine Zonenbeobachtungen ausgedehnt hat. Für die Zone von — 15° bis + 15° Declination ist eine solche durch die Berliner Stern-Charten schon fast vollständig ausgeführt, und für den Theil von + 15° bis + 45° muss ich mir die Resultate für eine andere Gelegenheit vorbehalten. Der Katalog der *Histoire céleste* wurde innerhalb jener Grenzen auf 1842 reducirt, als der Epoche des Kataloges der Argel. Zonen, eine Reihe anderer Kataloge ebenfalls, und dadurch die Richtigkeit der meisten Sternörter festgestellt. In Fällen, wo sich Unterschiede zeigten, die der Wahrscheinlichkeit nach von einem Fehler herrührten, wurden die Sterne am Himmel selbst aufgesucht, und so der Zweifel gehoben, wenn nicht andere Kataloge dazu schon hinreichend waren. Da die Reduction nur beiläufig geschah, so liessen sich Sterne mit eigener Bewegung nur erkennen, wenn die letztere schon einigermassen beträchtlich war. Die Fehler, die sich bei dieser Gelegenheit in den übrigen Katalogen ergaben, sind ebenfalls weiter unten zusammengestellt. Es finden sich nur noch etwa 1300 Sternörter, welche allein bei Lalande vorkommen, so dass eine mässige auf der Wiener Sternwarte bereits in Angriff genommene Arbeit genügen wird, um jede einzelne Beobachtung der *Histoire céleste* innerhalb jenes Raumes durch eine neue Beobachtung verificirt und den Nachweis geliefert zu haben, ob sich alle von Lalande gesehenen Sterne noch wirklich am Himmel befinden oder nicht.

Katalog.

Nr.	Grösse	Rectascension 1790	Präc.	Nördliche Declination 1790	Präc.	H. C. pag.
1	8	$6^h\ 6^m\ 56{\cdot}0$	+11·8	81° 17′ 7″1	— 0″6	366
2	8½	12 41·4	13·5	82 40 13·2	1·1	366
3	9	13 58·0	7·77	74 11 20·5	1·3	365
4	8½	15 53·7	13·2	82 27 13·1	1·4	366
5	9	21 39·6	7·39	72 54 0·3	1·8	365
6	9	21 44·6	14·3	83 14 58·8	1·9	366
7	9½	22 16·6	7·65	73 47 12·3	1·9	365
8	8	24 29·9	14·3	83 14 29·1	2·1	366
9	9	25 57·5	7·81	74 20 12·9	2·3	365
10	9	28 46·2	7·58	73 36 34·6	2·5	365
11	9	30 10·7	8·17	75 25 28·4	2·6	365
12	7½	30 19·2	13·5	82 42 38·6	2·6	366
13	9	31 46·1	14·3	83 46 40·4	2·8	366
14	8½	32 5·7	8·26	75 39 25·2	2·8	365
15	8½	32 55·4	8·08	75 10 56·7	2·8	365
16	7½	35 45·1	8·24	75 39 55·2	3·1	365
17	7½	35 51·7	8·18	75 29 40·6	3·1	365
18	10	35 53·3	8·18	75 29 59·7	3·1	365
19	9	40 19·0	7·90	74 43 47·2	3·5	365
20	9	41 28·0	11·6	81 10 40·3	3·6	366
21	8	43 38·5	17·	84 33 41 8	3·8	366
22	8	44 53·0	12·0	81 35 22·7	3·9	366
23	6½	45 56·4	13·5	82 45 32·6	4·0	366
24	8	47 13·9	7·36	72 59 9·6	4·1	365
25	8	50 6·4	7·52	73 38 26·6	4·3	365
26	7	54 5·0	8·07	75 26 1·4	4·7	365
27	9	55 28·5	13·8	83 3 32·5	4·8	366
28	7½	55 47·2	11·5	81 16 35·9	4·8	366
29	8½	6 56 14·3	7·75	74 28 31·3	4·9	365
30	8½	6 59 40·0	7·65	74 13 3·5	5·1	365
31	8½	7 0 10·5	14·4	83 29 30·1	5·2	366
32	8½	7 1 4·4	7·42	73 27 6·0	5·3	365
33	9	7 1 11·9	7·42	73 27 16·0	5·3	365
34	9	8 8 30·0	6·79	72 57 45·0	10·7	365
35	8	8 37·7	6·86	73 21 49·3	10·7	365
36	9	11 2·9	7·04	74 9 33·7	10·8	365
37	9½	14 49·7	7·03	74 20 49·1	11·1	365
38	7	15 57·8	7·02	74 20 16·1	11·2	365
39	8	19 37·8	6·86	73 53 10·4	11·5	365
40	8	22 45·3	6·86	74 1 13·8	11·7	365
41	8	24 46·8	6·63	73 7 22·8	11·9	365
42	9	27 38·4	6·93	74 30 12·1	12·0	365
43	10	32 9·0	7·07	75 10 27·0	12·4	365
44	9	36 30·2	6·66	73 51 42·6	12·7	365
45	9½	39 8·4	6·89	75 2 10·2	12·8	365
46	9½	46 34·3	6·78	74 53 57·5	13·3	365
47	8½	47 45·4	6·41	73 7 45·7	13·4	365
48	9½	49 22·4	6·30	73 4 52·5	13·5	365
49	6	54 24·2	6·39	73 47 41·5	13·8	365
50	9	57 10·0	6·20	73 2 46·1	14·0	365
51	7	8 57 46·9	6·58	74 52 43·8	14·0	365

Nr.	Grösse	Rectascension 1790			Präc.	Nördliche Declination 1790			Präc.	H. C. pag.
52	9	9h	31m	43ˢ·4	+6ˢ·15	75°	23′	22″·4	−16″·0	365
53	10		33	55·8	6·12	75	23	1·3	16·1	365
54	9		39	20·8	6·41	77	2	12·1	16·4	365
55	8		41	49·3	6·05	75	45	10·9	16·5	365
56	9½		46	40·9	5·90	75	18	57·3	16·8	365
57	9		52	29·8	5·69	74	54	40·6	17·0	365
58	10		52	55·5	5·70	75	3	20·9	17·0	365
59	9		56	57·8	5·90	76	28	30·2	17·2	365
60	9	9	57	50·0	5·82	76	13	45·4	17·3	365
61	9½	10	3	30·2	5·82	76	40	20·4	17·5	365
62	8½		5	36·4	5·79	76	44	4·4	17·6	365
63	9		6	5·9	5·60	75	49	22·5	17·6	365
64	8		14	14·0	5·27	74	50	50·8	17·9	365
65	5½		16	42·9	5·56	76	47	9·5	18·1	365
66	8		16	47·0	5·22	74	54	19·8	18·1	365
67	9½		22	54·6	5·27	75	59	6·7	18·3	365
68	9		30	38·6	5·05	75	37	35·8	18·6	365 [1]
69	8		34	11·6	5·22	77	5	57·2	18·7	365
70	9		41	26·0	4·81	75	27	6·5	18·9	365
71	8½		42	41·7	4·96	76	50	22·8	18·9	365
72	9		44	24·7	4·78	75	54	27·7	19·0	365
73	8	10	47	29·5	4·80	76	33	56·5	19·1	365
74	8	11	2	16·1	4·45	76	29	51·1	19·4	366
75	8	11	2	47·3	4·35	75	28	47·9	19·4	366
76	8½	11	4	46·8	4·36	76	13	54·1	19·5	366
77	9	13	6	3·4	1·10	79	8	39·0	19·2	385
78	8		9	58·8	0·60	80	45	56·3	19·1	385
79	8		12	7·0	0·77	79	48	36·0	19·1	385
80	.		25	21·3	+0·40	79	43	48·0	18·7	385
81	8		36	45·4	+0·21	78	57	25·8	18·2	385 [2]
82	8		36	51·0	−0·18	80	25	13·8	18·2	385
83	8		41	57·8	+0·07	79	7	0·0	18·1	385
84	7		50	51·3	−0·43	79	54	55·0	17·7	385 [3]
85	8		51	12·6	0·84	80	57	32·5	17·7	385 [4]
86	7		55	46·4	0·40	79	25	35·4	17·5	385
87	7		56	2·8	0·61	80	0	6·2	17·5	385
88	8	13	57	2·0	0·53	79	42	54·6	17·5	385
89	5½	14	9	53·8	0·47	78	32	2·8	16·9	385
90	8½		20	29·7	1·42	80	18	3·1	16·4	385
91	7		30	26·9	1·29	79	25	38·1	15·9	381
92	7½		30	28·2	1·30	79	25	37·6	15·9	385
93	.		39	57·9	2·11	80	33	41·9	15·4	385
94	6½		40	0·9	2·10	80	33	46·1	15·4	381
95	8		45	50·5	2·32	80	40	36·9	15·0	385
96	8		45	52·8	2·23	80	40	36·7	15·0	383
97	7½		45	55·8	2·23	80	40	36·8	15·0	381
98	6		58	22·3	1·76	79	1	21·1	14·3	381
99	.		58	23·7	1·76	79	1	7·1	14·3	385
100	7	14	58	24·4	1·76	79	1	11·8	14·3	383
101	9	15	1	52·5	2·54	80	21	56·4	14·1	383
102	9		12	34·8	2·14	79	12	0·9	13·4	383
103	9		16	12·9	3·16	80	48	20·0	13·2	383
104	9		19	26·2	3·38	80	58	58·0	12·9	383

Nr.	Grösse	Rectascension 1790	Präc.	Nördliche Declination 1790	Präc.	H. C. pag.
105	9	$13^h\ 19^m\ 28^s{\cdot}0$	$-\ 2^s{\cdot}28$	$79°\ 9'\ 33''{\cdot}3$	$-12''{\cdot}9$	383
106	$7^1/_2$	25 38·7	2·37	79 8 23·8	12·5	383 [5]
107	7	42 2·6	3·9	81 7 56·3	11·4	383
108	8	42 12·8	3·9	81 7 53·9	11·3	381 [6]
109	8	42 14·6	3·9	81 7 59·3	11·4	383 [7]
110	8	42 25·9	3·9	81 7 57·9	11·3	381 [8]
111	$6^1/_2$	43 22·1	4·3	81 27 20·7	11·3	383
112	$7^1/_2$	43 31·2	4·3	81 27 22·6	11·3	381
113	6	50 24·0	4·2	81 16 5·8	10·7	383
114	7	50 32·8	4·2	81 16 8·1	10·7	381
115	7	51 48·3	3·80	80 37 46·2	10·6	381
116	8	55 40·8	3·97	80 45 14·4	10·3	383
117	8	15 55 43·7	4·00	80 45 16·1	10·4	381
118	7	16 32 51·5	12·	85 21 16·3	7·4	383 [9]
119	5	37 46·6	3·61	79 23 49·0	7·0	383
120	5	37 47·0	3·61	79 23 53·9	7·1	381
121	8	38 28·8	4·69	80 47 35·0	7·0	383
122	9	38 36·7	4·69	80 47 48·4	7·0	381
123	8	45 16·6	4·27	80 12 9·4	6·4	383
124	$7^1/_2$	45 17·8	4·27	80 12 17·7	6·4	381
125	$8^1/_2$	48 40·8	3·87	79 35 51·7	6·2	381
126	$6^1/_2$	50 5·8	3·68	79 17 52·8	6·0	381 [10]
127	$6^1/_2$	16 50 7·5	3·68	79 17 49·5	6·0	383
128	8	17 1 31·4	4·14	79 50 7·2	5·1	381
129	8	17 32 59·2	4·45	79 58 49·2	4·9	381 [11]
130	$6^1/_2$	17 35 43·2	4·71	80 18 3·6	2·2	381
131	8	17 51 23·6	4·00	79 17 29·1	$-\ 0·7$	381
132	8	20 3 59·9	3·44	80 0 53·3	$+10·3$	384
133	8	20 8 15·4	4·8	81 52 14·9	$+10·6$	384
134	8	10 18·3	2·70	78 56 35·3	10·8	384
135	7	12 56·5	2·72	79 3 43·2	11·0	384
136	$7^1/_2$	15 13·7	1·81	77 11 26·1	11·1	384 [12]
137	$4^1/_2$	16 6·7	1·77	77 4 11·7	11·2	384 [13]
138	8	20 47·5	5·5	82 47 4·5	11·5	384
139	7	23 8·4	2·51	78 59 27·7	11·7	384
140	7	23 40·7	2·91	79 47 55·6	11·8	384
141	8	23 43·0	4·2	81 33 46·1	11·8	384
142	$6^1/_2$	25 52·5	2·96	79 51 44·5	11·9	384
143	$8^1/_2$	26 11·2	2·97	79 54 7·6	11·9	384
144	8	35 34·0	2·55	79 30 16·3	12·6	384
145	$7^1/_2$	36 31·0	4·0	81 39 45·6	12·7	384
146	$5^1/_2$	39 22·1	3·10	80 42 29·8	12·9	384
147	$5^1/_2$	40 39·9	3·17	80 41 26·7	12·9	384
148	$7^1/_2$	40 55·2	2·95	80 20 40·8	13·0	384
149	7	43 20·2	4·5	82 27 4·5	13·1	384
150	$7^1/_2$	48 10·4	3·3	81 15 0·1	13·4	384
151	6	48 39·3	4·8	82 52 38·0	13·5	384
152	5	56 36·7	2·24	79 45 15·4	14·0	384
153	$5^1/_2$	20 56 44·7	3·6	81 44 21·4	14·0	384
154	9	21 2 44·3	4·4	82 55 48·6	14·3	384
155	8	7 52·7	4·5	83 6 40·3	14·7	384
156	7	12 22·6	2·15	80 18 12·9	14·9	384
157	$7^1/_2$	15 5·8	2·00	80 9 11·2	15·1	384

Nr.	Grösse	Rectascension 1790			Präc.	Nördliche Declination 1790			Präc.	H. C. pag.
158	$7^1/_2$	21^h	20^m	$17^s{\cdot}3$	$-1^s{\cdot}76$	79°	$55'$	$7''{\cdot}1$	$+15''{\cdot}4$	384
159	$6^1/_2$		21	$24{\cdot}5$	$1{\cdot}95$	80	20	$32{\cdot}0$	$15{\cdot}4$	384
160	8		24	$22{\cdot}8$	$1{\cdot}44$	79	26	$47{\cdot}4$	$15{\cdot}6$	384
161	8		25	$57{\cdot}5$	$2{\cdot}10$	80	51	$29{\cdot}8$	$15{\cdot}7$	384
162	8		27	$11{\cdot}4$	$2{\cdot}2$	81	6	$48{\cdot}3$	$15{\cdot}8$	384
163	$8^1/_2$		28	$0{\cdot}4$	$2{\cdot}5$	81	36	$26{\cdot}4$	$15{\cdot}8$	384
164	$6^1/_2$		30	$33{\cdot}3$	$1{\cdot}35$	79	36	$16{\cdot}2$	$15{\cdot}9$	384
165	9		34	$21{\cdot}8$	$1{\cdot}82$	80	48	$19{\cdot}8$	$16{\cdot}1$	384
166	9		35	$41{\cdot}1$	$2{\cdot}7$	82	21	$16{\cdot}4$	$16{\cdot}2$	384
167	9		36	$57{\cdot}6$	$3{\cdot}0$	82	38	$24{\cdot}0$	$16{\cdot}3$	384
168	9		37	$50{\cdot}0$	$2{\cdot}8$	82	29	$59{\cdot}5$	$16{\cdot}3$	384
169	9		41	$24{\cdot}7$	$3{\cdot}0$	82	54	$6{\cdot}1$	$16{\cdot}5$	384
170	$8^1/_2$		45	$30{\cdot}7$	$2{\cdot}9$	82	59	$35{\cdot}9$	$16{\cdot}7$	384
171	9		51	$53{\cdot}5$	$0{\cdot}83$	79	40	$51{\cdot}1$	$17{\cdot}0$	384
172	9		52	$59{\cdot}3$	$2{\cdot}0$	82	5	$38{\cdot}9$	$17{\cdot}0$	384
173	6		54	$55{\cdot}9$	$0{\cdot}60$	79	18	$33{\cdot}9$	$17{\cdot}1$	384
174	$7^1/_2$	21	55	$38{\cdot}9$	$2{\cdot}6$	83	3	$4{\cdot}9$	$17{\cdot}2$	384
175	9	22	0	$20{\cdot}7$	$2{\cdot}3$	83	2	$12{\cdot}4$	$17{\cdot}4$	384
176	8		4	$53{\cdot}6$	$1{\cdot}4$	81	51	$16{\cdot}1$	$17{\cdot}6$	384
177	$8^1/_2$		5	$0{\cdot}8$	$0{\cdot}9$	81	1	$21{\cdot}1$	$17{\cdot}6$	384[14])
178	$8^1/_2$		5	$11{\cdot}0$	$1{\cdot}8$	82	28	$35{\cdot}6$	$17{\cdot}6$	384
179	$8^1/_2$		11	$3{\cdot}5$	$1{\cdot}1$	81	37	$30{\cdot}0$	$17{\cdot}8$	384[15])
180	7		24	$24{\cdot}7$	$-0{\cdot}29$	80	52	$1{\cdot}9$	$18{\cdot}3$	384
181	7		26	$2{\cdot}5$	$+0{\cdot}10$	79	37	$36{\cdot}8$	$18{\cdot}4$	384
182	$6^1/_2$		38	$40{\cdot}7$	$0{\cdot}36$	80	17	$32{\cdot}2$	$18{\cdot}8$	384
183	7		42	$3{\cdot}3$	$0{\cdot}70$	79	19	$55{\cdot}6$	$18{\cdot}9$	384
184	7		47	$0{\cdot}2$	$0{\cdot}86$	79	15	$15{\cdot}0$	$19{\cdot}0$	384
185	.		47	$18{\cdot}3$	$0{\cdot}1$	82	9	$51{\cdot}1$	$19{\cdot}1$	384
186	$4^1/_2$		47	$49{\cdot}1$	$0{\cdot}1$	82	2	$17{\cdot}8$	$19{\cdot}1$	384
187	8		50	$46{\cdot}0$	$1{\cdot}00$	79	7	$12{\cdot}3$	$19{\cdot}1$	384
188	9		52	$25{\cdot}3$	$+0{\cdot}82$	80	10	$17{\cdot}8$	$19{\cdot}2$	384
189	$4^1/_2$		55	$27{\cdot}4$	$0{\cdot}1$	83	13	$21{\cdot}9$	$19{\cdot}3$	384
190	$7^1/_2$		55	$28{\cdot}8$	$+1{\cdot}11$	79	12	$57{\cdot}3$	$19{\cdot}3$	384
191	7	22	57	$36{\cdot}7$	$1{\cdot}10$	79	39	$4{\cdot}1$	$19{\cdot}3$	385
192	8	23	2	$58{\cdot}1$	$1{\cdot}29$	79	30	$0{\cdot}4$	$19{\cdot}4$	385
193	$7^1/_2$	23	3	$11{\cdot}4$	$+1{\cdot}31$	79	26	$5{\cdot}2$	$+19{\cdot}4$	385

Bemerkungen zu dem vorstehenden Kataloge.

1) H. C. p. 365 $22^h\ 29^m\ 47^s{\cdot}5$. Faden 1 gibt die Zeit 1^m grösser als Faden 2. Der letztere ist als richtig angenommen.

2) H. C. p. 385 $13^h\ 37^m\ 13^s{\cdot}7$. Nach einer Vergleichung mit dem Himmel und mit Argel. 13916 ist die Zeit um 2^m verringert.

3) und 4) H. C. p. 385 $13^h\ 46^m\ 44^s{\cdot}5$ und $13^h\ 46^m\ 47^s{\cdot}5$. Der 3. Faden heisst bei beiden Sternen $51^m\ 46^s{\cdot}7$. Diese Zeit passt aber weder zu den beiden ersten Fäden des ersten Sternes, noch zu dem ersten Faden des zweiten Sternes. Der 3. Faden ist daher bei der Reduction nicht berücksichtigt.

5) H. C. p. 383 $13^h\ 21^m\ 42^s$. Faden 1 gibt 4^s weniger als Faden 2 und 3 und ist fortgelassen.

6) und 8) H. C. p. 381 $3^h\ 42^m\ 51^s.5$ und $3^h\ 43^m\ 5^s.7$. Faden 3 gibt die Zeiten 1^m kleiner als Faden 2. Die Sterne kommen auch vor auf p. 383. Darnach ist Faden 2 richtig, Faden 3 1^m zu klein.

7) H. C. p. 383 $15^h\ 37^m\ 30^s.5$. Die 3 Fäden stimmen schlecht.

9) H. C. p. 383 $16^h\ 30^m\ 15^s$. Die Z. D. liegt 5° von der Mitte der Zone entfernt.

10) H. C. p. 381 $4^h\ 50^m\ 41^s.5$, Faden 3 gibt $49^m\ 49^s.6$. Offenbar aber ist Faden 3 zu lesen 56^s statt $5^s.6$, dann würde die Zeit $50^m\ 40^s.0$. Diese Correction ist angenommen.

11) H. C. p. 381 $5^h\ 33^m\ 44^s$. Faden 2 gibt die Zeit $9^s.7$ grösser als Faden 3. Der letztere ist als richtig angenommen.

12) H. C. p. 384 $8^h\ 14^m\ 58^s.7$. Die Rectascension weicht beträchtlich ab von Lal. Kat. 39233 und Piazzi 119. Der Unterschied scheint aber von keinem Fehler herzurühren, sondern nur daher, dass die Z. D. 4° von der Mitte der Zone entfernt liegt. Denn die Zeit des unmittelbar darauf beobachteten Sternes weicht eben so viel von Lal. 39264 und P. 126 ab.

13) H. C. p. 384 $8^h\ 15^m\ 50^s.8$. Faden 3 gibt die Zeit $10^s.7$ kleiner als Faden 2 und ist ausgeschlossen, da der Zeitunterschied mit dem unmittelbar vorher beobachteten Sterne, nach Faden 2 derselbe ist wie bei Piazzi und Lal. Kat. 39233 und 37264, s. die vorige Bemerkung.

14) H. C. p. 384 $10^h\ 2^m\ 37^s$. Die Fäden weichen $3^s.3$ ab.

15) H. C. p. 384 $10^h\ 11^m\ 35^s.5$ Faden 3 gibt $9^s.0$ mehr als Faden 2 und ist ausgeschlossen.

Zur bequemeren Benützung des vorstehenden Kataloges folgen hier noch die Numern, welche auch in anderen Quellen vorkommen, und zwar in den Katalogen von Bradley, Piazzi, Lalande, Groombridge, Struve (1830), Rümker und dem der nördlichen Argelander'schen Zonen. Diese verschiedenen Quellen sind im Folgenden bezeichnet mit By., P., Lal., G., Str., R., Arg. und ist ihnen die Numer des betreffenden Kataloges beigefügt.

Nr.		Nr.	
5	Arg. 7069.	38	Arg. 9068. Zweimal. G. 1446.
7	„ 7090.	39	„ 9113.
9	„ 7167.	40	„ 9161.
10	„ 7210.	46	„ 9520.
16	„ 7334.	47	„ 9528.
17	„ 7336. Str. 778.	49	„ 9640. G. 1517.
19	„ 7405.	50	„ 9679.
23	G. 1259. P. 292.	51	G. 1522.
25	Arg. 7559.	52	Arg. 10218. Str. 1147.
26	„ 7624	53	„ 10256.
30	„ 7721.	55	„ 10373. By 1383.
32	„ 7748. By 1035. Str. 838.	56	„ 10439. Zweimal.
33	„ 7749.	57	„ 10539.
37	„ 9047.	58	„ 10545.

Nr.

59 Arg. 10608.
62 „ 10739.
63 „ 10745.
64 „ 10853.
65 „ 10892. G. 1650, P. 78, By 1446.
66 Arg. 10890. Zweimal. Str. 1210.
67 „ 10979.
69 „ 11127. G. 1687.
73 „ 11319. G. 1720, By 1521.
76 „ 11627.
79 „ 13527.
80 „ 13723. P. 133, G. 2012.
81 „ 13916.
82 „ 13913.
83 „ 14003. G. 2035.
86 „ 14191. Str. 1575.
87 „ 14197,
88 „ 14208.
[1]) 89 „ 14421. G. 2094, P. 49, By 1859.
90 Arg. 14556.
91 „ 14693.
92 „ 14693.
95 „ 14882.
98 „ 15047. G. 2184.
99 „ 15047. G. 2184.
100 „ 15047. G. 2184.
102 „ 15247.
105 „ 15329.
106 „ 15404.
107 G. 2275.
108 „ 2275.
109 „ 2276.
110 „ 2276.
115 „ 2292.
117 „ 2298.
119 Arg. 16420. G. 2372, P. 182.
120 „ 16420. G. 2372, P. 182.
128 „ 16741.

Nr.

130 Arg. 17306. G. 2456.
131 Lal. 32982.
134 „ 39038. Zweimal.
135 „ 39147 und 39139.
136 „ 39233. Dreimal. P. 119.
137 R. 218. Lal. 39264. Viermal. G. 3148, P. 126, By 2632, Str. 2462.
139 Lal. 39554. Dreim. Arg. 20518.
140 „ 39585. Arg. 20524.
142 „ 39684. Str. 2485, Arg. 20588.
143 Arg. 20596.
144 „ 20859. Lal. 40071.
146 Lal. 40176. G. 3268, P. 316, By 2701.
147 Arg. 20982. Zweim. Lal. 40321, G. 3276, P. 331, By 2704.
[2]) 148, Lal. 40244. G. 3277, P. 333, By 2705.
[3]) 152 Arg. 21476. R. 8810, Lal. 40867, G. 3373, By 2749.
156 Arg. 21950. Lal. 41510.
157 „ 22019. Lal. 41621.
158 Lal. 41803.
159 „ 41852.
160 „ 41971. G. 3477, Gtr. 2603.
164 Arg. 22490. Lal. 42215. Zweimal, G. 3511.
171 Arg. 23111.
181 G. 3814.
182 Lal. 44629. G. 3887.
183 R. 10678. Lal. 44724, G. 3902. Arg. 24719.
184 R. 10743. Lal. 44881, G. 3922.
187 Lal. 45013. G. 3942.
190 Arg. 25051.
191 Lal. 45245. G. 3980. By 3067.
192 Arg. 25244. Lal. 45432, G. 4008.
193 „ 25250. Lal. 45442, G. 4009.

[1]) 89 ist auch Argel. Pos. mediae, 322.
[2]) 148 ist auch Argel. Pos. mediae, 475.
[3]) 152 ist auch Argel. Pos. mediae, 480.

Bemerkungen zum Kataloge der Histoire céleste française.

(W. M. B. bedeutet: Wiener Meridian-Beobachtung.)

Nr. 2. Die Z. D. ist in der H. C. nur in Minuten gegeben.

„ 66 = H. C. p. 306 $0^h\ 1^m\ 30^s.5$. Der Stern steht am Himmel 1^m früher. Auch bei dem in der H. C. folgenden Stern ist der 1. Faden 1^m zu gross, im Kataloge aber schon corrigirt.

„ 104 lies 41° 23′ statt 18′. H. C. p. 369 $0^h\ 2^m\ 2^s.5$ lies 89° 41′.

„ 326 lies 40° 21′ statt 22′. H. C. p. 306 $0^h\ 8^m\ 58^s.5$ lies 89° 11′.

„ 384 lies 9^m statt 10^m. H. C. p. 306 $0^h\ 10^m\ 26^s$ lies 9^m.

„ 550 lies 30° 26′ statt 36′. H. C. p. 372 $0^h\ 14^m\ 30^s.3$ lies 10° 38′.

„ 603 lies 18^m statt 17^m. H. C. p. 306 $0^h\ 17^m\ 26^s$ lies 18^m. Die Declination folgt ferner etwa 0.3 grösser, als aus Argel. 396.

„ 748 lies 40° 0′ statt 39° 55′. H. C. p. 306 $0^h\ 21^m\ 24^s.7$ lies 88° 44′.

„ 874 lies 30° 46′ statt 56′. H. C. p. 368 $0^h\ 23^m\ 49^s$ lies 10° 27′.

„ 912 lies 25^m statt 26^m. H. C. p. 306 $0^h\ 25^m\ 1^s$ lies 24^m. Der Stern wird dadurch = Nr. 869.

„ 955. Dieser Stern steht H. C. p. 372 und nicht p. 72.

„ 977 lies 41° 44′ statt 34′. H. C. p. 305 $0^h\ 27^m\ 52^s.5$ lies 34′.

„ 1013 und 1014 einmal 10. Grösse und 5. Grösse. Die Grössen auf p. 369 sind aber überhaupt zu klein angesetzt; ich habe den Stern 8. Grösse geschätzt; die Grössenangabe auf p. 306 scheint auf einem Irrthume zu beruhen.

„ 1103 = H. C. p. 379 $0^h\ 31^m\ 55^s.7$. Dieser Stern ist nicht am Himmel, ist aber offenbar = Nr. 1102, der 9′ nördlicher steht, so dass in der H. C. 2° 19′ statt 10′ zu lesen ist.

„ 1265 = H. C. p. 351 $12^h\ 37^m\ 8^s.2$. Aus Groombridge folgt übereinstimmend mit Argel. die Declination etwa 0.4 kleiner, und soll die Z. D. vielleicht 38″ statt 18″ heissen.

„ 1423 und 1453 = H. C. p. 379 $0^h\ 41^m\ 25^s$ und $41^m\ 46^s.5$ Die Z. D. und Grössen sind zu vertauschen.

„ 1582 lies 38° 50′ statt 39° 0′. H. C. p. 305 $0^h\ 45^m\ 29^s.5$ lies 87° 40′.

„ 1676 = H. C. p. 375 $0^h\ 47^m\ 46^s.5$. Aus Rümker 2. Folge Nr. 449 folgt die Declination etwa 0.7 grösser.

„ 1727 und 1728 = H. C. p. 305 $0^h\ 49^m\ 39^s.5$ $50^m\ 19^s$ 0° 21′ 54″
50 21 0 26 20.

Das beobachtete Faden-Intervall des 1. Sternes wäre hiernach $39^s.5$, das berechnete ist $41^s.51$. In einer Note in Baily's Katalog wird desshalb bei einem der Fäden ein Fehler von 2^s vermuthet. Offenbar ist aber zu lesen $49^m\ 39^s.5$ $50^m\ 21^s$
50 19.

Die Sterne sind dann Argel. 988 und 996, und ist zu corrigiren Nr. 1727 in $49^m\ 58^s.92$. Nr. 1728 in $50^m\ 37^s.44$.

Nr. 1776 und 1805 = H. C. p. 372 $0^h\ 50^m\ 39^s.5$ und $50^m\ 50^s.5$. Die Z. D. sind zu vertauschen.

Nr. 1795 lies $0^h\ 52^m\ 33^s{\cdot}71$, indem in der H. C. p. 373 $0^h\ 51^m\ 26^s$ Fäden 1 und 2 zu lesen ist statt 2 und 3.

„ 1910 = H. C. p. 305 $0^h\ 55^m\ 18^s{\cdot}5$ $0^0\ 1'\ 48''$ südl. Z. D. Dieser Stern 7. Grösse ist nicht am Himmel. Offenbar ist in der H. C. zu lesen $0^0\ 20'\ 48''$, alsdann wird der mittlere Ort 1800

	$0^h\ 55^m\ 37^s{\cdot}04$	$48^0\ 28'\ 54''{\cdot}1$
aus Piazzi 285	$37^s{\cdot}50$	$54''{\cdot}2$
aus Groombr 241	$37^s{\cdot}22$	$54''{\cdot}3$

„ 2072 lies $44^0\ 53'$ statt $43'$. Fehler des Kataloges.

„ 2233 lies $23^0\ 14'$ statt $19'$. H. C. p. 369 $1^h\ 2^m\ 7^s{\cdot}5$ lies $49'$.

„ 2272. Die Z. D. ist in der H. C. nur in Minuten gegeben.

„ 2367 = H. C. p. 369 $1^h\ 7^m\ 40^s{\cdot}5$. Die Zeit ist falsch. Der Fehler aber nicht zu ermitteln. Der Stern ist identisch mit Nr. 2354 und 2355.

„ 2378 lies $1^h\ 7^m\ 52^s{\cdot}88$, indem in der H. C. p. 378 $1^h\ 8^m\ 15^s$ Faden 3 statt 2 zu lesen ist.

„ 2417, 2418, 2454, 2507, 2530. Diese Sterne entsprechen der folgenden Stelle H. C. p. 249.

a)	1^h	$9^m\ 51^s{\cdot}5$		$2^0\ 36'\ 23'' =$ Nr. 2417
b)	1		$10\ 31{\cdot}4$	$2\ 59\ 34$ 2418
c)	1	$11\ 22{\cdot}5$		$2\ 42\ 51$ 2454
d)	$1\ 12\ 13{\cdot}5$	$12\ 51{\cdot}5$		$2\ 45\ 47$ 2507
e)	$1\ 12\ 54{\cdot}5$	$13\ 33$	$14\ 12{\cdot}7$	$2\ 45\ 52$ 2530

Die Zeit von *b* ist eine Zeile höher zu rücken, ebenso die von *c* und *d*. Die Z. D. von *d* und *e* rühren von zwei verschiedenen Einstellungen desselben Sternes *e* her. Im Kataloge sind daher folgende Änderungen vorzunehmen: Nr. 2417 lies $10^m\ 7^s{\cdot}70$. Nr. 2418 ist ganz zu streichen. Nr. 2454 erhält die P. D. von 2418. Nr. 2507 erhält die P. D. von 2454. Nr. 2530 erhält die P. D. $43^0\ 55'\ 42''{\cdot}5$ als Mittel der beiden Ablesungen.

Nr. 2472 = H. C. p. 306 $1^h\ 11^m\ 48^s{\cdot}5$. Die beiden Fäden weichen nach einer Note im Kataloge um 2^s ab. Aus Groombr. 304 folgt $12^m\ 7^s{\cdot}26$, eine W. M. B. von 1853 gibt $12^m\ 7^s{\cdot}44 + 50^0\ 7'\ 26''{\cdot}7$, während Lal. $12^m\ 6^s{\cdot}29$ hat. Danach ist Faden 2 um $+2^s$ und der Ort des Kataloges um $+1^s$ zu corrigiren.

Nr. 2972 lies $26^0\ 40'$ statt $45'$. H. C. p. 378 $1^h\ 27^m\ 23^s{\cdot}5$ lies $14^0\ 13'$.

„ 3059 lies $23^0\ 27'$ statt $32'$. H. C. p. 369 $1^h\ 29^m\ 4^s{\cdot}8$ lies $17^0\ 37'$.

„ 3435 lies $40^0\ 41'$ statt $46'$. H. C. p. 369 $1^h\ 41^m\ 45^s{\cdot}5$ lies $0^0\ 23'$.

„ 3454 lies $35^0\ 30'$ statt $25'$. H. C. p. 373 $1^h\ 42^m\ 7^s{\cdot}5$ lies $5^0\ 34'$.

„ 3472 = H. C. p. 372 $1^h\ 41^m\ 30^s{\cdot}5$. Nach einer Note im Kataloge weichen die Fäden $7^s{\cdot}07$ ab. Diese Bemerkung ist irrthümlich, sie weichen nur $0^s{\cdot}91$ ab, und der Ort des Kataloges muss $1^h\ 43^m\ 1^s{\cdot}28$ heissen. Ein W. M. B. von 1853 gibt $1^h\ 43^m\ 1^s{\cdot}91$.

„ 3607 und 3630 = H. C. p. 372 $1^h\ 46^m\ 13^s$ und $46^m\ 18^s$. Die Z. D. sind zu vertauschen.

„ 3690 lies $25^0\ 32'$ statt $47'$. H. C. p. 378 $1^h\ 49^m\ 9^s{\cdot}5$ lies $15^0\ 12'$.

„ 3960 lies $24^0\ 13'$ statt $18'$. H. C. p. 379 $1^h\ 56^m\ 57^s$ lies $16^0\ 51'$.

Nr. 3987 = H. C. p. 375 $1^h\ 59^m\ 46^s$. Dieser Stern scheint eine starke eigene Bewegung zu haben.

Der Ort 1800 folgt aus Lal.	$1^h\ 59^m\ 33^s{\cdot}46$	$+66^0\ 44'\ 39''{\cdot}4$
aus Argel. 2475	37·81	24·8
aus einer W. M. B. von 1853	38·43	—

„ 4117 lies $1^s{\cdot}48$. Fehler des Kataloges.

„ 4128 lies $26^0\ 30'$. H. C. p. 378 $2^h\ 3^m\ 51^s{\cdot}5$ lies $14^0\ 34'$.

„ 4190 = H. C. p. 388 $2^h\ 5^m\ 18^s{\cdot}5$ Faden 1 und 3 weichen 1^m ab. Im Kataloge ist fälschlich Faden 1 um 1^m verringert. Faden 3 ist um 1^m zu vergrössern, also im Kataloge 6^m statt 5^m. Dieser Stern 6. Grösse findet sich nur bei Lalande. Nach einer W. M. B. von 1852 folgt der mittlere Ort $1842{\cdot}0 = 2^h\ 9^m\ 4^s{\cdot}36 + 45^0\ 44'\ 14''{\cdot}0$.

„ 4225 lies $41^0\ 58'$ statt $42^0\ 3'$. H. C. p. 380 $2^h\ 5^m\ 13^s{\cdot}7$ lies $89^0\ 6'$.

„ 4372 lies $40^0\ 54'$ statt $53'$. H. C. p. 380 $2^h\ 9^m\ 58^s{\cdot}5$ lies $0^0\ 10'$.

„ 4416 = H. C. p. 368 $2^h\ 11^m\ 35^s$. Die Fäden weichen 10^s ab. Im Kataloge ist Faden 3 weggelassen. Dieser ist aber richtig und Faden 2 in $11^m\ 25^s$ zu corrigiren, so dass der Stern 10^s früher steht.

„ 4535 = H. C. p. 388 $2^h\ 15^m\ 44^s{\cdot}5$. Z. D. lies $3^0\ 44'$ statt $49'$. Ausserdem weichen die Fäden $3^s{\cdot}16$ ab. Im Kataloge ist das Mittel genommen. Faden 2 aber ist falsch; im Kataloge ist dann zu lesen $2^h\ 16^m\ 50^s{\cdot}90\ 44^0\ 52'\ 3''{\cdot}1$. Aus einer W. M. B. folgt $51^s{\cdot}36$ und $7''{\cdot}1$.

„ 4591 und 4593 = H. C. p. 371 $2^h\ 17^m\ 55^s{\cdot}5$ und $56^s{\cdot}5$. Die Sterne stehen 1^m früher.

„ 4655 = H. C. p. 380 $2^h\ 19^m\ 12^s{\cdot}5$ an 3 Fäden. Der Stern scheint eigene Bewegung zu haben.

Der mittlere Ort 1800 folgt aus Lal.	$2^h\ 20^m\ 25^s{\cdot}40$	$+48^0\ 37'\ 10''{\cdot}3$
aus Argel. Z.	27·69	37 2·2
aus einer W. M. B. von 1853	28·07	—

„ 4674 = H. C. p. 377 $2^h\ 20^m\ 23^s$, die Zeit ist im Kataloge 10^s zu klein angesetzt.

„ 4694. Die Z. D. ist nur in Minuten gegeben.

„ 5145. Die Declination weicht etwa $0''{\cdot}5$ von Argel. 3226 ab.

„ 5155 = H. C. p. 371 $2^h\ 36^m\ 26^s$. Die Zeit ist 5^s zu gross.

„ 5201 = H. C. p. 43 $2^h\ 37^m\ 0^s{\cdot}5$. Der Stern steht am Himmel 1^m später.

„ 5243 = H. C. p. 379 $2^h\ 38^m\ 32^s$. Die beiden Fäden weichen $3^s{\cdot}08$ ab. Im Kataloge ist das Mittel genommen. Faden 3 ist richtig, welcher den Ort 1800 gibt $17^s{\cdot}62$. Eine W. M. B. von 1853 gibt $17^s{\cdot}10$. Aus Groombr. 570 folgt $17^s{\cdot}27$.

„ 5496 = H. C. p. 378 $2^h\ 46^m\ 23^s$. Die Zeit ist im Kataloge 1^s zu gross angesetzt. und muss $54^s{\cdot}65$ heissen. Der Stern ist auch Nr. 5490. Er hat eine bedeutende eigene Bewegung von etwa 0·9 Bogensecunden des grössten Kreises. Es findet sich nämlich:

Der mittlere Ort 1842 aus Lal.	$2^h\ 51^m\ 12^s{\cdot}28$	$+61^0\ 7'$	$0''{\cdot}7$	Epoche 1790
aus Argel. 3363	16·98	61 6	27·2	1841·9
aus zwei W. M. B.	18·05	61 6	20·6	1853·9.

Nr. 5325 und 5326 = H. C. p. 378 $2^h\,47^m\,7^s{\cdot}5$ und p. 379 $2^h\,48^m\,8^s$. Die P. D. weichen stark ab. Vielleicht sind bei der zweiten Z. D. 15° 27′ 0″ die Secunden gar nicht abgelesen, und später nur durch eine 0 ersetzt.

„ 5382 = H. C. p. 43 $2^h\,50^m\,1^s$. Die Declination folgt aus Argel. 3401 etwa 0″3 kleiner.

„ 5600 lies 33° 19′ statt 25′. H. C. p. 371 $2^h\,50^m\,57^s{\cdot}5$ lies 7° 46′. Der Stern ist bei Lal. 7. Grösse, bei Argel. 9. Grösse.

„ 5610 = H. C. p. 378 $2^h\,50^m\,10^s{\cdot}4$. Der Stern steht am Himmel 1^m später.

„ 5641 lies 26° 28′ statt 33′. H. C. p. 378 $2^h\,51^m\,57^s{\cdot}5$ lies 14° 36′.

„ 5643 und 5663 = H. C. p. 388 $2^h\,51^m\,38^s{\cdot}0$ und $52^m\,48^s{\cdot}5$. Die Z. D. sind zu vertauschen.

„ 5754 = H. C. p. 368 $2^h\,55^m\,44^s$ gibt die Declination etwa 0″2 grösser, als Argel. 3505.

„ 5812 = H. C. p. 43 $2^h\,57^m\,37^s{\cdot}5$. Der Stern steht am Himmel 1^m früher.

„ 5930 lies 25° 50′ statt 45′. H. C. p. 379 $3^h\,0^m\,50^s{\cdot}5$ lies 15° 14′.

„ 6024. Die Declination folgt etwa 0″4 kleiner, als aus Argel. 3644. Eine W. M. B. von 1853 gibt 1″5 mehr als Argel.

„ 6110 = H. C. p. 380 $3^h\,6^m\,55^s$ gibt die Declination 0″5 kleiner als Argel. 3706. Eine W. M. B. von 1853 gibt für 1842 $3^h\,11^m\,15^s{\cdot}57 + 60°\,58'\,3''{\cdot}7$.

„ 6278 = H. C. p. 370 $3^h\,10^m\,56^s$. Der Stern steht 15″ nördlicher. Mit dieser Z. D. stimmen auch die Fäden besser.

„ 6335 = H. C. p. 389 $3^h\,15^m\,34^s{\cdot}7$. Dieser Stern ist nicht am Himmel. Offenbar ist die Zeit eine Zeile höher zu rücken. Die Z. D. 2° 30′ 1″ und 0″ sind aber zwei Einstellungen desselben Sternes. Im Kataloge ist also der Stern zu streichen.

„ 6401 lies 38° 37′ statt 38′. H. C. p. 43 $3^h\,17^m\,2^s{\cdot}3$ lies 87° 28′.

„ 6536 und 6561 = H. C. p. 371 $3^h\,21^m\,31^s$ und $3^h\,22^m\,2^s{\cdot}4$. Die Z. D. sind zu vertauschen.

„ 6787 = H. C. p. 371 $3^h\,29^m\,52^s{\cdot}5$. Die Declination ist etwa 0″5 zu klein.

„ 6811 = H. C. p. 376 $3^h\,30^m\,54^s$. Die Declination folgt etwa 15″ südlicher, als aus Piazzi und Argel.

„ 7036 = H. C. p. 381 $3^h\,36^m\,6^s{\cdot}2$. Dieser Stern scheint eine eigene Bewegung zu haben.

Der mittl. Ort 1800 folgt aus Lal.	$3^h\,37^m\,56^s{\cdot}50$	$+60°\,34'$	$3''{\cdot}0$	Epoche 1791
aus Argel. 4215 und 4216	59·53	60 33	54·0	1843
aus einer W. M. B.	59·91	60 33	51·7	1853

„ 7128 lies 38° 23′ statt 28′. H. C. p. 43 $3^h\,39^m\,51^s$ lies 87° 14′.

„ 7378 lies 28° statt 29°. Fehler des Kataloges.

„ 7461 lies 12° 27′ statt 17′. H. C. p. 351 $3^h\,51^m\,23^s{\cdot}7$ lies 53° 34′.

„ 7822 lies 31° 43′ statt 48′. H. C. p. 380 $3^h\,59^m\,57^s{\cdot}5$ lies 9° 22′.

„ 7852 lies 37° 22′ statt 27′. H. C. p. 43 $4^h\,1^m\,27^s{\cdot}5$ lies 86° 13′.

„ 8514 = H. C. p. 40 $4^h\,20^m\,31^s{\cdot}5$. Der Stern steht am Himmel 1^m später.

Nr. 8572 lies $14^{0}\ 27'$ statt $32'$. H. C. p. 352 $16^{h}\ 20^{m}\ 14^{s}.5$ lies $55^{0}\ 34'$. Die Secunden der Z. D. scheinen aber auch falsch zu sein.

„ 8651 = H. C. p. 315 $4^{h}\ 22^{m}\ 25^{s}$. Im Kataloge ist ganz richtig Faden 1 um 5^{s} verringert. Die Zeitminute ist aber vom Faden 2 genommen, wo sie um 1 zu gross ist. Der Stern ist auch Nr. 8615.

„ 8667 und 8672 = H. C. p. 44 $4^{h}\ 24^{m}\ 24^{s}$ und $24^{m}\ 29^{s}$. Die Sterne stehen am Himmel 1^{m} früher.

„ 8702 = H. C. p. 352 $16^{h}\ 27^{m}\ 46^{s}.2$. Die Declination folgt etwa $20''$ grösser, als aus Argel. 5063.

„ 8834 lies $4^{h}\ 30^{m}\ 41^{s}.52$. Fehler des Kataloges.

„ 8884 lies 33^{m} statt 32^{m}. Fehler des Kataloges.

„ 8902 lies $44^{0}\ 53'$ statt $54'$. H. C. p. 142 $4^{h}\ 33^{m}\ 9^{s}$ lies $3^{0}\ 43'$.

„ 8953 = H. C. p. 374 $4^{h}\ 34^{m}\ 42^{s}.5\ 5^{0}\ 42'\ 0''$. Die P. D. ist etwa 1'2 zu gross. Vielleicht ist die Z. D. nur in Minuten abgelesen und später erst $0''$ hinzugefügt.

„ 9160 lies $42^{0}\ 27'$ statt $32'$. H. C. p. 376 $4^{h}\ 41^{m}\ 44^{s}$ lies $88^{0}\ 39'$.

„ 9242 = H. C. p. 380 $4^{h}\ 42^{m}\ 36^{s}$ an 3 Fäden. Die Zeit scheint 3 Secunden zu klein zu sein.

Der mittlere Ort 1800 folgt aus Lal. $4^{h}44^{m}\ 54^{s}.91 + 56^{0}\ 48'\ 54''.6$

aus Argel. 5349	57·79	48 51·8
aus 1 W. M. B. von 1853	57·98	48 51·4

oder der Stern hat eine eigene Bewegung, da ein solcher Fehler an 3 Fäden doch nicht gut anzunehmen ist.

„ 9398 lies $44^{0}\ 31'$ statt $21'$. Fehler des Kataloges.

„ 9464 lies $4^{h}\ 50^{m}\ 59^{s}.70$, indem in der H. C. p. 376 $4^{h}\ 51^{m}\ 9^{s}.8$ Faden 3 statt 2 zu lesen ist.

„ 9691 und 9717 = H. C. p. 6 $4^{h}\ 58^{m}\ 36^{s}$ und $58^{m}\ 39^{s}.5$. Die Z. D. sind zu vertauschen.

„ 9696 = H. C. p. 44 $4^{h}\ 57^{m}\ 33^{s}.3$. Die Zeit folgt etwa 3^{s} grösser als aus Argel. 5604. Eine W. M. B. von 1853 gibt $0^{s}.38$ weniger als Argel.

„ 10249 lies $5^{h}\ 17^{m}\ 27^{s}.14$ statt $17^{s}.14$. Fehler des Kataloges.

„ 10286 = H. C. p. 6 $5^{h}\ 17^{m}\ 53^{s}.5$. Die Declination scheint $1'$ zu gross zu sein

„ 10783 lies $42^{0}\ 37'$ statt $27'$. H. C. p. 377 $5^{h}\ 31^{m}\ 58^{s}$ lies $88^{0}\ 29'$.

„ 11422 lies $45^{0}\ 18'$ statt $17'$. H. C. p. 143 $5^{h}\ 50^{m}\ 54^{s}$ lies $4^{0}\ 8'$.

„ 11893 lies $42^{0}\ 32'$ statt $27'$. H. C. p. 377 $6^{h}\ 2^{m}\ 56^{s}.5$ lies $88^{0}\ 34'$.

„ 12466 lies $41^{0}\ 55'$ statt $54'$. Fehler des Kataloges.

„ 12782 lies $22^{0}\ 17'$ statt $22'$. H. C. p. 376 $6^{h}\ 27^{m}\ 56^{s}$ lies $18^{0}\ 49'$.

„ 13537 lies 44^{0} statt 43^{0}. Fehler des Kataloges.

„ 13698 = H. C. p. 381 $6^{h}\ 53^{m}\ 49^{s}.5$. Der Stern steht am Himmel genau 30^{s} früher.

„ 13766 = H. C. p. 383 $6^{h}\ 54^{m}\ 49^{s}.5$. Der Stern steht am Himmel 1^{m} früher.

„ 13785 = H. C. p. 383 $6^{h}\ 54^{m}\ 48^{s}$. Die beiden Fäden weichen $4^{s}.41$ ab. Im Kataloge ist das Mittel genommen. Die Vergleichung mit Argel. 7605 zeigt aber, dass Faden 1 richtig, Faden 2 um 5^{s} zu klein ist, so dass der Ort des Kataloges $6^{h}\ 56^{m}\ 37^{s}.28$ wird.

Nr. 13962 = H. C. p. 384 6^h 59^m $26^s.5$. Die beiden Fäden weichen $22^s.3$ ab. Für den Katalog ist Faden 2 als richtig angenommen. Aus Argel. 7675 folgt aber, dass Faden 1 richtig ist. Ohne Zweifel ist Faden 2 zu lesen 0^m $2^s.5$ statt 0^m 25^s; die Fäden stimmen dann bis auf $0^s.3$ und der Ort des Kataloges wird 1^m $2^s.35$.

„ 14012 = H. C. p. 383 7^h 1^m $29^s.5$. Die Zeit ist 13^s zu klein. Offenbar sind in der H. C. die beiden Zeiten 1^m $29^s.5$ und 1^m $42^s.5$ zu vertauschen, da nur so der erste Stern richtig wird, und bei dem zweiten das Faden-Intervall stimmt. Im Kataloge muss es dann 2^m $53^s.42$ heissen.

„ 14402 = H. C. p. 383 7^h 12^m $10^s.5$. Die Zeit ist 5^s grösser als von Nr. 14400 und ist fehlerhaft.

„ 14432 und 14447 = H. C. p. 383 7^h 14^m $15^s.5$ und 15^m $17^s.5$. Die Z. D. sind zu vertauschen.

„ 14486 lies 39^0 $26'$ statt $25'$. H. C. p. 383 7^h 15^m $28^s.5$ lies 1^0 $41'$.

„ 14612 lies 40^0 $44'$ statt $49'$. H. C. p. 383 7^h 19^m $0^s.4$ lies 0^0 $14'$.

„ 14738 = H. C. p. 377 7^h 22^m 23^s. Die Declination folgt $13''.0$ nördlicher als aus Argel. 8082.

„ 14843 lies 7^h 25^m $32^s.60$, indem in der H. C. p. 382 7^h 24^m 44^s Faden 2 und 3 statt 1 und 2 zu lesen ist. Der Stern ist auch Nr. 14813.

„ 14889. Die Präcession muss heissen $5^s.001$ statt $5^s.158$.

„ 14922. Die Präcession muss heissen $4^s.981$ statt $5^s.136$.

„ 15100 und 15111 = H. C. p. 54 7^h 34^m $26^s.5$ und 34^m 51^s. Die Z. D. sind zu vertauschen.

„ 15923 lies 37^0 $39'$ statt $44'$. H. C. p. 564 7^h 59^m $21^s.0$ lies 86^0 $28'$.

„ 15976 = H. C. p. 381 7^h 59^m $10^s.4$. Dieser Stern scheint eine eigene Bewegung zu haben.

Der mittl. Ort 1836 folgt zus Lal.	8^h	3^m	$1^s.48$	$+57^0$ $35'$ $49''.2$	Epoche 1791
aus Rümker 2438	8	2	59·68	37·6	1840·6
2 W. M. B.	8	2	59·28	34·3	1853

Die Epoche der Rümker'schen Beobachtungen ist einer brieflichen Mittheilung des Herrn Directors Rümker entnommen.

Nr. 16085 lies 34^0 $49'$ statt $57'$. H. C. p. 384 8^h 2^m $22^s.5$ lies 6^0 $18'$.

„ 16326 lies 34^0 $50'$ statt $45'$. H. C. p. 384 8^h 8^m $25^s.5$ lies 6^0 $18'$.

„ 16646 lies 38^0 $34'$ statt $29'$. H. C. p. 564 8^h 18^m $23^s.5$ lies 87^0 $24'$.

„ 16698 = H. C. p. 383 8^h 18^m $1^s.7$. Diese Beobachtung enthält 2 Fehler, erstens ist Faden 3 statt 2 zu lesen und zweitens ist die Zeitminute um 1 zu verringern. Der erste Fehler ist schon im Kataloge corrigirt, so dass im Kataloge nur noch 18^m statt 19^m zu lesen ist.

„ 16951 = H. C. p. 54 8^h 25^m $30^s.5$. Der Stern steht am Himmel 1^m früher.

„ 16958 = H. C. p. 54 8^h 25^m 44^s. Der Stern steht am Himmel 1^m früher.

„ 17034 lies 31^0 $45'$ statt $50'$. H. C. p. 382 8^h 27^m 14^s lies 9^0 $23'$.

„ 17350 = H. C. p. 384 8^h 36^m $47^s.3$.

Die Declination folgt für 1842 =	$+55^0$ $31'$ $45''.3$
aus Argel. 9357 folgt	55 32 15·3
aus zwei W. M. B. von 1853	55 32 17·5

Nr. 17458, 17492 und 17506 = H. C. p. 383 $8^h\ 40^m\ 22^s{\cdot}5$, $40^m\ 18^s{\cdot}5$. $40^m\ 42^s{\cdot}5$. Diese 3 Sterne stehen am Himmel 1^m früher.

„ 17539 lies $43^0\ 29'$ statt $21'$. H. C. p. 377 $8^h\ 41^m\ 54^s{\cdot}5$ lies $87^0\ 40'$.

„ 17545 lies $43^0\ 36'$ statt $46'$. H. C. p. 377 $8^h\ 42^m\ 14^s$ lies $87^0\ 32'$.

„ 17743 lies $35^0\ 57'$ statt $36^0\ 2'$. H. C. p. 382 $8^h\ 47^m\ 28^s{\cdot}3$ lies $5^0\ 2'$.

„ 18115 und 18122. Dieser Doppelstern hat eine sehr bedeutende eigene Bewegung von etwa 1·6 Bogensecunden des grössten Kreises, wie aus der Vergleichung von Lalande, Argelander und Struve folgt. Siehe Astr. Nachrichten Nr. 880.

„ 18280 lies $42^0\ 13'$ statt $14'$. H. C. p. 352 $9^h\ 5^m\ 37^s{\cdot}6$ lies $88^0\ 56'$.

„ 18722 = H. C. p. 352 $9^h\ 20^m\ 23^s$. Die Declination folgt etwa $25''$ kleiner als aus Argel. 10007. Eine W. M. B. von 1853 gibt $1^s{\cdot}3$ mehr als Argel.

„ 19139 = H. C. p. 382 $9^h\ 34^m\ 0^s$. Die Zeit folgt etwa 3^s grösser als aus Argel. 10230 und einer W. M. B.

„ 19563 lies $42^0\ 40'$ statt $30'$. H. C, p. 352 $9^h\ 49^m\ 48^s$ lies $88^0\ 29'$.

„ 21076 = H. C. p. 7 $10^h\ 46^m\ 44^s{\cdot}5$. Die Declination folgt etwa $30''$ kleiner als aus Argel. 11304 und einer W. M. B.

„ 21087 lies $18^0\ 31'$ statt $36'$. H. C. p. 366 $22^h\ 46^m\ 13^s$ lies $59^0\ 34'$.

„ 21180 lies $44^0\ 35'$ statt $30'$. H. C. p. 7 $10^h\ 50^m\ 54^s$ lies $3^0\ 22'$.

„ 21379 = H. C. p. 366 $22^h\ 59^m\ 18^s$. Die Declination folgt etwa $30''$ grösser als aus Argel. 11534 und einer W. M. B.

„ 21758 = H. C. p. 355 $11^h\ 13^m\ 28^s$. Die beiden Fäden weichen 10^s ab. Im Kataloge ist fälschlich Faden 3 um 10^s verringert. Faden 2 ist um 10^s zu vergrössern, also im Kataloge $52^s{\cdot}26$.

„ 22196 = H. C. p. 385 $11^h\ 32^m\ 27^s{\cdot}5$. Die Declination folgt etwa $30''$ grösser als aus Argel. 12032 und einer W. M. B.

„ 22845 = H. C. p. 385 $11^h\ 59^m\ 20^s{\cdot}5$. Die Zeit scheint fehlerhaft.

Der mittlere Ort 1842 folgt aus Lal.	$12^h\ 2^m\ 43^s{\cdot}78$
aus Argel.	2 41·03
aus 1 W. M. B.	2 41·24

„ 22885 lies $42^0\ 17'$ statt $22'$. H. C. p. 385 $12^h\ 1^m\ 40^s{\cdot}5$ lies $88^0\ 53'$.

„ 22943 lies $22^0\ 46'$ statt $48'$. Fehler des Kataloges.

„ 23776 = H. C. p. 354 $12^h\ 35^m\ 54^s{\cdot}2$. Die Zeit scheint fehlerhaft.

Der mittlere Ort 1842 folgt aus Lal.	$12^h\ 37^m\ 6^s{\cdot}16 +$	32^0	$38'$	$7''{\cdot}9$
aus Argel. 12950	3·56	52	37	58·0
aus 1 W. M. B. von 1853	3·64		—	

„ 25321 und 25332 = H. C. p. 354 $13^h\ 33^m\ 46^s{\cdot}5$ und $34^m\ 45^s{\cdot}2$. Die Sterne stehen am Himmel 1^m früher.

„ 25353 lies $43^0\ 28'$ statt $29'$. H. C. p. 352 $13^h\ 34^m\ 40^s{\cdot}8$ lies $87^0\ 42'$.

„ 25933 lies $32^0\ 31'$ statt $36'$. H. C. p. 353 $13^h\ 56^m\ 54^s$ lies $8^0\ 38'$.

„ 26891 = H. C. p. 354 $14^h\ 36^m\ 4^s{\cdot}5$. Die beiden Fäden weichen 1^m ab. Im Kataloge ist fälschlich Faden 3 um 1^m verringert; es ist der 2. Faden um 1^m zu klein, also im Kataloge 36^m statt 35^m.

„ 27332 = H. C. p. 354 $14^h\ 51^m\ 46^s{\cdot}5$. Die Declination folgt etwa $0''{\cdot}4$ grösser als aus Argel. 14992.

Nr. 27992 = H. C. p. 352 $15^h\ 11^m\ 6^s{\cdot}5$. Die Declination ist etwa $0'{\cdot}5$ zu klein. In der H. C. ist also vielleicht zu lesen $87^0\ 30'\ 49''$ statt $19''$.

„ 28017 = H. C. p. 356 $15^h\ 10^m\ 33^s{\cdot}6$. Der Stern scheint eine eigene Bewegung in Declination zu haben.

„ 28143 lies $23^0\ 17'$ statt $22'$. H. C. p. 386 $15^h\ 15^m\ 27^s$ lies $17^0\ 51'$.

„ 28736 = H. C. p. 352 $15^h\ 36^m\ 31^s$. Die Declination 1842 folgt

	aus Bessel Z. 419 $15^h\ 37^m\ 58^s{\cdot}60$	$45\ 30\ 15{\cdot}3$
	aus einer W. M. B. von 1853	$45\ 30\ 16{\cdot}4$

Lal. scheint also $30''$ falsch zu sein, und muss vielleicht $86^0\ 46'\ 43''$ heissen statt $47'\ 13''$.

Nr. 28885 lies $37^0\ 17'$ statt $12'$. H. C. p. 356 $15^h\ 41^m\ 8^s{\cdot}5$ lies $3^0\ 51'$.

„ 29033 = H. C. p. 357 $15^h\ 46^m\ 17^s$. Der Stern steht am Himmel 1^m später.

„ 29181 = H. C. p. 353 $15^h\ 52^m\ 39^s{\cdot}8$. Die P. D. ist im Kataloge fehlerhaft und

„ 29197 = H. C. p. 386 $15^h\ 51^m\ 23^s{\cdot}3$. Der Stern steht am Himmel 1^m früher, muss $42^0\ 18'\ 12''{\cdot}9$ heissen, statt $42^0\ 17'\ 22''{\cdot}9$.

„ 29434 lies $37^0\ 18'$ statt $23'$. H. C. p. 357 $15^h\ 58^m\ 25^s{\cdot}5$ lies $3^0\ 50'$.

„ 29753 = H. C. p. 165 $16^h\ 9^m\ 15^s{\cdot}5$. Die Declination folgt etwa $0'{\cdot}5$ grösser als aus Bessel Z. 419 und 420 und einer W. M. B. In der H. C. ist also vielleicht $3^0\ 38'\ 38''$ statt $8''$ zu lesen.

„ 29879 = H. C. p. 165 $16^h\ 14^m\ 9^s$. Der Stern steht am Himmel 1^m später.

„ 29892 = H. C. p. 355 $16^h\ 13^m\ 51^s$. Die Declination ist etwa $0'{\cdot}8$ zu klein.

„ 30446 und 30451 = H. C. p. 358 $16^h\ 33^m\ 24^s{\cdot}5$ und $32^m\ 0^s{\cdot}3$. Die Sterne stehen am Himmel 1^m früher. Vom 2. Stern ist aber Faden 1 und 3 richtig, nur Faden 2 ist 1^m zu gross. Im Kataloge sind fälschlich Faden 1 und 2 um 1^m vergrössert.

„ 30699 = H. C. p. 356 $16^h\ 43^m\ 40^s{\cdot}5$. Dieser Stern hat eine bedeutende eigene Bewegung. Der mittlere Ort 1842 folgt

aus Lal.	$16^h\ 43^m\ 2^s{\cdot}36$	$+68^0\ 22'\ 1''{\cdot}7$	Epoche	1790·5
aus Argel. 16532 und 33	42 59·90	22 26·9		1842·5
2 W. M. B.	42 59·49	22 31·8		1853·5

„ 30797 = H. C. p. 356 $16^h\ 44^m\ 24^s{\cdot}2$. Dieser Stern ist nicht am Himmel. Ohne Zweifel ist er identisch mit einem $30'$ nördlicher stehenden, so dass in der H. C. zu lesen ist $19^0\ 44'$ statt $14'$.

„ 30966 = H. C. p. 356 $16^h\ 50^m\ 6^s$. Die Declination folgt etwa $30''$ kleiner als aus Argel. 16650 und einer W. M. B.

„ 30981 lies $21^0\ 45'$ statt $50'$. H. C. p. 356 $16^h\ 50^m\ 33^s$ lies $19^0\ 22'$.

„ 31132 = H. C. p. 353 $16^h\ 57^m\ 21^s$. Dieser Stern hat eine starke eigene Bewegung in Declination. Der mittlere Ort 1842 folgt nämlich:

aus Lal.	$16^h\ 58^m\ 8^s{\cdot}30$	$+47^0\ 15'\ 32''{\cdot}1$	Epoche	1790·3
aus Argel. 16744	58 9·26	16 13·7		1842·5
aus 3 W. M. B.	58 9·08	16 25·0		1853·5

„ 31571 lies $31^0\ 23'$ statt $19'$. H. C. p. 355 $17^h\ 10^m\ 5^s$ lies $9^0\ 44'$ statt $48'$.

„ 31655 lies $20^0\ 27'$ statt $26'$. Fehler des Kataloges.

„ 31676 und 31690 = H. C. p. 355 $17^h\ 14^m\ 0^s{\cdot}5$ und $14_m\ 25^s{\cdot}5$. Die Sterne stehen am Himmel 1^m früher.

Nr. 31710 lies 43° 38′ statt 33′. H. C. p. 353 17ʰ 15ᵐ 16ˢ·2 lies 87° 29′.

„ 31840 und 31851 = H. C. p. 357 17ʰ 18ᵐ 12ˢ und 18ᵐ 27ˢ. Die Z. D. sind zu vertauschen.

„ 32123 lies 40° 30′ statt 31′. Fehler des Kataloges.

„ 32284 lies 38° 53′ statt 48′. H. C. p. 357 13. Juni 17ʰ 30ᵐ 39ˢ lies 2° 14′ 37″.

„ 32489 lies 37° 51′ statt 50′. H. C. p. 357 17ʰ 37ᵐ 0ˢ·5 lies 3° 16′.

„ 32512 = H. C. p. 360 17ʰ 37ᵐ 28ˢ·4.

Die Declination für 1842 folgt +56° 9′ 6″·2
Argel. 17449 hat 8 27·0
ein W. M. B. von 1853 gibt 8 27·8
Die Z. D. scheint also fehlerhaft zu sein.

„ 32842 lies 22° 18′ statt 19′. Fehler des Kataloges.

„ 32871 = H. C. p. 353 17ʰ 45ᵐ 56ˢ·7. Die Declination ist etwa 20″ zu gross.

„ 32891 = H. C. p. 357 20. Juni 17ʰ 46ᵐ 37ˢ·2. Der Stern steht am Himmel 1ᵐ später.

„ 33057 lies 17ʰ 52ᵐ 16ˢ·40 statt 6ˢ·40. Fehler des Kataloges.

„ 33094 lies 44° 30′ statt 35′. H. C. p. 353 17ʰ 53ᵐ 27ˢ·5 lies 86° 37′.

„ 33099 lies 25° 53′ statt 48′. H. C. p. 362 17ʰ 52ᵐ 24ˢ·5 lies 15° 14′.

„ 33120 lies 24° 58′ statt 53′. H. C. p. 361 17ʰ 54ᵐ 4ˢ·5 lies 16° 9′.

„ 33181, 33209, 33224, 33230, 33232 oder H. C. p. 362 17ʰ 54ᵐ 54ˢ·5 bis 56ᵐ 17ˢ·5. Die Sterne stehen am Himmel 1ᵐ später.

„ 33351 lies 24° 18′ statt 23′. H. C. p. 362 18ʰ 4ᵐ 0ˢ·5 lies 16° 49′.

„ 33698 = H. C. p. 356 18ʰ 6ᵐ 36ˢ. Die Declination folgt etwa 0″·4 kleiner als aus Argel. und einer W. M. B

„ 34095 lies 38° 33′ statt 32′. H. C. p. 300 18ʰ 17ᵐ 13ˢ·5 lies 87° 22′.

„ 34161 = H. C. p. 300 18ʰ 18ᵐ 46ˢ·5. Die Declination weicht stark ab von Nr. 34162 und ist fehlerhaft.

„ 34246 = H. C. p. 356 18ʰ 19ᵐ 37ˢ. Die Declination folgt etwa 0″·7 kleiner, als aus Argel. 18248 und 49.

„ 34282. Dieser Stern steht auf p. 300 der H. C. und nicht p. 330. Derselbe Fehler ist vorgefallen bei den folgenden Numern: 34332, 34368, 34513, 34541, 34579, 34580, 34667, 34708, 34762, 34808, 34878, 35113, 35183, 35276, 35326, 35342, 35439, 35444, 35531, 35535, 35619, 35711, 35782, 35813, 35823, 35915, 36020, 36091, 36131, 36216, 36260, 36345, 36512, 36568, 36703, 36734, 36787, 36901, 36962, 37005, 37043, 37072, 37272, 37305, 37357, 37380, 37408, 37445, 37475, 37477, 37524.

„ 34408 lies 30° 34′ statt 35′. Fehler des Kataloges.

„ 34481 = H. C. p. 358 18ʰ 25ᵐ 32ˢ·2. Die Declination scheint 30″ zu gross zu sein.

„ 34757 = H. C. p. 359 18ʰ 33ᵐ 30ˢ·5. Die Declination folgt etwa 0″·4 grösser als aus Argel. 18468 und 69.

„ 34913 = H. C. p. 358 18ʰ 37ᵐ 43ˢ. Die Zeit scheint 5ˢ zu gross zu sein.

„ 34973 und 35004 = H. C. p. 360 18ʰ 36ᵐ 28ˢ·5 und 37ᵐ 12ˢ. Die Z. D. sind zu vertauschen. Ausserdem aber steht Nr. 35004 am Himmel 1ᵐ früher.

Nr. 35379. Die Zeit ist etwa 5ˢ zu klein.

„ 35456 = H. C. p. 387 $18^h\ 49^m\ 43^s{\cdot}6$. Die Zeit ist 10ˢ zu gross.

„ 35788 = H. C. p. 358 $18^h\ 57^m\ 32^s{\cdot}5$. Der Stern steht am Himmel 1^m später.

„ 35852 = H. C. p. 358 $18^h\ 57^m\ 41^s{\cdot}5$. Der Stern steht am Himmel 1^m später.

„ 35904, 35967, 35997 = H. C. p. 361 $18^h\ 58^m\ 19^s$, $58^m\ 50^s{\cdot}5$, $59^m\ 20^s{\cdot}5$. Die drei Z. D. sind in dieser Ordnung zu schreiben: 29° 40′ 18″, 29° 47′ 54″, 29° 41′ 50″. Im Kataloge bekommt jetzt Nr. 35967 die P. D. von Nr. 35997, Nr. 35997 die von 35904, Nr. 35904 die von 35967.

„ 36058, 36064, 36078, 36084 = H. C. p. 362 $19^h\ 3^m\ 9^s$ bis $3^m\ 44^s$. Die Z. D. sind in dieser Ordnung zu schreiben: 15° 51′ 8″, 16° 0′ 39″, 15° 41′ 26″, 15° 49′ 56″. Im Kataloge bekommt jetzt Nr. 36058 die P. D. von 36078, Nr. 36064 die von 36084, Nr. 36078 die von 36064, Nr. 36084 die von 36058.

„ 36381 = H. C. p. 360 $19^h\ 9^m\ 12^s$. Die Zeit scheint 10ˢ zu gross zu sein nach Vergleichung mit Argel. 19073 und einer W. M. B.

„ 36826 = H. C. p. 387 $19^h\ 18^m\ 50^s\ 0^0\ 59'\ 55''$. Die Zeit ist falsch und müsste in der H. C. etwa $17^m\ 42^s$ heissen. Die Zeit $18^m\ 50^s$ scheint nur irrthümlich zweimal gedruckt zu sein. Der Stern ist = Nr. 36770.

„ 37043. In der H. C. fehlen die Zeitsecunden. Der Stern ist auch = Nr. 37056.

„ 37340 und 37358 = H. C. p. 358 $19^h\ 30^m\ 23^s$ und $29^m\ 54^s$. Die Z. D. sind zu vertauschen.

„ 37777 = H. C. p. 358 $19^h\ 39^m\ 42^s{\cdot}8$. Die Declination für 1842 wird − 49° 36′ 56″6. Argel. 19622 hat 37′ 29″7, eine W. M. B. von 1853 gibt 37′ 26″8. Lal. scheint darnach 30″ zu klein zu sein.

„ 37818 lies $19^h\ 42^m\ 32^s{\cdot}62$ statt $22^s{\cdot}62$. Fehler des Kataloges.

„ 38300 lies 39° 52′ statt 47′. H. C. p. 359 $19^h\ 52^m\ 53^s{\cdot}8$ lies 1° 13′.

„ 38325. Die Präcession muss $-2^s{\cdot}989$ heissen statt $+2^s{\cdot}989$.

„ 39074 = H. C. p. 361 $20^h\ 9^m\ 45^s{\cdot}5$. Das Faden-Intervall ist 1^m zu klein. Im Kataloge ist aber fälschlich Faden 3 um 1^m vergrössert. Faden 2, sowie der Ort des Kataloges ist um 1^m zu verringern. Der Stern ist auch Lal. Nr. 39038, von dem er dann noch 10ˢ bis 11ˢ abweicht. Dieser Unterschied scheint in der Reductionstafel der pag. 361 zu liegen.

„ 39144 lies 44° 4′ statt 43° 59′. H. C. p. 240 $20^h\ 11^m\ 9^s{\cdot}5$ lies 2° 54′.

„ 39147. Die Präcession lies $-2^s{\cdot}744$ statt $+2^s{\cdot}744$.

„ 39331 lies 41° 49′ statt 50′. H. C. p. 388 $20^h\ 16^m\ 43^s$ lies 0° 40′.

„ 39658 und 39673 = H. C p. 388 $20^h\ 24^m\ 49^s{\cdot}5$ und $24^m\ 24^s{\cdot}3$. Die Z. D. sind zu vertauschen.

„ 39663. Die Z. D. ist nur in Minuten gegeben.

„ 39751 und 39780 = H. C. p. 1 $20^h\ 26^m\ 36^s{\cdot}0$ und $27^m\ 6^s{\cdot}5$. Die Grössen und Z. D. sind zu vertauschen.

„ 39818 und 39847 = H. C. p. 302 $20^h\ 27^m\ 9^s$ und $27^m\ 52^s$. Die Z. D. 86° 40′ 50″ ist nur eine neue Einstellung des vorhergehenden Sternes. Die beiden Zeiten $27^m\ 9^s$ und $27^m\ 52^s$ sind jetzt eine Zeile tiefer

zu rücken, so dass $27^m\ 52^s$ und $28^m\ 36^s$ demselben Sterne angehören. Der Zeitunterschied ist 44^s, während das berechnete Faden-Intervall $=43^s.89$ ist. Im Kataloge erhält dadurch Nr. 39818 die P. D. von 39847 und Nr. 39847 ist ganz zu streichen.

Nr. 40270 = H. C. p. 301 $20^h\ 40^m\ 42^s$. Die Zeit folgt 3^s bis 4^s kleiner, als aus Argel. 21121 und 23. Dasselbe ist der Fall mit anderen Sternen derselben Zone, so dass in der Reductionstafel ein Fehler zu liegen scheint.

„ 41306 lies $45^0\ 17'$ statt $16'$. H. C. p. 1 $21^h\ 6^m\ 10^s.0$ lies $4^0\ 8'$.

„ 41374 und 41377 = H. C. p. 369 $21^h\ 8^m\ 25^s.5$ und $8^m\ 30^s$. Die Z. D. sind zu vertauschen, ausserdem aber scheint die Z. D. $1^0\ 33'\ 33''$ in $1^0\ 33'\ 3''$ corrigirt werden zu müssen.

„ 41733 liess $43^0\ 34'$ statt $39'$. H. C. p. 241 $21^h\ 16^m\ 0^s.5$ lies $2^0\ 24'$.

„ 42177 = H. C. p. 369 $21^h\ 29^m\ 4^s$. Die Declination folgt etwa $0''.4$ südlicher als aus Argel. 22547 und einer W. M. B.

„ 42435 lies $38^0\ 30'$ statt $20'$. H. C. p. 301 $21^h\ 33^m\ 46^s$ lies $87^0\ 0'$.

„ 42493 und 42495 Die Präcession muss heissen $2^s.100$ statt $2^s.077$.

„ 43229 = H. C. p. 301 $21^h\ 58^m\ 44^s.3$. Diese Zeit ist offenbar eine Zeile tiefer zu rücken, so dass sie zum ersten Faden des folgenden Sternes gehört. Im Kataloge ist daher der Stern ganz zu streichen.

„ 43774 lies $42^0\ 21'$ statt $24'$. H. C. p. 363 $22^h\ 14^m\ 49^s.5$ lies $88^0\ 43'$.

„ 44115 = H. C. p. 363 $22^h\ 24^m\ 2^s$. Die Declination weicht stark ab von Nr. 44114 und Argel. 24285.

„ 44145 = H. C. p. 363 $22^h\ 24^m\ 42^s$ (die Minute fehlt aber in der H. C.). Für den Katalog ist die Minute $=24$ genommen. Der Stern steht aber am Himmel etwa 22^s später.

„ 44213 = H. C. p. 369 $22^h\ 27^m\ 22^s.2$. Die Zeit ist 6^s zu klein. Aus Groombr. 3829 folgt $5^s.93$ mehr als Lalande.

„ 44577 lies $38^0\ 9'$ statt $4'$. H. C. p. 304 $22^h\ 36^m\ 51^s.8$ lies $86^0\ 59'$.

„ 44671 lies $41^0\ 29'$ statt $32'$. Fehler des Kataloges.

„ 45245. Die Präcession lies $1^s.093$ statt $1^s.903$.

„ 45423 = H. C. p. 363 $23^h\ 1^m\ 22^s.5$. Die Fäden weichen $6^s.3$ ab. Im Kataloge ist fälschlich Faden 2 als richtig angenommen. Faden 1 ist richtig und die Zeit daher $6^s.3$ zu vergrössern.

„ 45454 lies $23^h\ 4^m\ 17^s.41$, indem in der H. C. p. 304 $23^h\ 3^m\ 51^s.4$ Faden 2 statt 3 zu lesen ist.

„ 45695 lies $15^0\ 47'$ statt $48'$. H. C. p. 364 $23^h\ 8^m\ 51^s.3$ lies $25^0\ 16'$.

„ 45784 = H. C. p. 363 $23^h\ 11^m\ 50^s$. Die Zeit folgt aus Argel. 25479 und 80, sowie aus einer W. M. B. etwa 6^s grösser.

„ 46020 lies $20^m\ 21^s.11$ statt $16^s.23$. Fehler des Kataloges. Der Fehler scheint daher zu rühren, dass die Reduction auf den Mittelfaden mit der Z. D. $23^0\ 30'\ 45''$ statt $24^0\ 30'\ 45''$ gemacht ist.

„ 46050 und 46044 = H. C. p. 364 $23^h\ 17^m\ 56^s$ und $19^m\ 23^s$. Bei dem ersten Sterne weichen die Fäden 10^s ab. Im Kataloge ist fälschlich Faden 1 um 10^s vergrössert. Es sind vielmehr die beiden Zeiten $19^m\ 34^s$

und $19^m 23^s$ mit einander zu vertauschen. Jetzt stimmen die Sterne mit dem Himmel überein. Im Kataloge ist also Nr. 46044 um $+ 11^s.00$; Nr. 46050 um $- 10^s.52$ zu corrigiren.

Nr. 46107 lies 45^0 12′ statt 17′. H. C. p. 364 $23^h 21^m 32^s.3$ lies 51′.

„ 46140 lies 44^0 58′ statt 54′. H. C. p. 242 $23^h 32^m 31^s$ lies 3^0 19′.

„ 46398 lies $23^h 31^m 21^s.47$, indem in der H. C. p. 242 $23^h 29^m 3^s$ Faden 1 statt 2 zu lesen ist.

„ 46486 lies 39^0 10′ statt 15′. H. C. p. 369 $23^h 33^m 7^s.5$ lies 1^0 54′.

„ 46524 lies $23^h 35^m 6^s.44$, indem in der H. C. p. 372 $23^h 34^m 0^s.5$. Faden 1 und 2 statt 2 und 3 zu lesen ist.

„ 46600 lies 39^0 52′ statt 57′. H. C. p. 305 $23^h 36^m 50^s.6$ lies 88^0 42′.

„ 46948 = H. C. p. 351 $23^h 49^m 17^s$. Die Zeit folgt etwa 36^s kleiner als aus Argel. 26216 und ist fehlerhaft.

„ 47313 lies 44^0 25′ statt 24′. H. C. p 242 $23^h 55^m 36^s.5$ lies 3^0 15′ statt 14′.

„ 47361 = H. C. p. 306 $23^h 58^m 55^s$. Der Stern steht am Himmel 1^m früher.

Bemerkungen zu Rümker's Kataloge 1836 und 1850 (0^h und 1^h).

„ 43. Dieser Stern ist nicht am Himmel; er steht 1^m früher und ist identisch mit Nr. 36.

„ 345. Der Stern steht am Himmel 1^m früher und ist identisch mit Nr. 341.

„ 561. Die Rectascension ist fehlerhaft; sie wird für 1842 $2^h 5^m 14^s.93$, während aus Argel. Zonen $5^m 26^s.13$ und aus einer W. M. B. $5^m 26^s.73$ folgt.

„ 1147. Der Stern steht am Himmel 1^m früher.

„ 1398. Dieser Stern steht genau 1′ südlich von α Aurigae und ist nicht am Himmel.

Nachtrag zu $5^h 5^h 24^m 53^s.152$. Der Stern steht am Himmel 1^m früher und ist identisch mit Nr. 1466.

Nr. 2759. Der Stern steht am Himmel 2^m später und ist identisch mit Nr. 2773.

Nachtrag zu 8^h Nr. 1. Der Stern steht am Himmel 1^m früher und ist identisch mit Nr. 2413.

Nr. 2804. Der Stern steht am Himmel 1^m früher.

„ 2860. Dieser Stern ist zu streichen. Nr. 2859 ist richtig.

„ 2962. Dieser Stern steht am Himmel 1^m früher.

Nachtrag zu $9^h 9^h 9^m 58^s.74$. Die Declination scheint 20″ zu gross zu sein.

Nachtrag zu $9^h 9^h 37^m 2^s.80$. Die Rectascension ist etwa 14^s zu gross und der Stern wohl identisch mit Nr. 2936.

Nr. 3346. Der Stern steht am Himmel 23^s später.

„ 3470. Der Stern steht am Himmel 1′ südlicher.

„ 3491. Die Declination ist etwa $0^s.4$ zu gross.

„ 3576. Dieser Stern ist nicht am Himmel und ist offenbar identisch mit Nr. 3577.

„ 3605. Die Zeit folgt $2^s.82$ grösser als aus Argel. 11813 und 14.

„ 3703. Der Stern steht am Himmel 1′ nördlicher.

„ 3754. Der Stern steht am Himmel 10′ nördlicher.

„ 3821. Der Stern steht am Himmel 10^s später.

Nr. 3869. Die Declination ist 2′ zu gross.

„ 4505. Die Declination folgt etwa 13″ kleiner als aus Argel. Zonen und einer W. M. B.

„ 4585. Die Declination ist 1′ zu gross.

Nachtrag zu 15^h. $15^h\ 25^m\ 51^s{\cdot}5$ oder $26^m\ 1^s{\cdot}44$. Die erste Zeit ist die richtige.

Nr. 6161. Die Zeit folgt 2^s bis 3^s grösser als aus Argel. Zonen und einer W. M. B.

Nachtrag zu 17^h. $17^h\ 30^m$. Nach einer W. M. B. von 1853 wurde die Rectascension 1836 $17^h\ 30^m\ 57^s{\cdot}31$ folgen.

Nachtrag zu 17^h. $17^h\ 58^m\ 54^s{\cdot}37$. Die Zeit ist wohl fehlerhaft. Der Stern ist offenbar identisch mit Nr. 6218.

Nr. 6356. Von den beiden Declinationen ist 30′ die richtige.

„ 6387. Von den beiden Declinationen ist 36′ die richtige.

„ 6747. Declination lies $46^0\ 27'$ statt $37'$.

„ 7153. Die Rectascension scheint 1^s zu klein zu sein, indem für 1842 folgt $19^h\ 3^m\ 36^s{\cdot}52$; aus Argel. Z. folgt $3^m\ 37^s{\cdot}69$, aus einer W. M. B. von 1853 $3^m\ 37^s{\cdot}43$.

„ 9050. Der Stern steht am Himmel 1^m früher.

„ 10026. Declination lies 62^0 statt 61^0.

„ 10202. Der Stern steht am Himmel 1^m früher und ist identisch mit Nr. 10179.

„ 10584. Der Stern steht am Himmel 10^s später und ist identisch mit Nr. 10587.

„ 10628. Der Stern steht am Himmel 2′ nördlicher.

„ 10826. Die Declination ist etwa 40″ zu klein.

„ 10956. Die Zeitminute ist als zweifelhaft bezeichnet; sie ist aber richtig.

„ 11049. Der Stern steht am Himmel 1^m früher.

„ 11052. Von den beiden angegebenen Zeitminuten scheint keine richtig zu sein. In der Rectascension $23^h\ 15^m\ 47^s$ findet sich ein Stern mit derselben Declination.

„ 11601. Die Zeit ist 10^s zu gross.

„ 11934. Von den beiden Declinationen ist 18′ richtig.

Zweite Folge Nr. 86. Dieser Stern, der bei Rümker duplex ist, findet sich nicht am Himmel, eben so wenig in irgend einem Kataloge. Ohne Zweifel ist derselbe identisch mit Argel. 275, der etwa 39^s früher steht.

Zweite Folge Nr. 318. Der Stern steht am Himmel 1^m später.

Bemerkungen zu Bessel's Zonenbeobachtungen.

Zone 322. $19^h\ 59^m\ 27^s{\cdot}43$. Dieser Stern ist nicht am Himmel und ist wohl identisch mit einem 50^s später stehenden.

„ 419. $16^h\ 2^m\ 37^s{\cdot}40$ lies 24′ statt 46′.

„ 419. 16 18 58·80 lies 46′ statt 56′.

„ 419. 16 37 41·02 lies 31′ statt 21′.

„ 419. 17 1 50·47 lies 14′ statt 11′.

„ 461. 12 24 27·74. Der Stern steht am Himmel 10^s später.

Nr. 489. 8 31 27·68. Die Declination folgt etwa 16″ kleiner als aus Argel. 9228 und B. Z. 494 $8^h\,31^m\,23^s{\cdot}75$.

„ 504. $12^h\,47^m\,12^s{\cdot}86$
12 48 6·88
12 49 11·33
} Diese drei Sterne stehen am Himmel 1^m später.

„ 511. 5 43 7·64. Der Stern steht am Himmel 1^m später.

„ 514. 3 40 36·22 lies 34 statt 33 und dann 44° 56′.

Zone 531. $2^h\,47^m\,4^s{\cdot}98$. Die Zeit ist 10^s zu gross.

„ 531. 2 49 45·56. Der Declinations-Unterschied mit dem unmittelbar vorher beobachteten Stern ist bei Bessel 1′ 32″1, nach einer W. M. B. 1′ 44″. Die Declination scheint daher ungenau.

Bemerkungen zu Struve's Kataloge 1830.

Nr. 147. Der Stern steht am Himmel 1^m früher.

„ 362. Die Declination ist 1′ zu gross. Der Fehler liegt in den Dorpater Beobachtungen.

„ 537. Der Stern steht am Himmel 1′ südlicher.

„ 1542. Die Declination ist 1′ zu klein, wie auch aus den Dorpater Beobachtungen folgt.

Bemerkungen zu Groombridge's Kataloge 1810.

Nr. 139. Die Zeit ist 10^s zu klein.

„ 407. Der Stern steht am Himmel etwa 1″5 südlicher.

„ 523. Von den beiden Minuten der P. D. ist 3′ falsch.

„ 817 lies 43° 58′ statt 59′.

„ 819 lies 38° 31′ statt 33′.

„ 821. Der Stern steht am Himmel etwa 1″9 nördlicher.

„ 830 lies 38° 26′ statt 37′.

„ 920 lies 40° 17′ statt 18′.

„ 1668. Die Zeit ist etwa 30^s zu gross.

„ 1721. Die P. D. ist etwa 3″4 zu gross.

„ 2779 lies 34° 54′ statt 53′.

„ 3517. Die Zeit ist 10^s zu klein.

„ 3519. Die Zeit ist 2^m zu gross.

„ 3598 und 3599. Die Zeiten sind etwa 10^s zu gross.

Über die Theorie der linearen algebraischen Gleichungen.

Von **Victor Freiherrn v. Lichtenfels.**

Bei einem so ausgedehnten Gebrauche wie ihn die mathematische Analysis auf fast allen ihren Gebieten von den linearen algebraischen Gleichungen zu machen sich genöthiget sieht, konnte es nicht fehlen, dass dieselben bereits zu wiederholtenmalen als Gegenstand von Untersuchungen gewählt und diese wieder von den verschiedensten Standpunkten ausgeführt wurden. Dessenungeachtet lässt sich ihre Theorie noch nicht als zum Abschluss gebracht ansehen, vornehmlich darum, weil zu Folge des, durch die Mannigfaltigkeit der Anwendung linearer algebraischer Gleichungen wie etwa in der Wellenlehre, Methode der kleinsten Quadrate, Theorie der Maxima und Minima, Transformation der Variablen u. s. w. bedingten letzterwähnten Umstandes nicht nur gewisse Partien derselben einer tieferen Durchbildung sich erfreuen als andere, sondern auch deren Verbindung zu einem geschlossenen Ganzen durch einzelne offengelassene Lücken hintangehalten blieb. Man besitzt nämlich allerdings ein von Krammer herrührendes combinatorisches Verfahren zur Auflösung der bestimmten Gleichungen und somit auch zur Herstellung der Eliminationsgleichung der correspondirenden unbestimmten Gleichungen — denn es lässt sich ja dieselbe sehr leicht bilden aus dem allen erwähnten Auflösungen gemeinschaftlichen Nenner — auch wurde dieser gewöhnlich mit dem Namen der Determinante belegte Nenner hinsichtlich seiner combinatorischen Eigenschaften schon mehrfach untersucht, und von jener Eliminationsgleichung, falls sie einem symmetrischen Gleichungssysteme angehört, ferner bewiesen, sie lasse nur reelle Wurzeln zu; aber nicht allein entbehrte man aller Vorkenntnisse über Grösse und was insbesondere wichtig erscheint über die Zeichen solcher Wurzeln, es fehlte auch an einer einfachen und zweckmässigen Methode zur Ermittelung der Unbekannten aus den unbestimmten Gleichungen.

Da nun der Verfasser Gelegenheit hatte die besprochenen Mängel zu fühlen, so ward es sein Bestreben denselben doch in etwas abzuhelfen. Die erzielten Resultate nun darzulegen, ist der Zweck nachfolgender Blätter.

Man findet in denselben nach Durchführung einer Eintheilung der linearen algebraischen Gleichungen, deren Bezeichnungen wir bereits gebrauchten, wenn oben von symmetrischen, bestimmten und unbestimmten Gleichungen gesprochen wurde, und nebst einer, aus den im letzten Abschnitte entwickelten Formeln hergeleiteten Completirung der von Krammer für die Auflösung bestimmter Gleichungen angegebenen combinatorischen Methode, den Nachweis ihrer Verwendbarkeit auch zur Auflösung der unbestimmten Gleichungen enthaltend, zuvörderst ein eigenthümliches uniformes Verfahren die unbestimmten und mittelst der dabei gewonnenen Grössen auch die correspondirenden bestimmten Gleichungen aufzulösen, ferner damit in engstem Zusammenhange eine, die bisher gangbare an Bequemlichkeit übertreffende Methode die bewusste Eliminationsgleichung herzustellen und endlich eine gewisse Zahl von Kennzeichen zur Beurtheilung ihrer zu erwartenden Wurzeln.

Sind P_1, P_2, P_3, $\ldots P_n$ homogene nach den Unbekannten die wir mit x_1, x_2 $x_3 \ldots x_n$ bezeichnen wollen, lineare Polynome, so ist die allgemeinste Form linearer algebraischer Gleichungen:

$$P_1 = p_1,\ P_2 = p_2,\ P_3 = p_3, \ldots P_r = p_n \qquad (1)$$

wo die p_1, p_2, p_3, $\ldots p_n$ Grössen bedeuten, welche die Unbekannten nicht mehr enthalten. Diese Gleichungen sind ihrer Zahl nach zur Bestimmung der Unbekannten als endliche Werthe nothwendig und — denn nur für besondere später noch zu erwähnende unter den in ihnen erscheinenden Coëfficienten statthabende Relationen hören sie auf dies zu sein — ihrer Form nach auch hinreichend, wenn von den Grössen p_1, p_2, p_3, $\ldots p_n$ wenigstens eine von der Nulle verschieden ist. Verschwinden hingegen alle p, nehmen also die Gleichungen die Gestalt:

$$P_1 = o,\ P_2 = o,\ P_3 = o, \ldots P_n = o \qquad (2)$$

an, so werden sie unter eben der oben erwähnten Beschränkung und abgesehen von der besonderen Auflösung Nulle für alle Unbekannten ungenügend oder unmöglich. Eliminirt man nämlich im letzteren Falle, nachdem man eine Division sämmtlicher Gleichungen durch eine der Unbekannten, etwa x, vorgenommen hat, alle entstehenden Quotienten $\frac{x_2}{x_1}$, $\frac{x_2}{x_1}$, $\ldots$ $\frac{x_n}{x_1}$ was immer möglich ist, da in den n Gleichungen (2) der Quotienten nur $n - 1$ an der Zahl

erscheinen, so ergibt sich eine lediglich aus den Coëfficienten, mit welchen die Unbekannten in den Polynomen P_1, P_2 P_3, ... P_n verknüpft waren, zusammengesetzte Bedingungsgleichung:

$$M = o \tag{3}$$

an deren Erfüllung offenbar die Möglichkeit des Zusammenbestehens der ursprünglichen gebunden ist.

Sollen demnach die Gleichungen (2) eine Auflösung zulassen, so muss die (3) entweder eine identische sein, oder es muss uns, um denselben Genüge zu leisten, wenigstens einer der in ihr enthaltenen Coëfficienten zur beliebigen Verfügung überlassen werden. Im ersteren Falle, der, wie leicht zu ersehen, die früher erwähnte Ausnahme bildet, gibt es unter den Gleichungen (2) oder was dasselbe ist, unter den Polynomen P_1, P_2, P_3, ... P_n nur $n - 1$ von einander verschiedene, welche durch die obbesagte Division ohne Mühe in Gleichungen von der Form (1) verwandelt werden können — eine besondere Betrachtung ist daher hier nicht erforderlich — wohl aber gibt zu einer solchen Veranlassung der zweite, namentlich wegen des in ihm nothwendigen willkürlichen Coëfficienten. Nennen wir denselben s, eine Bezeichnung, die wir auch im Folgenden stets beibehalten wollen und setzen voraus, er komme in allen Polynomen P_1, P_2, P_3, ... P_n überhaupt nur mit m von einander verschiedenen Unbekannten, welche die x_1, x_2, x_3, ... x_m sein mögen, als Factor verbunden vor, so können wir leicht die Gleichungen (2) in zwei Gruppen scheiden, deren eine nur die Unbekannten x_1, x_2, x_3, ... x_m sammt dem willkürlichen Coëfficienten s enthält und daher zur Bestimmung eben dieser Grössen dient, während aus der anderen die Werthe der x_{m+1}, x_{m+2}, x_{m+3}, ... x_n gezogen werden können, sobald man in dieselbe die des s und der x_1, x_2, x_3, ... x_m aus der ersteren substituirt hat. Bezeichnen wir nun mit

$$R_1, R_2, R_3, \ldots R_m; r_1, r_2, r_3, \ldots r_m$$

nach den Unbekannten x_1, x_2, x_3, ... x_m homogene und lineare Polynome, ferner ähnliche jedoch nur die x_{m+1}, x_{m+2}, x_{m+3}, ... x_n enthaltende Ausdrücke mit:

$$Q_1, Q_2, Q_3, \ldots Q_{n-m}$$

so ist:

$$R_1 = s.r_1, \; R_2 = s.r_2, \; R_3 = s.r_3, \ldots R_m = s.r_m \tag{4}$$

die einfachste Form, auf welche die erste und:

$$Q_1 = r_1,\ Q_2 = r_2,\ Q_3 = r_3 \ldots Q_{n-m} = r_{n-m} \qquad (5)$$

auf welche die zweite gebracht werden kann. Von diesen Gleichungen gehören die (5), da offenbar nicht sämmtliche r der Nulle gleich sein können, falls nicht alle $x_1, x_2, x_3 \ldots x_m$ aus den Polynomen $P_1, P_2, P_3, \ldots P_n$ gänzlich verschwinden sollen, zur Gattung der bereits unter (1) aufgeführten, dagegen bilden die (4) eine von der so eben erwähnten wesentlich verschiedene. In Ermanglung einer passenderen Bezeichnungsweise nun werden wir diese, da wegen der Homogenität aller ihr untergeordneten Gleichungen in Bezug auf die Unbekannten nur deren Verhältnisse aus ihr gezogen werden können, mindestens eine derselben, die also stets willkürlich bleibt, die der unbestimmten, jene hingegen, bei welchen ein derartiges Verhalten rücksichtlich der Unbekannten nicht stattfindet, die der bestimmten Gleichungen nennen. Ausser dieser Eintheilung der Gleichungen in bestimmte und unbestimmte treffen wir noch die derselben in symmetrische, und nicht-symmetrische, und zwar sollen die Gleichungen symmetrisch dann heissen, wenn die Polynome P in (1) oder die R in (4) so beschaffen sind, dass, was immer für Stellenzeiger unter k und h verstanden werden, stets der Coëfficient von x_k im h^{ten} Polynome gleich ist dem Coëfficienten von x_h im k^{ten}. Man könnte nun vielleicht erwarten, die symmetrischen Gleichungen als besonderen Fall unter die mit beliebigen also im Allgemeinen nicht symmetrischen Coëfficienten behafteten subsummirt zu finden. Wir haben aber die symmetrischen Gleichungen vorausgeschickt, denn nicht nur ergaben sich uns zunächst bei diesen die meisten Resultate, die wir erst später auf die nicht-symmetrischen zu übertragen versuchten, es besitzen auch die symmetrischen Gleichungen ein so vorwiegendes Interesse, dass es gerechtfertigt erscheinen muss, ihre Theorie isolirt hinzustellen. Aus demselben Grunde haben wir die symmetrischen Gleichungen etwas ausführlicher behandelt und uns dafür bei den nicht-symmetrischen, namentlich bezüglich alles dessen, was von jenen auf diese übertragen werden konnte, kürzer gefasst; bei den einen wie den anderen aber mit den unbestimmten Gleichungen den Anfang gemacht, und dies erklärt sich von selbst, denn es wird ja eben hier die Auflösung der bestimmten Gleichungen auf die der unbestimmten zurückgeführt.

A. Gleichungen mit symmetrischen Coëfficienten.

a. Unbestimmte Gleichungen.

Führen wir, um die unter den Coëfficienten herrschende Symmetrie stets vor Augen zu haben, das Symbol:

$$(h\ k)$$

ein, dessen Werth sich nicht ändern soll durch eine Vertauschung der in ihm enthaltenen Stellenzeiger h und k, so ergibt sich ein System wie folgt:

$$\begin{aligned}
&(11)\,x_1 + (12)\,x_2 + (13)\,x_3 + \ldots (1n)\,x_n = s\,x_1\\
&(21)\,x_1 + (22)\,x_2 + (23)\,x_3 + \ldots (2n)\,x_n = s\,x_2\\
&(31)\,x_1 + (32)\,x_2 + (33)\,x_3 + \ldots (3n)\,x_n = s\,x_3 \qquad (1)\\
&\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&(n1)\,x_1 + (n2)\,x_2 + (n3)\,x_3 + \ldots (nn)\,x_n = s\,x_n
\end{aligned}$$

als Repräsentant der hier zu betrachtenden Gleichungen.

Nach der bisher üblichen Methode, solche Gleichungen aufzulösen, bildet man zuerst die in der Einleitung erwähnte Eliminationsgleichung. Dieselbe erscheint nun bekanntlich unter der Form

$$F(s) = o \qquad (2)$$

in welcher F eine ganze rationale Function vom n^{ten} Grade bedeutet und liefert daher im Allgemeinen n verschiedene Werthe für s, die man nach und nach in die Gleichungen (1) einträgt. Da nun der Effect einer solchen Substitution offenbar der ist, die n-Gleichungen (1) auf $n-1$ von einander verschiedene zu reduciren, so kann man nach ihrer Vollziehung irgend eine der Gleichungen (1) hinweglassen und die übrig bleibenden mittelst einer Division durch eine der Unbekannten in bestimmte verwandeln. Diese Methode führt demnach die unbestimmten Gleichungen auf ähnliche bestimmte zurück, während sie für diese eine directe Auflösung voraussetzt — nicht so unsere, welche im Gegentheile eine directe Lösung der unbestimmten liefert und aus den hiebei gewonnenen Grössen ohne sonderlichen Rechnungsaufwand die Auflösungen ähnlicher bestimmter zusammensetzt.

Um die in den Gleichungen (1) liegende Willkür hinsichtlich der Grössen $x_1, x_2, x_3 \ldots x_n$, denn nur deren Verhältnisse

werden durch sie bestimmt, zu heben, führen wir mittelst der Substitutionen:

$$x_1 = Cu_1,\ x_2 = Cu_2,\ x_3 = Cu_3,\ \ldots\ x_n = Cu_n \qquad (3)$$

die neuen Grössen u_1, u_2, $u_3 \ldots u_n$ ein, wobei es klar ist, dass wir dieselben wegen des unbestimmten Factors C einer neuen beliebigen Bedingungsgleichung unterwerfen dürfen.

Zur Herstellung der möglichsten Gleichförmigkeit in den zu entwickelnden Formeln ist es am besten für dieselbe folgende zu wählen:

$$u_1 u_1 + u_2 u_2 + u_3 u_3 \ldots u_n u_n = 1 \qquad (4)$$

Jedes u durchläuft aber, wie aus dem Vorhergehenden zu ersehen, eine Reihe von n verschiedenen Werthen, entsprechend der Reihe der Wurzeln der Eliminationsgleichung (2), die wir mit:

$$s_1,\ s_2,\ s_3,\ \ldots\ s_k\ \ldots\ s_n$$

bezeichnen wollen. Um nun auch diese zu unterscheiden, werden wir jedem u, welches der Wurzel s_k zugeordnet ist, rechts oben den Index k beifügen, während wir einem Potenz-Exponenten erst dann diesen Platz einräumen, nachdem das betreffende u mit Klammern versehen worden; es bedeutet also im Folgenden z. B. u_k^h den zur Wurzel s_h gehörenden Werth von u_k, hingegen $(u_k^h)^r$ die r^{te} Potenz desselben. Dieser Schreibweise gemäss nimmt die Gleichung (4) folgende Gestalt an:

$$(u_1^k)^2 + (u_2^k)^2 + (u_3^k)^2 + \ldots (u_n^k)^2 = 1 \qquad (5)$$

und repräsentirt so eine Reihe von n-Gleichungen, die man aus (5) erhält, wenn man für den Index k alle ganze Zahlen von 1 bis n in dieselbe einträgt — denn wir wollen die Gleichung (4) für alle Wurzeln bestehen lassen.

Wir bemerken ferner noch, dass die Gleichungen (1) in Verbindung mit denen (3) und (5) zwar die numerischen Werthe so wie die Zeichenunterschiede sämmtlicher u vollkommen bestimmen, das Zeichen einer dieser Grössen aber noch willkürlich lassen — doch werden wir erst weit später Gelegenheit haben, diese Bemerkung zu benöthigen.

Nachdem wir so das Problem möglichst präcis gefasst haben, schreiten wir zur Untersuchung. Als Ausgangspunkt für diese

gebrauchen wir den schon bekannten Satz, die Eliminationsgleichung in s lasse für dieses blos reelle Werthe als Wurzeln zu. Da aber der Beweis dieses Satzes, wenn schon an und für sich interessant, eine erhöhte Wichtigkeit für uns besitzt und wir ihn überdies auf etwas einfachere Weise als bisher geschehen, zu führen im Stande sind, so wollen wir ihn reproduciren. Zu diesem Zwecke ersetzen wir in den Gleichungen (1) alle darin enthaltenen Grössen u durch die der k^{ten} Wurzel zugehörenden und bekommen so:

$$\begin{aligned}
&(11)\, u_1^{\,k} + (12)\, u_2^{\,k} + (13)\, u_3^{\,k} + \ldots (1n)\, u_n^{\,k} = s_k\, u_1^{\,k}\\
&(21)\, u_1^{\,k} + (22)\, u_2^{\,k} + (23)\, u_3^{\,k} + \ldots (2n)\, u_n^{\,k} = s_k\, u_2^{\,k}\\
&(31)\, u_1^{\,k} + (32)\, u_2^{\,k} + (33)\, u_3^{\,k} + \ldots (3n)\, u_n^{\,k} = s_k\, u_3^{\,k} \quad (6)\\
&\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&(n1)\, u_1^{\,k} + (n2)\, u_2^{\,k} + (n3)\, u_3^{\,k} + \ldots (nn)\, u_n^{\,k} = s_k\, u_n^{\,k}
\end{aligned}$$

darauf multipliciren wir diese Gleichungen der Reihe nach mit:

$$u_1^{\,h},\ u_2^{\,h},\ u_3^{\,h} \ldots u_n^{\,h}$$

addiren sie und vereinigen alle Bestandtheile einer Vertical-Columne zu einem Gliede. Das Resultat ist folgendes:

$$\begin{aligned}
&u_1^{\,k}\,[(11)\, u_1^{\,h} + (12)\, u_2^{\,h} + \ldots (1n)\, u_n^{\,h}] +\\
&+u_2^{\,k}\,[(21)\, u_1^{\,h} + (22)\, u_2^{\,h} + \ldots (2n)\, u_n^{\,h}] + \ldots \quad (7)\\
&= s^k\,[u_1^{\,h}\, u_1^{\,h} + u_2^{\,k}\, u_2^{\,h} + \ldots u_n^{\,k}\, u_n^{\,h}]
\end{aligned}$$

Jetzt verwandeln wir in den Gleichungen (6) den Stellenzeiger k in h, was offenbar erlaubt ist. Dabei zeigt sich denn, dass die auf der linken Seite der Gleichung (7) als Factoren erscheinenden Polinome identisch sind mit den links vom Gleichheitszeichen stehenden Theilen der in erwähnter Weise modificirten Gleichungen (6) also auch der Ordnung nach ersetzt werden können durch:

$$s^h\, u_1^{\,h},\ s_h\, u_2^{\,h},\ s_h\, u_3^{\,h},\ \ldots\ s_h\, u_n^{\,h}.$$

Führen wir nun diese Vertauschung aus, so geht uns die (7) über in die gesuchte Endgleichung:

$$\begin{aligned}
&s_h\,(u_1^{\,k}\, u_1^{\,h} + u_2^{\,k}\, u_2^{\,h} + \ldots u_n^{\,k}\, u_n^{\,h})\\
&= s_k\,(u_1^{\,k}\, u_1^{\,h} + u_2^{\,k}\, u_2^{\,h} + \ldots u_n^{\,k}\, u_n^{\,h}) \qquad (8)
\end{aligned}$$

aus welcher sich der in Frage stehende Satz, mit Rücksicht auf den Umstand, die Eliminationsgleichung (2) könne aus lauter reellen

Grössen durch Addition und Multiplication entstanden, nur reelle Coëfficienten besitzen und demnach höchstens conjungirte imaginäre Wurzeln zulassen, in folgender Weise ergibt: Die Voraussetzung eines Paares conjungirter imaginärer Wurzeln wie

$$s_h = p + q\sqrt{-1} \quad ; s_k = p - q\sqrt{-1}$$

bringt es mit sich, dass auch die ihnen zugeordneten u^h und u^k als rationale Functionen dieser Wurzeln und der Coëfficienten dessgleichen eine Form bekommen wie:

$$u_r^h = \alpha_r + \beta_r\sqrt{-1} \; ; \quad u_r^k = \alpha_r - \beta_r\sqrt{-1}$$

unter α und β reelle Grössen verstanden. Die Einführung dieser Annahmen in die Gleichung (8) liefert aber die neue:

$$2q\,(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \ldots \alpha_n^2 + \beta_1^2 + \beta_2^2 + \ldots \beta_n^2)\sqrt{-1} = 0 \quad (9)$$

zu deren Bestande erfordert wird, dass entweder das in ihr als Factor erscheinende Polynom der α und β oder die Grösse q der Nulle gleich sei. Ersteres ist aber, da der Voraussetzung nach, alle α und β reell sind und nicht zugleich verschwinden können, ohne dass dies auch in Widerspruch mit der Gleichung (5) bei sämmtlichen u^h und u^k einträte, unmöglich; man wird also haben müssen

$$q = 0 \quad (10)$$

eine Relation, welche offenbar die Realität sämmtlicher Wurzeln der Eliminationsgleichung (2) beweist.

Dies ist jedoch nicht die einzige aus der Gleichung (8) zu ziehende Folgerung — eine andere von nicht minderer Wichtigkeit für uns ist nämlich die, dass auch für reelle aber ungleiche Werthe von s_h und s_k die erwähnte Gleichung nur unter der Voraussetzung bestehen könne, das in derselben als Factor erscheinende Polynom der u^h und u^k sei der Nulle gleich. Es müssen also die aus (6) zu ziehenden Werthe der u für zwei verschiedenen Wurzeln angehörende sonst aber beliebige Stellenzeiger h und k die Gleichung:

$$u_1^h u_1^k + u_2^h u_2^k + u_3^h u_3^k + \ldots u_n^h u_n^k = 0 \quad (11)$$

erfüllen. Gibt es aber unter den Wurzeln der Eliminationsgleichung doppelte oder mehrfache und sind s_h und s_k ein solches Paar gleicher Wurzeln, so wird die (8) eine identische und es ist nicht mehr erlaubt

zu schliessen, das entsprechende Polynom der u sei der Nulle gleich, ja man könnte sogar leicht auf die Vermuthung gerathen, für gleiche Wurzeln würden auch die zugehörigen u zusammenfallen und das erwähnte Polynom werde der unter (5) statuirten Relation gemäss der positiven Einheit gleich — dem ist aber nicht nothwendiger Weise so. Betrachtet man nämlich einen speciellen Fall, etwa die bekannten drei Gleichungen des Polarisations-Ellipsoides, so zeigt sich, dass das Eintragen einer doppelten Wurzel der Eliminationsgleichung in jene, dieselben nicht, wie es im allgemeinsten Falle, das heisst, beim Vorhandensein dreier verschiedener Wurzeln geschehen sollte, auf zwei von einander verschiedene reducirt, sondern nur auf eine. Dies macht es uns möglich die betreffenden u einer neuen Bedingungsgleichung zu unterwerfen und zwar für jede der gleichen Wurzeln einer verschiedenen, was zur Folge hat, dass die beiden gleichen Wurzeln entsprechenden zwei Reihen der u nicht zusammenfallen. Ja man kann es selbst mit einer solchen Bedingungsgleichung leicht erreichen, dass diese zwei Reihen der u eine Gleichung wie (11) erfüllen. Um bei dem erwähnten Beispiele zu bleiben, so wird das Ellipsoid für zwei gleiche Wurzeln ein Rotations-Ellipsoid und die correspondirenden u sind die Cosinuse der Winkel, welche eine durch den Mittelpunkt des Ellipsoides gehende in der Äquatorial-Ebene gelegene Linie mit den Coordinaten-Axen einschliesst, und wir können stets verlangen, dass eine solche Linie gemäss der ersten Bedingung eine bestimmte Lage in der Äquatorial-Ebene habe und eine zweite gemäss der zweiten Bedingung auf der ersteren senkrecht stehe. Diese Betrachtungen erregten in uns die Vermuthung, das Vorkommen einer vielfachen Wurzel werde uns ganz allgemein gestatten, der Bedingungsgleichungen eine solche Anzahl aufzustellen, dass dadurch nicht nur die den gleichen Wurzeln entsprechenden Reihen der u gezwungen werden können, auch unter einander Relationen wie (11) einzugehen, sondern, dass uns deren noch mehre zur Erreichung anderer Zwecke zu Gebote blieben. Wir fanden diese Ansicht auch später bestätiget, da aber der Beweis für ihre Richtigkeit hierorts noch nicht beigebracht werden kann, so wollen wir in Folgendem einstweilen von der Voraussetzung ausgehen, die Eliminationsgleichung in s besitze in der That lauter verschiedene Wurzeln und behalten uns die Verification der gewonnenen Formeln für den Ausnahmsfall gleicher Wurzeln einem späteren Abschnitte vor.

Nach dieser Annahme gelten uns die Relationen

$$u_1^k u_1^k + u_2^k u_2^k + u_3^k u_3^k + \ldots u_n^k u_n^k = 1 \qquad (12)$$

für alle Stellenzeiger k und die

$$u_1^h u_1^k + u_2^h u_2^k + u_3^h u_3^k + \ldots u_n^h u_n^k = 0 \qquad (13)$$

für alle ungleichen Stellenzeiger h und k.

Sind nun

$$t_1\ t_2\ t_3 \ldots t_n$$

eine Reihe independenter, hingegen

$$O_1,\ O_2,\ O_3 \ldots O_n$$

eine von der vorhergehenden durch die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
t_1 &= u_1^1 O_1 + u_1^2 O_2 + u_1^3 O_4 + \ldots u_1^n O_n \\
t_2 &= u_2^1 O_1 + u_2^2 O_2 + u_2^3 O_3 + \ldots u_2^n O_n \\
t_3 &= u_3^1 O_1 + u_3^2 O_2 + u_3^3 O_3 + \ldots u_3^n O_n \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
t_n &= u_n^1 O_1 + u_n^2 O_2 + u_n^3 O_3 + \ldots u_n^n O_n
\end{aligned} \qquad (14)$$

abhängig gemachte Reihe von Grössen, so findet sich leicht, wenn man die (14) der Ordnung noch mit $u_1^1, u_2^1, u_3^1, \ldots u_n^1$ multiplicirt und darauf addirt, mit Berücksichtigung der Relationen (12) und (13)

$$u_1^1 t_1 + u_2^1 t_2 + u_3^1 t_3 + \ldots u_n^1 t_n = O_1 \qquad (15)$$

und durch dieselbe Operation mit anderen und anderen Reihen der u auch:

$$\begin{aligned}
u_1^2 t_1 + u_2^2 t_2 + u_3^2 t_3 + \ldots u_n^2 t_n &= O_2 \\
u_1^3 t_1 + u_2^3 t_2 + u_3^3 t_3 + \ldots u_n^3 t_n &= O_3 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
u_1^n t_1 + u_2^n t_2 + u_3^n t_3 + \ldots u_n^n t_n &= O_n
\end{aligned} \qquad (15)$$

Quadrirt man nun alle Gleichungen (14), und addirt sie, so zeigt sich wieder zu Folge der Relationen (12) (13)

$$t_1^2 + t_2^2 + t_3^2 + \ldots t_n^2 = O_1^2 + O_2^2 + O_3^2 + \ldots O_n^2 \qquad (16)$$

hingegen durch ein ähnliches Verfahren mit den Gleichungen (15)

$$O_1^2 + O_2^2 + O_3^2 + \ldots O_n^2 = t_1^2 (u_1^1 u_1^1 + u_1^2 u_1^2 + \ldots u_1^n u_2^n) + t_2^2 (u_2^1 u_2^1 + u_2^2 u_2^2 + \ldots u_2^n u_2^n) + t_3^2 (u_3^1 u_3^1 + u_3^2 u_3^2 + \ldots u_3^n u_3^n) + 2 t_1 t_2 (u_1^1 u_2^1 + u_1^2 u_2^2 + \ldots u_1^n u_2^n) + 2 t_1 t_3 (u_1^1 u_3^1 + u_1^2 u_3^2 + \ldots u_1^n u_3^n) + \ldots . \quad (17)$$

Ein Zusammenhalten der unter (16) und (17) für die Summe der Quadrate der Grössen O erhaltenen Ausdrücke liefert aber jetzt wegen der Independenz der Grössen t die neuen Relationen:

$$u_h^1 u_h^1 + u_h^2 u_h^2 + u_h^3 u_h^3 + \ldots u_h^n u_h^n = 1 \quad (18)$$

$$u_h^1 u_k^1 + u_h^2 u_k^2 + u_h^3 u_k^3 + \ldots u_h^n u_k^n = 0 \quad (19)$$

erstere gültig für alle letztere für jedes Paar ungleicher Stellenzeiger. Die Gleichungen (12), (13), (18), (19), sprechen die innige Verwandtschaft der Grössen u, n^2 an der Zahl aus, indem sie zeigen, dass dieselben in alle jene Beziehungen eintreten, in welchen die $3^2=9$ Cosinuse, welche die Transformation orthogonaler Coordinatensysteme vermitteln, zu einander stehen.

Auf diese Gleichungen gestützt können wie jeden Coëfficienten (hk) darstellen als eine Function der u und der Wurzeln s. Wählen wir zu diesem Zwecke aus dem Gleichungssysteme (6), nachdem wir darin k durch r ersetzt haben, eine Gleichung, welche den gegenannten Coëfficienten enthält und ertheilen darauf dem r alle Werthe von 1 bis n, so werden wir nachstehende Reihe von Gleichungen bekommen:

$$\begin{aligned}
(k1)\, u_1^1 + (k2)\, u_2^1 + (k3)\, u_3^1 + \ldots (kn)\, u_n^1 &= s_1 u_k^1 \\
(k1)\, u_1^2 + (k2)\, u_2^2 + (k3)\, u_3^2 + \ldots (kn)\, u_n^2 &= s_2 u_k^2 \\
(k1)\, u_1^3 + (k2)\, u_2^3 + (k3)\, u_3^3 + \ldots (kn)\, u_n^3 &= s_3 u_k^3 \quad (20) \\
\ldots\ldots\ldots

in welcher mit Hülfe der Relationen (18), (19), die Factoren aller Coëfficienten verschwinden, mit Ausnahme jenes von (hk), welcher der positiven Einheit gleich wird.

Der genannte Coëfficient zeigt sich daher mittelst der Gleichung:

$$(hk) = s_1\, u_h{}^1\, u_k{}^1 + s_2\, h_h{}^2\, u_k{}^2 + s_3\, u_h{}^3\, u_k{}^3 + \ldots s_n\, u_h{}^n\, u_k{}^n \quad (22)$$

wie verlangt worden, ausgedrückt durch die u und die Wurzeln der Eliminationsgleichung. Nehmen wir nun in (22) h gleich k und legen diesem Stellenzeiger nach und nach die Werthe 1, 2, 3, . . n bei, so bekommen wir eine Reihe von Gleichungen

$$\begin{aligned}
(11) &= s_1\,(u^1{}_1)^2 + s_2\,(u^2{}_1)^2 + s_3\,(u^3{}_1)^2 + \ldots s_n\,(u^n{}_1)^2\\
(22) &= s_1\,(u^1{}_2)^2 + s_2\,(u^2{}_2)^2 + s_3\,(u^3{}_2)^2 + \ldots s_n\,(u^n{}_2)^2\\
(33) &= s_1\,(u^1{}_3)^2 + s_2\,(u^2{}_3)^2 + s_3\,(u^3{}_3)^2 + \ldots s_n\,(u^n{}_3)^2\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
(rr) &= s_1\,(u^1{}_n)^2 + s_2\,(u^2{}_n)^2 + s_3\,(u^3{}_n)^3 + \ldots s_n\,(u^n_n)^2
\end{aligned} \quad (23)$$

deren Summe sich, wenn man Rücksicht nimmt auf die für alle Stellenzeiger k geltende Relation (18), folgendermassen einfacher schreiben lässt:

$$s_1 + s_2 + s_3 + \ldots s_n = (11) + (22) + (33) + \ldots (nn) \quad (24)$$

und so eine besondere Abhängigkeit der Wurzeln der Eliminationsgleichung von den Coëfficienten, welche einen Stellenzeiger doppelt enthalten, zu erkennen gibt. Da nun solche Coëfficienten — von der Form (kk) — in allen Systemen unbestimmter Gleichungen einen entschiedenen Vorzug behaupten, so wird es nicht überflüssig sein dieselben auch durch einen eigenen Namen, dem der Diagonal-Coëfficienten, auszuzeichnen. Der aus (24) zu ziehende Lehrsatz wird dann so ausgesprochen werden können: „Die Summe der Wurzeln der Eliminationsgleichung eines symmetrischen Systemes unbestimmter linearer Gleichungen ist gleich der Summe seiner Diagonal-Coëfficienten." Wir werden durch denselben auf den Weg gewiesen, die Eliminationsgleichung selbst folgendermassen darzustellen.

Wir multipliciren in dem als allgemeines Schema dienenden Systeme:

$$\begin{aligned}
(11)\,u_1 + (12)\,u_2 + (13)\,u_3 + \ldots (1n)\,u_n &= s\,u_1\\
(21)\,u_1 + (22)\,u_2 + (23)\,u_3 + \ldots (2n)\,u_n &= s\,u_2\\
(31)\,u_1 + (32)\,u_2 + (33)\,u_3 + \ldots (3n)\,u_n &= s\,u_3\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
(n1)\,u_1 + (n2)\,u_2 + (n3)\,u_3 + \ldots (nn)\,u_n &= s\,u_n
\end{aligned} \quad (25)$$

die einzelnen Gleichungen der Ordnung nach mit den Coëfficienten der ersten Horizontalreihe, also die erste mit (11), die zweite mit (12), die dritte mit (13) und so fort, worauf wir sie alle addiren. Der Theil links vom Gleichheitszeichen in der Summe wird dann durch ein nach den $u_1\ u_2\ u_3\ \ldots\ u_n$ homogenes und lineares Polynom gebildet werden, während der Theil rechts vom Gleichheitszeichen

$$s\,[(11)\,u_1 + (12)\,u_2 + (13)\,u_3 + \ldots (1n)\,u_n]$$

oder gemäss der ersten der in Gebrauch gezogenen Gleichungen (25),

$$s^2\,u_1$$

wird. Dieselbe Operation aber mit den Coëfficienten der 2ten $3^{\text{ten}}\ \ldots\ n^{\text{ten}}$ Horizontalreihe vorgenommen, liefert ebenso Gleichungen, in welchen die links vom Gleichheitszeichen stehenden Theile stets nach den u_1, u_2, $u_3\ \ldots\ u_n$ homogene und lineare Polynome darstellen, während die rechts vom Zeichen stehenden der Reihe nach gleich

$$s^2\,u_2,\ s^2\,u_3\ \ldots\ s^2\,u_n$$

gefunden werden. Alle auf diese Weise erhaltenen Gleichungen bilden zusammen ein neues, dem (25) ähnliches System, welchem offenbar dieselben Auflösungen der u_1, u_2, u_3, $\ldots\ u_n$ und dieselben Wurzeln s zukommen, da es aus dem gegebenen blos durch Combination seiner Gleichungen ohne Zuziehung fremder abgeleitet wurde —wir wollen es, entsprechend der in ihm vorkommenden zweiten Potenz von s, das System zweiter Ordnung nennen. Dieses so eben beschriebene Verfahren aus dem ursprünglichen Systeme oder dem der ersten Ordnung das der zweiten abzuleiten, können wir aber auf letzteres selbst wieder anwenden und so, mit Beibehaltung obiger Bezeichnungsweise, zu einem Systeme dritter Ordnung gelangen — einfach dadurch, dass wir die einzelnen Gleichungen des Systemes zweiter Ordnung nach und nach mit den entsprechenden Gliedern der ersten, zweiten, dritten . . . bis n^{ten} Horizontalreihe der Coëfficienten des Systemes erster Ordnung multipliciren und jedesmal addiren. Wir können ferner von dem Systeme dritter Ordnung in gleicher Weise zu einem der vierten fortschreiten, von diesem zu einem der fünften u. s. w., kurz wir können uns durch wiederholte Anwendung desselben Verfahrens Gleichungssysteme von beliebig hoher Ordnungszahl verschaffen, welchen übrigens allen aus eben den für das System zweiter Ordnung

angeführten Gründen eine Identität mit dem ursprünglich gegebenen zukömmt, wenn sie auch mit stets anderen und anderen Coëfficienten behaftet erscheinen.

Die Coëfficienten aller Systeme von der Ordnung 1 bis n zusammengenommen sind nun die Elemente, aus denen sich sowohl die Auflösungen der $u_1\ u_2\ u_3 \ldots u_n$, als die Coëfficienten der Eliminationsgleichung in s sich formen.

Das Bildungsgesetz der neuen Coëfficienten anzugeben und den Beweis zu führen, dass alle Systeme höherer Ordnung abermals symmetrische seien, ist es, was uns zunächst obliegt.

Unterscheiden wir die Coëfficienten höherer Systeme dadurch, dass wir den anfänglich gegebenen ihre Ordnungszahl rechts unten als Index beifügen, so können wir das System r^{ter} Ordnung also schreiben:

$$\begin{aligned}
(11)_r\, u_1 + (12)_r\, u_2 + (13)_r\, u_3 + \ldots (1n)_r\, u_n &= s^r u_1 \\
(21)_r\, u_1 + (22)_r\, u_2 + (23)_r\, u_3 + \ldots (2n)_r\, u_n &= s^r u_2 \\
(31)_r\, u_1 + (32)_r\, u_2 + (33)_r\, u_3 + \ldots (3n)_r\, u_n &= s^r u_3 \qquad (26) \\
\ldots\ldots\ldots

als allgemeines Bildungsgesetz sämmtlichen Coëfficienten. Es bleibt noch die Symmetrie der neu entstandenen Coëfficienten oder was das selbe die Gleichung:

$$(kh)_{r\ 1} = (hk)_{r+1} \tag{28}$$

zu beweisen übrig. Aus (27) lässt sich aber zeigen, dass die Coëfficienten der $(r+1)^{\text{ten}}$ Ordnung symmetrisch sind, sobald dies nur bei denen der r^{ten} und $(r-1)^{\text{ten}}$ der Fall ist. Schreibt man nämlich die Gleichung (27) so:

$$(kh)_{r-1} = \mathbf{S}_1^n \left\{ (\alpha h)_r \ (k\alpha) \right\}_\alpha \tag{29}$$

und bemerkt, dass nach demselben Bildungsgesetze

$$(\alpha h)_r = \mathbf{S}_1^n \left\{ (\beta h)_{r-1} \ (\alpha\beta) \right\}_\beta$$

und wegen der vorausgesetzten Symmetrie der Coëfficienten r^{ter} Ordnung auch

$$(\alpha h)_r = \mathbf{S}_1^n \left\{ (\beta\alpha)_{r-1} \ (h\beta) \right\}_\beta \tag{30}$$

sei, so gelangt man leicht durch Substitution der Gleichung (30) in die (29) zu

$$(kh) = \mathbf{S}_1^n \mathbf{S}_1^n \left\{ (\beta\alpha)_{r-1} \ (k\alpha) \ (h\beta) \right\}_{\alpha,\beta} \tag{31}$$

einem Ausdrucke, welcher der gleichfalls vorausgesetzten Symmetrie von $(\beta\alpha)_{r-1}$ zu Folge auch die von $(kh)_{r+1}$ beweist, da in (31) sowohl die Summation nach dem Stellenzeiger α als die nach β sich auf alle ganzen Zahlen von 1 bis n zu erstrecken hat.

Die Coëfficienten erster Ordnung $(kh)_1$ gleichbedeutend mit (kh) sind aber symmetrisch, ebenso die zweiter Ordnung, wie aus ihrem Bildungsgesetze:

$$(kh)_2 = (1h)\ (k1) + (2h)\ (k2 + (3h)\ (k3) + \ldots (nh)\ (kn)$$

das man aus (27) erhält, darin $r = 1$ setzend, ersichtlich ist; es sind also nach dem so eben bewiesenen Satze auch die der dritten Ordnung symmetrisch, ferner die der vierten, weil es die der zweiten und dritten sind u. s. w. Man schliesst daraus, dass alle Systeme höherer Ordnungen die Eigenschaft der Symmetrie — wie wohl zu vermuthen war — besitzen. Dies berechtiget uns, jene aus Gleichung (21) gezogene Folgerung anzuwenden auf alle Systeme wie (26) von beliebiger Ordnungszahl r, wodurch wir, in der Eliminationsgleichung eines jeden derselben die zugehörige s^r als Unbekannte ansehend,

offenbar zur Kenntniss der Summe der Auflösungen für letztere Grösse gelangen — eine solche Summe nämlich wird sich darnach stets gleichfinden der Summe der betreffenden Diagonal-Coëfficienten.

Alle höheren Systeme sind aber, wie schon einmal gezeigt worden, mit dem ursprünglich gegebenen derart übereinstimmend, dass alle ihre Eliminationsgleichungen erfüllt werden durch die Wurzeln s, welche der Eliminationsgleichung eben dieses Systemes Genüge leisten; die oben erwähnten Summen sind daher nichts anderes als die Summen der respective zweiten, dritten . . . r^{ten} Potenzen der Wurzeln s. Bezeichnen wir also diese mit

$$S_1, S_2, S_3 \ldots S_r \ldots$$

so ergibt sich uns folgende für alle Stellenzeiger r gültige Gleichung:

$$S_r = (11)_r + (22)_r + (33)_r + \ldots (nn)_r \qquad (32)$$

Ihr Bestand sowohl als auch die Symmetrie der Coëfficienten sämmtlicher abgeleiteter Systeme lässt sich noch auf einem anderen Wege als den bisher genommenen erweisen, und zwar durch Darstellung jener Coëfficienten als Functionen der u und der Wurzeln s, die wir schon ihrer späteren Verwendung halber hier vornehmen müssen.

Wir wählen dazu aus dem Systeme (26), dieses auf die Wurzel s_ε bezogen, eine Gleichung etwa die k^{te} aus, und ertheilen darauf dem Stellenzeiger ε alle Werthe von 1 bis n. Die so erhaltenen Gleichungen:

$$\begin{aligned}
(k1)_r\, u^1{}_1 + (k2)_r\, u^1{}_2 + (k3)_r\, u^1{}_3 + \ldots (kn)_r\, u^1{}_n &= s^r{}_1\, u^1{}_k \\
(k1)_r\, u^2{}_1 + (k2)_r\, u^2{}_2 + (k3)_r\, u^2{}_3 + \ldots (kn)_r\, u^2{}_n &= s^r{}_2\, u^2{}_k \\
(k1)_r\, u^3{}_1 + (k2)_r\, u^3{}_2 + (k3)_r\, u^3{}_3 + \ldots (kn)_r\, u^3{}_n &= s^r{}_3\, u^3{}_k \qquad (33) \\
\ldots\ldots\ldots

Aus dieser Gleichung ist zuvörderst wieder die Symmetrie der Coëfficienten $(hk)_r$ als ihres linken Theiles ersichtlich, denn es erleidet ja ihr rechter Theil keine Veränderung durch eine Vertauschung der Stellenzeiger k und h in ihm, weiterhin aber auch der Bestand der Gleichung (32). Setzt man nämlich in der (34) $h = k$ und nimmt alsdann mit ihr eine Summation nach dem Stellenzeiger k von 1 bis n vor, so erhält man, da in der Summe alle Potenzen der s mit Polynomen wie

$$u_1^{\alpha}\, u_1^{\alpha} + u_2^{\alpha}\, u_2^{\alpha} + \ldots u_n^{\alpha}\, u_n^{\alpha}$$

multiplicirt erscheinen, diese aber nach (12) sämmtlich der Einheit gleich sind, als solche nachstehende Gleichung:

$$s_1^{r} + s_2^{r} + s_3^{r} + \ldots s_n^{r} = (11)_r + (22)_r + (33)_r + \ldots (nn)_r \quad (35)$$

die mit der unter (32) angeführten genau übereinstimmt.

Was nun die Eliminationsgleichung in s anlangt, so ist der zu ihrer Bildung einzuschlagende Gang der Rechnung durch die bisher gewonnenen Formeln bereits vorgezeichnet und zwar folgender: Man berechnet aus den Coëfficienten des gegebenen Systemes die allen höheren Systemen von der zweiten bis einschliesslich n^{ten} Ordnung angehörenden, nach dem für alle Ordnungszahlen r geltenden Bildungsgesetze:

$$\begin{aligned}(hk)_{r+1} &= (h1)_r\,(k1) + (h2)_r\,(k2) + (h3)_r\,(k3) + \ldots (hn)_r\,(kn)\\ &= (k1)_r\,(h1) + (k2)_r\,(h2) + (k3)_r\,(h3) + \ldots (kn)_r\,(hn)\end{aligned}$$

namentlich aber sämmtliche Diagonal-Coëfficienten. Die Werthe dieser letzteren substituirt man in die aus (32) dadurch, das man darin für den Stellenzeiger r der Reihe nach die Zahlen 1, 2, 3 . . . n setzt, hervorgehenden Gleichungen

$$\begin{aligned}S_1 &= (11)_1 + (22)_1 + (33)_1 + \ldots (nn)_1\\ S_2 &= (11)_2 + (22)_2 + (33)_2 + \ldots (nn)_2\\ S_3 &= (11)_3 + (22)_3 + (33)_3 + \ldots (nn)_3\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ S_n &= (11)_n + (22)_n + (33)_n + \ldots (nn)_n\end{aligned} \quad (37)$$

wodurch man zur Kenntniss der Grössen S_1, S_2, S_3 . . . S_n gelangt. Da aber diese Grössen S mit den Coëfficienten der in entwickelter Form aufgeschriebenen Eliminationsgleichung:

$$F(s) = s^n + s^{n-1} A_1 + s^{n-2} A_2 + \ldots s A_{n-1} + A_n = 0 \quad (38)$$

bekanntlich durch folgende Relationen

$$A_1 + S_1 = o,\ 2\,A_2 + A_1\,S_1 + S_2 = o,$$
$$3\,A_3 + A_2\,S_1 + A_1\,S_2 + S_3 = o \ldots \qquad (39)$$

verbunden sind, so hat man nur mehr ihre Werthe einzutragen in die Gleichungen (39) und diese dann nach den $A_1, A_2 \ldots A_n$ aufzulösen, um so Alles zu besitzen behufs der Darstellung der Eliminationsgleichung (38) in Zahlen und der Berechnung ihrer Wurzeln.

Um nun letzteres Geschäft in jedem speciellen Falle zu erleichtern, vorzüglich aber um gewisse Regeln zu gewinnen, nach denen aus dem unmittelbaren Anblick eines vorgelegten Gleichungssystemes die seiner Eliminationsgleichung entsprechenden Wurzeln in voraus beurtheilt werden könnten, stellen wir es uns zur nächsten Aufgabe, das Verhalten solcher Wurzeln hinsichtlich ihres Vorzeichens und numerischen Werthes zu untersuchen. In dieser Absicht wenden wir uns an die unter (34) angeführte Gleichung, in derselben $h = k$ gesetzt, also an folgende:

$$(kk)_r = s^r{}_1\,(u^1{}_k)^2 + s^r{}_2\,(u^2{}_k)^2 + s^r{}_3\,(u^3{}_k)^2 + \ldots s^r_n\,(u^n_k)^2 \qquad (40)$$

und theilen alle jene, welche der Form nach mit ihr übereinstimmen, in zwei Gattungen, deren eine nur solche enthält, für die der betreffende Stellenzeiger r eine ungerade Zahl ist, während die andere blos Gleichungen mit geraden Stellenzeigern in sich begreift.

Letztere nun, mit denen wir uns zuerst beschäftigen wollen, können, unter r eine ganze, sonst aber willkürliche Zahl verstanden, so geschrieben werden:

$$(kk)_{2r} = s^{2r}{}_1\,(u^1{}_k)^2 + s^{2r}{}_2\,(u^2{}_k)^2 + s^{2r}{}_3(u^3{}_k)^{2r} + \ldots s^{2r}_n(u_k{}^n)^{2r} \qquad (41)$$

Sie geben bezüglich der Wurzeln s zu erkennen, dass unter diesen erstens solche vorkommen müssen, deren numerischer Werth den von

$$\sqrt[2r]{(kk)_{2r}}$$

übersteigt, dann aber auch solche, deren numerischer Werth von dem eben dieser Grösse übertroffen wird. In der That fände ersteres nicht Statt, das heisst wären — abgesehen von dem Falle einer Gleichheit sämmtlicher Wurzeln — alle kleiner als die erwähnte Grösse, so müsste auch der rechte Theil der Gleichung (41) kleiner sein als:

$$(kk)_{2r}\,[(u_k{}^1)^2 + (u_k{}^2)^2 + (u_k{}^3)^2 + \ldots (u_k{}^n)^2]$$

oder zu Folge der Relationen (18) auch kleiner als

$$(kk)_{2r}$$

was nicht sein kann, da er ja eben dieser Grösse gleich sein soll. Ganz auf dieselbe Weise überzeugt man sich von der Unzulässigkeit der Voraussetzung, alle Wurzeln wären numerisch grösser als:

$$\sqrt[2r]{(kk)_{2r}}$$

Was aber jenen Ausnahmsfall betrifft, alle Wurzeln besässen, höchstens dem Zeichen nach verschieden, einen gemeinschaftlichen numerischen Werth, so ist jetzt schon so viel klar, dass dieser gemäss der Gleichung (41) und Relation (18) dem von

$$\sqrt[2r]{(kk)_{2r}}$$

gleich kommen müsse — doch werden wir später noch ausführlicher auf ihn zurückkommen. Das Gesagte gilt natürlich für alle Ordnungszahlen $2r$ und alle Stellenzeiger k. Sind demnach M, N, die grösste und kleinste aller Zahlen, die man erhält in

$$\sqrt[2r]{(kk)_{2r}}$$

sowohl r als k auf alle mögliche Weise verändernd, oder doch solche, die innerhalb der Grenzen der letzteren liegend denselben beziehungsweise möglichst nahe kommen, so gibt es unter den Wurzeln der Eliminationsgleichung in s erstens solche, deren numerischer Werth zwischen

$$c \text{ und } N$$

zweitens aber solche, deren numerischer Werth zwischen

$$M \text{ und } \infty$$

liegt. Eine genauere Bestimmung der Grössen M und N uns noch vorbehaltend, versuchen wir auch eine oberste Grenze, die kleiner ist als ∞, für die numerischen Werthe der Wurzeln zu ermitteln.

Aus den Gleichungen von der Form:

$$S_{2r} = s^{2r}{}_1 + s^{2r}{}_2 + s^{2r}{}_3 + \ldots s_n^{2r}$$

erhellt zuvörderst, dass, da wegen der nachgewiesenen Realität sämmtlicher Wurzeln alle einzelnen Glieder ihrer rechts vom Gleichheitszeichen stehenden Theile positiv sind, jedes derselben für sich kleiner sein müsse, als der betreffende links vom Zeichen stehende

Theil, dass also keine der Wurzeln numerisch grösser sein könne als:

$$\sqrt[2r]{S_{2r}}$$

und dies gilt wieder für alle positiven Stellenzeiger r.

Bezeichnet man nun mit p_r den grössten aller Coëfficienten im Systeme r^{ter} Ordnung ohne Rücksicht auf das Zeichen und mit P die grösste der Summen:

$$\pm(k1) \pm (k2) \pm (k3) \pm \ldots . (kn)$$

die man durch schickliche Wahl von k und des Vorzeichens eines jeden Gliedes erreichen kann, so schliessen wir aus dem allgemeinen Bildungsgesetze der Coëfficienten höherer Ordnungen

$$(hk)_{r+1} = (1h)_r(k1) + (2h)_r(k2) + (3h)_r(k3) + \ldots (nh)_r(kn)$$

dass der numerische Werth eines jeden Coëfficienten im $(r+1)^{\text{ten}}$ Systeme kleiner sei als

$$p_r P$$

dass man also auch haben werde

$$p_{r-1} < p_r P \qquad (42)$$

Eine Verbindung aller aus (42) dadurch hervorgehenden Bedingungen, dass man darin statt r der Reihe nach die natürlichen Zahlen von 1 bis $r-1$ setzt, ergibt aber:

$$p_r < p P^{r-1}$$

eine Relation, aus welcher sich, zu Folge der Voraussetzung, p_r sei der grösste im Systeme r^{ter} Ordnung vorkommende Coëfficient und mit Rücksicht darauf, dass die Diagonal-Coëfficienten aller Systeme gerader Ordnung schon ihrer Form nach stets positiv sein müssen, wie ein Blick auf die Gleichung (41) lehrt, noch nachstehende zwei neue, nämlich:

$$(kk)_{2r} < p P^{2r-1}$$

und

$$(11)_{2r} + (22)_{2r} + (33)_{2r} + \ldots . (nn)_{2r} < np P^{2r-1}$$

gültig für alle Ordnungszahlen r und Stellenzeiger k, ableiten lassen. Letztere, die mit Hülfe der Gleichung (32) auch so geschrieben werden kann

$$S_{2r} < np P^{2r-1}$$

zeigt, mit dem oben Gesagten verbunden, dass keine unter den Wurzeln der Eliminationsgleichung grösser sein kann als:

$$P\sqrt[2r]{\frac{np}{P}}$$

Da aber dieser Grenzwerth für beliebig grosse r Statt hat, weder n noch p und P das r enthalten, mit diesem also auch nicht wachsen können, ferner P seiner Definition nach kleiner als np oder diesem höchstens gleich ist und demgemäss $\sqrt[2r]{\frac{np}{P}}$ sich seinem kleinsten Werthe der Einheit um so mehr nähert, je grösser r angenommen wird, so ist klar, dass keine Wurzel numerisch den Werth von

$$P \tag{43}$$

zu übersteigen vermag; und dies ist die engste Grenze, welche wir für die Wurzeln s, ohne den Coëfficienten specielle Werthe beizulegen, finden konnten. Versucht man auf ähnlichem Wege extreme Werthe für N und M zu finden, so gelingt dies im Allgemeinen nur für erstere Grösse — für letztere nämlich nur unter der Voraussetzung, sämmtliche Coëfficienten seien positiv — und man überzeugt sich ferner leicht, dass die derart ermittelten stets noch innerhalb jener liegen, welche der alleinige Gebrauch des Systems zweiter Ordnung zu ihrer Bestimmung ergeben würde. Die tauglichsten derselben werden demnach hervorgehen aus den Gleichungen:

$$\begin{aligned} N^2 &= (k1)^2 + (k2)^2 + (k3)^2 + \ldots (kn)^2 \\ M^2 &= (k1)^2 + (k2)^2 + (k3)^2 + \ldots (kn)^2 \end{aligned} \tag{44}$$

in der ersteren den Stellenzeiger k so gewählt, dass ihr rechter Theil möglichst klein, in der letzteren aber so, dass er möglichst gross werde. Unter den Wurzeln der Eliminationsgleichung in s wird sich also mindestens eine befinden müssen, die, abgesehen vom Zeichen zwischen der Nulle und der Quadratwurzel, aus dem kleinsten der Diagonal-Coëfficienten zweiter Ordnung liegt, ferner gleichfalls mindestens eine liegend zwischen der Quadratwurzel aus dem grössten der Diagonal-Coëfficienten zweiter Ordnung und dem grössten unter den Summen der numerischen Werthe aller je einer Horizontal- oder Verticalreihe angehörenden Coëfficienten, es wird deren aber endlich keine geben, welche den Werth der letztgenannten Grösse übersteigt.

Gehen wir jetzt über zur zweiten der oben unterschiedenen Arten von Gleichungen, nämlich zu Gleichungen von der Form:

$$(kk)_{2r-1} = s_1^{2r+1}(u^1{}_k)^2 + s_2^{2r+1}(u^2{}_k)^2 + s_3^{2r+1}(u^3{}_k)^2 + \ldots s_n^{2r+1}(u^n_k)^2$$

so dringt sich zuerst die Bemerkung auf, ihre rechts vom Gleichheitszeichen stehenden Theile könnten, da alle Wurzeln s und folglich auch alle u reell, deren Quadrate daher allemal positiv sind, nur dann der Nulle gleich oder negativ werden, wenn wenigstens eine der Wurzeln s eine negative ist. Es folgt daraus, dass die Eliminationsgleichung in s Wurzeln von ungleichen Zeichen besitzen müsse, sobald es unter den Diagonal-Coëfficienten ungerader Ordnung der Nulle gleiche oder an Zeichen verschiedene gibt. Man wird also einem vorgelegten symmetrischen Systeme sogleich ansehen ob man überhaupt hoffen dürfe, in der Eliminationsgleichung lauter positive oder negative Wurzeln zu finden — ersteres, wenn alle Coëfficienten (kk) positiv, letzteres, wenn sie negativ sind. Eine Gewissheit aber erlangt man dadurch keineswegs, denn einerseits bedingt ein durchgehends gemeinschaftliches Zeichen sämmtlicher Diagonal-Coëfficienten ungerader Ordnung noch nicht ein ähnliches Verhalten der Wurzeln, anderseits könnten ja wohl einige unter den genannten Coëfficienten höherer Ordnung an Zeichen verschieden ausfallen — ein Umstand, von dessen Nichteintreten man, mit Rücksicht auf das Bildungsgesetz höherer Coëfficienten nur dann überzeugt ist, wenn das Gleichungssystem erster Ordnung entweder lauter Coëfficienten von einerlei Zeichen besitzt oder doch sich auf ein solches zurückführen lässt, dem diese Eigenschaft zukömmt. Dies findet z. B. Statt, wenn das Zeichen der ursprünglich gegebenen Coëfficienten (hk) bestimmt ist durch

$$\pm\ (-1)^{\varphi(h)+\varphi(k)}$$

unter φ eine Function verstanden, derart, dass $\varphi\ (k)$ für alle Stellenzeiger k eine ganze Zahl werde. Lässt man nämlich für einen Augenblick (hk) blos den numerischen Werth der Coëfficienten bedeuten, so dass sie selbst durch

$$\pm\ (-1)^{\varphi(h)+\varphi(k)}\ (hk)$$

ausgedrückt werden müssen und führt dann im Gleichungssysteme (1) mittelst der Substitutionen

$$x_k = x'_k\ (-1)^{\varphi(k)} \qquad (48)$$

die neuen Grössen x' ein, wodurch offenbar die Wurzeln s in keiner Weise berührt werden, so gelangt man zu einem transformirten,

dessen Gleichungen, deren eine etwa die k^{te} nach Multiplication mit $(-1)^{\varphi(k)}$ folgendermassen geschrieben werden kann:

$$+ [(1k)\, x'_1\, (-1)^{2\varphi(1)+2\varphi(k)} + (2k)\, x'_2\, (-1)^{2\varphi(2)+2\varphi(k)} + \ldots . \\ (nk)\, x'_n\, (-1)^{2\varphi(n)+2\varphi(k)}] = s x'_k\, (-1)^{2\varphi(k)} \qquad (49)$$

da der Voraussetzung nach $\varphi(k)$ stets eine ganze Zahl ist, Coëfficienten von durchgehends positiven oder negativen Zeichen besitzen, je nachdem in (46) das obere oder das untere der vor der Potenz von -1 stehenden Zeichen zu gelten hat. Es kann hier gelegentlich bemerkt werden, dass einem symmetrischen Systeme von Gleichungen wie (1) selbst dann noch lauter reelle Wurzeln s entsprechen, wenn einige seiner Coëfficienten nach bestimmten Gesetzen rein imaginär werden. In der That behält man die durch die Formel (47) angezeigte Ausdrucksweise für die Coëfficienten und die Substitutionen (48) für die Unbekannten bei, mit dem einzigen Unterschiede, $\varphi(k)$ solle nicht mehr für alle Stellenzeiger k eine ganze Zahl werden, sondern ein Bruch mit dem Nenner 2 und einer beliebigen ganzen Zahl als Zähler, so tragen einerseits gewisse unter den durch die Formel (47) bestimmten Coëfficienten des gegebenen Systemes $\sqrt{-1}$ als Factor bei sich, während andererseits sämmtliche Gleichungen des transformirten Systemes wieder eine Form bekommen, gleich der (49) und daher zu Folge der angenommenen Beschaffenheit der Function φ lediglich reelle und zwar symmetrische Coëfficienten besitzen, also auch in der ihnen entsprechenden Eliminationsgleichung lediglich reelle Wurzeln zulassen.

Aus der Gleichung (49) geht aber ferner deutlich hervor, dass einem Systeme von Gleichungen, in welchem der Zeichenwechsel der Coëfficienten durch irgend einen Ausdruck wie (46) bestimmt ist, dieselben Wurzeln s angehören, die ein mit den Coëfficienten $\pm (hk)$, darunter den gemeinschaftlichen numerischen Werth der Coëfficienten beider Systeme verstanden, behaftetes besitzt; dass also namentlich die dem ersteren Systeme entsprechenden Wurzeln von durchgehends gleichen Zeichen sein müssen, wenn es die des zweiten sind und umgekehrt.

Dieser Umstand liess uns vermuthen, es möchten sich, ohne Rücksicht auf die Zeichen der Coëfficienten lediglich die numerischen Werthe derselben betreffende Bedingungen angeben lassen, deren Erfüllung hinreicht, das Vorkommen durchgehends positiver oder

negativer Wurzeln in der Eliminationsgleichung zu bedingen. Es finden sich solche nun wirklich und zwar in einem gewissen Überwiegen von Seite der Diagonal-Coëfficienten:

Setzen wir, um dies in Bezug auf positive Wurzeln nachzuweisen, in dem Gleichungssysteme (1) $r+\sigma$ statt s unter r eine positive übrigens willkürliche Grösse verstanden, die wir nach ausgeführter Substitution auf die linke Seite der Gleichungen in die Diagonal-Coëfficienten schaffen und sehen dann σ als die neue Unbekannte der Eliminationsgleichung an, so ist klar, dass es unter den Wurzeln s keine negative geben könne, wenn abgesehen vom Zeichen keine der Wurzeln σ das r übersteigt. Dies wird, mit Rücksicht auf die durch (43) gegebene oberste Grenze für die numerischen Werthe der Wurzeln, dann stattfinden, wenn keine unter den Summen der numerischen Werthe aller je einer Horizontal- oder Verticalreihe angehörenden Coëfficienten des transformirten Systemes grösser ist als r. Bezeichnen wir also für irgend eine der Gleichungen, etwa die h^{te}, eine solche Summe aller ihrer Coëfficienten, jedoch mit Ausschluss der diagonalen mit $[hh]$, derart, dass dieses Symbol die Grösse r nicht enthält, so werden die gesuchten Bedingungen offenbar folgende sein:

$$(gg) - r + [gg] <= r \tag{50}$$

und

$$r - (kk) + [kk] <= r \tag{51}$$

erstere hervorgehend aus jenen Gleichungen, deren Diagonal-Coëfficienten vor der angezeigten Substitution gleich oder grösser, letztere aber aus jenen, in welcher eben diese Grössen gleich oder kleiner waren als r. Da sich aber die einen so schreiben lassen

$$(gg) => [gg] + 2(gg) - 2r \tag{52}$$

während die anderen auf die Relationen

$$(kk) => [kk] \tag{53}$$

führen, so ist klar, dass, weil diese das r nicht mehr enthalten, jene aber nur für $(gg) => r$ bestehen, zu ihrer Erfüllung um so kleinere Werthe der Diagonal-Coëfficienten hinreichen, je grösser r angenommen wird. Lassen wir daher dieses an Grösse sämmtliche Diagonal-Coëfficienten übersteigen, so reduciren sich uns die zu erfüllenden Bedingungen auf die einzige für alle Stellenzeiger k gültige:

$$(kk) > [kk] \tag{54}$$

Es erhellt daraus, die Eliminationsgleichung in s müsse Wurzeln von durchgehend positiven Zeichen stets dann bieten, wenn jeder unter den Diagonal-Coëfficienten gleich oder grösser ist, als die Summe der numerischen Werthe aller mit ihm in einer Reihe stehenden.

Auf ähnlichem Wege gelangt man nach Vertauschung von s mit $-s$ im Gleichungssysteme (1) zu den Relationen

$$-(kk) = > [kk] \qquad (55)$$

als Bedingungen für das Vorkommen lediglich negativer Wurzeln — wir übergehen aber der Kürze wegen ihre Ableitung und fügen nur bei, dass sie übereinstimmend mit dem oben Gesagten augenscheinlich für sämmtliche Diagonal-Coëfficienten das negative Vorzeichen erheischen, gleich wie die (54) für eben diese Grösse das positive.

Wenn nun auch ein so bedeutendes Überwiegen an numerischem Werth von Seite der Diagonal-Coëfficienten, das hier als hinreichend nachgewiesen wurde, um in der Eliminationsgleichung lauter Wurzeln von einerlei Zeichen erscheinen zu lassen, eben nicht überall dazu nothwendig ist, so kann doch andererseits wieder leicht gezeigt werden, dass die genannten Grössen nicht unter bestimmte Grenzen sinken dürfen, ohne gewiss Veranlassung zu geben zur Entstehung von Wurzeln mit verschiedenen Zeichen. Führt man nämlich in (1) statt irgend eines Paares der Unbekannten x deren Summe und Differenz als neue Unbekannte ein, setzt also etwa:

$$x_h = x'_h + x'_k \; ; \; x_k = x'_h - x'_k$$

und ordnet dann die Gleichungen derart, dass sie mit der ursprünglichen der Form nach übereinstimmen, so finden sich unter ihren Diagonal-Coëfficienten namentlich folgende zwei:

$$\frac{(hh)+(kk)}{2} + (hk) \; ; \; \frac{(kh)+(hk)}{2} - (hk)$$

die stets von ungleichen Zeichen sind, sobald der numerische Werth von (hk) den von $\frac{(hh)+(kk)}{2}$ übertrifft, — womit das Gesagte bewiesen ist. Die Eliminationsgleichung bietet also gewiss Wurzeln von verschiedenen Zeichen, wenn einer der Coëfficienten numerisch grösser ist, als die halbe Summe jener Diagonal-Coëfficienten, mit denen er in einer Reihe vorkömmt.

Es ist ferner noch möglich, verschiedene Paare von Grenzen, innerhalb welcher einzelne unter den Wurzeln s und zwar mit Rück-

sicht auf ihr Zeichen liegen müssen, anzugeben: Nennen wir $r+\alpha$ und $r-\alpha$ ein solches, unter r und α einstweilen unbestimmte Grössen verstanden, so werden wir, um die Existenz einer Wurzel, kleiner als $r+\alpha$, aber grösser als $r-\alpha$, sicher zu stellen, nur nöthig haben zu beweisen, die Eliminationsgleichung in s besitze deren mindestens eine, welche den Ausdruck:

$$\sigma = (s-r+\alpha)\ (s-r-\alpha)$$

oder was dasselbe ist, den

$$\sigma = s^2-2rs+r^2-\alpha \qquad (56)$$

zu einem negativen macht. Dies geschieht aber folgendermassen:

Wir subtrahiren von den einzelnen Gleichungen des Systemes (26) darin den Stellenzeiger $r=2$ gesetzt, also von denen der zweiten Ordnung die correspondirenden der ersten, nachdem wir diese vorher mit $2r$ multiplicirt haben, worauf wir zur ersten der so neu entstehenden beiderseits $u_1\ (r^2-\alpha^2)$, zur zweiten $u_2\ (r^2-\alpha^2)$ kurz allgemein zur k^{ten} $u_k\ (r^2-\alpha^2)$ addiren. Das in beschriebener Weise erzeugte combinirte System besitzt nun aber, wie leicht zu ersehen, Diagonal-Coëfficienten von der Form

$$(kk)_2-2r\ (kk)+r^2-\alpha^2 \qquad (57)$$

während der gemeinschaftliche Factor der Unbekannten u in den rechts vom Zeichen stehenden Theilen seiner Gleichungen, also die neue Unbekannte der Eliminationsgleichung offenbar eben die durch den Ausdruck (56) definirte Grösse σ ist. Lassen wir daher α bestimmt sein durch folgende Gleichung:

$$\alpha = \sqrt{r^2-2r\ (kk)+(kk)_2} \qquad (58)$$

was immer zulässig ist, da dem Bildungsgesetze höherer Coëfficienten gemäss $(kk)_2$ sich stets grösser als $(kk)^2$ findet, also auch der in (58) unter dem Wurzelzeichen stehende Ausdruck das positive Zeichen für ein beliebiges r und k an sich trägt, so verschwindet im transformirten Systeme einer der Diagonal-Coëfficienten, nämlich der (57); die Eliminationsgleichung in σ liefert dann wie wir wissen mindestens eine negative und eben darum die in s auch mindestens eine, nach Umständen positive oder negative Wurzel, aber eingeschlossen zwischen den Grenzen

$$r \mp \sqrt{r^2-2r\ (kk)+(kk)_2} \qquad (59)$$

und

$$r + \sqrt{r^2 - 2r\,(kk) + (kk)_2} \qquad (59)$$

Um jetzt diese möglichst enge zu machen, wählen wir

$$r = (kk)$$

wodurch sie uns übergehen in nachstehende

$$(kk) - \sqrt{(kk)_2 - (kk)^2} \quad ; \quad (kk) + \sqrt{(kk)_2 - (kk)^2} \qquad (60)$$

und sodann mit Rücksicht auf die Zusammensetzung der Coëfficienten $(kk)_2$ zu dem Schlusse führen, die Eliminationsgleichung in s besitze mindestens eine Wurzel liegend zwischen der Summe und der Differenz aus je einem der Diagonal-Coëfficienten und der Quadratwurzel aus der Summe der Quadrate aller jener Coëfficienten, welche mit ihm in einer Horizontal- oder Verticalreihe vorkommen.

Solche Grenzenpaare wie (60), die wir kürzer so schreiben:

$$(kk) \pm [kk]_2 \qquad (61)$$

erhalten wir nun so viele als es Stellenzeiger k, oder was dasselbe ist, so viele als es der Gleichungen im Systeme (1) gibt, doch werden sie nur Hindeutungen auf so viele von einander verschiedene Wurzeln darbieten, als unter ihnen sich gegenseitig vollkommen ausschliessende befinden, was, wie ersichtlich, allein von den numerischen Werthen sämmtlicher Coëfficienten abhängt. Erwähnenswerth ist hier der Fall, wo die Diagonal-Coëfficienten sich in eine Reihenfolge bringen lassen, derart, dass stets die einem derselben coordinirte untere Grenze grösser ist als die dem in der Reihe nächstfolgenden zugeordnete obere — man besitzt dann in der That Hinweisungen auf n differente Wurzeln der Eliminationsgleichung.

Von weit grösserem Belange als vermöge der Erleichterung des Aufsuchens der Wurzeln, welche sie nach Obigen gewähren, werden aber diese Grenzenpaare dadurch, dass sie in vielen Fällen einen Schluss auf die Anzahl der in der Eliminationsgleichung vorkommenden positiven und negativen Wurzeln gestatten.

Denken wir uns nämlich die Eliminationsgleichung allgemein aufgelöst, das heisst ihre Wurzeln in die Formen:

$$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots \varphi_n$$

gebracht, unter den φ Functionen der Coëfficienten (hk) verstanden, so ist zuvörderst klar, dass, weil jedes der Grenzenpaare (61) auf eine positive oder negative Wurzel hinweist, je nachdem der betref-

fende Diagonal-Coëfficient (kk) grösser ist als $[kk]_2$ oder kleiner als $-[kk]_2$, sich unter den letzteren, bezüglich eines jeden der Diagonal-Coëfficienten (kk), auch mindestens eine befinden müsse, deren Zeichen lediglich durch schickliche Wahl eben dieses Coëfficienten und ohne Rücksicht auf die Werthe aller übrigen, beliebig positiv oder negativ festgesetzt werden kann. Die eben erwähnte Eigenschaft kann aber offenbar keiner der Functionen φ in Bezug auf zwei oder mehrere der Diagonal-Coëfficienten zukommen, ferner eben darum und weil ihre Anzahl gleich der ist der Diagonal-Coëfficienten, auch nicht mehreren unter ihnen in Bezug auf einen und denselben. Es wird daher das Zeichen einer jeden dieser Functionen auch nur durch schickliche Wahl je eines der Diagonal-Coëfficienten ausschliesslich bestimmbar sein. Daraus folgt nun aber, es müssten nach Substitution der Werthe sämmtlicher Coëfficienten in die Functionen φ von diesen, oder was dasselbe ist, von den Wurzeln der Eliminationsgleichung in s gewiss so viele positiv ausfallen, als im ursprünglichen Gleichungs-Systeme der Relation

$$(kk) - > [kk]_2 \qquad (62)$$

hingegen so viele negativ als der

$$(kk) = < -[kk]_2 \qquad (63$$

Genüge leistende Diagonal-Coëfficienten vorkommen. Man wird also namentlich auf durchgehends positive oder negative Wurzeln der Eliminationsgleichung schliessen, je nachdem sämmtliche Diagonal-Coëfficienten die Relation (62) oder die (63) erfüllen, und nur in dem Falle, als einige von ihnen keiner derselben entsprechen sollten, über das Zeichen eben so vieler Wurzeln in Ungewissheit bleiben. Vergleicht man jetzt die unter (54) und (55), für das Vorkommen von Wurzeln einerlei Zeichens, angegebenen Bedingungen mit den neuerlich gefundenen, so fällt dies zu Gunsten der letzteren aus, während nämlich erstere von Seite jedes Diagonal-Coëfficienten ein durchschnittliches Überwiegen aller in einer Reihe neben ihm stehenden Coëfficienten im Verhältnisse von $1 : n-1$ erheischen, fordern diese nur ein solches im Verhältnisse von $1 : \sqrt{n-1}$.

Bisher haben wir nur einzelne, das Verhalten der Coëfficienten unter einander betreffende Bedingungen ermittelt, deren Erfüllung zur Entscheidung, ob die Eliminationsgleichung lauter Wurzeln von

einerlei Zeichen darbieten werde, allein nothwendig oder hinreichend war — solche nun aufzustellen, denen diese beiden Charaktere zugleich zukommen, sind wir nicht im Stande, wohl aber können wir für die Coëfficienten (hk) eine Art ihrer Zusammensetzung aus anderen und zwar willkürlichen Grössen angeben, die stets das Vorkommen von Wurzeln mit gemeinschaftlichen Zeichen, etwa dem positiven herbeiführt. Lassen sich nämlich die Coëfficienten (hk) eines symmetrischen Systemes auf die Form:

$$(hk) = (1h)'\,(1k)' + (2h)'\,(2k)' + \ldots\ (nh)'\,(nk)' \quad (64)$$

bringen, unter den neuen abermals symmetrischen Symbolen $(hk)'$ reelle übrigens willkürliche Grössen verstanden, so ist klar, dass man der früher eingeführten Bezeichnungsweise gemäss auch setzen könne:

$$(hk) = (hk)'_2$$

woraus folgt, dass das mit den Coëfficienten (hk) ursprünglich gegebene System betrachtet werden könne als eines zweiter Ordnung, dass ihm demnach als Wurzeln die Quadrate jener zukommen, die ein mit den Coëfficienten $(hk)'$ behaftetes besitzt. Nun wissen wir aber, dass die Wurzeln eines Systemes mit Coëfficienten wie $(hk)'$ allemal reell sind, falls nur die $(hk)'$ selbst es sind, es werden daher auch die Wurzeln eines Systemes mit den Coëfficienten

$$(hk) = (hk)'_2$$

als Quadrate reeller Grössen sämmtlich positiv sein müssen. Liegen also die Coëfficienten irgend eines Systemes in der Art (64) zusammengesetzt vor, so wird man sicher sein, in der Eliminationsgleichung lauter positive Wurzeln anzutreffen, ist dies aber nicht der Fall, so wird man wohl niemals zur Auflösung einer Reihe von Gleichungen wie (64), deren es wie ersichtlich $\frac{n(n+1)}{2}$ gibt, seine Zuflucht nehmen, um aus der Realität der aus ihnen hervorgehenden Werthe der Grössen $(hk)'$ an der Zahl ebenfalls $\frac{n(n+1)}{2}$ auf ein solches Verhalten der Wurzeln s zu schliessen; man wird vielmehr, was erwähnenswerth scheint, eine gelegentlich gebotene Auflösung von Gleichungen der Form (64), die offenbar bezüglich der Unbekannten $(hk)'$ vom zweiten Grade sind, zurückführen auf die eines Systemes linearer Gleichungen (1), behaftet mit den Coëfficienten (hk). Hiezu

dient aber nachstehende Formel:

$$(hk)' = \pm u_k^1 u_h^1 \sqrt{s_1} \pm u_k^2 u_h^2 \sqrt{s_2} \pm u^3{}_k u_h^3 \sqrt{s_3} \pm \ldots u_k^n u_h^n \sqrt{s_n} \quad (65)$$

in welcher die Zeichen der einzelnen Glieder, mit der Einschränkung nicht zu wechseln beim Übergange auf andere und andere Stellenzeiger h, k, beliebig gewählt werden dürfen, die also, wie es sein muss, für jede der Grössen $(hk)'$ mehre den Gleichungen (64) entsprechende Auflösungen darbietet, nämlich so viele als verschiedene Zeichenabwechslungen in (65) statuirt werden können — eine Formel, deren Richtigkeit zur Genüge hervorgeht aus dem bereits erwähnten Umstande, die Gleichungen (1), denen die u und s entnommen sind, liessen sich betrachten als solche zweiter Ordnung, abgeleitet aus einem mit den Coëfficienten $(hk)'$ behafteten Gleichungs-Systeme erster Ordnung.

Wir kehren jetzt zurück zur Eliminationsgleichung in s und der von uns in den Gleichungen (36)—(39) dargelegten Methode ihrer numerischen Berechnung:

Im Vergleiche zu dem üblichen combinatorischen Verfahren, die Determinante der Grössen (hk) und aus dieser die Eliminationsgleichung in s darzustellen, besitzt nun das hier beschriebene zuvörderst den Vorzug grösserer Einfachheit. Es ist nämlich nach demselben einerseits nicht nöthig, die erwähnte Gleichung zuerst vollständig in symbolischer Form aufzuschreiben, was, wenn die Anzahl der Gleichungen des gegebenen Systemes eine nur irgend bedeutende ist, keinen unerheblichen Theil der Gesammtarbeit ausmacht, wie dies bei dem combinatorichen Verfahren erfordert wird um sicher zu sein, dass alle durch dasselbe angezeigten Rechnungsoperationen ausgeführt werden, andererseits die Zahl der nöthigen Rechnungsoperationen bedeutend kleiner ist als bei jenem. Um Letzteres deutlich zu machen, wollen wir die nach beiden Methoden erforderlichen Zahlen von Multiplicationen und Divisionen einander gegenüberstellen.

Da in jedem Systeme der Coëfficienten $\frac{n(n+1)}{2}$ verschiedene vorkommen, jeder dieser Coëfficienten aber, wie ihr Bildungsgesetz ausweist, durch n Multiplicationen gewonnen wird, so sind deren in jedem Systeme höherer Ordnung $n\,\frac{n(n+1)}{2}$ auszuführen. Wir haben aber solcher Systeme aus dem gegebenen $n-1$ neun an der Zahl

abzuleiten, es werden sich daher die zur Berechnung sämmtlicher Coëfficienten nöthigen Multiplicationen auf:

$$\frac{n^2(n+1)\,(n-1)}{2}$$

belaufen. Fügen wir hinzu die Multiplicationen und Divisionen, welche die Gleichungen (39) zur Auflösung erfordern $\frac{n\,(n+1)}{2}-1$, wie leicht zu ersehen, so stellt sich die gesuchte Gesammtzahl bezüglich unserer Methode auf

$$n.\,\frac{n\,(n+1)}{2}\,(n-1)+\frac{n\,(n+1)}{2}-1 \qquad (66)$$

Dass nun diese mindestens von gewissen und zwar sehr niedrigen Werthen von n angefangen, kleiner sei als die entsprechende für das combinatorische Verfahren, ersieht man daraus, dass bei dem letzteren, wie aus dem Bildungsgesetze der Determinante hervorgeht, allein die Berechnung des letzten Gliedes der Eliminationsgleichung eine Anzahl von

$$(n-1).\,n\,(n-1)\,(n-2)\,.\,.\,.\,.\,2.1$$

Multiplicationen erfordert. In der That schon für $n=5$, wo diese Zahl 480 wird, übertrifft sie bedeutend die oben gefundene Gesammtzahl, welche sich in diesem Falle auf 314 beläuft. Ein noch günstigeres Verhältniss stellt sich und zwar bei noch minderen Werthen von n heraus, wenn man auch von dem combinatorischen Verfahren wie billig die Gesammtzahl der nöthigen Operationen in den Vergleich zieht. Aber noch mehr — es lassen sich viele von den in (66) angegebenen Multiplicationen ganz zweckmässig in Additionen umwandeln. Betrachtet man nämlich das Bildungsgesetz höherer Coëfficienten (36), so wird man sehen, dass in allen den Producten, die zu ihrer Ermittlung gerechnet werden müssen, eine Reihe von Factoren, bestehend aus Coëfficienten des Systems erster Ordnung, stets wiederkehrt und nur die andere, Coëfficienten des unmittelbar vorher berechneten Systemes in sich begreifend, von Ordnung zu Ordnung wechselt.

Hat man daher jeden der Coëfficienten des gegebenen Systems der Reihe nach multiplicirt mit den Zahlen 1, 2, 3 . . . 9, so werden sich aus den so entstandenen Elementen, da offenbar jeder unter den Coëfficienten höherer Ordnung wieder nur durch einen Complex der Ziffern 0 bis 9 vorgestellt wird, alle erwähnten Producte und somit

auch sämmtliche Coëfficienten lediglich durch die Operation des Addirens und die ganz mühelose Multiplication mit Potenzen von 10 bilden lassen. Solcher Elemente gibt es aber 9 $\frac{n(n+1)}{2}$ und zu ihrer Berechnung sind, weil der Einser als Factor nicht zählt, $4n\,(n+1)$ Multiplicationen auszuführen; es ergibt sich daher mit Rücksicht auf die zur Auflösung der Gleichungen (39) nöthigen Rechnungsoperationen

$$4n\,(n+1)+\frac{n\,(n+1)}{2}-1 \qquad (67)$$

als Gesammtzahl der nach unserer Methode zur Herstellung der Eliminationsgleichung in s erforderlichen Multiplicationen und Divisionen. Bei jeder Rechnung von einiger Weitläufigkeit ist aber, um einen während derselben begangenen Fehler leichter entdecken zu können, eine Controlle wünschenswerth — in unserer Methode liegt nun folgende: Es lehrt eine kurze Vergegenwärtigung der Eliminationsgleichung in symbolischer Form nach dem combinatorischen Verfahren, dass alle ihre Coëfficienten ganze Zahlen sein müssen, falls nur die des vorgelegten Gleichungs-Systemes solche sind. Nun gewinnen wir aber, wie aus (39) zu ersehen, die Coëfficienten der Eliminationsgleichung erst nach mehren Divisionen durch 2, 3, 4, . . . n. Sollen also die Rechnungen fehlerlos sein, so müssen, die Coëfficienten (hk) als ganze Zahlen vorausgesetzt, alle diese Divisionen ohne Rest ausführbar sein — und diese Controlle ist auch dann noch anwendbar, wenn die Coëfficienten des vorgelegten Gleichungs-Systemes zwar nicht ganze, aber doch rationale Zahlen sind, denn man kann in diesem Falle durch Einführung von $s\,m$ statt s unter m den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner aller Coëfficienten verstanden und nachherige Multiplication des gegebenen Systems mit m dasselbe offenbar auf ein anderes mit ganzzahligen Coëfficienten zurückführen. Die Vortheile, welche nach dem Vorhergehenden unsere Methode bietet, werden noch bedeutend dadurch vermehrt, dass die bei ihrer Durchführung gewonnenen Grössen, nämlich die Coëfficienten der Systeme höherer Ordnung und der Eliminationsgleichung in sehr einfacher Weise die Auflösungen für die Unbekannten u zusammensetzen.

Wir benützen nun zur Darstellung der u nicht die ursprünglich gegebenen Gleichungen (1), sondern die aus ihnen abgeleiteten (18), (19), (22), (34). Es hatten bisher die Symbole $(hk)_r$ nur eine Bedeutung für alle positiven ganzen Zahlen r vor der Einheit angefangen,

auch erschien dieser Bezeichnung gemäss die Gleichung (22) als specieller Fall der (34). Führen wir aber der Bequemlichkeit wegen das Symbol $(hk)_0$ ein und sei dasselbe der Nulle gleich, wenn k und h von einander verschieden, hingegen der positiven Einheit, wenn dem nicht so ist, so können wir offenbar alle erwähnten Gleichungen durch die eine

$$(hk)_r = s_1{}^r u_h{}^1 u_k{}^1 + s_2{}^r u_h{}^2 u_k{}^2 + s_3{}^r u_h{}^3 u_k{}^3 + \ldots s_n^r u_h^n u_k^n \qquad (68)$$

ersetzen, in welcher r alle positiven ganzen Zahlen von der Nulle angefangen bedeuten darf. In dieser betrachten wir nun wieder nicht die einzelnen u, sondern vielmehr die Producte $u_h{}^1 u_k{}^1$, $u_h{}^2 u_k{}^2$, $u_h{}^3 u_k{}^3$ $\ldots u_h{}^n u_k{}^n$ an der Zahl n wie ersichtlich als die Unbekannten, bedürfen also zu deren Bestimmung nur n-Gleichungen von der Form (68), etwa jene, welche aus (68) hervorgehen, darin nach und nach r gleich 0, 1, 2, 3 . . . $n-1$ nehmend. Um aber später zu zeigen, dass die so erhaltenen Auflösungen der u in das gegebene Gleichungssystem substituirt, dieses zu einem identischen machen, wird noch eine andere Relation nöthig, die wir nur bekommen die Gleichungen von der Form (68) an der Zahl $n+1$ in Gebrauch ziehend. Es sind dieselben folgende:

$$\begin{aligned}
u_h{}^1 u_k{}^1 + u_h{}^2 u_k{}^2 + u_h{}^3 u_k{}^3 + \ldots u_h{}^n u_k{}^n &= (hk)_0 \\
s_1 u_h{}^1 u_k{}^1 + s_2{}^1 u_h{}^2 u_k{}^2 + s_3 u_h{}^n u_k{}^n + \ldots s_n u_h{}^n u_k{}^n &= (hk)_1 \\
s_1{}^2 u_h{}^1 u_k{}^1 + s_2{}^2 u_h{}^2 u_k{}^2 + s_3{}^2 u_h{}^3 u_k{}^3 + \ldots s_n{}^2 u_h{}^n u_k{}^n &= (hk)_2 \\
\ldots\ldots\ldots

sie zu entwickeln ist, in Ordnungszahlen verwandelt werden sollen, so kann man der Gleichung (70) die sehr einfache symbolische Form:

$$F\{(hk)\} = o \tag{71}$$

ertheilen. Es ist aber eben diese Gleichung (70) nicht die einzige der Art, sondern nur ein specieller Fall der allgemeineren:

$$\begin{aligned}(hk)_{n+r} + A_1\,(hk)_{n+r-1} + A_2\,(hk)_{n+r-2} + \ldots \\ + A_{n-1}\,(hk)_{r+1} + A_n\,(hk)_r = 0\end{aligned} \tag{72}$$

die erhalten wird, wenn man anstatt der Gleichungen (69) eine Reihe anderer aus (68) dadurch, dass man darin r in $r+1$, $r+2$, $r+3$, . . . $r+n$ übergehen lässt, hervorgehende derselben Behandlung unterwirft, und die sich gleich der (70) folgendermassen symbolisch schreiben lässt:

$$F\{(hk)_r\} = o \tag{73}$$

Die Gleichungen (70) und (72) sind schon darum erwähnenswerth, weil sie ein einfacheres Bildungsgesetz für die Coëfficienten höherer Systeme vorstellen, deren Ordnungszahl grösser ist als n—1, es zeigt sich nämlich jeder Coëfficient $(hk)_{n+r}$ eines solchen Systems linear ausgedrückt durch alle jene, welche in n vorhergehenden dieselbe Stelle einnehmen, wie der gesuchte in seinem und durch die von h und k unabhängigen Coëfficienten A der Eliminationsgleichung.

Was nun die Producte $u_h\,u_k$ anlangt, so lassen sich diese sehr leicht aus den ersten n-Gleichungen (69) finden, wenn man bemerkt, dass der Ausdruck

$$\frac{F(s)}{s-s_\mu}$$

verschwindet, so oft man für s eine der Wurzeln $s_1\ s_2\ s_3\ \ldots\ s_n$ mit Ausnahme von s_μ in denselben setzt, hingegen in

$$F'(s_\mu)$$

sich verwandelt, wenn man $s=s_\mu$ nimmt. Multiplicirt man daher die ersten n-Gleichungen (69) mit den durch die Relation:

$$\frac{F(s)}{s-s_\mu} = \lambda_0{}^\mu + \lambda_1{}^\mu\, s + \lambda_2{}^\mu\, s^2 + \ldots \lambda_{n-1}{}^\mu\, s^{n-1} \tag{74}$$

definirten Grössen λ der Reihe nach, das heisst die erste mit $\lambda_0{}^\mu$, die zweite mit $\lambda_1{}^\mu$ u. s. f., endlich die letzte mit $\lambda^\mu{}_{n-1}$ und addirt sie darauf alle, so erhält jedes der Producte $u_h\,u_k$ einen solchen ver-

schwindenden Ausdruck als Factor mit alleiniger Ausnahme von $u_h^{\mu} u_k^{\mu}$, welches in

$$F'(s_\mu)$$

multiplicirt erscheint. Das Resultat wird also sein:

$$u_h^{\mu} u_k^{\mu} F'(s_\mu) = \lambda_0^{\mu} (hk)_0 + \lambda_1^{\mu} (hk)_1 + \lambda_2^{\mu} (hk)_2 + \cdots \lambda_{n-1}^{\mu} (hk)_{n-1}$$

woraus:

$$u_h^{\mu} u_k^{\mu} = \frac{\sum_r \left\{\lambda_r^{\mu} (hk)_r\right\}_0^{n-1}}{F'(s_\mu)} \tag{75}$$

als gesuchte Auflösung für die Unbekannten hervorgeht. Um aus vorstehender Gleichung die Werthe der einzelnen u ziehen zu können, hat man nur mehr nöthig die Eingangs erwähnte und auch in (75) liegende Willkür, bezüglich des Zeichens einer der Grössen u dadurch zu heben, dass man eine derselben mit bestimmten z. B. positiven Zeichen verlangt. In der That setzen wir in der Gleichung (75), die wir der Kürze wegen so schreiben

$$u_h^{\mu} u_k^{\mu} = U_{hk}^{\mu} \tag{76}$$

$h=k$ so findet sich, dass wegen

$$u_h^{\mu} = \pm \sqrt{U_{hh}^{\mu}} \tag{77}$$

diese Grösse u_h mit beliebigen Zeichen genommen werden kann, aber auch, dass diese Unbestimmtheit nur bei einer von allen derselben Wurzel s_μ zugeordneten Grössen u vorkömmt, da wenn in (77) das Zeichen von u_h festgesetzt worden, etwa als positiv alle übrigen derselben Wurzel s_μ zugeordneten u nach Substitution der (77) in (76) aus

$$u_k^{\mu} = \frac{U_{h.k}^{\mu}}{\sqrt{U_{h.h}^{\mu}}} \tag{78}$$

mit bestimmten Zeichen hervorgehen. Lassen wir also h den Stellenzeiger jener Unbekannten bedeuten, deren Zeichen im voraus bestimmt ist, so wird, wenn dieses das positive ist, die Gleichung

$$u_k^{\mu} = \frac{U_{h.k}^{\mu}}{\sqrt{U_{h.h}^{\mu}}} \tag{79}$$

wenn es aber das negative ist, die

$$u_k^{\mu} = -\frac{U_{h.k}^{\mu}}{\sqrt{U_{h.h}^{\mu}}} \tag{80}$$

es sein, welche uns zur Kenntniss aller einzelnen u führt. In den meisten Fällen ist es aber genügend, solche am Eingange mit x bezeichnete Grössen zu kennen, die eine willkürliche Constante als Factor bei sich tragen. Substituiren wir also die aus (79) oder (80) sich ergebenden Werthe der u in die Gleichungen (3) und begreifen sowohl $\pm \sqrt{U_{hh}^{\mu}}$ als auch den gemeinschaftlichen Nenner $F'(s_\mu)$ in die erwähnte Constante ein, so bekommen wir, da diese für jede Wurzel s_μ eine andere sein darf

$$x_k^{\mu} = C_\mu \sum_r \left\{ \lambda_r^{\mu} (hk)_r \right\}_0^{n-1} \tag{81}$$

eine Formel, in welcher der Stellenzeiger h beliebig gewählt werden kann und zwar jener Grösse x angehört, die mit

$$\frac{C_\mu}{F'(s_\mu)}$$

einerlei Zeichen zu tragen bestimmt ist.

Der Beweis, dass die aus (81) gezogenen Auflösungen für die Unbekannten x das vorgelegte Gleichungs-System (1) erfüllen, lässt sich nun auch rückwärts etwa folgendermassen führen:

Man setzt in (81), nachdem man darin den Index μ der Kürze wegen hinweggelassen hat, für die λ ihre bekannten Werthe, nämlich:

$$\lambda_{n-1} = 1,\ \lambda_{n-2} = s + A_1;\ \lambda_{n-3} = s^2 + sA_1 + A_2;\ \ldots\ .$$
$$\lambda_0 = s^{n-1} + s^{n-2} A_1 + \ldots . A_{n-1}$$

wodurch man zu

$$x_k = C \left\{ s^{n-1} (hk)_0 + s^{n-2} \left[(hk)_0 A_1 + (hk)_1 \right] + \ldots . \right.$$
$$\left. \left[(hk)_0 A_{n-1} + (hk)_1 A_{n-2} + \ldots (hk)_{n-1} \right] \right\} \tag{82}$$

gelangt und bildet dann das Polynom:

$$(1k)\, x_1 + (2k)\, x_2 + (3k)\, x_3 + \ldots (nk)\, x_n =$$
$$= \sum_\alpha \left\{ (\alpha k) x_\alpha \right\}_1^n = C \sum_\alpha \sum_r \left\{ \lambda_r (h\alpha)_r (\alpha k) \right\}_0^{n-1}$$

Schreibt man aber dieses mit Rücksicht auf das Bildungsgesetz höherer Coëfficienten wie folgt

$$(1k)\, x_1 + (2k)\, x_2 + \ldots (nk)\, x_k = C \left\{ s^{n-1} (hk)_1 + \right.$$
$$\left. s^{n-2} \left[(hk)_1 A_1 + (hk)_2 \right] + \ldots \left[(hk)_1 A_{n-1} + (hk)_2 A_{n-2} + \ldots (hk)_n \right] \right\} \tag{83}$$

und zieht hierauf die (82), nachdem man sie vorher mit s multiplicirt hat, von der (83) ab, so ergibt sich nach einigen Reductionen

$$(1k)\,x_1 + (2k)\,x_2 + (3k)\,x_3 + \ldots (nk)\,x_n - sx_k = C\,[(hk)_1\,A_{n-1} + (hk)_2\,A_{n-2} + \ldots (hk)_n] - C\,(hk)_0\,[s^n + s^{n-1}\,A_1 + \ldots . sA_{n-1}]$$

oder weil hier das als Factor von $(hk)_0$ erscheinende Polynom nach (38) gleich

$$-A_n$$

ist, auch:

$$(1k)\,x_1 + (2k)\,x_2 + \ldots . (nk)\,x_n = sx_k + C\,\{(hk)_n + (hk)_{n-1}\,A_1 + (hk)_{n-2}\,A_2 + \ldots (hk)_0\,A_n\} \quad (84)$$

In dieser Gleichung verschwindet aber zufolge der unter (70) nachgewiesenen Relation rechterseits das ganze in C multiplicirte Polynom. Sie selbst reducirt sich daher auf die:

$$(1k)\,x_1 + (2k)\,x_2 + (3k)\,x_3 + \ldots (nk)\,x_n = sx_k \quad (85)$$

und gibt somit die Überzeugung, dass die Auflösungen (81) für die Unbekannten x in der That für jeden beliebigen Stellenzeiger k der Gleichung (85) oder was dasselbe ist, sämmtlichen des vorgelegten Gleichungs-Systemes (1) Genüge leisten.

Schliesslich wollen wir noch bemerken, dass die Auflösungen (81), für sie dieselbe schon oben gebrauchte symbolische Schreibweise in Anspruch nehmend, in nachstehende sehr einfache Gestalt sich fassen lassen:

$$x_k^\mu = C_\mu \frac{F(hk)}{(hk) - s_\mu} \quad (86)$$

eine Formel, deren Richtigkeit ein kurzes Zusammenhalten der Gleichungen (74) und (81) unmittelbar lehrt und die wir, des häufigen Vorkommens unbestimmter Gleichungen halber vorzüglich darum beibringen, weil sie ungleich der (81) tauglich erscheint, die Zusammensetzung ihrer Auflösungen aus den Coëfficienten (hk) deutlich vor Augen zu führen.

b. Bestimmte Gleichungen.

Die ein System symmetrischer bestimmter Gleichungen wie:

$$\begin{aligned}
&(11)\,x_1 + (12)\,x_2 + (13)\,x_3 + \ldots (1n)\,x_n = \xi_1\\
&(21)\,x_1 + (22)\,x_2 + (23)\,x_3 + \ldots (2n)\,x_n = \xi_2\\
&(31)\,x_1 + (32)\,x_2 + (33)\,x_3 + \ldots (3n)\,x_n = \xi_3\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&(n1)\,x_1 + (n2)\,x_2 + (n3)\,x_3 + \ldots (nn)\,x_n = \xi_n
\end{aligned}$$

erfüllenden Werthe der Unbekannten x lassen sich wie bereits angekündet worden, zusammensetzen aus den, bei der Auflösung eines mit denselben Coëfficienten behafteten Systemes unbestimmter Gleichungen, gewonnenen Grössen, das heisst, sie lassen sich darstellen als Functionen sämmtlicher u und der Wurzeln der Eliminationsgleichung. Es geschieht dies nun folgendermassen:

Man multiplicirt, unter Beibehaltung der im vorigen Abschnitte angenommenen Bezeichnungen die Gleichungen (1) der Reihe nach mit

$$u^1_1,\ u^1_2,\ u^1_3\ \ldots\ u^1_n$$

darauf addirt man sie und erhält als Resultat vermöge der Gleichungen (a 25), diese auf die Wurzel s_1 bezogen:

$$s_1(x_1u_1{}^1+x_2u_2{}^1+x_3u_3{}^1+\ldots x_nu_n{}^1)=\xi_1u_1{}^1+\xi_2u_2{}^1+\ldots.\xi_nu_n{}^1 \quad (2)$$

dieselbe Operation mit anderen und anderen Reihen der u vorgenommen, liefert aber noch aus ähnlichen Gründen:

$$\begin{aligned}
s_2(x_1u_1{}^2+x_2u_2{}^2+x_3u_3{}^2+\ldots x_nu_n{}^2)&=\xi_1u_1{}^2+\xi_2u_2{}^2+\ldots.\xi_nu_n{}^2\\
s_3(x_1u_1{}^3+x_2u_2{}^3+x_3u_3{}^3+\ldots x_nu_n{}^3)&=\xi_1u_1{}^3+\xi_2u_2{}^3+\ldots.\xi_nu_n{}^3 \quad (2)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
s_n(x_1u_1{}^n+x_2u_2{}^n+x_3u_3{}^n+\ldots x_nu_n{}^n)&=\xi_1u_1{}^n+\xi_2u_2{}^n+\ldots.\xi_nu_n{}^n
\end{aligned}$$

Jetzt multiplicirt man die sämmtlichen Gleichungen (2) in der Ordnung, in welcher sie aufgeführt wurden, mit

$$\frac{u^1_k}{s_1},\ \frac{u^2_k}{s_2},\ \frac{u^3_k}{s_3}\ \ldots\ldots\ \frac{u^n_k}{s_n}$$

und addirt sie abermals, womit die Rechnung beendet ist. In der so erhaltenen Summe fallen nämlich links vom Gleichheitszeichen alle x hinweg, da sie einen zu Folge der Relationen (a, 19) der Nulle gleichen Factor bei sich tragen, mit alleiniger Ausnahme von x_k, dessen Factor sich der Einheit gleich findet. Sie selbst:

$$\begin{aligned}
x_k=&\ \xi_1\left[\frac{u^1_ku^1_1}{s_1}+\frac{u^2_ku^2_1}{s_2}+\ldots\frac{u^n_ku^n_1}{s_n}\right]\\
&+\xi_2\left[\frac{u^1_ku^1_2}{s_1}+\frac{u^2_ku^2_2}{s_2}+\ldots\frac{u^n_ku^n_2}{s_n}\right]\\
&+\ldots\xi_n\left[\frac{u^1_ku^1_n}{s_1}+\frac{u^2_ku^2_n}{s_2}+\ldots\frac{u^n_ku^n_n}{s_n}\right]
\end{aligned}$$

liefert daher sogleich den gesuchten Werth von x_k wie folgt:

$$x_k=\mathbf{S}_r\left\{\xi_r\left[\frac{u^1_ku^1_r}{s_1}+\frac{u^2_ku^2_r}{s_2}+\ldots\frac{u^n_ku^n_r}{s_n}\right]\right\}_1^n \quad (3)$$

Nun ist aber im Sinne der für Coëfficienten von Gleichungssystemen verschiedener Ordnung eingeführten Bezeichnungsweise, die auf negative Ordnungszahlen auszudehnen uns offenbar gar nichts hindert

$$(hk)_{-1} = \frac{u^1{}_h u^1{}_k}{s_1} + \frac{u^2{}_h u^2{}_k}{s_2} + \frac{u^3{}_h u^3{}_k}{s_3} + \ldots \frac{u^n_h u^n_k}{s_n} \quad (4)$$

wir können also den, in der für alle Stellenzeiger k gültigen Gleichung (3) enthaltenen Auflösungen des Gleichungs-Systemes (1) noch nachstehende übersichtlichere Formen ertheilen:

$$\begin{aligned}
x_1 &= (11)_{-1}\,\xi_1 + (12)_{-1}\,\xi_2 + (13)_{-1}\,\xi_3 + \ldots (1n)_{-1}\,\xi_n \\
x_2 &= (21)_{-1}\,\xi_1 + (22)_{-1}\,\xi_2 + (23)_{-1}\,\xi_3 + \ldots (2n)_{-1}\,\xi_n \\
x_3 &= (31)_{-1}\,\xi_1 + (32)_{-1}\,\xi_2 + (33)_{-1}\,\xi_3 + \ldots (3n)_{-1}\,\xi_n \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
x_n &= (n1)_{-1}\,\xi_1 + (n2)_{-1}\,\xi_2 + (n3)_{-1}\,\xi_3 + \ldots (nn)_{-1}\,\xi_n
\end{aligned}$$

Was nun die Coëfficienten $(hk)_{-1}$ oder überhaupt die negativer Ordnungszahlen betrifft, so stehen sie, obgleich sie nicht wie die positiver Ordnungszahlen nach dem im ersten Abschnitte beschriebenen Verfahren aus den Coëfficienten des Gleichungs-Systemes (1) sich bilden lassen, dennoch sowohl zu allen ihres Gleichen als zu denen positiver Ordnungszahlen genau in denselben Beziehungen, in welche die letzteren unter einander treten. Es hat dies darin seinen Grund, dass das Bildungsgesetz (36), welches seiner Entstehung nach nur für positive Ordnungszahlen r Gültigkeit hat, diese auch für negative nicht verliert. Nimmt man nämlich mit der Gleichung

$$(h\alpha)_r = s^r{}_1 u^1{}_h u^1{}_\alpha + s^r{}_2 u^2{}_h u^2{}_\alpha + \ldots\ldots s^r{}_n u^n{}_h u^n{}_\alpha$$

nachdem sie vorher mit (αk) multiplicirt worden, eine Summation nach dem Stellenzeiger α von 1 bis n vor, so ergibt sich mit Rücksicht auf die Bedeutung der Grössen u

$$\mathbf{S}_\alpha \left\{ (h\alpha)_r\ (\alpha k) \right\}_1^n = s^{r+1}{}_1 u^1{}_h u^1{}_k + s^{r+1}{}_2 u^2{}_h u^2{}_k + \ldots s^{r+1}{}_n u^n{}_h u^n{}_k$$

oder

$$(hk)_{r+1} = \mathbf{S}_\alpha \left\{ (h\alpha)_r\ (\alpha k) \right\}_1^n$$

eine Gleichung, die, der Form nach mit dem Bildungsgesetze (a 36) identisch, das Gesagte beweist, weil bei ihrer Ableitung die Voraus-

setzung, r sei positiv, nirgends in Rechnung gesetzt wurde. Die unmittelbare Folge davon ist aber, und man überzeugt sich dessen sehr leicht, dass auch die Gleichung (a 72) oder was dasselbe ist die (a 73) noch für negative r Bestand hat. Schreiben wir sie also namentlich für $r = -1$ auf

$$(hk)_{n-1} + A_1 (hk)_{n-2} + A_2 (hk)_{n-2} + \ldots A_{n-1} (hk)_o + \\ + A_n (hk)_{-1} = o \qquad (6)$$

so können wir offenbar aus ihr den Werth der Coëfficienten $(hk)_{-1}$ und zwar in neuer Gestalt ziehen. Es liefert die Gleichung (6)

$$A_n (hk)_{-1} = -\left\{(hk)_{n-1} + A_1 (hk)_{n-2} + \ldots A_{n-1} (hk)_o\right\}$$

oder nach symbolischer Schreibweise:

$$(hk)_{-1} = \frac{1}{(hk)} \left\{1 - \frac{F(hk)}{F(o)}\right\} \qquad (8)$$

und es zeigen sich jetzt die Coëfficienten $(hk)_{-1}$ nicht mehr ausgedrückt durch sämmtliche s und u wie in (4), sondern durch die schon zur Berechnung der letzteren Grössen erforderlichen Elemente, das sind die Coëfficienten von n Systemen positiver Ordnungszahl und die der Eliminationsgleichung.

Eine Eigenthümlichkeit aber besitzen die Coëfficienten negativer Ordnungszahl, und zwar die, gelegentlich durchgehends unendlich zu werden. Dies ist, wie aus (4) zu ersehen, dann der Fall, wenn eine oder mehrere der Wurzeln s verschwinden. Da aber mit ihnen zugleich sämmtliche rechts vom Zeichen befindliche Polynome in (5) unendlich werden, so hören augenscheinlich in dem bezeichneten Falle die Gleichungen (1) auf, allgemein durch endliche Werthe der x erfüllbar zu sein. Soll dies dennoch stattfinden, so müssen die ξ gewisse Relationen erfüllen — sie müssen nämlich die Zähler aller in (3) auftretenden Brüche, die irgend eine Wurzel Nulle im Nenner tragen, zum Verschwinden bringen. Von diesen Brüchen besitzen aber alle, welche einer und derselben Wurzel s_μ zugehören, den Ausdruck

$$\sigma_\mu = u^\mu{}_1 \, \xi_1 + u^\mu{}_2 \, \xi_2 + u^\mu{}_3 \, \xi_3 + \ldots u^\mu{}_n \, \xi_n$$

als gemeinschaftlichen Factor,

$$\sigma_\mu = 0 \qquad (9)$$

ist daher die durch das Verschwinden der Wurzeln s_μ zu dem erwähnten Zwecke geforderte Relation und es wird deren im Ganzen so viele

geben, als der Nulle gleiche Wurzeln in der Eliminationsgleichung vorkommen.

Leisten nun die ξ diesen Relationen Genüge, so werden die Auflösungen (5) allerdings endlich — aber unbestimmt. Es treten nämlich jetzt an die Stelle der Gleichungen (5), wenn man die Werthe der x, welche sich, nach Hinweglassung aller von der Nulle gleichen Wurzeln herrührenden Gliedern, aus ihnen ergeben würden, mit x' die Brüche $\frac{\sigma_\mu}{s_\mu}$ aber mit g_μ bezeichnet nachstehende

$$x_k = x_k' + g_\mu u_k^\mu + \ldots \qquad (10)$$

und diese enthalten, da uns nichts zu einer bestimmten Wahl der Quotienten g_μ, die offenbar von der Form $\frac{0}{0}$ sind, zwingt, genau so viele willkürliche Grössen als die Eliminationsgleichung in s der Nulle gleiche Wurzeln bietet. Diese Willkürlichkeit bestätiget nicht nur eine Substitution der Auflösungen (10) in (1), sie geht auch unmittelbar hervor aus den Gleichungen (2), wenn man nur darauf Acht hat, dass von ihnen mit dem Verschwinden einer oder mehrerer Wurzeln und der Erfüllung der betreffenden Relationen (9) eben so viele identisch werden, sie also auch dann die Werthe für eben so viele x unbestimmt lassen.

Bei dem sonst üblichen Verfahren, ein System bestimmter linearer Gleichungen wie (1) aufzulösen, ist der wesentlichste Theil der Rechnung der, aus den Coëfficienten (hk) das unter dem Namen der Determinante bekannte Polynom zu bilden und dieses zuerst nach den Coëfficienten der ersten Horizontalreihe in (1) dann nach denen der zweiten, dritten u. s. w., endlich nach denen der n^{ten} zu ordnen. Hat man dies gethan, das heisst, hat man dem genannten Polynome, welches M heissen mag, die Formen:

$$\begin{aligned} M &= (11)\, p^1{}_1 + (12)\, p^1{}_2 + (13)\, p^1{}_3 + \ldots (1n)\, p^1{}_n \\ &= (21)\, p^2{}_1 + (22)\, p^2{}_2 + (23)\, p^2{}_3 + \ldots (2n)\, p^2{}_n \\ &= (31)\, p^3{}_1 + (32)\, p^3{}_2 + (33)\, p^3{}_3 + \ldots (3n)\, p^3{}_n \qquad (11) \\ &\quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &= (n1)\, p^n{}_1 + (n2)\, p^n{}_2 + (n3)\, p^n{}_3 + \ldots (nn)\, p^n{}_n \end{aligned}$$

ertheilt, so findet man auch allsogleich die Werthe der Unbekannten x durch eine Reihe von Gleichungen wie folgt:

$$\begin{aligned}
M x_1 &= p^1{}_1\,\xi_1 + p^1{}_2\,\xi_2 + p^1{}_3\,\xi_3 + \ldots\ p^1{}_n\,\xi_n \\
M x_2 &= p^2{}_1\,\xi_1 + p^2{}_2\,\xi_2 + p^2{}_3\,\xi_3 + \ldots\ p^2{}_n\,\xi_n \\
M x_3 &= p^3{}_1\,\xi_1 + p^3{}_2\,\xi_2 + p^3{}_3\,\xi_3 + \ldots\ p^3{}_n\,\xi_n \qquad (12) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
M x_n &= p^n{}_1\,\xi_1 + p^n{}_2\,\xi_2 + p^n{}_3\,\xi_3 + \ldots\ p^n{}_n\,\xi_n
\end{aligned}$$

Die hier erscheinenden Grössen p nun sind, wie ein Zusammenhalten der Gleichungen (12) und (5) wegen der Independenz der Grössen ξ lehrt, mit den von uns eingeführten Coëfficienten $(hk)_{-1}$ offenbar durch folgende Relation verbunden:

$$p^h{}_k = M\,(hk)_{-1} = M\left\{\frac{u^1{}_h u^1{}_k}{s_1} + \frac{u^2{}_h u^2{}_k}{s_2} + \ldots\ \frac{u^n{}_h u^n{}_k}{s_n}\right\} \qquad (13)$$

es ist also von ihnen auch nachgewiesen, sie seien beziehlich ihrer Stellenzeiger h und k symmetrisch. Weiter geht aus (12) hervor, die Auflösungen x könnten, da die p ihrer Natur nach stets endliche Grössen sind, wenn nur die (hk) es sind, allein dann unendlich werden, wenn die letzteren die Bedingung

$$M = 0 \qquad (14)$$

erfüllen. Diese stimmt aber genau überein mit der oben angegebenen des Verschwindens einer oder mehrerer Wurzeln s, denn aus der Art, wie aus der Determinante M die Eliminationsgleichung in s hergeleitet werden kann, weiss man, dass ihr letztes Glied A_n abgesehen vom Zeichen mit eben diesem M identisch ist und sein Verschwinden ist ja nothwendig, sollen eine oder mehrere der Wurzeln s der Nulle gleich werden. Doch dürften die Auflösungsformen (11), (12) weniger als die (4), (5) zur Erörterung der beim Vorhandensein von der Nulle gleichen Wurzeln eintretenden Umstände geeignet sein.

Sieht man jetzt darauf, welche Methode der Auflösung der Gleichungen (1), ob die in (11) und (12) oder die von uns in (4) und (5) dargelegte einen geringeren Rechnungsaufwand erheischt, so muss man ohne Zweifel der ersterwähnten im Allgemeinen den Vorzug einräumen, fordert doch letztere entweder die Berechnung sämmtlicher Producte $u_h u_k$ und der Wurzeln s nach (4) oder die der $(hk)_r$ und der Coëfficienten der Eliminationsgleichung nach (7). Gleichwohl hielten wir es nicht für überflüssig, die Gleichungen (4), (5) zu erzeugen, denn es ist, selbst abgesehen von den Vortheilen, welche die Kenntniss der Zusammensetzung der Coëfficienten $(hk)_{-1}$ aus den

u und s gelegentlich bieten kann, ebenso entschieden vortheilhafter, den durch sie gezeigten Weg in der Rechnung zu betreten in dem Falle als mit der Auflösung eines Systemes bestimmter Gleichungen wie (1) auch die eines ähnlichen Systemes aber unbestimmter oder doch die Darstellung seiner Eliminationsgleichung geboten ist; denn dann ist es offenbar weit leichter, die Coëfficienten $(hk)_{-1}$ zusammenzusetzen aus den bereits bekannten Grössen u und s oder den schon behufs der Bildung der Eliminationsgleichung gerechneten $(hk)_r$ und A_r als die verschiedenen p zu ermitteln nach ihrer durch die Relationen (11) gegebenen Definition.

B. Gleichungen mit beliebigen Coëfficienten.

a. Unbestimmte Gleichungen.

Um bei Gleichungen mit beliebigen also im Allgemeinen nicht symmetrischen Coëfficienten zu ähnlichen Resultaten zu gelangen, wie bei den in den vorhergehenden Abschnitten behandelten symmetrischen, wird es nothwendig, gleichzeitig zwei verschiedene Systeme der Betrachtung zu unterwerfen, die zwar dieselben Coëfficienten aber nicht in derselben Anordnung besitzen. Dieser Unterschied in der Stellung der Coëfficienten besteht nun darin, dass ein Coëfficient, welcher in der h^{ten} Horizontal- und k^{ten} Verticalreihe des ersten Systemes vorkömmt, im zweiten seinen Platz findet in der k^{ten} Horizontal- und h^{ten} Verticalreihe — mit einem Worte, Horizontal- und Verticalreihen werden vertauscht beim Übergange von einem Systeme zum anderen. Es wird dies am anschaulichsten durch die Einführung der neuen Symbole:

$$\binom{h}{k}$$

in welchen für das eine System der Zähler die Ordnungszahl der Horizontal- und der Nenner die der Verticalreihe angezeigt, während für das andere System diese Bedeutungen sich umkehren, und dessen Werth eine Änderung erfahren darf durch eine Verwechslung der in ihm enthaltenen Stellenzeiger h und k. Das erste System findet sodann dem Gesagten zu Folge in:

$$\begin{aligned}
\binom{1}{1}x_1 + \binom{1}{2}x_2 + \binom{1}{3}x_3 + \ldots \binom{1}{n}x_n &= sx_1 \\
\binom{2}{1}x_1 + \binom{2}{2}x_2 + \binom{2}{3}x_3 + \ldots \binom{2}{n}x_n &= sx_2
\end{aligned} \qquad (1)$$

$$\begin{aligned}
&\binom{3}{1}x_1 + \binom{3}{2}x_2 + \binom{3}{3}x_3 + \ldots \binom{3}{n}x_n = sx_3 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\binom{n}{1}x_1 + \binom{n}{2}x_2 + \binom{n}{3}x_3 + \ldots \binom{n}{n}x_n = sx_n
\end{aligned} \tag{1}$$

das zweite hingegen in:

$$\begin{aligned}
&\binom{1}{1}y_1 + \binom{2}{1}y_2 + \binom{3}{1}y_3 + \ldots \binom{n}{1}y_n = sy_1 \\
&\binom{1}{2}y_1 + \binom{2}{2}y_2 + \binom{3}{2}y_3 + \ldots \binom{n}{2}y_n = sy_2 \\
&\binom{1}{3}y_1 + \binom{2}{3}y_2 + \binom{3}{3}y_3 + \ldots \binom{n}{3}y_n = sy_3 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\binom{1}{n}y_1 + \binom{2}{n}y_2 + \binom{3}{n}y_3 + \ldots \binom{n}{n}y_n = sy_n
\end{aligned} \tag{2}$$

seinen Ausdruck. Es ist klar, dass auch hier die Gleichungen (1) und (2) keineswegs alle x und y vollkommen bestimmen, sondern blos deren Verhältnisse; führen wir daher mittelst der Relationen:

$$x_1 = C'u_1,\ x_2 = C'u_2,\ x_3 = C'u_3 \ldots\ldots x_n = C'u_n \tag{3}$$
$$y_1 = C''v_1,\ y_2 = C''v_2,\ y_3 = C''v_3 \ldots\ldots y_n = C''v_n \tag{4}$$

die neuen Grössen u und v ein, so ist es uns, da nach vollführter Substitution die constanten Factoren C', C'' aus den Gleichungen (1) und (2) hinwegfallen, gestattet, zur Entfernung aller Willkürlichkeit diese Grössen u und v zweien beliebigen Bedingungsgleichungen zu unterwerfen.

Es ist nun vortheilhaft, diese Bedingungsgleichungen so zu wählen, dass, falls man die Systeme (1) und (2) in symmetrische, also beziehlich ihrer Coëfficienten identische übergehen lässt, auch die u und v zusammenfallen. Als eine derselben wird recht passend folgende gelten können:

$$u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 + \ldots\ldots u_n v_n = 1 \tag{5}$$

da sie aber für $u = v$ sich in die für symmetrische Gleichungen festgesetzte:

$$u_1 u_1 + u_2 u_2 + u_3 u_3 + \ldots\ldots u_n u_n = 1 \tag{6}$$

verwandelt, so müssen wir als zweite offenbar eine solche wählen, die durch die Substitution $u = v$ identisch erfüllt wird. Unter der

gemachten Voraussetzung nämlich fallen die Systeme (1) und (2) in ein einziges zusammen und dieses reicht dann in Verbindung mit (6) vollkommen hin, alle u oder die ihnen gleichgeltenden v zu bestimmen, daher eine weitere Bedingungsgleichung für die u oder v unzulässig wäre. Eine solche durch die Annahme

$$u = v$$

identisch erfüllte Gleichung ist nun etwa folgende:

$$u_1 u_1 + u_2 u_2 + u_3 u_3 + \ldots u_n u_n = v_1 v_1 + v_2 v_2 + v_3 v_3 + \ldots v_n v_n \quad (7)$$

und wir wollen sie auch, obgleich es eben nicht nöthig wäre, um etwas Bestimmtes vor Augen zu haben, beibehalten.

Die Gleichungen (1) und (2) darin die x und y durch die entsprechenden u und v ersetzt in Verbindung mit denen (5) und (7) sind es also, mit deren Auflösung wir es zu thun haben.

Wir haben in beiden Systemen (1) und (2) den „unbestimmten Coëfficienten" mit einerlei Zeichen mit s angedeutet und dies darum, weil in der That beide Systeme dieselbe Eliminationsgleichung, also auch einerlei Wurzeln besitzen. Man konnte dies leicht nachweisen durch das allgemeine Bildungsgesetz der Determinante der Coëfficienten $\left(\frac{h}{k}\right)$, aus welcher die erwähnte Eliminationsgleichung bekanntlich dadurch hervorgeht, dass man in demselben alle Coëfficienten von der Form

$$\left(\frac{k}{k}\right)$$

denen wir auch hier den Namen der diagonalen geben, mit

$$\left(\frac{k}{k}\right) - s$$

vertauscht und das so veränderte Polynom der Nulle gleich setzt.

Dem Gange unserer Rechnung ist jedoch eine andere Beweisart natürlich — dagegen benützen wir das Bildungsgesetz der Determinante dazu, um zu zeigen, dass auch für nicht symmetrische Gleichungssysteme wie (1) und (2) noch die Summe der Wurzeln der Eliminationsgleichung der Summe der Diagonal-Coëfficienten gleich sei, während wir uns die Schöpfung dieses Beweises aus den Gleichungen (1) und (2) selbst noch vorbehalten.

Diese Determinante setzt sich nun zusammen aus einer Reihe von Producten, welche aus dem ersten derselben:

$$\left(\frac{1}{1}\right)\left(\frac{2}{2}\right)\left(\frac{3}{3}\right)\ldots\ldots\left(\frac{n}{n}\right) \qquad (8)$$

für das System (1) dadurch erzeugt werden, dass man in ihm alle möglichen Vertauschungen der in den Symbolen $\left(\frac{k}{k}\right)$ als Nenner auftretenden Stellenzeiger vornimmt, hingegen für das System (2) dadurch, dass man in gleicher Weise mit den als Zähler erscheinenden Stellenzeigern verfährt. Daraus erhellt aber, dass nur in dem ersten Gliede (8) der Determinante sämmtliche Coëfficienten von der Form:

$$\left(\frac{k}{k}\right)$$

n an der Zahl vorkommen, in jeder der übrigen aber deren höchstens $n-2$ an der Zahl erscheinen können, denn schon eine einfache auf nur zwei Stellenzeiger in (8) sich beziehende Permutation liefert in dem neuen Gliede bereits ein Factorenpaar wie:

$$\ldots\left(\frac{h}{k}\right)\ldots\left(\frac{k}{h}\right)\ldots\ldots$$

belässt also nur $n-2$ Symbole in ihrer früheren Form. Erinnert man sich jetzt der Art, wie aus der Determinante die Eliminationsgleichung n s hervorgeht, so ersieht man, dass lediglich das erste Glied der nach oben angegebener Weise veränderten Determinante, das ist:

$$\left[\left(\frac{1}{1}\right)-s\right]\left[\left(\frac{2}{2}\right)-s\right]\left[\left(\frac{3}{3}\right)-s\right]\ldots\ldots\left[\left(\frac{n}{n}\right)-s\right]$$

die n^{te} und $(n-1)^{\text{te}}$, alle übrigen aber höchstens die $(n-2)^{\text{te}}$ Potenz von s enthalten können. Demnach kommen die zwei höchsten Terme der Eliminationsgleichung nur aus (9) und da sie offenbar folgende sind:

$$s^n - s^{n-1} + \left[\left(\frac{1}{1}\right)+\left(\frac{2}{2}\right)+\left(\frac{3}{3}\right)+\ldots\ldots\left(\frac{n}{n}\right)\right]+\ldots$$

so ist auch bewiesen, die Summe der Wurzeln der Eliminationsgleichung sei der Summe der Diagonal-Coëfficienten gleich.

Das Gesagte gilt nun für beide Systeme (1) und (2), nennen wir daher die Summen der ersten, zweiten, dritten etc. Potenzen der Wurzeln in Bezug auf das erste System

$$S'_1,\ S'_2,\ S'_3,\ \ldots\ldots\ S'_n \qquad (9)$$

in Bezug auf das zweite aber

$$S''_1, S''_2, S''_3, \ldots S''_n$$

so wird man zuvörderst haben:

$$S'_1 = S''_2 = \left(\frac{1}{1}\right) + \left(\frac{2}{2}\right) + \left(\frac{3}{3}\right) + \ldots \left(\frac{n}{n}\right) \quad (10)$$

Dass auch für die Summen höherer Potenzen der Wurzeln ähnliche Gleichungen gelten wie (10), hat darin seinen Grund, dass sich die in den Systemen (1) und (2) herrschende Reciprocität unter den Coëfficienten auch in alle Systeme von höherer Ordnungszahl als der ersten fortpflanzt. Da aber dies nicht unmittelbar wahrgenommen werden kann, so müssen wie diese letzteren, zumal sie auch sonst noch nöthig werden, entwickeln.

Es geschieht dies genau so wie bei den symmetrischen Gleichungen im ersten Abschnitte. Man gewinnt nämlich, falls man von einem der Systeme (1) oder (2) zu dem entsprechenden zweiter Ordnung vorschreiten will, irgend eine Gleichung, etwa die k^{te} dieses letzteren, wenn man die Gleichungen des ursprünglichen Systems der Reihe nach multiplicirt mit den Coëfficienten der k^{ten} Horizontalcolumne eben dieses Systemes erster Ordnung und sie darauf alle addirt. Die Gleichungen zweiter Ordnung sind dann der Zahl nach vollständig, wenn sämmtliche Horizontalreihen auf diese Weise verbraucht worden. So wie aus dem System erster Ordnung das zweiter Ordnung entsteht, so entsteht auch aus diesem das der dritten etc., und allgemein aus dem der r^{ten} das der $(r+1)^{ten}$. Bezeichnet man daher die Coëfficienten der aus (1) abgeleiteten Systeme höherer Ordnung mit:

$$\left(\frac{h}{k}\right)'_r$$

hingegen mit

$$\left(\frac{h}{k}\right)''_r$$

die, welche den aus (2) hervorgegangenen angehören, so wird die Bildung des Coëfficienten von u_k in der h^{ten} Gleichung des $(r+1)^{ten}$ Systems der einen Gattung geschehen durch Multiplication der Terme:

$$\left(\frac{1}{k}\right)'_r \cdot \left(\frac{2}{k}\right)'_r \cdot \left(\frac{3}{k}\right)'_r \cdot \ldots \left(\frac{n}{k}\right)'_r$$

mit der correspondirenden der Reihe:

$$\left(\frac{h}{1}\right) \cdot \left(\frac{h}{2}\right) \cdot \left(\frac{h}{3}\right) \cdot \ldots \left(\frac{h}{n}\right)$$

und darauf folgende Addition aller einzelnen Producte, hingegen die des Coëfficienten von u_h in der k^{ten} Gleichung des $(r+1)^{ten}$ Systemes der anderen Gattung durch eine ähnliche Behandlung der Terme:

$$\left(\frac{h}{1}\right)_r'', \left(\frac{h}{2}\right)_r'', \left(\frac{h}{3}\right)_r'', \ldots \ldots \left(\frac{h}{n}\right)_r''$$

mit denen der Reihe:

$$\left(\frac{1}{k}\right), \left(\frac{2}{k}\right), \left(\frac{3}{k}\right), \ldots \ldots \left(\frac{n}{k}\right)$$

die Bildungsgesetze der einen und der anderen Art Coëfficienten werden daher sein:

$$\left(\frac{h}{k}\right)_{r+1}' = \left(\frac{1}{k}\right)_r' \left(\frac{h}{1}\right) + \left(\frac{2}{k}\right)_r' \left(\frac{h}{2}\right) + \left(\frac{3}{k}\right)_r' \left(\frac{h}{3}\right) + \ldots \ldots \left(\frac{n}{k}\right)_r' \left(\frac{h}{n}\right) \tag{11}$$

$$\left(\frac{h}{k}\right)_{r+1}'' = \left(\frac{h}{1}\right)_r'' \left(\frac{1}{k}\right) + \left(\frac{h}{2}\right)_r'' \left(\frac{2}{k}\right) + \left(\frac{h}{3}\right)_r'' \left(\frac{3}{k}\right) + \ldots \ldots \left(\frac{h}{n}\right)_r'' \left(\frac{n}{k}\right) \tag{12}$$

Die Reciprocität der beiden Coëfficientensorten oder was dasselbe ist die Gleichung

$$\left(\frac{h}{k}\right)_{r+1}' = \left(\frac{h}{k}\right)_{r+1}''$$

lässt sich nun für einen bestimmten Werth von r nachweisen, unter der Voraussetzung, sie finde Statt für die nächst niederen Ordnungszahlen r und $r-1$. Geben wir nämlich den Gleichungen (11) und (12) folgende Gestalt:

$$\left(\frac{h}{k}\right)_{r+1}' = \sum_{\alpha} \left\{ \left(\frac{\alpha}{k}\right)_r' \left(\frac{h}{\alpha}\right) \right\}_1^r \tag{13}$$

$$\left(\frac{h}{k}\right)_{r+1}'' = \sum_{\beta} \left\{ \left(\frac{h}{\beta}\right)_r'' \left(\frac{\beta}{k}\right) \right\}_1^n \tag{14}$$

so können wir dann, da denselben Bildungsgesetzen zu Folge auch

$$\left(\frac{\alpha}{k}\right)_r'' = \sum_{\beta} \left\{ \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_{r-1}'' \left(\frac{\beta}{k}\right) \right\}_1^n \tag{15}$$

und

$$\left(\frac{h}{\beta}\right)_r' = \sum_{\alpha} \left\{ \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_{r-1}' \left(\frac{h}{\alpha}\right) \right\}_1^n \tag{16}$$

ist, die Symbole

$$\left(\frac{\alpha}{k}\right)_r' ; \left(\frac{h}{\beta}\right)_r''$$

in (13) und (14) mit den ihnen ja gleichgeltenden aus (15) und (16) genommenen:

$$\left(\frac{\alpha}{k}\right)_r'' ; \left(\frac{h}{\beta}\right)_r'$$

vertauschen und gelangen somit zu den neuen Formen:

$$\left(\frac{h}{k}\right)_{r+1}' = \sum_\alpha \sum_\beta \left\{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_{r-1}'' \left(\frac{h}{\alpha}\right) \left(\frac{\beta}{k}\right)\right\}_1^n \tag{17}$$

$$\left(\frac{h}{k}\right)_{r+1}'' = \sum_\alpha \sum_\beta \left\{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_{r-1}' \left(\frac{h}{\alpha}\right) \left(\frac{\beta}{k}\right)\right\}_1^n \tag{18}$$

welche wegen der ebenfalls vorausgesetzten Gleichheit:

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_{r-1}' = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_{r-1}''$$

auch die von

$$\left(\frac{h}{k}\right)_{r+1}' = \left(\frac{h}{k}\right)_{r+1}'' \tag{19}$$

beweisen. Da aber die Gleichung (19) besteht für $r=0$ und wie ein Blick auf (11) und (12) lehrt auch für $r=1$, so besteht sie dem eben Bewiesenen zu Folge auch für $r=2$, ferner eben darum für $r=3$ u. s. w., kurz für alle möglichen Ordnungszahlen r. Nennen wir also die in (19) identisch befundenen Symbole:

$$\left(\frac{h}{k}\right)_{r+1}$$

so bekommen wir für die aus (1) abgeleiteten Systeme höherer Ordnung:

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{1}{1}\right)_r u_1 + \left(\frac{1}{2}\right)_r u_2 + \left(\frac{1}{3}\right)_r u_3 + \cdots \left(\frac{1}{n}\right)_r u_n = s^r u_1 \\
&\left(\frac{2}{1}\right)_r u_1 + \left(\frac{2}{2}\right)_r u_2 + \left(\frac{2}{3}\right)_r u_3 + \cdots \left(\frac{2}{n}\right)_r u_n = s^r u_2 \\
&\left(\frac{3}{1}\right)_r u_1 + \left(\frac{3}{2}\right)_r u_2 + \left(\frac{3}{3}\right)_r u_3 + \cdots \left(\frac{3}{n}\right)_r u_n = s^r u_3 \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&\left(\frac{n}{1}\right)_r u_1 + \left(\frac{n}{2}\right)_r u_2 + \left(\frac{n}{3}\right)_r u_3 + \cdots \left(\frac{n}{n}\right)_r u_n = s^r u_n
\end{aligned} \tag{20}$$

und für die aus (2) abgeleiteten:

$$\begin{aligned}
&\left(\tfrac{1}{1}\right)_r r_1 + \left(\tfrac{2}{1}\right)_r r_2 + \left(\tfrac{3}{1}\right)_r r_3 + \cdots \left(\tfrac{n}{1}\right)_r r_n = s^r v_1 \\
&\left(\tfrac{1}{2}\right)_r r_1 + \left(\tfrac{2}{2}\right)_r r_2 + \left(\tfrac{3}{2}\right)_r r_3 + \cdots \left(\tfrac{n}{2}\right)_r r_n = s^r r_2 \\
&\left(\tfrac{1}{3}\right)_r r_1 + \left(\tfrac{2}{3}\right)_r r_2 + \left(\tfrac{3}{3}\right)_r r_3 + \cdots \left(\tfrac{n}{3}\right)_r r_n = s^r r_3 \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&\left(\tfrac{1}{n}\right)_r r_1 + \left(\tfrac{2}{n}\right)_r r_2 + \left(\tfrac{3}{n}\right)_r r_3 + \cdots \left(\tfrac{n}{n}\right)_r r_n = s^r r_n
\end{aligned} \tag{21}$$

als allgemeines Schema, während die in ihnen enthaltenen Coëfficienten durch das gemeinschaftliche Bildungsgesetz:

$$\begin{aligned}
\left(\tfrac{h}{h}\right)_{r+1} &= \left(\tfrac{1}{k}\right)_r \left(\tfrac{h}{1}\right) + \left(\tfrac{2}{k}\right)_r \left(\tfrac{h}{2}\right) + \left(\tfrac{3}{k}\right)_r \left(\tfrac{h}{3}\right) + \cdots \\
&\quad \cdots \left(\tfrac{n}{k}\right)_r \left(\tfrac{h}{n}\right) \\
&= \left(\tfrac{h}{1}\right)_r \left(\tfrac{1}{k}\right) + \left(\tfrac{h}{2}\right)_r \left(\tfrac{2}{k}\right) + \left(\tfrac{h}{3}\right)_r \left(\tfrac{3}{k}\right) + \cdots \\
&\quad \cdots \left(\tfrac{h}{n}\right)_r \left(\tfrac{n}{k}\right)
\end{aligned} \tag{22}$$

definirt sind.

Kehren wir jetzt zurück zu den Grössen S', S'' und der Eliminationsgleichung. Da die Systeme (20) und (21) bezüglich identisch sind mit den ursprünglichen erster Ordnung (1) und (2), denn sie wurden ja blos durch Combination der letzteren unter einander erzeugt, so muss auch ihre Auflösung dieselben Werthe für s zulassen wie die Auflösung dieser; woraus folgt, dass die Grössen

$$S'_r \ , \ S''_r$$

aus den Diagonal-Coëfficienten in (20) und (21) genau so entstehen wie die:

$$S'_1 \ S''_1$$

aus den analogen Coëfficienten in (1) und (2). Es besitzen aber die Systeme (20) und (21) gemeinschaftliche Diagonal-Coëfficienten, wie man sieht, die Grössen S'_r, S''_r bekommen daher ebenfalls einen gemeinschaftlichen Werth und zwar den:

$$S_r = \left(\tfrac{1}{1}\right)_r + \left(\tfrac{2}{2}\right)_r + \left(\tfrac{3}{3}\right)_r + \cdots \left(\tfrac{n}{n}\right)_r \tag{23}$$

woraus wiederum folgt, dass die beiden in Rede stehenden Gleichungssysteme einerlei Eliminationsgleichung

$$F(s) = 0 \tag{24}$$

haben, deren Coëfficienten, nachdem sie in entwickelter Form aufgeschrieben worden:

$$s^n + A_1 s^{n-1} + A_2 s^{n-2} + \ldots A_{n-1} s + A_n = o \tag{25}$$

sich durch die Grössen S mittelst der bekannten Relationen:

$$S_1 + A_1 = o\,,\quad S_2 + S_1 A_1 + 2 A_2 = o\,,\quad \ldots\quad S_n + S_{n-1} A_1 + \\ + S_1 A_{n-1} + n A_n = o \tag{26}$$

bestimmen.

Die Kenntniss des Umstandes, die Systeme (1) und (2) liessen dieselben Wurzeln s als Auflösungen zu, erleichtert uns die Auffindung einfacherer Beziehungen, in welche die u und v unter einander treten. Zu diesem Ende bezeichnen wir die einzelnen Wurzeln der Eliminationsgleichung (25) mit

$$s_1,\ s_2,\ s_3,\ \ldots\ s_n$$

ferner die einer derselben etwa s_k entsprechende Reihe der u mit

$$u_1^{\,k},\ u_2^{\,k},\ u_3^{\,k},\ \ldots\ u_n^{\,k}$$

und die der v mit

$$v_1^{\,k},\ v_2^{\,k},\ v_3^{\,k}\ \ldots\ v_n^{\,k}$$

und behandeln die Systeme (20), (21), nachdem wir in ihnen der Einfachheit wegen die Ordnungszahl $r=1$ genommen, das erstere aber auf die Wurzel s_k, das letztere auf die s_h bezogen haben, genau so, wie wir es im ersten Abschnitte thaten, um die Realität der Wurzeln zu beweisen. Wir multipliciren nämlich die geänderten Gleichungen (20) der Reihe nach mit

$$v_1^{\,h},\ v_2^{\,h},\ v_3^{\,h}\ \ldots\ v_n^{\,h}$$

worauf wir sie alle addiren, jede Verticalcolumne zu einem Gliede vereinigend. In dem Resultate:

$$u_1^{\,k}\left[\left(\frac{1}{1}\right) v_1^{\,h} + \left(\frac{2}{1}\right) v_2^{\,h} + \ldots \left(\frac{n}{1}\right) v_n^{\,h}\right] + \\ + u_2^{\,k}\left[\left(\frac{1}{2}\right) v_1^{\,h} + \left(\frac{2}{2}\right) v_2^{\,h} + \ldots \left(\frac{n}{2}\right) v_2^{\,n}\right] + \\ + u_n^{\,h}\left[\left(\frac{1}{n}\right) v_1^{\,h} + \left(\frac{2}{n}\right) v_2^{\,h} + \ldots \left(\frac{n}{n}\right) v_2^{\,h}\right] = \\ = s_k\,(u_1^{\,k} v_1^{\,h} + u_2^{\,k} v_2^{\,h} + u_3^{\,k} v_3^{\,h} + \ldots u_n^{\,h} v_n^{\,h}) \tag{27}$$

erkennen wir aber durch ein Zusammenhalten mit den in beschriebener Weise geänderten Gleichungen (21), dass die hier als Factoren der u erscheinenden Polynome der v der Reihe nach ersetzt werden können durch:

$$s_h\, r_1^{\,h},\ s_h\, r_2^{\,h},\ s_h\, r_3^{\,h},\ \ldots\ s_h\, r_n^{\,h}$$

Wir führen also diese Substitutionen aus, bringen dann die (27) auf Null und bekommen somit:

$$(s_h - s_k)\,(u_1^{\,k}\, r_1^{\,h} + u_2^{\,k}\, r_2^{\,h} + u_3^{\,k}\, r_3^{\,h} + \ldots u_n^{\,k}\, v_n^{\,h}) = 0 \quad (28)$$

Zur Erfüllung der (28) ist es aber nothwendig, dass einer der Factoren des auf der linken Seite vom Zeichen stehenden Productes verschwinde. Der Factor

$$s_h - s_k$$

ist aber wegen der Ungleichheit der Stellenzeiger im Allgemeinen von der Nulle verschieden, das Polynom der u und v muss daher der Nulle gleich sein, das heisst, es muss

$$u_1^{\,k}\, r_1^{\,h} + u_2^{\,k}\, r_2^{\,h} + u_3^{\,k}\, r_3^{\,h} + \ldots u_n^{\,k}\, r_n^{\,h} = 0 \quad (29)$$

sein; jedoch mit Ausnahme des Falles, wo $h = k$ wird, denn dann ist die Gleichung (28) wegen

$$s_k - s_k = 0$$

ohnedies identisch erfüllt, es wird vielmehr alsdann in Gemässheit der Gleichung (5), die wir fernerhin für alle den einzelnen Wurzeln entsprechenden Reihen der u und v statuirt wissen wollen,

$$u_1^{\,k}\, r_1^{\,k} + u_2^{\,k}\, r_2^{\,k} + u_3^{\,k}\, r_3^{\,k} + \ldots u_n^{\,k}\, r_n^{\,k} = 1 \quad (30)$$

Das Gesagte gilt streng genommen nur, wenn die Eliminationsgleichung lauter verschiedene Wurzeln bietet; fände nämlich dies nicht Statt, würden also eine oder mehrere der Differenzen

$$s_h - s_k$$

trotz der Verschiedenheit der Stellenzeiger der Nulle gleich, so könnte man aus der Gleichung (28) nicht mehr auf die entsprechende (29) schliessen. Ähnliches wie im ersten Abschnitte bei den symmetrischen Gleichungen könnten wir auch hier bezüglich des Vorkommens gleicher Wurzeln s bemerken, wir begnügen uns jedoch zur

Vermeidung von Weitläufigkeiten die dortige Annahme, die Eliminationsgleichung besässe in der That lauter verschiedene Wurzeln, auch auf die hier behandelten Gleichungen auszudehnen und rücksichtlich der durch das Auftreten gleicher Wurzeln etwa erforderlichen Modificationen der Rechnung auf den Schluss dieses Abschnittes zu verweisen.

Es gelten uns also die Relationen:

$$u_1^{k} v_1^{k} + u_2^{k} v_2^{k} + u_3^{k} v_3^{k} + \ldots u_n^{k} v_n^{k} = 1 \qquad (31)$$

$$u_1^{h} v_1^{k} + u_2^{h} v_2^{k} + u_3^{h} v_3^{k} + \ldots u_n^{h} v_n^{k} = 0 \qquad (32)$$

gewiss für alle von einander verschiedenen Stellenzeiger h und k. Wir leiten zunächst aus ihnen einige neue ab und zwar auf folgende Weise:

Wir multipliciren die aus (31) und (32) durch Vertauschung von k mit r und h der Reihe nach mit 1, 2, 3 ... n hervorgehenden Gleichungen:

$$\begin{aligned}
&u_1^{r} v_1^{1} + u_2^{r} v_2^{1} + u_3^{r} v_3^{1} + \ldots u_n^{r} v_n^{1} = 0\\
&u_1^{r} v_2^{2} + u_2^{r} v_2^{2} + u_3^{r} v_3^{2} + \ldots u_n^{r} v_n^{2} = 0\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&u_1^{r} v_1^{r} + u_2^{r} v_2^{r} + u_3^{r} v_3^{r} + \ldots u_n^{r} v_n^{r} = 1 \qquad (33)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&u_1^{r} v_1^{n} + u_2^{r} v_2^{n} + u_3^{r} v_3^{n} + \ldots u_n^{r} v_n^{n} = 0
\end{aligned}$$

in der Ordnung, in welcher sie aufgeführt worden, mit

$$u_k^{1}, u_k^{2}, u_k^{3} \ldots u_k^{n}$$

und addiren sie nachher. Das Resultat wird, wenn wir die neuen Symbole

$$[u_k v_h] = u_k^{1} v_h^{1} + u_k^{2} v_h^{2} + u_k^{3} v_h^{3} + \ldots u_k^{n} v_h^{n} \qquad (34)$$

in Gebrauch ziehen, folgendes sein:

$$u_1^{r} [u_k v_1] + u_2^{r} [u_k v_2] + u_3^{r} [u_k v_3] + \ldots u_n^{r} [u_k v_n] = u_k^{r} \qquad (35)$$

In diesem letzteren ertheilen wir jetzt dem r nach und nach alle Werthe von 1 bis n und unterwerfen die so neu entstehenden Gleichungen:

$$\begin{aligned}
&u_1^{1} [u_k v_1] + u_2^{1} [u_k v_2] + \ldots u_n^{1} [u_k v_n] = u_k^{1}\\
&u_1^{2} [u_k v_1] + u_2^{2} [u_k v_2] + \ldots u_n^{2} [u_k v_n] = u_k^{2}\\
&u_1^{3} [u_k v_1] + u_2^{3} [u_k v_2] + \ldots u_n^{3} [u_k v_n] = u_k^{3} \qquad (36)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&u_1^{n} [u_k v_1] + u_2^{n} [u_k v_2] + \ldots u_n^{n} [u_k v_n] = u_k^{n}
\end{aligned}$$

wieder einer Multiplication aber mit der Factorenfolge:

$$r_h^1 . r_h^2 . r_h^3 \quad . \quad . \quad . \quad r_h^n$$

und nachheriger Addition, was uns in Verbindung mit (34) zu

$$\begin{aligned}[u_1 r_h][u_k r_1] + [u_2 r_h][u_k r_2] + [u_3 r_h][u_k r_3] + \cdots \\ + [u_n r_h][u_k r^n] = [u_k r_h]\end{aligned} \tag{37}$$

gelangen lässt. Solcher Gleichungen wie (37) können wir uns aber dadurch, dass wir sowohl h als k die Reihe der natürlichen Zahlen durchlaufen lassen, offenbar n^2 an der Zahl verschaffen. Daraus nun und aus dem Umstande, dass diese Gleichungen die Symbole $[u_k\ v_h]$ in verschiedenen Dimensionen enthalten, folgt, dass sie die Werthe der letzteren, deren es ebenfalls nur n^2 an der Zahl gibt, vollkommen zu bestimmen fähig sind. Es wäre nun gewiss nicht leicht, diese n^2 Gleichungen allgemein aufzulösen und wenn schon dies bereits geschehen wäre von den vielen Auflösungen, welche sie für jede ihrer Unbekannten $[u_k\ r_h]$ bieten würden, gerade die hierorts passende auszuwählen — denn eine kann es nur sein, weil ja für uns die Symbole $[u_k\ r_h]$ nach (34) zusammengesetzt sind aus den durch die vorhergehenden Gleichungen definirten Grössen u und v; man gelangt aber fast ohne alle Rechnung zum Ziele durch folgende einfache Überlegung:

Denken wir uns, die Gleichungen (37) seien bereits aufgelöst und die Auflösungen unter die Form

$$[u_k r_h] = \varpi_k^h \tag{38}$$

gebracht, so ist klar, dass die Grössen ϖ sämmtlich reine Zahlen sein müssen, denn die Gleichungen (37) enthalten ausser den gesuchten Symbolen gar keine anderweitigen Grössen, dass sie also insbesondere von den Coëfficienten $\binom{h}{k}$ der beiden Systeme (1) und (2) in keiner Weise abhängen. Ohne also die Grössen ϖ zu berühren, können wir die erwähnten Coëfficienten beliebig wählen, thun wir aber dies, so dass die Systeme (1) und (2) symmetrisch werden, so fallen uns den am Eingange statuirten Gleichungen (5) und (7) zu Folge die Werthe der u und r zusammen, die Symbole $[u_k\ r_h]$ gehen über in:

$$[u_h r_h] = [u_h u_h] = u_h^1 u_h^1 + u_h^2 u_h^2 + \quad . \quad . \quad . \quad u_h^n r_h^n$$

und erhalten somit gemäss den Gleichungen (18) und (19) des ersten Abschnittes den Werth Nulle, wenn h und k von einander ver-

schieden, hingegen den Werth 1, wenn dies nicht der Fall ist. Combinirt man jetzt das Gesagte mit (38), so geht aus demselben hervor, dass wenn die $\mathfrak{w}$ die hierorts passenden Auflösungen der Gleichungen (37) vorstellen sollen, von ihnen alle mit verschiedenen Stellenzeigern behafteten verschwinden, alle mit gleichen oberen und unteren Stellenzeigern behafteten hingegen der positiven Einheit gleich sein müssen. Die gesuchten Auflösungen der Gleichungen (37) werden daher folgende sein:

$$\begin{aligned}[u_k r_k] &= u_k^{\,1} r_k^{\,1} + u_k^{\,2} r_k^{\,2} + u_k^{\,3} r_k^{\,3} + \ldots u_k^{\,n} r_k^{\,n} = 1 \\ [u_k r_h] &= u_k^{\,1} r_h^{\,1} + u_k^{\,2} r_h^{\,2} + u_k^{\,3} r_h^{\,3} + \ldots u_k^{\,n} r_k^{\,n} = 0\end{aligned} \tag{39}$$

erstere gültig für jeden, letztere für jedes Paar ungleicher Stellenzeiger. Sie ermöglichen es uns die sämmtlichen Coëfficienten

$$\left(\frac{h}{k}\right)_r$$

auszudrücken durch die u, r, und die Wurzeln der Eliminationsgleichung (25). Zu diesem Zwecke wählen wir aus den Systemen (20) (21) eine Gleichung, welche den genannten Coëfficienten enthält, etwa die h^{te} in (20), beziehen sie nach und nach auf alle Wurzeln s und nehmen mit den so bekommenen Gleichungen:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{h}{1}\right)_r u_1^{\,1} + \left(\frac{h}{2}\right)_r u_2^{\,1} + \left(\frac{h}{3}\right)_r u_3^{\,1} + \ldots \left(\frac{h}{n}\right)_r u_n^{\,1} &= s^r u_h^{\,1} \\
\left(\frac{h}{1}\right)_r u_1^{\,2} + \left(\frac{h}{2}\right)_r u_2^{\,2} + \left(\frac{h}{3}\right)_r u_3^{\,2} + \ldots \left(\frac{h}{n}\right)_r u_n^{\,2} &= s^r u_h^{\,2} \\
\left(\frac{h}{1}\right)_r u_1^{\,3} + \left(\frac{h}{2}\right)_r u_2^{\,3} + \left(\frac{h}{3}\right)_r u_3^{\,3} + \ldots \left(\frac{h}{n}\right)_r u_n^{\,3} &= s^r u_h^{\,3} \\
\ldots\ldots\ldots

tragen aber gemäss den Relationen (39) alle Coëfficienten einen der Nulle gleichen Factor bei sich, mit alleiniger Ausnahme von $\left(\frac{h}{k}\right)_r$ welcher mit der positiven Einheit multiplicirt erscheint. Dieser selbst findet sich daher schon, wie verlangt, mittelst der Gleichung:

$$\left(\frac{h}{k}\right)_r = s_1{}^r u_h{}^1 v_k{}^1 + s_2{}^r u_h{}^2 v_k{}^2 + s_3{}^r u_h{}^3 v_k{}^3 + \ldots s_n{}^r u_h{}^n v_k{}^n \quad (42)$$

dargestellt, als Function der u, v und der Wurzeln der Eliminationsgleichung. Zur Gewinnung der Relationen (31), (32), (39) und der Gleichung (42) aus ihnen war uns allein die Kenntniss nothwendig, die Systeme (1) und (2) besässen einerlei Wurzeln s, keineswegs aber die der Eliminationsgleichung selbst; hatte man sich also davon auf irgend einem anderen Wege als dem oben angegebenen überzeugt, so konnte man jetzt Behufs der Darstellung dieser von der Gleichung (42) ausgehen. Denn setzt man in der letzteren $h=k$ und nimmt alsdann mit ihr eine Summation nach dem Stellenzeiger k von 1 bis n vor, so erhält man, da in der Summe jede Wurzel s sich mit einem Polynome wie:

$$u_1{}^\alpha v_1{}^\alpha + u_2{}^\alpha v_2{}^\alpha + v_3{}^\alpha u_3{}^\alpha + \ldots u_n{}^\alpha v_n{}^\alpha$$

die gemäss den Relationen (31) sämmtlich der Einheit gleich sind, multiplicirt findet:

$$s_1{}^r + s_2{}^r + s_3{}^r + \ldots s_n{}^r = \left(\frac{1}{1}\right)_r + \left(\frac{2}{2}\right)_r + \left(\frac{3}{3}\right)_r + \ldots \left(\frac{n}{n}\right)_r \quad (43)$$

eine Gleichung, die von Neuem zeigt, in jedem Systeme beliebiger Ordnungszahl sei die Summe der entsprechenden Wurzeln der Summe der Diagonal-Coëfficienten gleich und die identisch mit der (23) unmittelbar zur Bildung der Eliminationsgleichung führt.

Das hierzu dienliche Verfahren ist nun, wie aus den oben entwickelten Formeln zu ersehen, genau der Form nach übereinstimmend mit dem, welches wir im ersten Abschnitte zu einem ähnlichen Zwecke in Bezug auf symmetrische Gleichungen angegeben haben, man berechnet nämlich aus den Coëfficienten der Systeme (1) und (2) die aller höheren Ordnungen bis einschliesslich der n^{ten} nach ihrem Bildungsgesetze:

$$\begin{aligned}\left(\frac{h}{k}\right)_{r+1} &= \left(\frac{1}{k}\right)_r\left(\frac{h}{1}\right) + \left(\frac{2}{k}\right)_r\left(\frac{h}{2}\right) + \left(\frac{3}{k}\right)_r\left(\frac{h}{3}\right) + \ldots \left(\frac{n}{k}\right)_r\left(\frac{h}{n}\right) \\ &= \left(\frac{h}{1}\right)_r\left(\frac{1}{k}\right) + \left(\frac{h}{2}\right)_r\left(\frac{2}{k}\right) + \left(\frac{h}{3}\right)_r\left(\frac{3}{k}\right) + \ldots \left(\frac{h}{n}\right)_r\left(\frac{n}{k}\right)\end{aligned} \quad (44)$$

dann addirt man sämmtliche Diagonal-Coëfficienten je einer Ordnung, um die Potenzsummen der Wurzeln

$$S_r = \left(\frac{1}{1}\right)_r + \left(\frac{2}{2}\right)_r + \left(\frac{3}{3}\right)_r + \cdots \left(\frac{n}{n}\right)$$

zu ermitteln, aus welchen Elementen man schliesslich mit Hülfe der Relationen (26) die Coëfficienten A der Eliminationsgleichung

$$s^n + A_1\, s^{n-1} + A_2\, s^{n-2} + A_3\, s^{n-3} + \ldots A_n = 0 \qquad (45)$$

berechnet.

Gehen wir nun über zur Untersuchung des Vorkommens reeller oder imaginärer Wurzeln der Eliminationsgleichung und deren Verhalten hinsichtlich ihres Vorzeichens und numerischen Werthes. Im ersten Abschnitte konnten wir uns zu ähnlichem Zwecke der Gleichung (a, 40) mit einigem Erfolge bedienen, hier können wir dies mit der ihr analogen (42) darin $h = k$ gesetzt nicht, weil in der letzteren weder alle Wurzeln s reell sein noch sämmtliche Producte $u_k^{\alpha}\, v_k^{\alpha}$ einerlei Zeichen, das positive, nothwendig tragen müssen, wie dies bei den symmetrischen Gleichungen mit den dort auftretenden Wurzeln und Producten $u_k^{\alpha}\, u_k^{\alpha}$ der Fall war; es steht uns zur Ermittelung allgemeiner Bestimmungen hinsichtlich der Wurzeln nebst dem Bildungsgesetze der Coëfficienten allein die Betrachtung der Grössen:

$$S_r = s_1^{\,r} + s_2^{\,r} + s_3^{\,r} + \ldots s_n^{\,r} \qquad (46)$$

zu Gebote. Scheiden wir die Wurzeln in zwei Partien, reelle und imaginäre, nennen die ersteren

$$\sigma_1,\ \sigma_2,\ \sigma_3 \ldots$$

die letzteren aber, welche stets nur als conjungirte vorkommen können, da in der Eliminationsgleichung (45) sämmtliche Coëfficienten A reell sind,

$$\rho_1 e^{\varphi_1 i},\ \rho_1 e^{-\varphi_1 i},\ \rho_2 e^{\varphi_2 i},\ \rho_2 e^{-\varphi_2 i},\ \ldots$$

wobei wir, was immer erlaubt ist, die Modulle ρ der imaginären Wurzeln als positive Grössen betrachten, so nimmt die Gleichung (46) folgende Gestalt an:

$$S_r = \rho_1 \cos(r\varphi_1) + \rho_1 \cos(r\varphi_1) + \rho_2 \cos(r\varphi_2) + \rho_2 \cos(r\varphi_2) + \ldots + \sigma_1^{\,r} + \sigma_2^{\,r} + \sigma_n^{\,r} + \ldots \qquad (47)$$

Die Bögen φ_1, φ_2, φ_3 ... können nun zwar ganze gebrochene, rationale oder irrationale Zahlen sein, es wird uns aber in allen

diesen Fällen mit einem beliebig hohen Grade der Näherung gestattet sein, denselben folgende Formen zu ertheilen:

$$\varphi_1 = \frac{a_1\pi}{m},\ \varphi_2 = \frac{a_2\pi}{m},\ \varphi_3 = \frac{a_3\pi}{m},\ \ldots\ .$$

unter den m, a_1, a_2, a_3 . . . ganze Zahlen verstanden, wenn wir nur diesen letzteren bezüglich ihrer Grösse keine Beschränkung auferlegen. Geben wir also nach den angezeigten Substitutionen in (47) dem r einmal den Werth

$$2\,pm$$

ein andermal den

$$(2\,p+1)\,m$$

unter p ebenfalls eine ganze Zahl verstanden, so bekommen wir, da alle Cosinuse von der Form:

$$Cos\,(2\,pa\pi)$$

der positiven, hingegen alle von der Form:

$$Cos\,[(2\,p+1)\,a\pi]$$

der negativen Einheit gleich sind, das erste Mal:

$$S_{2pm} = (\rho_1^{2pm} + \rho_1^{2pm} + \rho_2^{2pm} + \rho_2^{2pm} + \ldots) + (\sigma_1^{2pm} + \sigma_2^{2pm} + \sigma_1^{2pm} \ldots) \quad (48)$$

das zweite Mal aber:

$$\begin{aligned} S_{(2p+1)m} = &- (\rho_1^{(2p+1)m} + \rho_1^{(2p+1)m} + \rho_2^{(2p+1)m} + \rho_3^{(2p+1)m} + \ldots) \\ &+ (\sigma_1^{(2p+1)m} + \sigma_2^{(2p+1)m} + \sigma_3^{(2p+1)m} + \ldots) \end{aligned} \quad (49)$$

Eine Grenze der reellen und der Module der imaginären Wurzeln geht nun aus (48) hervor. Diese Gleichung enthält nämlich auf ihrer rechten Seite lauter positive Grössen, es kann daher keine derselben grösser sein als der linke Theil eben dieser Gleichung, demnach ist

$$\sqrt[2pm]{S_{2pm}}$$

und zwar für ein beliebiges p eine solche Grenze. Aus dem Bildungsgesetze der Coëfficienten höherer Systeme (44) erhellt aber, dass wenn man mit q_r den numerisch grössten der Coëfficienten im Systeme r^{ter} Ordnung ferner mit Q' die grösste der durch passende Wahl des Stellenzeigers k und des Vorzeichens eines jeden Gliedes zu erreichenden Summen:

$$\pm\left(\frac{k}{1}\right) \pm \left(\frac{k}{2}\right) \pm \left(\frac{k}{3}\right) \pm \ldots \pm \left(\frac{k}{n}\right)$$

endlich mit Q'' ebenso die grösste der Summen:

$$\pm \left(\frac{1}{k}\right) \pm \left(\frac{2}{k}\right) \pm \left(\frac{3}{k}\right) \pm \cdots \pm \left(\frac{n}{k}\right)$$

bezeichnet einerseits

$$q_{r+1} > q_r Q' \tag{50}$$

anderseits auch

$$q_{r+1} < q_r Q'' \tag{50}$$

sei. Verbindet man jetzt, nachdem man in den Relationen (50) das r auf die verschiedensten Weisen gewählt hat, alle gefundenen Ungleichheiten unter einander, so ergibt sich

$$q_r < q_1 Q'^{r-1} \tag{51}$$

und

$$q_r < q_1 Q''^{r-1} \tag{51}$$

Da aber q_r der numerisch grösste Coëfficient im r^{ten} Systeme ist, so hat man auch offenbar in Bezug auf numerische Werthe

$$S_r = \left(\frac{1}{1}\right)_r + \left(\frac{2}{2}\right)_r + \cdots \left(\frac{n}{n}\right)_r = < nq_r$$

also auch wegen (51)

$$S_r < nq_1 Q'^{r-1}$$

und

$$S_r < nq_1 Q''^{r-1}$$

die gesuchte Grenze ist daher gewiss kleiner, als jede der beiden Grössen:

$$Q' \sqrt[2pm]{\frac{nq_1}{Q'}}; \quad Q'' \sqrt[2pm]{\frac{nq_1}{Q''}}$$

diese selbst nähern sich aber, da weder q_1 noch die Q' und Q'' das p enthalten, und die letzteren kleiner sind als nq_1, oder diesem höchstens gleich, beim Wachsthume der willkürlichen Zahl p immer mehr den Grössen:

$$Q', Q''$$

nennen wir daher die kleineren derselben Q so ist dieser Werth:

$$Q \tag{52}$$

eine Grenze, welche weder die reellen Wurzeln noch die Module der imaginären, falls man vom Zeichen absieht, zu überschreiten vermögen.

Nehmen wir jetzt die Gleichung (49) vor. Da der Voraussetzung nach die Module ρ sämmtlich positiv sind, so kann der rechte Theil dieser Gleichung nur dann positiv werden, wenn wenigstens eine der reellen Wurzeln σ und zwar in überwiegendem Masse positiv ist. Besitzt demnach der aus den Coëfficienten berechnete Werth des linken Theiles eben dieser Gleichung das positive Vorzeichen, so muss wenigstens eine reelle und zwar positive Wurzel der Eliminationsgleichung genügen. Wir kennen aber m nicht, können also auch $S_{(2p+1)m}$ nicht berechnen, wohl aber ist so viel klar, dass diese letztere Grösse für alle p positiv ausfallen müsse, wenn alle Coëfficienten positiv sind. Der einzige aus (49) zu ziehende Schluss ist demnach der: die Elimationsgleichung in s müsse mindestens eine reelle und zwar positive Wurzel zulassen, wenn das gegebene Gleichungssystem entweder selbst Coëfficienten von durchgehends positiven Zeichen besitzt oder doch in ein derartiges verwandelt werden kann; also auch, wie eine Vertauschung von s mit $-s$ in den Gleichungssystemen (1) und (2) lehrt, mindestens eine reelle negative Wurzel dann, wenn sämmtliche Coëfficienten negativ sind. Die erwähnte Umwandlung der Systeme (1) und (2) aber lässt sich so wie bei den symmetrischen Gleichungen und nach derselben dort angegebenen Weise erzielen, wenn das Zeichen eines jeden Coëfficienten $\left(\frac{h}{k}\right)$ bestimmt ist durch einen Ausdruck wie:

$$\pm\,(-1)^{\varphi(h)+\varphi(k)} \qquad (53)$$

unter $\varphi(k)$ eine Function verstanden, die für jeden Stellenzeiger k eine ganze Zahl wird. Dessgleichen überträgt sich auch hierher die dort gemachte Bemerkung hinsichtlich imaginärer Coëfficienten; denn lässt man diese wieder ausgedrückt sein durch ein Product ihres numerischen Werthes in eine Grösse wie (53), aber unter Annahme nicht die Function $\varphi(k)$ selbst, sondern nur $2\,\varphi(k)$ solle stets eine ganze Zahl sein, derart, dass unter ihnen imaginäre vorkommen können, so führt man, so wie im ersten Abschnitte unter (*a*, 48, 49) ein symmetrisches, auch hier das vorgelegte nicht symmetrische Gleichungssystem sehr leicht auf ein anderes mit durchgehends reellen Coëfficienten behaftetes zurück, woraus folgt, dass das erstere trotz seiner imaginären Coëfficienten so lange keine imaginären Wurzeln s zulassen werde, als das letztere solche nicht bietet.

War es nun bei den symmetrischen Gleichungen von Interesse Bedingungen kennen zu lernen, an deren Erfüllung das Vorkommen von Wurzeln mit einerlei Zeichen in der Eliminationsgleichung geknüpft ist, so wird dies hier der gleiche Fall sein mit denen, welche, sobald ihnen Genüge geschehen, das Auftreten wenn nicht durchgehends positiv oder negativ reeller Wurzeln, so doch solcher herbeiführen, deren reelle Theile an Zeichen nicht verschieden sind. Wir setzen also, einem schon gebrauchten Verfahren folgend, in die Gleichungssysteme (1) und (2) $r+\sigma$ statt s, worauf wir das r, von dem sogleich vorausgesetzt werden soll, was sich später als erforderlich zeigen würde, es sei positiv und grösser als jeder der Diagonal-Coëfficienten $\binom{k}{k}$, auf die linke Seite der Gleichungen bringen, und es wird dann, damit die Eliminationsgleichung in s keine Wurzel mit negativen reellen Theilen liefere, hinreichend sein, dass die in σ keine besitze, deren Modul grösser ist als r. Mit Rücksicht auf die kurz vorher nachgewiesene oberste Grenze der Module der imaginären Wurzeln eines Gleichungssystemes mit beliebigen Coëfficienten wird dies aber dann Statt finden, wenn in den transformirten Systemen (1) und (2) entweder die Summen der numerischen Werthe aller je einer Horizontalreihe oder die der numerischen Werthe aller je einer Verticalreihe angehörenden Coëfficienten gleich oder kleiner sind als r. Bezeichnen wir also die Summe der numerischen Werthe der Glieder einer Reihe wie:

$$\binom{1}{k}, \binom{2}{k}, \binom{3}{k}, \cdots \binom{n}{k}$$

mit p_k' ferner eine ähnliche Summe einer Reihe wie

$$\binom{k}{1}, \binom{k}{2}, \binom{k}{3}, \cdots \binom{k}{n}$$

mit p_k'' beide aber mit Ausschluss der Diagonal-Coëfficienten $\binom{k}{k}$, so werden, weil in den transformirten Systemen wegen der überwiegenden Grösse des r die Diagonal-Coëfficienten die numerischen Werthe

$$r - \binom{k}{k}$$

bekommen, die gesuchten Bedingungen offenber folgende sein:

$$r - \binom{k}{k} + p_k' = < r \qquad (34)$$

oder die

$$r - \left(\frac{k}{k}\right) + p_k'' = < r \tag{55}$$

je nachdem man die Horizontal-, oder die Verticalreihen des einen oder des andern der beiden Systeme (1) und (2) der Rechnung zu Grunde legt. Damit also die Eliminationsgleichung in s lauter Wurzeln mit positiven reellen Theilen liefere, wird es hinreichen, dass die Diagonal-Coëfficienten eine der Relationen

$$\left(\frac{k}{k}\right) = > p_k' \tag{56}$$

oder

$$\left(\frac{k}{k}\right) = > p_k'' \tag{57}$$

erfüllen und es werden, wie man sich leicht überzeugt, an die Stelle dieser Relationen folgende treten:

$$-\left(\frac{k}{k}\right) = > p_k' \tag{58}$$

und

$$-\left(\frac{k}{k}\right) = > p_k'' \tag{59}$$

wenn die reellen Theile sämmtlicher Wurzeln das negative Vorzeichen besitzen sollen.

Darauf gestützt, lassen sich nun weiter Bedingungen angeben, die, wenn ihnen entsprochen wird, zur Folge haben, dass in sämmtlichen Wurzeln der reelle Theil den in $\sqrt{-1}$ multiplicirten, abgesehen vom Zeichen, überwiegt, und solche deren Erfüllung das Gegentheil bewirkt. Jede Wurzel wie

$$s = \alpha \pm \beta \sqrt{-1}$$

gibt nämlich zum Quadrate erhoben

$$= s^2(\alpha^2 - \beta^2) + 2\,\alpha\,\beta\sqrt{-1}$$

und es werden die reellen Theile der s^2 durchgehends positiv oder negativ, je nachdem für sämmtliche Wurzeln s die Relation

$$\alpha^2 > \beta^2$$

oder die

$$\beta^2 > \alpha^2$$

besteht; nun besitzen aber die Systeme zweiter Ordnung eben die s^2 als Wurzeln, wir werden also, um die erwähnten Bedingungen zu erhalten, blos die schon oben unter (56 — 59) gefundenen auf Systeme zweiter Ordnung zu übertragen haben. Sie sind daher, wenn wir der Kürze wegen mit p_k die kleinere der beiden Grössen p_k' und p_k'' und mit $p_{2\cdot k}$ eine ähnliche aber auf Systeme zweiter Ordnung bezogene Grösse bezeichnen, nachstehende:

$$\left(\begin{matrix} k \\ k \end{matrix}\right)_2 = \quad p_{2\cdot k} \tag{60}$$

und

$$\left(\begin{matrix} k \\ k \end{matrix}\right)_2 = \quad p_{2\cdot k} \tag{61}$$

Erfüllen also die Coëfficienten $\left(\begin{matrix} h \\ k \end{matrix}\right)$ alle Relationen der einen Art (60), so herrschen in den Wurzeln der Eliminationsgleichung (25) die reellen Theile vor und es gibt unter ihnen, abgesehen von Wurzeln Nulle, namentlich keine reine imaginäre; leisten sie aber allen der anderen Art (61) Genüge, so herrschen in sämmtlichen Wurzeln die imaginären Theile vor, und es gibt insbesondere unter ihnen, bei gleicher Ausnahme keine, welche rein reell wäre.

Wir wollen nun auch hier, um einen Vergleich unserer Methode mit der combinatorischen hinsichtlich ihres praktischen Werthes ziehen zu können, sehen, wie viele Multiplicationen oder Divisionen erstere auszuführen vorschreibt zur Darstellung der Eliminationsgleichung (25) in Zahlen.

Die Coëfficienten dieser Gleichung entstehen aus den Grössen S_r und diese wieder aus den Diagonal-Coëfficienten sämmtlicher Systeme. Wäre es nun nicht möglich zur Kenntniss der Diagonal-Coëfficienten irgend eines höheren Systemes zu gelangen auf einem anderen Wege als durch Berechnung sämmtlicher Coëfficienten der vorhergehenden Systeme, so hätte man, da ausser dem ursprünglichen erster Ordnung noch $n-1$ Systeme höherer Ordnung mit je n^2 Coëfficienten erforderlich sind und jeder Coëfficient, wie ihr Bildungsgesetz (44) ausweist, durch n-Multiplicationen gewonnen wird

$$n^3(n-1)$$

Multiplicationen auszuführen, lediglich um die Grössen S zu berechnen. Die gesuchte Gesammtzahl würde sich daher, weil, wie schon

einmal erwähnt worden $\frac{n(n+1)}{2} - 1$ Multiplicationen und Divisionen nöthig sind, um aus den S_r die Coëfficienten A der Eliminationsgleichung zu finden, auf:

$$n^3(n-1) + \frac{n(n+1)}{2} - 1$$

belaufen. Glücklicherweise ist aber dem nicht so. Es lassen sich nämlich die Coëfficienten der Systeme höherer Ordnung und zwar vom $\left(\frac{n}{2}+1\right)^{\text{ten}}$, wenn n gerade und vom $\left(\frac{n+1}{2}+1\right)^{\text{ten}}$ wenn n ungerade, direct durch eine n-malige Multiplication gewinnen aus je zwei, der so eben erwähnten, vorhergehenden Systemen. Man gelangt zur betreffenden Formel, entweder wenn man nicht wie bisher irgend ein System von der Ordnung $(p+q)$ stufenweise aus dem der ersten entstehen lässt, sondern durch Combination zweier, deren Ordnungszahlen p und q sind, oder aber mittelst der Gleichung (42). Ersetzt man in dieser r durch p, k durch r, multiplicirt sie darauf mit $\left(\frac{r}{k}\right)_q$ und nimmt sodann eine Summation nach dem Stellenzeiger r von 1 bis n vor, so ergibt sich:

$$\sum_r \left\{ \left(\frac{h}{r}\right)_p \left(\frac{r}{k}\right)_q \right\}_1^n = s_1{}^p \sum_r \left\{ r_r{}^1 \left(\frac{r}{k}\right)_q \right\}_1^n u_h{}^1 + \qquad (62)$$
$$s_2{}^p \sum_r \left\{ r_r{}^2 \left(\frac{r}{k}\right)_q \right\}_1^n u_h{}^2 + \ldots .$$

Gemäss der Bedeutung der Grössen u und v ist aber:

$$\sum_r \left\{ r_r{}^1 \left(\frac{r}{k}\right)_q \right\}_1^n = s_1{}^q v_k{}^1; \quad \sum_r \left\{ r_r{}^2 \left(\frac{r}{k}\right)_q \right\}_1^n = s_2{}^q v_k{}^2, \ldots .$$

es wird also auch:

$$\sum_r \left\{ \left(\frac{h}{r}\right)_p \left(\frac{r}{k}\right)_q \right\}_1^n = s_1{}^{p+q} u_h{}^1 r_k{}^1 + s_2{}^{p+q} u_h{}^2 v_k{}^2 + s_3{}^{p+q} u_h{}^3 r_k{}^3 + \ldots .$$

und dies verglichen mit (42), darin $(p+q)$ statt r genommen, führt auf

$$\left(\frac{h}{k}\right)_{p+q} = \left(\frac{h}{1}\right)_p \left(\frac{1}{k}\right)_q + \left(\frac{h}{2}\right)_p \left(\frac{2}{k}\right)_q + \left(\frac{h}{3}\right)_p \left(\frac{3}{k}\right)_q + \ldots .$$
$$+ \left(\frac{h}{n}\right)_p \left(\frac{n}{k}\right)_q \qquad (63)$$

eine Gleichung, die offenbar eine Verallgemeinerung des Bildungsgesetzes (44) enthält und deren Brauchbarkeit zu dem erwähnten

Zwecke augenscheinlich ist. Die Zahl der erforderlichen Rechnungs-Operationen stellt sich demnach auf nur:

$$n^2 \cdot \frac{n}{2} \cdot (n-1) + \frac{n}{2} \cdot n + \frac{n(n+1)}{2} - 1 \qquad (64)$$

wenn n gerade, hingegen auf

$$n^2 \left(\frac{n+1}{2}\right) \cdot (n-1) + \left(\frac{n-1}{2}\right) n + \frac{n(n-1)}{2} - 1 \qquad (65)$$

wenn n ungerade; und es ist, so wie im ersten Abschnitte bei den symmetrischen Gleichungen, erweislich, dass sie mindestens von gewissen, und zwar sehr niedrigen Werthen von n angefangen kleiner sei als die durch die combinatorische Methode geforderte, und dies wieder um so mehr, je grösser n oder die Zahl der aufzulösenden Gleichungen. Es lässt sich aber auch die Umwandlung der meisten Multiplicationen in Additionen, auf welche wir bei den symmetrischen Gleichungen hingewiesen haben, hier wieder anwenden, nur die Zahl der Elemente, aus denen dann sämmtliche Coëfficienten höherer Systeme durch Addition hervorgehen, erleidet eine Änderung, sie wird $9n^2$, und es sind zu deren Gewinnung $8\ n^2$ Multiplicationen auszuführen, die Gesammtzahlen (64) und (65) können daher für ein beliebiges n auf:

$$8\ n^2 + \frac{n(n+1)}{2} - 1 \qquad (66)$$

herabgesetzt werden; endlich gilt noch dasselbe von der eben dort angegebenen Controle der Rechnung.

Wir gehen nun über zur Ermittelung der u und v. Bezeichnen wir der Gleichförmigkeit wegen mit $\left(\frac{h}{k}\right)_0$, $\left(\frac{k}{k}\right)_0$ die unter (39) gefundenen Werthe der Symbole $[u_k\ v_h]$ und $[u_k\ v_k]$, so können wir die Gleichung (42) nicht nur für alle Zahlen r von der Einheit angefangen gelten lassen, sondern auch für $r = 0$. Legen aber jetzt in der erwähnten Gleichung dem r nach und nach die Werthe 0, 1, 2, 3 ... n bei, so führen die so entstehenden:

$$\begin{aligned}
&u_h^1 v_k^1 + u_h^2 v_k^2 + u_h^3 v_k^3 + \ldots u_h^n v_k^n = \left(\frac{h}{k}\right)_0 \\
&s_1 u_h^1 v_k^1 + s_2 u_h^2 v_k^2 + s_3 u_h^3 v_k^3 + \ldots s^n u_h^n v_k^n = \left(\frac{h}{k}\right)_1 \\
&s_1^2 u_h^1 v_k^1 + s_2^2 u_h^2 v_k^2 + s_3^2 u_h^3 v_k^3 + \ldots s_n^2 u_h^n v_k^n = \left(\frac{h}{k}\right)_2 \qquad (67) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&s_1^n u_h^1 v_k^1 + s_2^n u_h^2 v_k^2 + s_3^n u_h^3 v_k^3 + \ldots s_n^n u_h^n v_k^n = \left(\frac{h}{k}\right)_n
\end{aligned}$$

zunächst zu einem neuen einfacheren Bildungsgesetze der Coëfficienten des n^{ten} Systemes. Multiplicirt man nämlich dieselben der Reihe nach mit den Coëfficienten der Eliminationsgleichung $A_n, A_{n-1} \ldots A_1, 1$ und addirt sie hierauf, so verschwindet in der Summe der links vom Zeichen stehende Theil, weil ja die $s_1, s_2 \ldots s_n$ die Wurzeln der letzteren sind, man enthält daher als Resultat:

$$\left(\frac{h}{k}\right)_n + A_1\left(\frac{h}{k}\right)_{n-1} + A_2\left(\frac{h}{k}\right)_{n-2} + \ldots A_{n-1}\left(\frac{h}{k}\right)_1 + \\ + A_n\left(\frac{h}{k}\right)_0 = 0 \qquad (68)$$

eine Gleichung, die man symbolisch auch noch so schreiben kann:

$$F\left\{\left(\frac{h}{k}\right)\right\} = 0 \qquad (69)$$

Hätten wir aber die Reihe der Werthe, welche wir in (42) dem r ertheilten, anstatt von der Nulle von diesem selbst beginnen lassen, so würden wir in derselben Weise, nach der wir zu den Gleichungen (68), (69) gelangten, auch noch folgende bekommen haben

$$\left(\frac{h}{k}\right)_{r+n} + A_1\left(\frac{h}{k}\right)_{r+n-1} + A_2\left(\frac{h}{k}\right)_{r+n-2} + \ldots \\ + A_{n-1}\left(\frac{h}{k}\right)_{r+1} + A_n\left(\frac{h}{k}\right)_r = 0$$

oder was dasselbe ist, die:

$$F\left\{\left(\frac{h}{k}\right)_r\right\} = 0 \qquad (70)$$

woraus zu ersehen, dass das neue Bildungsgesetz, durch welches höhere Coëfficienten durch alle jene, welche in n vorhergehenden Systemen dieselbe Stelle einnahmen wie der gesuchte in seinem und die Coëfficienten der Eliminationsgleichung ausgedrückt erscheinen, sich auch auf alle die erstrecke, deren Ordnungszahl grösser ist als n.

Multipliciren wir aber jetzt die Gleichungen (67) und zwar nur die ersten $n-1$ derselben der Reihe nach mit den durch die Relation

$$\frac{F(s)}{s - s_\mu} = \lambda_0^{\mu} + \lambda_1^{\mu} s + \lambda_2^{\mu} s^2 + \ldots \lambda_{n-1}^{\mu} s^{n-1} \qquad (71)$$

definirten Grössen λ und addiren sie hierauf, so bekömmt in der Summe jedes der Producte $u_h r_h$, dessen oberer Stellenzeiger von μ verschieden ist, die Nulle zum Factor, während jenes, dessen oberer Stellenzeiger eben das μ ist, in $F'(s_\mu)$ multiplicirt erscheint, wir gelangen somit zu:

$$u_k^{\mu} r_k^{\mu} F'(s_\mu) = \lambda_0^{\mu}\left(\frac{h}{k}\right)_0 + \lambda_1^{\mu}\left(\frac{h}{k}\right)_1 + \lambda_2^{\mu} + \ldots \lambda_{n-1}^{\mu}\left(\frac{h}{k}\right)_{n-1} \qquad (72)$$

woraus

$$u_k^{\mu} v_k^{\mu} = \frac{\sum_r \left\{ \lambda_r^{\mu} \left(\frac{h}{k} \right)_r \right\}_1^{n-1}}{F'(s_{\mu})} \tag{73}$$

hervorgeht, eine Gleichung, die offenbar fähig ist, die Werthe aller der Wurzel s_{μ} zugeordneten u und v wiederzugeben, sobald nur noch eine unter letzteren Grössen stattfindende Relation festgesetzt ist. Hier wäre also erst der Ort, die Eingangs unter (7) statuirte Relation in die Rechnung einzuführen, dies ist jedoch ganz überflüssig — es genügt, die noch je eine willkürliche Constante enthaltenden x und y darzustellen, da es stets möglich ist, von diesen auf die u und v zurückzukehren. Zu diesem Zwecke dividiren wir die (73) darin h mit k verwechselt mit v_h^{μ}, verbinden sie dann mit den Gleichungen (3), den gemeinschaftlichen Nenner $v_h^{\mu} f(s_{\mu})$ in die erwähnte Constante einbegreifend, und bekommen somit:

$$x_k^{\mu} = C' \sum_r \left\{ \lambda_r^{\mu} \left(\frac{k}{h} \right)^r \right\}_1^{n-1} \tag{74}$$

während ein ähnliches Verfahren in Bezug auf die x und y:

$$y_k^{\mu} = C'' \sum_r \left\{ \lambda_r^{\mu} \left(\frac{h}{k} \right)_r \right\}_1^{n-1} \tag{75}$$

liefert. In diesen Formeln sind sowohl die C', C'' als der Stellenzeiger h willkürlich; nur müssen diese Grössen dieselben bleiben, so lange man nicht von den einem bestimmten μ zugehörigen Reihen dem x und y zu den einer anderen Wurzel entsprechenden übergeht. Benützt man auch hier die schon oft gebrauchte symbolische Bezeichnungsweise, so lassen sich von den Gleichungen (74), (75) die eine weit übersichtlicher

$$x_k^{\mu} = C' \frac{F\left\{ \left(\frac{k}{h} \right) \right\}}{\left(\frac{k}{h} \right)^{-s_{\mu}}} \tag{76}$$

und die andere so schreiben:

$$x_k = C'' \frac{F\left\{ \left(\frac{h}{k} \right) \right\}}{\left(\frac{k}{k} \right)^{-s_{\mu}}} \tag{77}$$

Der vielleicht zu wünschende Rückbeweis dafür, dass die aus (74), (75) gezogenen Werthe der x und y den zur Auflösung vorgelegten

Gleichungssystemen (1) und (2) wirklich Genüge leisten, wäre aber für die x etwa folgender:

Man multiplicirt die Gleichung (74) nach Hinweglassung des μ der Kürze wegen mit $\binom{g}{k}$ und nimmt hierauf mit ihr eine Summation nach dem Stellenzeiger k von 1 bis n vor, wodurch man mit Berücksichtigung des Bildungsgesetzes (44) zu:

$$\sum_k \left\{\binom{g}{k} x_k\right\}_1^n = C^r \sum_r \left\{\lambda_r \left(\frac{g}{h}\right)_{r+1}\right\}_0^{n-1} \tag{78}$$

gelangt. Da aber die λ der Relation entsprechen:

$$\lambda_r = s\lambda_{r+1} + A_{n-r-1}$$

so lange r kleiner ist als n, hingegen gleich Null sind, wenn r gleich oder grösser als n, so kann man die (78) auch so schreiben:

$$\begin{aligned}\sum_k \left\{\binom{g}{k} x_k\right\}_1^n &= C^r s \sum_r \left\{\lambda_r \left(\frac{g}{h}\right)_r\right\}_0^{n-1} - \\ &- C^r s\lambda_0 \left(\frac{g}{h}\right)_0 + C^r \sum_r \left\{A_{n-r-1}\left(\frac{g}{h}\right)_{r+1}\right\}_0^{n-1}\end{aligned} \tag{79}$$

woraus in Verbindung mit (74) darin k durch g ersetzt und wegen:

$$s\lambda_0 = -A_n$$

auch:

$$\begin{aligned}\sum_r \left\{\binom{g}{k} x_k\right\}_1^n = s x_g + C^r \Big\{&\left(\frac{g}{h}\right)_n + A_1\left(\frac{g}{h}\right)_{n-1} + \cdots \\ &+ A_{n-1}\left(\frac{g}{h}\right) + A_n\left(\frac{g}{h}\right)_0\Big\}\end{aligned} \tag{80}$$

folgt. In dieser Gleichung verschwindet aber, zu Folge der Relation (68) das ganze in C^r multiplicirte Polynom, sie geht daher über in nachstehende

$$\binom{g}{1} x_1 + \binom{g}{2} x_2 + \binom{g}{3} x_3 + \cdots \binom{g}{n} x_n = s x_g \tag{81}$$

und damit ist der verlangte Beweis, der sich genau in derselben Weise, wie leicht zu ersehen, für die y führen lässt, geliefert.

Nachdem wir so auch für die nicht symmetrischen Gleichungen alle nöthigen Formeln entwickelt haben, unter der Annahme, die Eliminationsgleichung in s besitze lauter verschiedene Wurzeln, liegt es uns nur noch ob zu zeigen, dass ihr Bestand keineswegs abhängig sei von dieser Voraussetzung, und dies wird wieder nur nothwendig sein in Bezug auf das so eben behandelte Gleichungssystem mit beliebigen Coëfficienten, da ja dieses das mit symmetrischen Coëfficienten behaftete als speciellen Fall in sich schliesst.

Wir haben aber die erwähnte Voraussetzung während der ganzen Rechnung nur zu einem Schritte benöthiget, nämlich zur Festsetzung der Gleichungen (30) und (31) oder was dasselbe ist, der (39) und Ableitung der (42) aus denen (20) und (21) mittelst der (39); zur Herstellung des verlangten Beweises wird es also genügen, die Gleichungen (20) und (21) rückwärts aus denen (31), (32) und (42) entstehen zu lassen, jedoch ohne die bewusste Annahme dazu zu gebrauchen. Dies geschieht nur durch eine Multiplication der (42) mit u_k^{μ} und darauf folgende Summation nach dem Stellenzeiger k von 1 bis n für (20) und durch dieselbe Operation aber mit v_k^{μ} vorgenommen für die (21); im ersteren Falle erhält man mit Hülfe der Relationen (31) und (32):

$$\binom{h}{1}_r u_1^{\mu} + \binom{h}{2}_r u_2^{\mu} + \binom{h}{3}_r u_3^{\mu} + \cdots \binom{h}{n}_r u_n^{\mu} = s_{\mu}{}^r u_h^{\mu} \qquad (82)$$

und im letzteren

$$\binom{1}{k}_r v_1^{\mu} + \binom{2}{k}_r v_2^{\mu} + \binom{3}{k}_r v_3^{\mu} + \cdots \binom{n}{k}_r v_n^{\mu} = s_{\mu}{}^r v_k^{\mu} \qquad (83)$$

also die Repräsentanten sämmtlicher Gleichungen der Systeme (20) und (21) woraus sogleich folgt, dass sich die gegebenen Systeme (1) und (2) mit ihren Bedingungsgleichungen (5) und (7) ersetzen lassen durch die (7), (31), (31) und (42), denn der einen wie der anderen sind wie leicht zu ersehen, genau so viele als es Unbekannte gibt, nämlich $2n^2 + n$. Die oben dargestellten Auflösungen für die u und v müssen daher, schon ihrer Form nach, den ursprünglich gegebenen Gleichungs-Systemen (1) und (2) Genüge leisten, es erleidet demnach keinen Zweifel, dass sie dies auch dann noch thun, wenn die Eliminationsgleichung in s der Wurzeln gleiche bieten sollte, es frägt sich nur mehr, ob die früher ausgesprochene Vermuthung: es möchten für eine doppelte oder mehrfache Wurzel nicht blos zwei oder entsprechend mehrere Reihen zugehörender u und v, sondern deren eine weit grössere Zahl die Gleichungen (1) und (2) erfüllen, sich bestätige; dies ist in der That der Fall. Sind nämlich etwa zwei Wurzeln s_1 und s_2 einander gleich, so kann man aus den Gleichungen (67) die correspondirenden Producte $u_h^1 v_k^1$ und $u_h^2 v_k^2$ nicht mehr einzeln bestimmen, sondern nur deren Summe und zwar durch eine Multiplication der ersten $n-1$ derselben der Ordnung nach mit den jetzt durch die Relation

$$\frac{F(s)}{(s-\tau)^2} = \lambda'_0 + \lambda'_1 s + \lambda'_2 s^2 + \cdots \lambda'_{n-2} s^{n-2} \qquad (84)$$

in welcher σ die doppelte Wurzel bedeutet, definirten Grössen λ' und darauf folgende Addition. Das Resultat

$$u_h{}^1 r_k{}^1 + u_h{}^2 r_k{}^2 - \frac{\sum_r \lambda_r' \left(\frac{h}{k}\right)_r \Big|_0^{n-2}}{F''(\sigma)} = \frac{F\left(\frac{h}{k}\right)}{\left[\left(\frac{h}{k}\right)-\sigma\right]^2} \quad (85)$$

zeigt deutlich, dass noch eine Bedingungsgleichung zwischen den u^1, u^2, v^1, v^2 aufgestellt werden müsse, um in Verbindung mit (7) alle u und r, die den Wurzeln σ zugeordnet sind, einzeln zu bestimmen, und es ist daher wegen der Willkür diese Bedingungsgleichung zu wählen, möglich, unzählige Doppelreihen der u^1, u^2, v^1, v^2, zu finden, welche alle die Eigenschaft haben die vorgelegten Gleichungssysteme (1) und (2) zu erfüllen.

Was nun das Vorkommen gleicher Wurzeln in der Eliminationsgleichung betrifft, so lassen sich wenigstens für zwei Fälle bestimmte Kennzeichen angeben.

Sind nämlich erstens alle Wurzeln einander gleich, so geht, wenn man ihren gemeinschaftlichen Werth σ nennt, die Gleichung (42) über in:

$$\left(\frac{h}{k}\right)_r = \sigma^r \left(u^1{}_h r^1{}_k + u_h{}^2 r_k{}^2 + u_h{}^3 r_k{}^3 + \ldots u_h{}^n r_k{}^n\right) \quad (86)$$

und liefert dann gemäss den Relationen (39)

$$\left(\frac{h}{k}\right)_r = o \quad (87)$$

so lange h von k verschieden, hingegen

$$\left(\frac{k}{k}\right)_r = \sigma^r \quad (88)$$

wenn $h = k$ genommen wird, es verschwinden also sämmtliche Coëfficienten mit Ausnahme der diagonalen, von welchen letzteren aber alle einerlei Ordnung einen gemeinschaftlichen Werth bekommen und die stets beim Übergange von irgend einem Systeme zu demnächst höherem im Verhältnisse von $1:\sigma$ wachsen; sind aber zweitens die Wurzeln, wenn auch an Zeichen von einander verschieden, doch an numerischem Werthe einander gleich — und dies ist der Fall, auf welchen wir im ersten Abschnitte hingewiesen haben — so geht die Gleichung (42) in Bezug auf Systeme ungerader Ordnung über in:

$$\left(\frac{h}{k}\right)_{2r+1} = \sigma^{2r+1} \left(+ u_h{}^1 r^1{}_k + u_h{}^2 r_k{}^2 \pm u_h{}^3 r_k{}^3 + \ldots u_h{}^n r_k{}^n\right) (89)$$

eine Relation, in welcher der Zeichenwechsel der einzelnen Glieder des Polynoms der u und v durch den Zeichenwechsel der Wurzeln bestimmt ist und σ den gemeinschaftlichen numerischen Werth der letzteren bedeutet, in Bezug auf Systeme gerader Ordnung aber in:

$$\left(\frac{h}{k}\right)_{2r} = \sigma^{2r}(u_h{}^1 v_k{}^1 + u_h{}^2 v_k{}^2 + u_h{}^3 v_k{}^3 + \ldots u_h{}^n v_k{}^n) \quad (90)$$

Hier verschwinden also, da die Gleichung (90) wieder gemäss der Relationen (39)

$$\left(\frac{h}{k}\right)_{2r} = o \quad (91)$$

für ungleiche und

$$\left(\frac{k}{k}\right)_{2r} = \sigma^{2r} \quad (92)$$

für gleiche Stellenzeiger h und k liefert, sämmtliche Coëfficienten gerader Ordnung mit Ausnahme der diagonalen, von denen alle einem und demselben Systeme angehörenden unter einander gleich werden und die so wie sämmtliche ungerader Ordnung nach (89) beim Übergange von irgend einem Systeme zu dem entsprechenden des nächst höheren, respective gerader oder ungerader Ordnung, ein Wachsthum im Verhältnisse von $1:\sigma^2$ zeigen.

Der eine wie der andere Fall wird sich daher, da von den ihnen eigenthümlichen Relationen namentlich die (87), (88) für das ursprüngliche und die (91), (92) für das System zweiter Ordnung gelten, sehr bald verrathen.

b. Bestimmte Gleichungen.

Um die Auflösungen der mit denselben Coëfficienten wie die unbestimmten behafteten bestimmten Gleichungen nämlich:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{1}{1}\right)x_1 + \left(\frac{1}{2}\right)x_2 + \left(\frac{1}{3}\right)x_3 + \ldots \left(\frac{1}{n}\right)x_n &= \xi_1 \\
\left(\frac{2}{1}\right)x_1 + \left(\frac{2}{2}\right)x_2 + \left(\frac{2}{3}\right)x_3 + \ldots \left(\frac{2}{n}\right)x_n &= \xi_2 \\
\left(\frac{3}{1}\right)x_1 + \left(\frac{3}{2}\right)x_2 + \left(\frac{3}{3}\right)x_3 + \ldots \left(\frac{3}{n}\right)x_n &= \xi_3 \\
\ldots\ldots\ldots

und:

$$\begin{aligned}
\binom{1}{1} y_1 + \binom{2}{1} y_2 + \binom{3}{1} y_3 + \ldots \binom{n}{1} y_n &= r_1 \\
\binom{1}{2} y_1 + \binom{2}{2} y_2 + \binom{3}{2} y_3 + \ldots \binom{n}{2} y_n &= r_2 \\
\binom{1}{3} y_1 + \binom{2}{3} y_2 + \binom{3}{3} y_3 + \ldots \binom{n}{3} y_n &= r_3 \\
\ldots\ldots\ldots

und addire sowohl die einen als die andern. Gemäss den Relationen (39) des vorigen Abschnittes führt dies aber auf:

$$x_k = \xi_1 \left[\frac{v_1^{\,1} u_k^{\,1}}{s^1} + \frac{v_1^{\,2} u_k^{\,2}}{s_2} + \cdots \frac{v_1^{\,n} u_k^{\,n}}{s_n}\right] +$$
$$+ \xi_2 \left[\frac{v_2^{\,1} u_k^{\,1}}{s_1} + \frac{v_2^{\,2} u_k^{\,2}}{s_2} + \cdots \frac{v_2^{\,n} u_k^{\,n}}{s_n}\right] + \cdots$$
$$+ \xi_n \left[\frac{v_n^{\,1} u_k^{\,1}}{s_1} + \frac{v_n^{\,2} u_k^{\,2}}{s_2} + \cdots \frac{v_n^{\,n} u_n^{\,n}}{s_n}\right]$$

und

$$y_k = \eta_1 \left[\frac{u_1^{\,1} v_k^{\,1}}{s_1} + \frac{u_1^{\,2} v_k^{\,2}}{s_2} + \cdots \frac{u_1^{\,n} v_k^{\,n}}{s_n}\right] + \eta_2 \left[\frac{u_2^{\,1} v_k^{\,1}}{s_1} + \frac{u_2^{\,2} v_k^{\,2}}{s_2} + \cdots\right.$$
$$\left. + \frac{u_2^{\,n} v_k^{\,n}}{s^n}\right] + \cdots \eta^n \left[\frac{u_n^{\,1} v_k^{\,1}}{s_1} + \frac{u_n^{\,2} v_k^{\,2}}{s_2} + \cdots \frac{u_n^{\,n} v_k^{\,n}}{s_n}\right]$$

oder

$$x_k = \sum_r \left\{ \xi_r \left[\frac{v_r^{\,1} u_k^{\,1}}{s_1} + \frac{v_r^{\,2} u_k^{\,2}}{s_2} + \frac{v_r^{\,3} u_k^{\,3}}{s_3} + \cdots \frac{v_r^{\,n} u_k^{\,n}}{s_n}\right] \right\}_1^n \qquad (5)$$

und

$$y_k = \sum_r \left\{ \eta_r \left[\frac{u_r^{\,1} v_k^{\,1}}{s_1} + \frac{u_r^{\,2} v_k^{\,2}}{s_2} + \frac{u_r^{\,3} v_k^{\,3}}{s_3} + \cdots \frac{u_r^{\,n} v_k^{\,n}}{s_n}\right] \right\}_1^n \qquad (6)$$

Formeln, die nach Übertragung einer eingeführten Bezeichnungsweise auf negative Ordnungszahlen

$$\left(\frac{h}{k}\right)_{-1} = \frac{u_h^{\,1} v_k^{\,1}}{s_1} + \frac{u_h^{\,2} v_k^{\,2}}{s_2} + \frac{u_h^{\,3} v_k^{\,3}}{s_3} + \cdots \frac{u_h^{\,n} v_k^{\,n}}{s_n} \qquad (7)$$

für die Auflösungen des Gleichungssystems (1):

$$x_1 = \left(\frac{1}{1}\right)_{-1} \xi_1 + \left(\frac{1}{2}\right)_{-1} \xi_2 + \left(\frac{1}{3}\right)_{-1} \xi_3 + \cdots \left(\frac{1}{n}\right)_{-1} \xi_n$$
$$x_2 = \left(\frac{2}{1}\right)_{-1} \xi_1 + \left(\frac{2}{2}\right)_{-1} \xi_2 + \left(\frac{2}{3}\right)_{-1} \xi_3 + \cdots \left(\frac{2}{n}\right)_{-1} \xi_n$$
$$x_3 = \left(\frac{3}{1}\right)_{-1} \xi_1 + \left(\frac{3}{2}\right)_{-1} \xi_2 + \left(\frac{3}{3}\right)_{-1} \xi_3 + \cdots \left(\frac{3}{n}\right)_{-1} \xi_n \qquad (8)$$
$$\cdots \qquad \cdots$$
$$x_n = \left(\frac{n}{1}\right)_{-1} \xi_1 + \left(\frac{n}{2}\right)_{-1} \xi_2 + \left(\frac{n}{3}\right)_{-1} \xi_3 + \cdots \left(\frac{n}{n}\right)_{-1} \xi_n$$

und für die des Systemes (2):

$$y_1 = \left(\frac{1}{1}\right)_{-1}\eta_1 + \left(\frac{2}{1}\right)_{-1}\eta_2 + \left(\frac{3}{1}\right)_{-1}\eta_3 + \cdots \left(\frac{n}{1}\right)_{-1}\eta_n$$

$$y_2 = \left(\frac{1}{2}\right)_{-1}\eta_1 + \left(\frac{2}{2}\right)_{-1}\eta_2 + \left(\frac{3}{2}\right)_{-1}\eta_3 + \cdots \left(\frac{n}{2}\right)_{-1}\eta_n$$

$$y_3 = \left(\frac{1}{3}\right)_{-1}\eta_1 + \left(\frac{2}{3}\right)_{-1}\eta_2 + \left(\frac{3}{3}\right)_{-1}\eta_3 + \cdots \left(\frac{n}{3}\right)_{-1}\eta_n \quad (9)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$y_n = \left(\frac{1}{n}\right)_{-1}\eta_1 + \left(\frac{2}{n}\right)_{-1}\eta_2 + \left(\frac{3}{n}\right)_{-1}\eta_3 + \cdots \left(\frac{n}{n}\right)_{-1}\eta_n$$

als einfachere Schreibweise zu lassen. Die Coëfficienten negativer Ordnungszahl und namentlich die oben erscheinenden gehen aber, was sich so wie bei den symmetrischen Gleichungen erweisen lässt, ebenfalls in das bisher nur für Coëfficienten positiver Ordnungszahlen aufgestellte allgemeine Bildungsgesetz ein. Es wird also auch die Gleichung (70) des vorigen Abschnittes noch für negative Ordnungszahlen r Gültigkeit haben. Setzen wir aber in dieser $r = -1$

$$\left(\frac{h}{k}\right)_{n-1} + A_1\left(\frac{h}{k}\right)_{n-2} + A_2\left(\frac{h}{k}\right)_{n-3} + \cdots A_{n-1}\left(\frac{h}{k}\right) + A_1\left(\frac{h}{k}\right)_{-1} = o \quad (10)$$

so gewinnen wir aus ihr

$$A_n\left(\frac{h}{k}\right)_{-1} = -\left\{\left(\frac{h}{k}\right)_{n-1} + A_1\left(\frac{h}{k}\right)_{n-2} + A_2\left(\frac{h}{k}\right)_{n-3} + \cdots + A_{n-1}\left(\frac{h}{k}\right)_o\right\} \quad (11)$$

oder symbolisch

$$\left(\frac{h}{k}\right)_{-1} = \frac{1}{\left(\frac{h}{k}\right)} \cdot \left\{1 - \frac{F\left\{\left(\frac{h}{k}\right)\right\}}{F\left\{(o)\right\}}\right\} \quad (12)$$

also eine zweite Darstellung der Coëfficienten $\left(\frac{h}{k}\right)_{-1}$ und zwar bequemer als die (7), denn nach ihr hat man zur Berechnung der genannten Coëfficienten nicht mehr die Kenntniss sämmtlicher u, v und der Wurzeln s nöthig, sondern es genügt die der Coëfficienten von n Systemen positiver Ordnungszahl und der Eliminationsgleichung. Die Coëfficienten $\left(\frac{h}{k}\right)_{-1}$ werden nun auch hier beim Verschwinden einer oder mehrerer Wurzeln s unendlich und die Auflösungen (8),

(9) nehmen im Allgemeinen daran Theil. Letzteres wird nur dann nicht eintreten, wenn in Bezug auf die x die ξ, in Bezug auf die y aber die η in gewissen Relationen zu einander stehen, und zwar werden diese für je eine Wurzel

$$s_\mu = o \tag{13}$$

folgende sein

$$\sigma_\mu' = v_1^\mu \xi_1 + v_2^\mu \xi_2 + v_3^\mu \xi_3 + \ldots v_n^\mu \xi_n = o \tag{14}$$

und

$$\sigma_\mu'' = u_1^\mu y_1 + u_2^\mu y_2 + u_3^\mu y_3 + \ldots u_n^\mu y_n = o \tag{15}$$

denn σ_μ' und σ_μ'' sind die gemeinschaftlichen Factoren aller beziehungsweise in (8) und (9) vorkommenden Brüche, deren Nenner die Wurzel s_μ ist. Ist dies nun der Fall, so bekommen zwar die Auflösungen (8), (9) endliche Werthe, es bleibt aber in ihnen eine gewisse Willkür zurück, sie können nämlich auf die Formen

$$x_k = x_k' + g_\mu' u_k^\mu \ldots \tag{16}$$

und

$$y_k = y'_k + g_\mu'' v_k^\mu \ldots \tag{17}$$

gebracht werden, wenn man mit g_μ' und g_μ'' die Brüche $\frac{\sigma_\mu'}{s_\mu}$ und $\frac{\sigma_\mu''}{s_\mu}$ mit x_k' und y_k' aber jene Bestandtheile, der in (8) und (9) rechts vom Gleichheitszeichen befindlichen Polynome, welche von nicht der Nulle gleichen Wurzeln herrühren, bezeichnet, enthalten also unter dem Bestande der Relationen (13), (14), (15) die ganz willkürlichen Grössen g_μ' und g_μ'', von denen sowohl die mit einem als die mit zwei Accenten versehenen der Zahl so viele sind, als der Nulle gleiche Wurzeln in der Eliminationsgleichung vorkommen.

Bedient man sich bei Auflösung zweier Systeme bestimmter linearer Gleichungen wie (1) und (2) der combinatorischen Methode, so beginnt die Rechnung damit aus den Coëfficienten derselben, die Determinante zu bilden und zwar als Complex der Symbole $\left(\frac{h}{k}\right)$ nicht aber als Zahl. Dann ordnet man sie Behufs der Auflösung des Systemes (1), nach den Coëfficienten aller Verticalreihen eben dieses Systemes, gibt ihr also die Formen:

$$
\begin{aligned}
M &= \binom{1}{1} p_1^1 + \binom{2}{1} p_1^2 + \binom{3}{1} p_1^3 + \cdots \binom{n}{1} p_1^n \\
&= \binom{1}{2} p_2^1 + \binom{2}{2} p_2^2 + \binom{3}{2} p_2^3 + \cdots \binom{n}{2} p_2^n \\
&= \binom{1}{3} p_3^1 + \binom{2}{3} p_3^2 + \binom{3}{3} p_3^3 + \cdots \binom{n}{3} p_3^n \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&= \binom{1}{n} p_n^1 + \binom{2}{n} p_n^2 + \binom{3}{n} p_n^3 + \cdots \binom{n}{n} p_n^n
\end{aligned}
\tag{18}
$$

und Behufs der Auflösung des Systems (2), nach den Coëfficienten sämmtlicher Verticalreihen des Systems (2), gibt ihr also noch die Formen:

$$
\begin{aligned}
M &= \binom{1}{1} q_1^1 + \binom{1}{2} q_2^1 + \binom{1}{3} q_3^1 + \cdots \binom{1}{n} q_n^1 \\
&= \binom{2}{1} q_1^2 + \binom{2}{2} q_2^2 + \binom{2}{3} q_3^2 + \cdots \binom{2}{n} q_n^2 \\
&= \binom{3}{1} q_1^3 + \binom{3}{2} q_2^3 + \binom{3}{3} q_3^3 + \cdots \binom{3}{n} q_n^3 \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&= \binom{n}{1} q_1^n + \binom{n}{2} q_2^n + \binom{n}{3} q_3^n + \cdots \binom{n}{n} q_n^n
\end{aligned}
\tag{19}
$$

Jetzt rechnet man die p und q in Zahlen und trägt die ersteren in die Gleichungen:

$$
\begin{aligned}
Mx_1 &= p_1^1 \xi_1 + p_1^2 \xi_2 + p_1^3 \xi_3 + \cdots p_1^n \xi_n \\
Mx_2 &= p_2^1 \xi_1 + p_2^2 \xi_2 + p_2^3 \xi_3 + \cdots p_2^n \xi_n \\
Mx_3 &= p_3^1 \xi_1 + p_3^2 \xi_2 + p_3^3 \xi_3 + \cdots p_3^n \xi_n \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
Mx^n &= p_n^1 \xi_1 + p_n^2 \xi_2 + p_n^3 \xi_3 + \cdots p_n^n \xi_n
\end{aligned}
\tag{20}
$$

die letzteren aber in die:

$$
\begin{aligned}
My_1 &= q_1^1 \eta_1 + q_2^1 \eta_2 + q_3^1 \eta_3 + \cdots q_n^1 \eta_n \\
My_2 &= q_1^2 \eta_1 + q_2^2 \eta_2 + q_3^2 \eta_3 + \cdots q_n^2 \eta_n \\
My_3 &= q_1^3 \eta_1 + q_2^3 \eta_2 + q_3^3 \eta_3 + \cdots q_n^3 \eta_n \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
Mq_n &= q_1^n \eta_1 + q_2^n \eta_2 + q_3^n \eta_3 + \cdots q_n^n \eta_n
\end{aligned}
\tag{21}
$$

ein, aus welchen sodann beziehungsweise die Werthe der Unbekannten x und y gezogen werden können. Vergleicht man nun die Auflösungen (20), (21) mit den von uns in (8) und (9) gebotenen, so ergibt

sich zunächst ein Zusammenhang der p und q mit den Coëfficienten negativer Ordnungszahl $\left(\frac{h}{k}\right)_{-1}$ wie folgt:

$$p_h^k = q_h^k = M\left(\frac{h}{k}\right) = M\left[\frac{u_h^1 v_k^1}{s_1} + \frac{u_h^2 v_k^2}{s_2} + \frac{u_h^3 v_k^3}{s_3} \cdots \cdot \frac{u_h^n v_k^n}{s_n}\right] \quad (22)$$

Diese Relation, analog der (13) im zweiten Abschnitte, ist darum von einiger Bedeutung, weil sie uns zu einer Vervollkommnung der oben in Kürze angedeuteten, von Krammer für die Auflösung bestimmter Gleichungen angegebenen combinatorischen Methode, bestehend in einer Verwendung derselben auch zur Auflösung unbestimmter Gleichungen, gelangen lässt.

Die Determinante M ist nämlich, wie bekannt, gleich dem letzten Gliede der Eliminationsgleichung dieses aber mit dem positiven oder negativen Zeichen genommen, je nachdem n gerade oder ungerade, das heisst, sie ist das Product sämmtlicher Wurzeln s, verschwindet also eine der letzteren etwa die s_μ und wir wollen dies für einen Augenblick voraussetzen, so reducirt sich offenbar die Relation (22), wenn wir das Product aller übrigen Wurzeln mit M_μ' bezeichnen, auf:

$$p_h^k = q_k^h = M_\mu' \cdot u_h^\mu v_k^\mu \quad (23)$$

Nun ist aber klar, dass die Hinzufügung einer und derselben Grösse etwa — α zu sämmtlichen Diagonal-Coëfficienten $\left(\frac{k}{k}\right)$ keinen unmittelbaren Einfluss auf die Grössen u und v nimmt, sondern weil sie aus den beiden Systemen unbestimmter Gleichungen durch die Substitution

$$s = s' + \alpha$$

also durch Einführung einer neuen Unbekannten der Eliminationsgleichung s' sehr leicht wieder entfernt werden kann, nur in so ferne als man die erwähnten Grössen nach der angezeigten Veränderung als Functionen der Wurzeln s' nicht aber der s betrachten will, dass also die in den transformirten Systemen irgend einer Wurzel

$$s_\mu' = s_\mu - \alpha$$

entsprechenden u und v genau dieselben sind, welche in den ursprünglichen der Wurzel s_μ zugeordnet waren. Die Gleichung (22) auf das transformirte System bezogen, wird daher, wenn man die Vertauschung sämmtlicher Diagonal-Coëfficienten $\left(\frac{k}{k}\right)$ mit denen $\left(\frac{k}{k}\right) - \alpha$ an

den Grössen p, q und M durch Einklammerung derselben und Beifügung des α kenntlich macht, folgende sein

$$[p_h^k]_\alpha - [q_h^k] = [M]_\alpha \left\{ \frac{u_h^1 v_k^1}{s_1 - \alpha} + \frac{u_h^2 v_k^2}{s_2 - \alpha} + \frac{u_h^3 v_k^3}{s_3 - \alpha} \cdots \frac{u_h^n v_k^n}{s_n - \alpha} \right\} \quad (24)$$

Wählen wir aber jetzt:

$$\alpha = s_\mu$$

gleich einer der Wurzeln s, so gibt es unter denen s' eine der Nulle gleiche, nämlich die

$$s_\mu' = s_\mu - \alpha$$

wir haben somit den unter (23) erwähnten Fall und die Gleichung (24) geht, da wie leicht zu ersehen

$$|M|_{s_\mu} = (-1)^n \; F(s_\mu)$$

und

$$|M'|_{s_\mu} = (-1)^n \; F'(s_\mu)$$

wird, über in die:

$$[p_h^k]_{s_\mu} = [q_h^k]_{s_\mu} = (-1)^n \, u_h^\mu \, v_k^\mu \, F'(s_\mu), \quad (25)$$

welche die Stelle der im vorigen Abschnitte gefundenen (73) vertritt und in Verbindung mit der eben dort angenommenen Relation (7) hinreicht alle einzelnen u und v zu ermitteln. Was die x und y in der ihnen bei den unbestimmten Gleichungen gegebenen Bedeutung betrifft, so liefert die (25) für sie nachstehende sehr einfache Ausdrücke:

$$x_k^\mu = C_\mu' \, [p_h^k]_{s_\mu} = C_\mu' \, [q_h^k]_{s_\mu} \quad (26)$$

und

$$y_k^\mu = C_\mu'' \, [q_h^k]_{s_\mu} - C_\mu'' \, [p_h^k]_{s_\mu} \quad (27)$$

in welchen wieder der Stellenzeiger h mit der Einschränkung nicht zu wechseln, so lange man nicht zu den einer anderen Wurzel entsprechenden x oder y übergeht, beliebig gewählt werden kann. Will man also von der hier gezeigten Erweiterung der combinatorischen Methode Gebrauch machen zur Auflösung der unbestimmten Gleichungen, so hat man, sind die Determinante und ihre Entwickelungs-Coëfficienten p und q einmal gebildet und die Wurzeln der Eliminationsgleichung gefunden, nur mehr nöthig in den als Polynome der $\left(\frac{h}{k}\right)$ betrachteten p, q sämmtliche Diagonalcoëfficienten

$$\left(\frac{k}{k}\right)$$

der Reihe nach entsprechend den verschiedenen Wurzeln s, durch

$$\left(\frac{k}{k}\right) - s_\mu$$

zu ersetzen; die derart veränderten Polynome p und q sind dann selbst schon die gesuchten Werthe der Unbekannten oder doch diesen proportionale Grössen.

Wir haben uns schon im zweiten Abschnitte bei den symmetrischen bestimmten Gleichungen dahin ausgesprochen, es müsse von den zu ihrer Auflösung dienlichen Methoden, der auf die combinatorischen Eigenschaften der Determinante sich fussenden im Allgemeinen der Vorzug eingeräumt werden im Vergleiche zu der von uns dargelegten — und allein den Fall ausgenommen, das auf ein System bestimmter linearer Gleichungen führende Problem erheische auch noch die Auflösung eines ähnlichen Systemes aber unbestimmter Gleichungen — es gilt nun ganz dasselbe bezüglich der nicht symmetrischen Gleichungen; ob aber die im ersten und dritten Abschnitte oder die kurz vorher unter (26) und (27) gewonnenen Auflösungsformen der unbestimmten Gleichungen grössere Bequemlichkeit bieten, darauf liegt die Antwort in dem schon früher über die Bildung der Eliminationsgleichung, also auch der Determinante Gesagten, indem wir daher schliessen, erlauben wir uns nur noch darauf hinzudeuten: die ganze hier durchgeführte Behandlungsweise algebraischer linearer Gleichungen empfehle sich überdies dadurch, dass sie allen bei einem wie oben erwähnten Probleme etwa noch ferner nöthigen Rechnungen eine gewisse Eleganz zu verleihen im Stande ist.

Über die Kriterien des Grössten und Kleinsten bei den Problemen der Variationsrechnung.

Von **Simon Spitzer,**
Assistenten und Privat-Docenten der Mathematik am k. k. polytechnischen Institute zu Wien.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 6. Mai 1854.)

Der bedeutendste Fortschritt, der in der neuern Zeit in der Variationsrechnung geschehen ist, rührt von Jacobi her. Dieser grosse Analyst ist der erste, welcher allgemeine und sichere Regeln angab, mittelst welcher man erkennen kann, ob eine Lösung eines Problems des Grössten oder Kleinsten wirklich ein Grösstes oder Kleinstes gibt, oder keines von beiden. Seine Arbeiten hierüber sind im 17. Bande von Crelle's Journal in solcher Kürze veröffentlicht, dass sie eines Commentars bedürfen, um gehörig verstanden zu werden. Einen solchen lieferte nun, vier Jahre nach der Veröffentlichung der Jacobi'schen genialen Arbeit, Delaunay im 6. Bande von Liouville's Journal, und man muss, um gerecht zu sein, gestehen, dass Delaunay's ausgezeichnete Arbeit nicht wenig zum Verständniss der Jacobi'schen beiträgt.

Ich habe versucht, auf eine andere Weise die Kriterien abzuleiten, zu denen Jacobi gelangt ist, und glaube, dass der von mir betretene Weg einige Beachtung verdiene.

§. 1.

Es sei

$$U = \int_{x_1}^{x_2} V dx, \qquad V = f(x, y, y', y'' \ldots y^{(n)})$$

es wird für y eine solche Function von x gesucht, welche U zu einem Maximum oder Minimum macht.

Denken wir uns diese Function bereits gefunden, sie sei $y = \varphi(x)$. Durch eine sehr kleine Veränderung dieser Function nehme die sie repräsentirende Curve eine andere, von der früheren sehr wenig verschiedene Gestalt an; geht nämlich y über in $y + \partial y$, wo ∂y eine sehr kleine von x abhängige Grösse vorstellt, so geht dadurch

$$y' \text{ über in } \frac{\partial (y+\delta y)}{\partial x} = y' + \delta y'$$

$$y'' \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \frac{\partial^2 (y+\delta y)}{\partial x^2} = y'' + \delta y''$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$y^{(n)} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \frac{\partial^n (y+\delta y)}{\partial x^n} = y^{(n)} + \delta y^{(n)}$$

und U in U_1, V in V_1.

Entwickelt man nun V_1 nach der Taylor'schen Reihe, so hat man

$$V_1 = V + \frac{dV}{\partial y}\delta y + \frac{\partial V}{\partial y'}\delta y' + \frac{\partial V}{\partial y''}\delta y'' + \ldots + \frac{\partial V}{y^{(n)}}\delta y^{(n)} + R$$

wo R der Kürze halber statt der Glieder der zweiten und höheren Ordnung der Taylor'schen Reihe gesetzt ist. Es ist daher:

$$U_1 = \int_{x_1}^{x_2} V dx + \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial V}{\partial y}\delta y + \frac{\partial V}{\partial y'}\delta y' + \frac{\partial V}{\partial y''}\delta y'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\delta y^{(n)} \right\} dx + \int_{x_1}^{x_2} R dx$$

oder

$$U_1 - U = \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial V}{\partial y}\delta y + \frac{\partial V}{\partial y'}\delta y' + \frac{\partial V}{\partial y''}\delta y'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\delta y^{(n)} \right\} dx + \int_{x_1}^{x_2} R dx$$

Dieser Ausdruck soll nun im Falle des Maximums stets negativ, und im Falle des Minimums stets positiv bleiben, wie immer auch δy beschaffen ist. — Denkt man sich nun statt δy, $\varepsilon\psi(x)$ gesetzt, unter ε eine sehr kleine Zahl verstanden, so lässt sich $U_1 - U$ folgendermassen darstellen:

$$U_1 - U = A\varepsilon + B\varepsilon^2 + C\varepsilon^3 + \ldots$$

wo

$$A\varepsilon = \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial V}{\partial y}\delta y + \frac{\partial V}{\partial y'}\delta y' + \frac{\partial V}{\partial y''}\delta y'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\delta y^{(n)} \right\} dx$$

ist, $B\varepsilon^2$ die Glieder der zweiten Ordnung, $C\varepsilon^3$ die Glieder der dritten Ordnung bezeichnet, u. s. f. und man hat bekanntlich für ein Maximum oder Minimum

$$A = o$$

für ein Maximum zu gleicher Zeit nach

$$B < o$$

und für ein Minimum

$$B > o$$

Wir haben also als Bedingungsgleichung für ein Maximum oder Minimum

$$\int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial V}{\partial y}\,\delta y + \frac{\partial V}{\partial y'}\,\delta y' + \frac{\partial V}{\partial y''}\,\delta y'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\,\delta y^{(n)} \right\} dx = 0 \tag{1}$$

Behandeln wir nun nach einander die einzelnen Glieder dieses Ausdruckes nach der Methode des theilweisen Integrirens, so haben wir, von der bekannten Formel

$$\int_{x_1}^{x_2} PQ^{(n)}\,dx = \left\{ Q^{(n-1)}P - Q^{(n-2)}P' + Q^{(n-3)}P'' - \ldots \right.$$
$$\left. + (-1)^{n-1} QP^{(n-1)} \right\}_{x_1}^{x_2} + (-1)^n \int_{x_1}^{x_2} QP^{(n)}\,dx$$

Gebrauch machend:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dV}{\partial y}\,\delta y \;\; \partial x = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial V}{\partial y}\,\delta y\,dx$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial V}{\partial y'}\,\delta y'\,dx = \left\{ \delta y \;\frac{\partial V}{\partial y'} \right\}_{x_1}^{x_2} - \int_{x_1}^{x_2} \delta y \left[\frac{\partial V}{\partial y'} \right]' dx$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial V}{\partial y''}\,\delta y''\,dx = \left\{ \delta y' \frac{\partial V}{\partial y''} - \delta y \left[\frac{\partial V}{\partial y''} \right]' \right\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} \delta y \left[\frac{\partial V}{\partial y''} \right]'' dx$$

. . . . . .

. . . . . .

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\,\delta y^{(n)}\,dx = \left\{ \delta y^{(n-1)} \;\frac{\partial V}{\partial y^{(n)}} - \delta y^{(n-2)} \left[\frac{\partial V}{\partial y^{(n)}} \right]' + \ldots \right.$$
$$\left. + (-1)^{n-1} \delta y \left[\frac{\partial V}{\partial y^{(n)}} \right]^{(n-1)} \right\}_{x_1}^{x_2} + (-1)^n \int_{x_1}^{x_2} \delta y \left[\frac{\partial V}{\partial y^{(n)}} \right]^{(n)} dx$$

Werden diese Werthe in (1) substituirt, so erhält man:

$$\int_{x_1}^{x_2} \delta y \left\{ \frac{\partial V}{\partial y} - \left[\frac{\partial V}{\partial y'}\right]' + \left[\frac{\partial V}{\partial y''}\right]'' - \ldots + (-1)^n \left[\frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\right]^{(n)} \right\} dx +$$

$$+ \left\{ \delta y \left\{ \frac{\partial V}{\partial y'} - \left[\frac{\partial V}{\partial y''}\right]' + \left[\frac{\partial V}{\partial y'''}\right]'' - \ldots + (-1)^{n-1} \left[\frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\right]^{(n-1)} \right\} \right\}_{x_1}^{x_2} \qquad (2)$$

$$+ \left\{ \delta y' \left\{ \frac{\partial V}{\partial y''} - \left[\frac{\partial V}{\partial y'''}\right]' + \left[\frac{\partial V}{\partial y''''}\right]'' - \ldots + (-1)^{n-2} \left[\frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\right]^{(n-2)} \right\} \right\}_{x_1}^{x_2} +$$

$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+ \left\{ \delta y^{(n-1)} \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}} \right\}_{x_1}^{x_2} = 0$$

für die Bedingungsgleichung des Grössten oder Kleinsten.

Sucht man nun aus der Differentialgleichung

$$\frac{\partial V}{\partial y} - \left[\frac{\partial V}{\partial y'}\right]' + \left[\frac{\partial V}{\partial y''}\right]'' - \ldots + (-1)^n \left[\frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\right]^{(n)} = 0 \qquad (3)$$

welche im Allgemeinen von der $2n^{\text{ten}}$ Ordnung ist, y als Function von x, setzt man dann diesen Werth von y in

$$\left\{ \delta y \left\{ \frac{\partial V}{\partial y'} - \left[\frac{\partial V}{\partial y''}\right]' + \left[\frac{\partial V}{\partial y'''}\right]'' - \ldots + (-1)^{n-1} \left[\frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\right]^{(n-1)} \right\} \right\}_{x_1}^{x_2} +$$

$$+ \left\{ \delta y' \left\{ \frac{\partial V}{\partial y''} - \left[\frac{\partial V}{\partial y'''}\right]' + \left[\frac{\partial V}{\partial y''''}\right]'' - \ldots + (-1)^{n-2} \left[\frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\right]^{(n-2)} \right\} \right\}_{x_1}^{x_2} + \qquad (4)$$

$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+ \left\{ \delta y^{(n-1)} \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}} \right\}_{x_1}^{x_2}$$

und wählt man die in y auftretenden Constanten so, dass der Ausdruck (4) verschwindet, so ist der so gefundene Werth von y ein solcher, welcher die Gleichung (2) und somit auch die Gleichung (1) befriedigt. Ob aber dieses y wirklich das U zu einem Maximum oder Minimum macht, muss erst weiter untersucht werden, und diese Untersuchung bildet den Hauptgegenstand des hier vorliegenden Aufsatzes.

§. 2.

Betrachten wir nun die Glieder der zweiten Ordnung der Taylor'schen Reihe, sie sind:

$$\frac{1}{2}\int_{x_1}^{x_2}\left\{\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\delta y^2+\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}\delta y'^2+\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2}\delta y''^2+\ldots+\frac{\partial^2 V}{\partial y^{(n)2}}\delta y^{(n)2}+\right.$$
$$\left.+2\frac{\partial^2 V}{\partial y\partial y'}\delta y\delta y'+2\frac{\partial^2 V}{\partial y\partial y''}\delta y\delta y''+\ldots+2\frac{\partial^2 V}{\partial y^{(n-1)}\partial y^{(n)}}\delta y^{(n-1)}\delta y^{(n)}\right\}dx$$

Setzt man der Kürze halber $\delta y = w$, $\delta y' = w'$, $\delta y'' = w''$, ... und $\frac{\partial^2 V}{\partial y^{(r)}\partial y^{(s)}} = (r\,s)$, wodurch also $(r\,s) = (s\,r)$ wird, so kann man die Glieder unter dem Integralzeichen so ordnen:

$$(0\,0)\,w\;w+(0\,1)\,w\;w'+(0\,2)\,w\;w''+\ldots+(0\,n)\,w\;w^{(n)}+$$
$$+(1\,0)\,w'\;w+(1\,1)\,w'\;w'+(1\,2)\,w'\;w''+\ldots+(1\,n)\,w'\;w^{(n)}+$$
$$+(2\,0)\,w''\;w+(2\,1)\,w''\;w'+(2\,2)\,w''\;w''+\ldots+(2\,n)\,w''\;w^{(n)}+$$
$$+\;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+(n\,0)\,w^{(n)}w+(n\,1)\,w^{(n)}w'+(n\,2)\,w^{(n)}w''+\ldots+(n\,n)\,w^{(n)}w^{(n)}$$

oder endlich auch so:

$$w\;[(0\,0)\,w+(0\,1)\,w'+(0\,2)\,w''+\ldots+(0\,n)\,w^{(n)}]+$$
$$+w'\;[(1\,0)\,w+(1\,1)\,w'+(1\,2)\,w''+\ldots+(1\,n)\,w^{(n)}]+$$
$$+w''\;[(2\,0)\,w+(2\,1)\,w'+(2\,2)\,w''+\ldots+(2\,n)\,w^{(n)}]+$$
$$+\;\ldots$$
$$+w^{(n)}[(n\,0)\,w+(n\,1)\,w'+(n\,2)\,w''+\ldots+(n\,n)\,w^{(n)}]$$

Setzt man nun wieder der Kürze wegen

$$(r\,0)\,w+(r\,1)\,w'+(r\,2)\,w''+\ldots+(r\,n)\,w^{(n)}=M_r$$

so hat man für die Glieder der zweiten Ordnung

$$\frac{1}{2}\int_{x_1}^{x_2}\{w\,M_0+w'M_1+w''M_2+\ldots+w^{(n)}M_n\}\,dx$$

Einen ganz ähnlichen Ausdruck erhielten wir für die Glieder der ersten Ordnung, demnach hat man:

$$U_1-U=\int_{x_1}^{x_2}\left\{\frac{\partial V}{\partial y}w+\frac{\partial V}{\partial y'}w'+\frac{\partial V}{\partial y''}w''+\ldots+\frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}w^{(n)}\right\}dx+$$
$$+\frac{1}{2}\int_{x_1}^{x_2}\{M_0w+M_1w'+M_2w''+\ldots+M_nw^{(n)}\}\,dx+\ldots$$

wo in der ersten Zeile die Glieder der ersten, in der zweiten die Glieder der zweiten Ordnung stehen. Setzt man:

$$\frac{\partial V}{\partial y} w + \frac{\partial V}{\partial y'} w' + \frac{\partial V}{\partial y''} w'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}} w^{(n)} = W$$

so ist, weil $w, w', w'' \ldots$ als reine Functionen von x vorausgesetzt sind:

$$\frac{\partial W}{\partial y} = M_0, \frac{\partial W}{\partial y'} = M_1, \frac{\partial W}{\partial y''} = M_2, \ldots \frac{\partial W}{\partial y^{(n)}} = M_n$$

und folglich

$$U_1 - U = \int_{x_1}^{x_2} W dx + \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial W}{\partial y} \delta y + \frac{\partial W}{\partial y'} \delta y' + \frac{\partial W}{\partial y''} \delta y'' + \ldots + \frac{\partial W}{\partial y^{(n)}} \delta y^{(n)} \right\} dx + \ldots$$

oder

$$U_1 - U = \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial V}{\partial y} \delta y + \frac{\partial V}{\partial y'} \delta y' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}} \delta y^{(n)} \right\} dx +$$

$$+ \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} \left\{ \frac{\partial W}{\partial y} \delta y + \frac{\partial W}{\partial y'} \delta y' + \ldots + \frac{\partial W}{\partial y^{(n)}} \delta y^{(n)} \right\} dx + \ldots$$

So wie wir nun die Glieder der ersten Ordnung mittelst des theilweisen Integrirens umwandelten, genau so lassen sich auch die Glieder der zweiten Ordnung umwandeln, man hat nämlich für dieselben:

$$\begin{aligned}
&\int_{x_1}^{x_2} \delta y \left\{ \frac{\partial W}{\partial y} - \left[\frac{\partial W}{\partial y'}\right]' + \left[\frac{\partial W}{\partial y''}\right]'' - \ldots + (-1)^n \left[\frac{\partial W}{\partial y^{(n)}}\right]^{(n)} \right\} dx + \\
&- \int \delta y \left\{ \frac{\partial W}{\partial y'} - \left[\frac{\partial W}{\partial y''}\right]' + \left[\frac{\partial W}{\partial y'''}\right]'' - \ldots + (-1)^{n-1} \left[\frac{\partial W}{\partial y^{(n)}}\right]^{(n-1)} \right\}_{x_1}^{x_2} + \\
&+ \int \delta y' \left\{ \frac{\partial W}{\partial y''} - \left[\frac{\partial W}{\partial y'''}\right]' + \left[\frac{\partial W}{\partial y''''}\right]'' - \ldots + (-1)^{n-2} \left[\frac{\partial W}{\partial y^{(n)}}\right]^{(n-2)} \right\}_{x_1}^{x_2} + \\
&+ \ldots \\
&+ \int \delta y^{(n-1)} \frac{\partial W}{\partial y^{(n)}} \Big|_{x_1}^{x_2}
\end{aligned} \tag{5}$$

und dieses muss stets sein Zeichen beibehalten, wenn U ein Maximum oder Minimum sein soll.

§. 3.

Die Glieder der zweiten Ordnung lassen sich noch auf eine andere, von Legendre gezeigte Weise transformiren, wir wollen diese Transformation zuerst in dem speciellen Falle bewerkstelligen, wenn V blos eine Function ist von x, y, y'. Man setze alsdann:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} w^2 + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} w w' + \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} w'^2 = (v w^2)' + \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} (w' + \lambda w)^2 \tag{6}$$

und bestimme λ und v so, dass dieser Gleichung identisch Genüge geschieht. Entwickelt man den zweiten Ausdruck, und ordnet ihn dann, so erhält man

$$w^2 \left[v' + \lambda^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} \right] + 2 w w' \left[v + \lambda \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} \right] + w'^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}$$

woraus man sieht, dass λ und v so gewählt werden müssen, dass folgende zwei Gleichungen stattfinden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} &= v' + \lambda^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} &= v + \lambda \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} \end{aligned} \tag{7}$$

und diese sind hinreichend zur Bestimmung von λ und v.

Kömmt in V auch noch y'' vor, so setze man:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} w^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} w'^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} w''^2 + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} w w' + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} w w'' + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''} w' w'' = (v w^2 + 2 v_1 w w' + v_2 w'^2)' + \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} (w + \lambda w' + \mu w)^2 \tag{8}$$

Der zweite Theil gibt entwickelt und geordnet

$$w^2 \left[v' + \mu^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} \right] + w'^2 \left[2 v_1 + v_2' + \lambda^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} \right] + w''^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} + 2 w w' \left[v + v_1' + \lambda \mu \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} \right] + 2 w w'' \left[v_1 + \mu \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} \right] + 2 w' w'' \left[v_2 + \lambda \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} \right]$$

Die Gleichung (8) wird nun identisch erfüllt, wenn v, v_1, v_2, λ und μ so gewählt werden, auf dass folgende Gleichungen stattfinden

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} &= v' + \mu^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''} &= 2 v_1 + v_2' + \lambda^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} &= v + v_1' + \lambda \mu \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} \end{aligned} \tag{9}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''} = v_1 + \mu \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}$$
$$\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''} = v_2 + \lambda \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2}$$

Kömmt in V auch noch y''' vor, so setze man:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} w^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} w'^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} w''^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} w'''^2 + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} w w' + \\
&+ 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} w w'' + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''} w w''' + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''} w' w'' + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y'''} w' w''' + \\
&+ 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'' \partial y'''} w'' w''' = (v w^2 + v_1 w'^2 + v_2 w''^2 + 2 v_3 w w' + 2 v_4 w w'' + \\
&+ 2 v_5 w' w'')' + \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} (w''' + \lambda_1 w'' + \lambda_2 w' + \lambda_3 w)^2
\end{aligned} \tag{10}$$

der zweite Theil dieser Gleichung gibt entwickelt und geordnet:

$$\begin{aligned}
&w^2 \left(v' + \lambda_3^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}\right) + w'^2 \left(v_1' + 2 v_3 + \lambda_2^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}\right) + \\
&+ w''^2 \left(v_2' + 2 v_5 + \lambda_1^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}\right) + w'''^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} + \\
&+ 2 w w' \left(v + v_3' + \lambda_2 \lambda_3 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}\right) + 2 w w'' \left(v_3 + v_4' + \lambda_1 \lambda_3 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}\right) + \\
&+ 2 w w''' \left(v_4 + \lambda_3 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}\right) + 2 w' w'' \left(v_1 + v_4 + v_5' + \lambda_1 \lambda_2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}\right) + \\
&+ 2 w' w''' \left(v_5 + \lambda_2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}\right) + 2 w'' w''' \left(v_2 + \lambda_1 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}\right)
\end{aligned}$$

und folglich muss, damit die Gleichung (10) identisch stattfinde, folgendes System von Gleichungen erfüllt sein:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} &= v' + \lambda_3^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} &= v_1' + 2 v_3 + \lambda_2^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} &= v_2' + 2 v_5 + \lambda_1^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} &= v + v_3' + \lambda_2 \lambda_3 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} &= v_3 + v_4' + \lambda_1 \lambda_3 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''} &= v_4 + \lambda_3 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''} &= v_1 + v_4 + v_5' + \lambda_1 \lambda_2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y'''} = r_3 + \lambda_2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'' \partial y'''} = r_2 + \lambda_1 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}$$

Setzt man endlich ganz allgemein:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\,\delta y^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}\,\delta y'^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2}\,\delta y''^2 + \ldots + \frac{\partial^2 V}{\partial y^{(n)2}}\,\delta y^{(n)2} +$$

$$+ 2\,\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'}\,\delta y \delta y' + 2\,\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''}\,\delta y \delta y'' + 2\,\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''}\,\delta y' \delta y'' + \ldots$$

$$+ 2\,\frac{\partial^2 V}{\partial y^{(n-1)} dy^{(n)}}\,\delta y^{(n-1)} \delta y^{(n)} =$$

$$[U_{0,0}\,w^2 + U_{1,1}\,w'^2 + U_{2,2}\,w''^2 + \ldots U_{n-1,n-1} w^{(n-1)2} + 2U_{0,1}\,ww' +$$

$$2\,U_{0,2}\,ww'' + 2\,U_{1,2}\,w'w'' + \ldots + 2\,U_{n-2,\,n-1}\,w^{(n-2)} w^{(n-1)}]' +$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^{(n)2}}\,(w^{(n)} + \lambda_1\,w^{(n-1)} + \lambda_2\,w^{(n-2)} + \ldots + \lambda_n\,w)^2$$

so gelangt man, wenn man den zweiten Theil dieser Gleichung entwickelt und ihn dem ersten identisch gleich setzt, zu einem Systeme von $\frac{n(n+3)}{2}$ Gleichungen, die hinreichen, um dieselbe Anzahl von Unbekannten, nämlich:

$$\begin{array}{llll} U_{0,0} & U_{1,1} & U_{2,2} & U_{n-1,\,n-1} \\ U_{0,1} & U_{0,2} & U_{1,2} & U_{n-2,\,n-1} \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_n \end{array}$$

zu bestimmen.

Anmerkung. Die Gleichung (6) setzt voraus, dass $\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}$ von Null verschieden ist, eben so setzt die Gleichung (8) voraus, dass $\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2}$; die Gleichung (10) dass $\frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}$; und die letzte Gleichung, dass $\frac{\partial^2 V}{\partial y^{(n)2}}$ von Null verschieden sind. Sind die genannten Ausdrücke aber Null, so müssen diese Gleichungen auf andere Art transformirt werden; wir werden später bei der Betrachtung der speciellen Fälle darüber ausführlich zur Sprache kommen.

§. 4.

Der Hauptzweck der ganzen hier durchzuführenden Analyse besteht aber gerade darin, diese Unbekannten zu finden. Würde man direct dieses Ziel verfolgen, so käme man zu Differentialgleichungen erster Ordnung, deren Lösung jedoch solche Schwierigkeiten darbieten, dass selbst so mächtige Geister wie Legendre, Lagrange.... diese nicht überwinden konnten. Durch eine äusserst feine und

schwierige Analysis, die wir bald näher besprechen werden, gelangte Jacobi zur Integration derselben.

So ist nämlich die Differentialgleichung, welche sich aus der Elimination von λ aus den beiden Gleichungen (7) ergibt:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - v'\right) = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} - r\right)^2$$

so sind ferner die Differentialgleichungen, welche sich durch Elimination von λ und μ aus den fünf Gleichungen (9) ergeben

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - v'\right)\frac{d^2 V}{\partial y''^2} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} - r_1\right)^2$$

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} - 2r_1 - v_2'\right)\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''} - r_2\right)^2$$

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} - r - r_1'\right)\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} - r_1\right)\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''} - r_2\right)$$

und die aus der Elimination von $\lambda_1\ \lambda_2\ \lambda_3$ aus den Gleichungen (11) hervorgehenden Differentialgleichungen

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - v'\right)\frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''} - r_4\right)^2$$

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} - v_1' - 2r_3\right)\frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y'''} - r_3\right)^2$$

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} - v_2' - 2r_3\right)\frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y'' \partial y'''} - r_2\right)^2$$

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} - v - r_3'\right)\frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y'''} - r_3\right)\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''} - r_4\right)$$

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} - r_3 - r_4'\right)\frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y'' \partial y'''} - r_2\right)\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''} - r_4\right)$$

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''} - r_1 - r_4 - r_5'\right)\frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y'' \partial y'''} - r_2\right)\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y'''} - r_5\right)$$

und so kömmt man, je weiter man fortschreitet, zu immer mehr, aber wenigstens nicht zu complicirteren Gleichungen ersten Grades.

Aber das ist klar, dass wenn man bei dem ersten hier erwähnten Beispiele λ kennen würde, v sich ohne Integration ergäbe, es ist nämlich

$$v = \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} - \lambda \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}$$

eben so, wenn man bei dem zweiten Beispiele λ und μ kennen würde, r, r_1 und r_2 fast gar keine Berechnung mehr erfordern, es ist nämlich

$$r_1 = \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} - \mu \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2}$$
$$r_2 = \frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''} - \lambda \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2}$$
$$r = \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} - \mu \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2}\right)' - \lambda\mu \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2}$$

und so hätte man im dritten Beispiele, wenn $\lambda_1\ \lambda_2\ \lambda_3$ bekannt wären:

$$r_2 = \frac{\partial^2 V}{\partial y'' \partial y'''} - \lambda_1 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}$$
$$r_4 = \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''} - \lambda_3 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}$$
$$r_5 = \frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y'''} - \lambda_2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}$$
$$r_1 = \frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''} - \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''} + \lambda_3 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y'''} - \lambda_2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}\right)' - \lambda_1 \lambda_2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}$$
$$r_3 = \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''} - \lambda_3 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}\right)' - \lambda_1 \lambda_3 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}$$
$$r = \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''}\right)' + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''} - \lambda_3 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}\right)'' + \left(\lambda_1 \lambda_3 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}\right)' - \lambda_2 \lambda_3 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}$$

u. s. f. u. s. f.

Durch wiederholt angewandte und geschickt durchgeführte partielle Integration gelang es Jacobi, den Ausdruck:

$$\int_{x_1}^{x_2} \partial y \left\{\frac{\partial H}{\partial y} - \left[\frac{\partial H}{\partial y'}\right]' + \left[\frac{\partial H}{\partial y''}\right]'' - \ldots + (-1)^n \left[\frac{\partial H}{\partial y^{(n)}}\right]^{(n)}\right\} dx$$

so zu transformiren, dass unter dem Integralzeichen ein vollständiges Quadrat zu stehen kömmt; oder mit andern Worten, es gelang ihm, den Ausdruck (5) auf die Form:

$$\left\{U_{0,0}\, \partial y^2 + U_{1,1}\, \partial y'^2 + U_{2,2}\, \partial y''^2 + \ldots + U_{n-1,n-1}\, \partial y^{(n-1)2} + 2\, U_{0,1}\, \partial y \partial y' + 2\, U_{0,2}\, \partial y \partial y'' + 2\, U_{1,2}\, \partial y' \partial y'' + \ldots + 2\, U_{n-2,n-1}\, \partial y^{(n-2)}\, \partial y^{(n-1)}\right\}_{x_1}^{x_2}$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 V}{\partial y^{(n-2)}} \left[\partial y^{(n)} + \lambda_1\, \partial y^{(n-1)} + \lambda_2\, \partial y^{(n-2)} + \ldots + \lambda_n\, \partial y\right]^2 dx$$

zu bringen, woraus sich also unmittelbar die Werthe von λ ergeben, und folglich mittelst derselben die übrigen zu bestimmenden Grössen.

Dies ist die Haupt-Pointe dieser höchst merkwürdigen Jacobi'schen Arbeit. Mir ist es geglückt, auf eine andere viel einfachere Weise die Werthe von λ zu bestimmen, wodurch sich die complicirte und schwierige Transformation Jacobi's umgehen lässt.

§. 5.

Ich will vorerst den Beweis eines von Jacobi erwähnten Lehrsatzes führen, der für diese Theorie von grosser Wichtigkeit ist. Es sei

$$\varphi\,(x,\ y,\ y',\ y'',\ \ldots\ y^{(n)}) = 0 \tag{12}$$

eine Differentialgleichung n^{ten} Grades,

$$y = \psi\,(x,\ a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots\ a_n) \tag{13}$$

das vollständige Integrale derselben. Denkt man sich diesen Werth von y in (12) eingeführt, so erhält man eine identische Gleichung; differenzirt man dann dieselbe noch irgend ein a, so erhält man:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial a} + \frac{\partial\varphi}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial a} + \frac{\partial\varphi}{\partial y''}\frac{\partial y''}{\partial a} + \ldots + \frac{\partial\varphi}{\partial y^{(n)}}\frac{\partial y^{(n)}}{\partial a} = 0 \tag{14}$$

und dies ist offenbar wieder eine identische Gleichung. Setzt man:

$$\frac{\partial y}{\partial a} = z,\ \text{so ist:}\quad \frac{\partial\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)}{\partial a} = \frac{\partial\left(\frac{\partial y}{\partial a}\right)}{\partial x},\ \text{oder}\ \frac{\partial y'}{\partial a} = \frac{\partial z}{\partial x}$$

und eben so:

$$\frac{\partial y''}{\partial a} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2},\quad \frac{\partial y'''}{\partial a} = \frac{\partial^3 z}{\partial x^3},\quad \ldots\quad \frac{\partial y^{(n)}}{\partial a} = \frac{\partial^n z}{\partial x^n}$$

und die Gleichung (14) geht über in:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y}z + \frac{\partial\varphi}{\partial y'}z' + \frac{\partial\varphi}{\partial y''}z' + \ldots + \frac{\partial\varphi}{\partial y^{(n)}}z^{(n)} = 0 \tag{15}$$

und ist, wie man sieht, eine lineare Differentialgleichung, der genügt wird für

$$z = \frac{\partial y}{\partial a_1},\ z = \frac{\partial y}{\partial a_2},\ z = \frac{\partial y}{\partial a_3},\ \ldots\ z = \frac{\partial y}{\partial a^n}$$

es ist folglich das vollständige Integrale derselben:

$$z = C_1\frac{\partial y}{\partial a_1} + C_2\frac{\partial y}{\partial a_2} + C_3\frac{\partial y}{\partial a_3} + \ldots + C_n\frac{\partial y}{\partial a_n}$$

Kennt man daher das Integrale der Gleichung (12), so kennt man auch das Integrale der Gleichung (15), vorausgesetzt, dass man

in $\frac{d\varphi}{\partial y}, \frac{\partial\varphi}{\partial y'}, \frac{\partial\varphi}{\partial y''}, \ldots \frac{\partial\varphi}{\partial y^{(n)}}$ statt y seinen in (13) stehenden Werth gesetzt hat.

Betrachten wir nun die zwei Gleichungen:

$$\frac{\partial V}{\partial y} - \left[\frac{\partial V}{\partial y'}\right]' + \left[\frac{\partial V}{\partial y''}\right]'' - \ldots + (-1)^n \left[\frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\right]^{(n)} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial W}{\partial y} - \left[\frac{\partial W}{\partial y'}\right]' + \left[\frac{\partial W}{\partial y''}\right]'' - \ldots + (-1)^n \left[\frac{\partial W}{\partial y^{(n)}}\right]^{(n)} = 0 \tag{16}$$

welche, da

$$W = \frac{\partial V}{\partial y}\,\delta y + \frac{\partial V}{\partial y'}\,\delta y' + \frac{\partial V}{\partial y''}\,\delta y'' + \ldots + \frac{\partial V}{\partial y^{(n)}}\,\delta y^{(n)}$$

ist, in demselben analytischen Zusammenhange stehen, wie die Gleichungen (12) und (15), so hat man, wenn das Integral der Gleichung (3)

$$y = \varphi\,(x, a_1, a_2, a_3, \ldots a_m)$$

ist, für das Integrale der Gleichung (16)

$$\delta y = C_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + C_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + C_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + \ldots + C_m \frac{\partial y}{\partial a_m}$$

unter $C_1, C_2, C_3, \ldots C_m$ willkürlichen Constanten verstanden.

§. 6.

Um nun zu den allgemeinen Ausdrücken von $\lambda_1, \lambda_2 \ldots \lambda_n$ zu gelangen, betrachte man die zu identificirende Gleichung

$$\int_{x_1}^{x_2} \delta y \left\{\frac{\partial W}{\partial y} - \left[\frac{\partial W}{\partial y'}\right]' + \left[\frac{\partial W}{\partial y''}\right]'' - \ldots + (-1)^n \left[\frac{\partial W}{\partial y^{(n)}}\right]^{(n)}\right\} dx +$$

$$+ \left\{\delta y \left\{\frac{\partial W}{\partial y'} - \left[\frac{\partial W}{\partial y''}\right]' + \left[\frac{\partial W}{\partial y'''}\right]'' - \ldots + (-1)^{n-1}\left[\frac{\partial W}{\partial y^{(n)}}\right]^{(n-1)}\right\}\right\}_{x_1}^{x_2} +$$

$$+ \left\{\delta y' \left\{\frac{\partial W}{\partial y''} - \left[\frac{\partial W}{\partial y'''}\right]' + \left[\frac{\partial W}{\partial y''''}\right]'' - \ldots + (-1)^{n-2}\left[\frac{\partial W}{\partial y^{(n)}}\right]^{(n-2)}\right\}\right\}_{x_1}^{x_2} +$$

$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+ \left\{\delta y^{(n-1)} \frac{\partial W}{\partial y^{(n)}}\right\}_{x_1}^{x_2} -$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 V}{\partial y^{(n)2}} \left(\delta y^{(n)} + \lambda_1 \delta y^{(n-1)} + \lambda_2 \delta y^{(n-2)} + \ldots + \lambda_n \delta y \right)^2 +$$
$$+ \{ U_{0,0} \delta y^2 + U_{1,1} \delta y'^2 + U_{2,2} \delta y''^2 + \ldots + U_{n-1,n-1} \delta y^{(n-1)2} +$$
$$+ 2 U_{0,1} \delta y \delta y' + 2 U_{0,2} \delta y \delta y'' + 2 U_{1,2} \delta y' \delta y'' + \ldots$$
$$+ 2 U_{n-2,n-1} \delta y^{(n-2)} \delta y^{(n-1)} \}_{x_1}^{x_2}$$

Setzt man in dem ersten Theile derselben statt δy den Ausdruck:

$$A_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + \ldots + A_{2n} \frac{\partial y}{\partial a_{2n}}$$

unter $A_1\ A_2\ A_3 \ldots A_{2n}$ willkürliche Constante verstanden, so verschwindet das unter dem Integralzeichen Stehende; folglich muss auch der Ausdruck unter dem Integralzeichen im zweiten Theile der Gleichung, wenn man statt δy denselben Werth setzt, verschwinden, weil dieser Theil dem ersten identisch gleich sein soll, oder mit andern Worten

$$\delta y = A_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + \ldots + A_{2n} \frac{\partial y}{\partial a_{2n}}$$

muss ein particuläres Integrale der Differentialgleichung

$$\delta y^{(n)} + \lambda_1 \delta y^{(n-1)} + \lambda_2 \delta y^{(n-2)} + \ldots + \lambda_n \delta y = 0 \qquad (17)$$

sein. Setzt man ferner:

$$\delta y = B_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + B_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + B_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + \ldots + B_{2n} \frac{\partial y}{\partial a_{2n}}$$

unter $B_1, B_2, B_3 \ldots B_{2n}$ ebenfalls willkürliche Constante verstanden, so lässt sich von diesem Ausdrucke dasselbe sagen, ebenso wenn man:

$$\delta y = C_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + C_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + C_2 \frac{\partial y}{\partial a_3} + \ldots + C_{2n} \frac{\partial y}{\partial a_{2n}}$$

setzen würde, u. s. f. Man kann daher n solche Ausdrücke als die n particulären Integrale der Gleichung (17) betrachten, und demgemäss die Coëfficienten $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \ldots$ bestimmen. Nennt man diese Werthe von δy der Reihe nach

$$u_1,\ u_2,\ u_3 \ldots u_n$$

so hat man folgende Gleichungen

$$\begin{aligned}
&u_1^{(n)} + \lambda_1 u_1^{(n-1)} + \lambda_2 u_1^{(n-2)} + \ldots + \lambda_n u_1 = 0\\
&u_2^{(n)} + \lambda_1 u_2^{(n-1)} + \lambda_2 u_2^{(n-2)} + \ldots + \lambda_n u_2 = 0\\
&u_3^{(n)} + \lambda_1 u_3^{(n-1)} + \lambda_2 u_3^{(n-2)} + \ldots + \lambda_n u_3 = 0\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&u_n^{(n)} + \lambda_1 u_n^{(n-1)} + \lambda_2 u_n^{(n-2)} + \ldots + \lambda_n u_n = 0
\end{aligned}$$

aus welchen sich leicht $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \ldots \lambda_n$ berechnen lassen.

In den auf diese Weise entstehenden Ausdrücken für $\lambda_1, \lambda_2 \ldots \lambda_n$ erscheinen $2n^2$ constante Grössen, die aber nicht ganz willkürlich, sondern gewissen Bedingungen unterworfen sind. Es scheint ziemlich schwierig zu sein, diese ganz allgemein anzugeben, wir begnügen uns daher nach Jacobi's und besonders Delaunay's Vorgang mit der ausführlichen Untersuchung specieller Fälle.

§. 7.

Untersuchung des speciellen Falles, wenn $V = \varphi(x, y, y')$ ist.

Die Glieder der zweiten Ordnung lassen sich, wie auch ganz allgemein gezeigt wurde, auf folgende drei verschiedene Weisen darstellen:

$$\int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} w^2 + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} w w' + \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} w'^2 \right) dx \tag{18}$$

$$\left\{ w \cdot \frac{\partial W}{\partial y'} \right\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} w \left\{ \frac{\partial W}{\partial y} - \left[\frac{\partial W}{\partial y'} \right]' \right\} dx \tag{19}$$

$$\left\{ v\, w^2 \right\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} (w' + \lambda w)^2 \, dx \tag{20}$$

die einander identisch gleich sind. Die in (19) vorkommende Grösse W ist gleich

$$W = \frac{\partial V}{\partial y} w + \frac{\partial V}{\partial y'} w'$$

und die in (20) vorkommenden Grössen v und λ haben zu genügen den Gleichungen (7), diese sind:

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 V}{\partial y^2} &= v' + \lambda^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}\\
\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} &= v + \lambda \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}
\end{aligned} \tag{7}$$

Wir nehmen an, dass die Gleichung

$$\frac{dV}{\partial y} - \left[\frac{\partial V}{\partial y'}\right]' = 0$$

integrirt werden kann, und dass ihr Integral

$$y = \varphi\,(x,\ a_1,\ a_2)$$

sei; das Integral der Gleichung

$$\frac{\partial W}{\partial y} - \left[\frac{\partial W}{\partial y'}\right]' = 0$$

die sich in entwickelter Gestalt auch so schreiben lässt:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}\,w'' + \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}\,w' + \left[\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'}\right)' - \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right] w = 0 \qquad (21)$$

ist dann:

$$w = C_1\,\frac{\partial y}{\partial a_1} + C_2\,\frac{\partial y}{\partial a_2}$$

was wir der Kürze wegen $w = u$ schreiben wollen. Wir wählen nun λ so, dass $w = u$ das Integral der linearen Differentialgleichung:

$$w' + \lambda\, w = 0$$

werde, und haben demgemäss

$$u' + \lambda\, u = 0$$

woraus

$$\lambda = -\frac{u'}{u}$$

folgt. Aus der zweiten der Gleichungen (7) ergibt sich dann:

$$v = \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} + \frac{u'}{u}\,\frac{d^2 V}{\partial y'^2}$$

und jetzt bleibt uns nur noch übrig, um unsere Analyse gegen jeden Einwand zu sichern, nachzuweisen, dass die Werthe von λ und v der Gleichung

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = r' + \lambda^2\,\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}$$

identisch genügen. Substituirt man daher λ und v in dieser Gleichung, so erhält man:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'}\right)' + \frac{u'}{u}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}\right)' + \frac{d^2 V}{\partial y'^2}\cdot\frac{uu'' - u'^2}{u^2} + \frac{u'^2}{u^2}\cdot\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}$$

Die beiden letzten Glieder heben sich auf, multiplicirt man dann die ganze Gleichung mit u und ordnet gehörig, so erhält man:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}\,u'' + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}\right)' u' + \left[\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'}\right)' - \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right] u - 0$$

was wirklich identisch stattfindet, weil $w=u$ das Integrale der Gleichung (21) ist. Man hat somit:

$$\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}w^2+2\frac{\partial^2 V}{\partial y\partial y'}ww'+\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}w'^2\right)dx=$$

$$=\left\{w^2\left[\frac{\partial^2 V}{\partial y\partial y'}+\frac{C_1\frac{\partial y'}{\partial a_1}+C_2\frac{\partial y'}{\partial a_2}}{C_1\frac{dy}{\partial a_1}+C_2\frac{\partial y}{\partial a_2}}\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}\right]\right\}_{x_1}^{x_2}+$$

$$+\int_{x_1}^{x_2}\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}\left(w'-\frac{C_1\frac{\partial y'}{\partial a_1}+C_2\frac{\partial y'}{\partial a_2}}{C_1\frac{\partial y}{\partial a_1}+C_2\frac{\partial y}{\partial a_2}}w\right)^2dx$$

oder wenn man $\frac{C_2}{C_1}=m$ setzt, so ist der zweite Theil dieser Gleichung

$$\left\{w^2\left[\frac{\partial^2 V}{\partial y\partial y'}+\frac{\frac{\partial y'}{\partial a_1}+m\frac{\partial y'}{\partial a_2}}{\frac{\partial y}{\partial a_1}+m\frac{\partial y}{\partial a_2}}\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}\right]\right\}_{x_1}^{x_2}+$$

$$+\int_{x_1}^{x_2}\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}\left(w'-\frac{\frac{dy'}{\partial a_1}+m\frac{\partial y'}{\partial a_2}}{\frac{\partial y}{\partial a_1}+m\frac{\partial y}{\partial y_2}}w\right)^2dx$$

welcher eine willkürliche Constante enthält, was übrigens schon daraus folgt, weil v durch eine Differentialgleichung ersten Grades gegeben ist.

Die Kriterien sind daher in diesem Falle höchst einfach $\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 V}{\partial y dy'}$ und $\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}$ dürfen innerhalb der Integrationsgrenzen nicht durch unendlich gehen, denn sonst würde der erste Theil der letzten Gleichung nämlich der Ausdruck (18) unstättig sein; ferner muss $\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}$ für alle Werthe von $x=x_1$ bis $x=x_2$ stets dasselbe Zeichen beibehalten, endlich muss noch die willkürliche Constante m so gewählt werden können, dass für keinen zwischen x_1 und x_2 liegenden Werth von x der Nenner $\frac{\partial y}{\partial a_1}+m\frac{\partial y}{\partial a_2}$ gleich Null wird.

Findet alles dieses Statt, und lässt sich ein solcher Werth von m ausfindig machen; der es unmöglich macht, dass zwischen den Inte-

grationsgrenzen $\frac{\partial y}{\partial a_1} + m \frac{\partial y}{\partial a_2} = o$ wird, so kann man, weil für die Grenzwerthe w gleich Null ist, die obige Gleichung so schreiben:

$$\int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \partial y^2 + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} \partial y \frac{d\partial y}{\partial x} + \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} \left(\frac{\partial \partial y}{\partial x}\right)^2\right] dx -$$

$$= \int_{x_1}^{x_2} \frac{d^2 V}{dy'^2} \left(\frac{\partial \partial y}{\partial x} - \frac{\frac{\partial y'}{\partial a_1} + m \frac{\partial y'}{\partial a_2}}{\frac{\partial y}{\partial a_1} + m \frac{\partial y}{\partial a}} \partial y\right)^2 . dx$$

und hat somit ein Maximum oder Minimum, je nachdem $\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}$ für alle zwischen x_1 und x_2 liegenden Werthe negativ oder positiv ist.

§. 8.

Ist aber $\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} = 0$, d. h. ist $V = f(x, y) + y' f(x, y)$, (ein Fall, den weder Jacobi noch Delaunay einer Discussion unterzog) so muss die eben angeführte Analyse abgeändert werden, denn man hat statt der Differentialgleichung

$$\frac{\partial V}{\partial y} - \left[\frac{\partial V}{\partial y'}\right]' = 0$$

die sich hier so stellt:

$$\frac{\partial f}{\partial y} + y' \frac{\partial f}{\partial y} - [f(x, y)]' = 0$$

wenn man gehörig reducirt, folgende gewöhnliche Gleichung:

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial f}{\partial x} = 0$$

aus welcher y als Function von x ohne willkürliche Constante hervorgeht. Die unmittelbare Folge hiervon ist, dass die Coordinaten der Grenzpunkte der gesuchten Curven nicht mehr, wie im vorhergehenden Falle willkürlich, sondern der Bedingung unterworfen sind, der zuletzt aufgeschriebenen Gleichung zu genügen, d. h. mit andern Worten, die Endpunkte sind Punkte der Curve, deren Gleichung $\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial f}{\partial x} = 0$ ist; findet dieses nicht Statt, so ist die Aufgabe unmöglich.

Hier hat man nun:

$$\int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} w^2 + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} w w'\right) dx = \left\{w \frac{\partial W}{\partial y'}\right\}_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} w \left\{\frac{\partial W}{\partial y} - \left[\frac{\partial W}{\partial y'}\right]'\right\} dx$$

wo, wie man leicht sieht:

$$\frac{\partial W}{\partial y} - \left[\frac{\partial W}{\partial y'}\right]' = \left[\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'}\right)' - \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right] w$$

und

$$\frac{\partial W}{\partial y'} = \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} w$$

ist; da ferner für die Grenzwerthe $w = 0$ ist, so folgt:

$$\int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} w^2 + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} w w'\right) dx = \int_{x_1}^{x_2} w^2 \left[\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'}\right)' - \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right] dx$$

und es gelten daher in diesem speciellen Falle für die Kriterien des Grössten und Kleinsten folgende Vorschriften:

Die Glieder $\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}$ und $\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'}$ dürfen innerhalb der Integrationsgrenzen nicht durch unendlich gehen, ferner muss:

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'}\right)' - \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}$$

für alle Werthe von $x = x_1$ bis $x = x_2$ stets dasselbe Zeichen beibehalten, und zwar ein negatives, wenn ein Maximum und ein positives, wenn ein Minimum sein soll.

Wäre auch $\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'}\right)' - \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$ so wäre $V dx$ ein vollständiges Differential, und die Untersuchung müsste dann auf andere Art geführt werden.

§. 9.

Untersuchung des speciellen Falles, wenn $V = \psi(x, y, y', y'')$ ist.

Die Glieder der zweiten Ordnung lassen sich in diesem Falle auf folgende drei verschiedene Weisen darstellen:

$$\int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} w^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} w'^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} w''^2 + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} w w' + \right. \tag{22}$$
$$\left. + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y\, y''} w w'' + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''} w' w''\right) dx$$

$$\left[w \left\{\frac{\partial W}{\partial y'} - \left[\frac{\partial W}{\partial y''}\right]'\right\} + w' \frac{\partial W}{\partial y''}\right]_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} w \left\{\frac{\partial W}{\partial y} - \left[\frac{\partial W}{\partial y'}\right]' + \right. \tag{23}$$
$$\left. + \left[\frac{\partial W}{\partial y''}\right]''\right\} dx$$

$$(rw^2 + 2\,r_1 ww' + r_2 w'^2)_{x_1}^{x_2} + \int_x^{x_2} \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} (w'' + \lambda w' + \mu w)^2\, dx \qquad (24)$$

die einander identisch gleich sind. Die in (23) vorkommende Grösse W ist gleich

$$W = \frac{\partial V}{\partial y} w + \frac{\partial V}{\partial y'} w' + \frac{\partial V}{\partial y''} w''$$

und die in (24) vorkommenden Grössen r, r_1, r_2, λ und μ haben zu genügen den Gleichungen (9), diese sind:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} &= r' + \mu^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} &= 2\,r_1 + r_2' + \lambda^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} &= r + r_1' + \lambda\mu \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} &= r_1 + \mu \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''} &= r_2 + \lambda \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2}
\end{aligned} \qquad (9)$$

Wir nehmen an, dass die Gleichung

$$\frac{\partial V}{\partial y} - \left[\frac{\partial V}{\partial y'}\right]' + \left[\frac{\partial V}{\partial y''}\right]'' = 0$$

integrirt werden kann, und dass ihr Integrale

$$y = \varphi\,(x, a_1, a_2, a_3, a_4)$$

sei; das Integral der Gleichung

$$\frac{\partial W}{\partial y} - \left[\frac{\partial W}{\partial y'}\right]' + \left[\frac{\partial W}{\partial y''}\right]'' = 0$$

die sich in entwickelter Gestalt auch so schreiben lässt:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} w'''' + 2 \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2}\right)' w''' + \left[2 \frac{\partial^2 V}{\partial y\, \partial y''} - \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''}\right)' + \right. \\
&\left. + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2}\right)''\right] w'' + \left[2 \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''}\right)' - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}\right)' + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''}\right)''\right] w' + \\
&+ \left[\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'}\right)' + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''}\right)''\right] w = 0
\end{aligned}$$

oder kürzer, wenn man

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = A,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} = B,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} = C,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''} = D,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} = E,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} = F$$

setzt

$$C w'''' + 2C' w''' + (2E - B + D' + C'') w'' + (2E' - B' + D'') w' + (A - F + E'') w = 0 \tag{25}$$

ist dann:

$$\delta y = A_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + A_4 \frac{\partial y}{\partial a_4}$$

oder

$$\delta y = B_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + B_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + B_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + B_4 \frac{\partial y}{\partial a_4}$$

von denen wir das erstere mit u_1 das zweite mit u_2 bezeichnen. Wählen wir nun λ und μ so, dass $\delta y = u_1$ und $\delta y = u_2$ die particulären Integrale der linearen Differenzialgleichung

$$w'' + \lambda w' + \mu w = 0$$

werden, so haben wir demgemäss:

$$u_1'' + \lambda u_1' + \mu u_1 = 0$$
$$u_2'' + \lambda u_2' + \mu u_2 = 0$$

woraus

$$\lambda = \frac{u_2 u_1'' - u_1 u_2''}{u_1 u_2' - u_2 u_1'}$$
$$\mu = \frac{u_2'' u_1' - u_1'' u_2'}{u_1 u_2' - u_2 u_1'}$$

folgen. Aus den drei letzten der Gleichungen (9) ergeben sich dann:

$$r = F - \left(E - \frac{u_2'' u_1' - u_1'' u_2'}{u_1 u_2' - u_2 u_1'} . C\right)' - \frac{u_2 u_1'' - u_1 u_2''}{u_1 u_2' - u_2 u_1'} \cdot \frac{u_2'' u_1' - u_1'' u_2'}{u_1 u_2' - u_2 u_1'} . C$$

$$r_1 = E - \frac{u_2'' u_1' - u_1'' u_2'}{u_1 u_2' - u_2 u_1'} . C \tag{26}$$

$$r_2 = D - \frac{u_2 u_1'' - u_1 u_2''}{u_1 u_2' - u_2 u_1'} . C$$

und jetzt bleibt uns wieder nur noch übrig, um unsere Analyse gegen jeden Einwand zu sichern, nachzuweisen, dass die gefundenen Werthe von λ, μ, r_1 und r_2 erstens den Gleichungen

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = r' + \mu^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}$$
$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} = 2 r_1 + r_2' + \lambda^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}$$

identisch genügen, und zweitens, dass sie mit der gehörigen Anzahl willkürlicher Constanten versehen sind. Da die Gleichungen (9) durch Elimination von λ und μ auf drei Differentialgleichungen ersten Grades führen, so müssen in den Resultaten unserer Rechnung drei willkürliche Constante erscheinen. Berechnen wir vorerst die Werthe von λ und μ. Wir haben:

$$\begin{aligned}
u_1 &= A_1\frac{\partial y}{\partial a_1} + A_2\frac{\partial y}{\partial a_2} + A_3\frac{\partial y}{\partial a_3} + A_4\frac{\partial y}{\partial a_4}\\
u_1' &= A_1\frac{\partial y'}{\partial a_1} + A_2\frac{\partial y'}{\partial a_2} + A_3\frac{\partial y'}{\partial a_3} + A_4\frac{\partial y'}{\partial a_4}\\
u_1'' &= A_1\frac{\partial y''}{\partial a_1} + A_2\frac{\partial y''}{\partial a_2} + A_3\frac{\partial y''}{\partial a_3} + A_4\frac{\partial y''}{\partial a_4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_2 &= B_1\frac{\partial y}{\partial a_1} + B_2\frac{\partial y}{\partial a_2} + B_3\frac{\partial y}{\partial a_3} + B_4\frac{\partial y}{\partial a_4}\\
u_2' &= B_1\frac{\partial y'}{\partial a_1} + B_2\frac{\partial y'}{\partial a_2} + B_3\frac{\partial y'}{\partial a_3} + B_4\frac{\partial y'}{\partial a_4}\\
u_2'' &= B_1\frac{\partial y''}{\partial a_1} + B_2\frac{\partial y''}{\partial a_2} + B_3\frac{\partial y''}{\partial a_3} + B_4\frac{\partial y''}{\partial a_4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_1u_2' - u_2u_1' = {} & C_1\left(\frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial y'}{\partial a_1} - \frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_2}\right) + C_2\left(\frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial y'}{\partial a_1} - \frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_3}\right) +\\
& + C_3\left(\frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial y'}{\partial a_1} - \frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_4}\right) + C_4\left(\frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial y'}{\partial a_2} - \frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial y'}{\partial a_3}\right) +\\
& + C_5\left(\frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial y'}{\partial a_2} - \frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial y'}{\partial a_4}\right) + C_6\left(\frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial y'}{\partial a_3} - \frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial y'}{\partial a_4}\right)
\end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned}
u_1u_2'' - u_2u_1'' = {} & C_1\left(\frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial y''}{\partial a_1} - \frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_2}\right) + C_2\left(\frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial y''}{\partial a_1} - \frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_3}\right) +\\
& + C_3\left(\frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial y''}{\partial a_1} - \frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_4}\right) + C_4\left(\frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial y''}{\partial a_2} - \frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial y''}{\partial a_3}\right) +\\
& + C_5\left(\frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial y''}{\partial a_2} - \frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial y''}{\partial a_4}\right) + C_6\left(\frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial y''}{\partial a_3} - \frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial y''}{\partial a_4}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_1'u_2'' - u_2'u_1'' = {} & C_1\left(\frac{\partial y'}{\partial a_2}\frac{\partial y''}{\partial a_1} - \frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_2}\right) + C_2\left(\frac{\partial y'}{\partial a_3}\frac{\partial y''}{\partial a_1} - \frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_3}\right) +\\
& + C_3\left(\frac{\partial y'}{\partial a_4}\frac{\partial y''}{\partial a_1} - \frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_4}\right) + C_4\left(\frac{\partial y'}{\partial a_3}\frac{\partial y''}{\partial a_2} - \frac{\partial y'}{\partial a_2}\frac{\partial y''}{\partial a_3}\right) +\\
& + C_5\left(\frac{\partial y'}{\partial a_4}\frac{\partial y''}{\partial a_2} - \frac{\partial y'}{\partial a_2}\frac{\partial y''}{\partial a_4}\right) + C_6\left(\frac{\partial y'}{\partial a_4}\frac{\partial y''}{\partial a_3} - \frac{\partial y'}{\partial a_3}\frac{\partial y''}{\partial a_4}\right)
\end{aligned}$$

wo $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ folgende Bedeutungen haben:

$$(28)\qquad \begin{aligned} C_1 &= A_2B_1 - A_1B_2 \\ C_2 &= A_3B_1 - A_1B_3 \\ C_3 &= A_4B_1 - A_1B_4 \\ C_4 &= A_3B_2 - A_2B_3 \\ C_5 &= A_4B_2 - A_2B_4 \\ C_6 &= A_4B_3 - A_3B_4 \end{aligned}$$

Wir wollen die Gleichungen (27) kurz so schreiben:

$$\begin{aligned} u_1u_2' - u_2u_1' &= C_1P_1 + C_2P_2 + C_3P_3 + C_4P_4 + C_5P_5 + C_6P_6 \\ u_1u_2'' - u_2u_1'' &= C_1Q_1 + C_2Q_2 + C_3Q_3 + C_4Q_4 + C_5Q_5 + C_6Q_6 \\ u_1'u_2'' - u_2'u_1'' &= C_1R_1 + C_2R_2 + C_3R_3 + C_4R_4 + C_5R_5 + C_6R_6 \end{aligned}$$

wo C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, constant, P, Q, R hingegen bestimmte Functionen von x sind. In λ und μ erscheinen somit blos sechs Constante, nämlich die erwähnten C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, welche aber nicht ganz willkürlich sind, da

$$C_1C_6 - C_2C_5 + C_3C_4 = 0$$

ist, wie man sich durch unmittelbarer Entwicklung des Ausdruckes

$$(A_2B_1 - A_1B_2)(A_4B_3 - A_3B_4) - (A_3B_1 - A_1B_3)(A_4B_2 - \\ - A_2B_4) + (A_4B_1 - A_1B_4)(A_3B_2 - A_2B_3)$$

überzeugen kann. Es lässt sich folglich λ und μ so darstellen.

$$(29)\qquad \begin{aligned} \lambda &= -\frac{C_1Q_1 + C_2Q_2 + C_3Q_3 + C_4Q_4 + C_5Q_5 + C_6Q_6}{C_1P_1 + C_2P_2 + C_3P_3 + C_4P_4 + C_5P_5 + C_6P_6} \\ \mu &= \frac{C_1R_1 + C_2R_2 + C_3R_3 + C_4R_4 + C_5R_5 + C_6R_6}{C_1P_1 + C_2P_2 + C_3P_3 + C_4P_4 + C_5P_5 + C_6P_6} \end{aligned}$$

Multiplicirt man Zähler und Nenner von λ und μ mit C_5 und setzt statt C_2C_5 seinen Werth $C_1C_6 + C_3C_4$, so erscheinen in λ und μ blos die Constanten

$$C_1, C_3, C_4, C_5, C_6$$

man kann dann noch durch irgend einen der Coëfficienten Zähler und Nenner dividiren, und hat somit in λ und μ blos die vier Verhältnisse

$$\frac{C_3}{C_1}, \frac{C_4}{C_1}, \frac{C_5}{C_1}, \frac{C_6}{C_1}$$

eingeführt. — Man kann noch zum Überflusse bemerken, dass zwischen den Grössen $P, Q, R,$ die Gleichungen stattfinden:

$$\begin{aligned} P_1\,P_6 - P_2\,P_5 + P_3\,P_4 &= 0 \\ Q_1\,Q_6 - Q_2\,Q_5 + Q_3\,Q_4 &= 0 \\ R_1\,R_6 - R_2\,R_5 + R_3\,R_4 &= 0 \end{aligned}$$

Nehmen wir jetzt die zwei Gleichungen

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} &= v' + \mu^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} &= 2v_1 + v_2' + \lambda^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} \end{aligned} \tag{30}$$

vor, und setzen in ihnen zuerst statt v, v_1 und v_2 ihre Werthe, so hat man:

$$\begin{aligned} (\mu^2 C - A) + (F - \lambda\mu C)' + (\mu C - E)'' &= 0 \\ 2E - B + (\lambda^2 - 2\mu)C + (D - \lambda C)' &= 0 \end{aligned}$$

Entwickelt man diese Ausdrücke, so erhält man:

$$\begin{aligned} \mu^2 C - A + F' - \lambda\mu C' - \lambda C\mu' - \mu C\lambda' + \mu'' C + \\ 2\mu' C' + \mu C'' - E'' = 0 \\ 2E - B + \lambda^2 C - 2\mu C + D' - \lambda C' - \lambda' C = 0 \end{aligned} \tag{31}$$

Setzt man nun der Kürze halber:

$$\begin{aligned} u_1\,u_2' - u_2\,u_1' &= M_1 \\ u_1\,u_2'' - u_2\,u_1'' &= M_2 \\ u_1\,u_2''' - u_2\,u_1''' &= M_3 \\ u_1'\,u_2'' - u_2'\,u_1'' &= M_4 \\ u_1\,u_2'''' - u_2\,u_1'''' &= M_5 \\ u_1'\,u_2''' - u_2'\,u_1''' &= M_6 \\ u_1'\,u_2'''' - u_2'\,u_1'''' &= M_7 \\ u_1''\,u_2''' - u_2''\,u_1''' &= M_8 \end{aligned}$$

so ist:

$$\begin{aligned} \lambda &= -\frac{M_2}{M_1} \\ \mu &= \frac{M_4}{M_1} \\ \lambda' &= -\frac{M_3}{M_1} - \mu + \lambda^2 \\ \mu' &= \frac{M_6}{M_1} + \lambda\mu \\ \mu'' &= \frac{M_7}{M_1} + \frac{M_8}{M_1} + 2\lambda\mu' - \lambda^2\mu + \lambda'\mu \end{aligned}$$

und wenn man in (31) die Substitution für μ'' durchführt, so hat man statt der Gleichungen (31) folgende Gleichungen:

$$\mu^2 C - A + F' - \lambda\mu C' + \lambda C\mu' + \mu C'' + 2\,\mu' C' - E'' - C\lambda^2\mu + \\ + C\left(\frac{M_7}{M_1} + \frac{M_8}{M_1}\right) - 0$$

$$2\,E - B + \lambda^2 C - 2\,\mu C + D' - \lambda C' - \lambda' C = 0.$$

Setzt man jetzt für λ' und μ' ihre Werthe, so hat man:

$$\mu^2 C - A + F' + \lambda\mu C' + \mu C'' - E'' + C\left(\frac{M_7}{M_1} + \frac{M_8}{M_1} + \lambda\frac{M_6}{M_1}\right) + \\ + 2\,C\frac{M_6}{M_1} - 0$$

$$2\,E + D' - \lambda C' - B - \mu C + C\frac{M_3}{M_1} = 0.$$

Setzt man endlich auch noch für λ und μ ihre Werthe, so hat man:

$$(32)\qquad C\frac{M_4^2}{M_1^2} - A + F' - E'' - C'\frac{M_2}{M_1}\frac{M_4}{M_1} + C''\frac{M_4}{M_1} + \\ + C\frac{M_7}{M_1} + C\frac{M_8}{M_1} - C\frac{M_2}{M_1}\frac{M_6}{M_1} + 2\,C'\frac{M_6}{M_1} = 0$$

$$2\,E + D' - B + C'\frac{M_2}{M_1} - C\frac{M_4}{M_1} + C\frac{M_3}{M_1} = 0$$

Die erste dieser beiden Gleichungen lässt sich reduciren, wenn man statt $-A+F'-E''$ seinen ihm identisch gleichen Werth setzt, den wir auf folgende Weise erhalten:

Setzt man in der Gleichung (25) statt w, u_1 oder u_2 so erhält man stets eine identische Gleichung, weil u_1 sowohl als auch u_2 die vollständigen Integrale dieser Gleichung sind, man hat daher:

$$(33)\qquad C\,u_1''' + 2\,C'\,u_1'' + u_1''(2\,E + D' + C'' - B) + \\ + u_1'(2\,E' + D'' - B') + u_1(A - F' + E'') = 0$$

$$C\,u_2''' + 2\,C'\,u_2'' + u_2''(2\,E + D' + C'' - B) + \\ + u_2'(2\,E' + D'' - B') + u_2(A - F' + E'') = 0$$

Multiplicirt man die erste derselben mit u_2' die zweite mit u_1' und subtrahirt dann beide, so erhält man folgende identische Gleichung:

$$C(u_2'u_1''' - u_1'u_2''') + 2\,C'(u_2'u_1'' - u_1'u_2'') + \\ + (u_2'u_1'' - u_1'u_2'')(2E + D' + C'' - B) \\ + (u_1u_2' - u_2u_1')(A - F' + E'') = 0$$

aus welcher folgt:

$$-A+F'-E'' = -C\cdot\frac{M_7}{M_1} - 2C'\cdot\frac{M_6}{M_1} - (2E+D'+C''-B)\cdot\frac{M_4}{M_1}$$

Dies in die erste der Gleichungen (32) eingeführt und reducirt gibt:

$$C\left(\frac{M_4^2}{M_1^2}+\frac{M_8}{M_1}-\frac{M_2}{M_1}\frac{M_6}{M_1}\right)-C'\frac{M_2}{M_1}\frac{M_4}{M_1}-(2E+D'-B)\frac{M_4}{M_1}=0$$

Nun ist aber: $M_3 M_4 + M_1 M_8 - M_2 M_6 = o$; folglich:

$$\frac{M_8}{M_1}-\frac{M_2}{M_1}\frac{M_6}{M_1}=-\frac{M_4}{M_1}\frac{M_3}{M_1}$$

und setzt man dies in den obigen Ausdruck, so lässt sich durchgehends $\frac{M_4}{M_1}$ als gemeinschaftlicher Factor herausheben, und man erhält:

$$-\frac{M_4}{M_1}\left(2E+D'-B+C'\frac{M_2}{M_1}-C\frac{M_4}{M_1}+C\frac{M_3}{M_1}\right)=0$$

Man sieht hieraus, dass die beiden Gleichungen (32) befriedigt werden, wenn nur die zweite derselben befriedigt wird. Diese lässt sich nun so schreiben:

$$M_1(2E+D'-B)+C'M_8+C(M_3-M_4)=0 \qquad (34)$$

Differentiirt man dieselbe nach x, so erhält man nach einigen Reductionen:

$$+CM_5+2C'M_3+(C''+2E+D'-B)M_2+$$
$$+(2E'+D''-B')M_1=0$$

Multiplicirt man aber die erste der Gleichungen (33) mit u_2 die zweite mit u_1 und subtrahirt man dann beide, so erhält man genau dieselbe Gleichung, zu der wir jetzt gekommen sind. Da aber die Gleichungen (33) identisch stattfinden, so muss auch die aus ihnen gefolgerte identisch stattfinden; ist daher das Differential der Gleichung (34) identisch Null, so muss auf der linken Seite der Gleichung (34) eine reine Function der Constanten

$$C_1,\quad C_2,\quad C_3,\quad C_4,\quad C_5,\quad C_6$$

stehen, welche, so wie der rechte Theil der Gleichung, Null ist. Man hat somit:

$$\int_{x_1}^{x_2}\left\{\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}w^2+\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2}w'^2+\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2}w''^2+2\frac{\partial^2 V}{\partial y\partial y'}ww'+2\frac{\partial^2 V}{\partial y\partial y''}ww''+\right.$$
$$\left.+2\frac{\partial^2 V}{\partial y'\partial y''}w'w''\right\}dx=$$
$$\left\{rw^2+2r_1ww'+r_2w'^2\right\}_{x_1}^{x_2}+\int_{x_1}^{x_2}\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2}(w''+\lambda w'+\mu w)^2dx$$

wo r, r_1, r_2, λ und μ die in (26) und (29) angegebenen, mit sechs Constanten versehenen Werthe haben, zwischen denen die 2 Bedingungsgleichungen

$$C_1\ C_6 - C_2\ C_5 + C_3\ C_4 = 0$$
$$M_1\ (2\ E + D' - B) + C\ M_2 + C\ (M_3 - M_4) = 0$$

stattfinden; da ausserdem blos die Verhältnisse der Constanten in den Werthen von r, r_1, r_2, λ und μ eintreten, so haben sie die nothwendige Allgemeinheit.

Die Kriterien sind daher auch in diesem Falle nicht complicirt. Die zweiten Differential-Quotienten von V dürfen innerhalb der Integrationsgrenzen nicht durch unendlich gehen; ferner muss $\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2}$ für alle Werthe von $x = x_1$ bis $x = x_2$ stets dasselbe Zeichen beibehalten, endlich müssen noch die drei in der Rechnung eintretenden willkürlichen Constanten so gewählt werden können, dass für keinen zwischen x_1 und x_2 liegenden Werth von x der gemeinschaftliche Nenner von λ und μ gleich Null wird.

Findet alles dieses Statt, und lassen sich für die drei Constanten solche Werthe ausfindig machen, durch die es unmöglich wird, dass der Nenner von λ und μ innerhalb der Integrationsgrenzen gleich Null wird, so kann man, wenn für die Grenzwerthe nicht nur $w = o$ sondern auch $w' = o$ ist, die Glieder der zweiten Ordnung so schreiben:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2}\ (w'' + \lambda\ w' + \mu\ w)^2\ .\ dx$$

und man hat somit ein Maximum oder Minimum, je nachdem $\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2}$ für alle zwischen x_1 und x_2 liegenden Werthe negativ oder positiv ist.

§. 10.

Ist aber $\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} = 0$, d. h. ist $V = f(x, y, y') + y'' f(x, y, y')$, so muss die eben angeführte Analyse abgeändert werden, denn die zwei Differentialgleichungen:

$$\frac{\partial V}{\partial y} - \left[\frac{\partial V}{\partial y'}\right]' + \left[\frac{\partial V}{\partial y''}\right]'' = 0$$
$$\frac{\partial W}{\partial y} - \left[\frac{\partial W}{\partial y'}\right]' + \left[\frac{\partial W}{\partial y''}\right]'' = 0$$

die im Vorhergehenden von der vierten Ordnung waren, gehen jetzt in Differentialgleichungen der zweiten Ordnung über, namentlich erscheint die letztere von ihnen in folgender Form:

$$(2E-B+D')w''+(2E'-B'+D'')w'+(A-F'+E'')w=0$$

und die Integrale der angeführten zwei Gleichungen sind:

$$y=\varphi(x,\ a_1,\ a_2)$$
$$\delta y=C_1\frac{\partial y}{\partial a_1}+C_2\frac{\partial y}{\partial a_2}$$

unter C_1 und C_2 willkürliche Constante verstanden.

Bevor wir weiter gehen, bemerken wir, dass in dem hier betrachteten Falle wohl die Endpunkte der Curven, für welche das vorgelegte Integrale ein Maximum oder Minimum werden soll, willkürlich gewählt werden können, nicht aber die Richtung der Tangente an diesen Punkten, diese muss vielmehr aus der Gleichung $y=\varphi(x, a_1, a_2)$ gezogen werden, und ist somit ganz bestimmt; oder wenn man die Tangente an den Endpunkten willkürlich wählen würde, so müssten die Endpunkte solche Coordinaten haben, dass sie der Gleichung $y=\varphi(x, a_1, a_2)$ genügen.

Wir setzen nun an die Stelle des Ausdruckes (24) den Ausdruck:

$$\left\{v\,w^2+2\,r_1\,w\,w'+r_2\,w'^2\right\}_{x_1}^{x_2}+\int_{x_1}^{x_2}P\,(w'+\lambda\,w)^2\,dx$$

somit statt der Gleichung (8), die Gleichung:

$$A\,w^2+B\,w'^2+2\,F\,w\,w'+2\,E\,w\,w''+2\,D\,w'\,w''=$$
$$=(v\,w^2+2\,r_1\,w\,w'+r_2\,w'^2)'+P\,(w'+\lambda\,w)^2$$

und folglich statt der Gleichungen (9) die Gleichungen:

$$\begin{aligned}A&=\quad v'\quad+P\lambda^2\\B&=2\,r_1+r'_2+P\\F&=\quad v\quad+r'_1+\lambda\,P\\E&=\quad r_1\\D&=\quad r_2\end{aligned}$$

wählen ferner λ der Art, dass

$$w=C_1\frac{\partial y}{\partial a_1}+C_2\frac{\partial y}{\partial a_2}$$

das Integral der Gleichung

$$w'+\lambda\,w=0$$

werde, woraus hervorgeht

$$\lambda = -\frac{u'}{u}$$

unter u der Ausdruck $C_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + C_2 \frac{\partial y}{\partial a_2}$ verstanden.

Jetzt ergeben sich leicht für v, v_1, v_2 und P nachfolgende Werthe:

$$\begin{aligned} v_1 &= E \\ v_2 &= D \\ P &= B - 2E - D' \\ v &= F - E' + \frac{u'}{u}(B - 2E - D') \end{aligned}$$

und falls unsere Analyse richtig ist, müssen dieselben in

$$A = v' + P\lambda^2$$

substituirt, auf eine identische Gleichung führen. Wir erhalten nun die Substitution durchführend:

$$A = F' - E'' + \frac{u'}{u}(B' - 2E' - D'') +$$

$$+ (B - 2E - D')\frac{uu'' - u'^2}{u^2} + \frac{u'^2}{u^2}(B - 2E - D')$$

wenn man hier die Brüche wegschafft, reducirt und ordnet:

$$(2E - B + D')u'' + (2E' - B' + D'')u + (A - F + E'')u = 0$$

und dies ist wirklich identisch, weil $w = u$ das Integral der Gleichung:

$$(2E - B + D')w'' + (2E' - B' + D'')w + (A - F + E'')w = 0$$

ist. — Man hat somit:

$$\int_{x_1}^{x_2} (A w^2 + B w'^2 + 2F w w' + 2E w w'' + 2D w' w'')\, dx =$$

$$\Big\{ v w^2 + 2 v_1 w w' + v_2 w'^2 \Big\}_{x_1}^{x_2} +$$

$$+ \int_{x_1}^{x_2} (B - 2E - D') \left(w' - \frac{C_1 \frac{\partial y'}{\partial a_1} + C_2 \frac{\partial y'}{\partial a_2}}{C_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + C_2 \frac{\partial y}{\partial a_2}} \right)^2 dx$$

oder, wenn man statt $\frac{C_2}{C_1}$, m setzt, und bedenkt, dass für die Grenzen w und w' gleich Null werden, so hat man für den zweiten Theil dieser Gleichung:

$$\int_{x_1}^{x_2} (B - 2E - D') \left(w' - \frac{\frac{\partial y'}{\partial a_1} + m \frac{\partial y'}{\partial a_2}}{\frac{\partial y}{\partial a_1} + m \frac{\partial y}{\partial a_2}} \right)^2 dx$$

unter m eine willkürliche Constante verstanden.

Die Kriterien für ein Maximum oder Minimum sind daher hier folgende:

Die zweiten Differential-Quotienten von V dürfen innerhalb der Integrationsgrenzen nicht durch unendlich gehen, ferner muss $B-2E-D'$ für alle Werthe von $x = x_1$ bis $x = x_2$ stets dasselbe Zeichen beibehalten, und endlich muss noch die willkürliche Constante m so gewählt werden können, dass für keinen zwischen x_1 und x_2 liegenden Werth von x der Ausdruck $\frac{\partial y}{\partial a_1} + m \frac{\partial y}{\partial a_2}$ gleich Null wird. Ist nun unter diesen Umständen $B-2E-D'$ stets positiv, so hat man ein Minimum und ist es stets negativ, so hat man ein Maximum.

Wir haben endlich noch den Fall zu besprechen, wo nebstdem, dass $\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} = 0$ ist, auch noch die Gleichung $B-2E-D'=0$ stattfindet. Alsdann hört die Gleichung, die zur Bestimmung von y dient, auf, eine Differentialgleichung zu sein, sondern sie ist eine ganz gewöhnliche, etwa von der Form $y=\varphi(x)$, und jetzt können blos die Abscissen der Endpunkte beliebig gewählt werden, die Ordinaten derselben, so wie die Richtung der Tangente an denselben, folgt aus der Gleichung $y=\varphi(x)$ von selbst. Man hat in diesem Falle für die Glieder der zweiten Ordnung

$$\left| w \left(\frac{\partial \Pi'}{\partial y'} - \left[\frac{\partial \Pi'}{\partial y''} \right]' \right) \right|_{x_1}^{x_2} + w' \left| \frac{\partial \Pi'}{\partial y''} \right|_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} w^2 (A - F' + E'') \, dx$$

und da für die Grenzen w und w' gleich Null sind:

$$\int_{x_1}^{x_2} w^2 (A - F' + E'') \, dx$$

woraus man auf ein Maximum oder Minimum schliessen kann, je nachdem $A - F' + E''$ stets negativ oder stets positiv ist.

Wäre auch $A - F' + E'' = 0$, so wäre $V dx$ ein vollständiges Differential, und die Untersuchung müsste auf eine andere Art fortgeführt werden.

§. 11.

Untersuchung des speciellen Falles, wenn $V = \varphi(x, y, y', y'', y''')$ ist.

Die Glieder der zweiten Ordnung lassen sich in diesem Falle auf folgende drei Weisen darstellen.

$$(35)\qquad \int_{x_1}^{x_2} \Big(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} w^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} w'^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} w''^2 + \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} w'''^2 + \\ + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} ww' + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} ww'' + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''} ww''' + \\ + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''} w'w'' + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y'''} w'w''' + 2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'' \partial y'''} w''w''' \Big)\, dx$$

$$(36)\qquad \Big[w \Big\{ \frac{\partial W}{\partial y'} - \Big[\frac{\partial W}{\partial y''} \Big]' + \Big[\frac{\partial W}{\partial y'''} \Big]'' \Big\} + w' \Big\{ \frac{\partial W}{\partial y''} - \Big[\frac{\partial W}{\partial y'''} \Big]' \Big\} + w'' \frac{\partial W}{\partial y'''} \Big]_{x_1}^{x_2} + \\ + \int_{x_1}^{x_2} w \Big\{ \frac{\partial W}{\partial y} - \Big[\frac{\partial W}{\partial y'} \Big]' + \Big[\frac{\partial W}{\partial y''} \Big]'' - \Big[\frac{\partial W}{\partial y'''} \Big]''' \Big\}\, dx$$

$$(37)\qquad (rw^2 + r_1 w'^2 + r_2 w''^2 + 2 r_3 ww' + 2 r_4 ww'' + 2 r_5 w'w'')_{x_1}^{x_2} + \\ \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} (w''' + \lambda_1 w'' + \lambda_2 w' + \lambda_3 w)^2\, dx$$

die einander identisch gleich sind. Die in (36) vorkommende Grösse W ist gleich

$$W = \frac{\partial V}{\partial y} w + \frac{\partial V}{\partial y'} w' + \frac{\partial V}{\partial y''} w'' + \frac{\partial V}{\partial y'''} w'''$$

und die in (37) vorkommenden Grössen $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ und $r, r_1, r_2, r_3, r_4, r_5$ haben zu genügen den Gleichungen (11), diese sind:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = r' + \lambda_3^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} = r_1' + 2 r_3 + \lambda_2^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} = r_2' + 2 r_5 + \lambda_1^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} &= r + r_3' + \lambda_2 \lambda_3 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} &= r_3 + r_4' + \lambda_1 \lambda_3 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''} &= r_4 + \lambda_3 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''} &= r_1 + r_4 + r_5' + \lambda_1 \lambda_2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y'''} &= r_5 + \lambda_4 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y'' \partial y'''} &= r_2 + \lambda_1 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}
\end{aligned} \tag{11}$$

Wir nehmen an, dass die Gleichung

$$\frac{\partial V}{\partial y} - \left[\frac{\partial V}{\partial y'}\right]' + \left[\frac{\partial V}{\partial y''}\right]'' - \left[\frac{\partial V}{\partial y'''}\right]''' = 0$$

integrirt werden kann, und dass ihr Integrale

$$y = \varphi\,(x, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$$

sei, das Integral der Gleichung

$$\frac{\partial W}{\partial y} - \left[\frac{\partial W}{\partial y'}\right]' + \left[\frac{\partial W}{\partial y''}\right]'' - \left[\frac{\partial W}{\partial y'''}\right]''' = 0$$

die sich in entwickelter Gestalt, wenn man:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = A,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} = B,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} = C,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} = D,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'} = E,$$
$$\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y''} = F,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial y'''} = G,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y''} = H,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y' \partial y'''} = I,\ \frac{\partial^2 V}{\partial y'' \partial y'''} = K$$

setzt, auch so schreiben lässt:

$$\begin{aligned}
&- D w^{(6)} - 3 D' w^{(5)} + (C - 3 D'' - 2 I - K')\, w'''' + \\
&+ (2 C' - D''' - 4 I' - 2 K'')\, w''' + (- B + C'' + \\
&+ 2 F - 3 G' + H' - 3 I'' - K''')\, w'' + (- B' + \\
&+ 2 F' - 3 G'' + H'' - I''')\, w' + (A - E' + F'' - G''')\, w = 0
\end{aligned} \tag{38}$$

hat dann folgende Werthe:

$$w = A_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + A_4 \frac{\partial y}{\partial a_4} + A_5 \frac{\partial y}{\partial a_5} + A_6 \frac{\partial y}{\partial a_6}$$

$$w = B_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + B_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + B_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + B_4 \frac{\partial y}{\partial a_4} + B_5 \frac{\partial y}{\partial a_5} + B_6 \frac{\partial y}{\partial a_6}$$

$$w = C_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + C_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + C_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + C_4 \frac{\partial y}{\partial a_4} + C_5 \frac{\partial y}{\partial a_5} + C_6 \frac{\partial y}{\partial a_6}$$

von denen wir das erste mit u_1 das zweite mit u_2 und das dritte mit u_3 bezeichnen. Wählen wir nun λ_1, λ_2 und λ_3 so, dass $w = u_1$, $w = u_2$, und $w = u_3$ die particulären Integrale der linearen Differentialgleichung

$$w''' + \lambda_1 w'' + \lambda_2 w' + \lambda_3 w = 0$$

werden, so haben wir demgemäss:

$$\begin{aligned} u_1''' + \lambda_1 u_1'' + \lambda_2 u_1' + \lambda_3 u_1 &= 0 \\ u_2''' + \lambda_1 u_2'' + \lambda_2 u_2' + \lambda_3 u_2 &= 0 \\ u_3''' + \lambda_1 u_3'' + \lambda_2 u_3' + \lambda_3 u_3 &= 0 \end{aligned}$$

woraus:

(39)

$$\lambda_1 = -\frac{u_1 u_2' u_3''' - u_1 u_3' u_2''' - u_2 u_1' u_3''' + u_2 u_3' u_1''' + u_3 u_1' u_2''' - u_3 u_2' u_1'''}{u_1 u_2' u_3'' - u_1 u_3' u_2'' - u_2 u_1' u_3'' + u_2 u_3' u_1'' + u_3 u_1' u_2'' - u_3 u_2' u_1''}$$

$$\lambda_2 = +\frac{u_1 u_2'' u_3''' - u_1 u_3'' u_2''' - u_2 u_1'' u_3''' + u_2 u_3'' u_1''' + u_3 u_1'' u_2''' - u_3 u_2'' u_1'''}{u_1 u_2' u_3'' - u_1 u_3' u_2'' - u_2 u_1' u_3'' + u_2 u_3' u_1'' + u_3 u_1' u_2'' - u_3 u_2' u_1''}$$

$$\lambda_3 = -\frac{u_1' u_2'' u_3''' - u_1' u_3'' u_2''' - u_2' u_1'' u_3''' + u_2' u_3'' u_1''' + u_3' u_1'' u_2''' - u_3' u_2'' u_1'''}{u_1 u_2' u_3'' - u_1 u_3' u_2'' - u_2 u_1' u_3'' + u_2 u_3' u_1'' + u_3 u_1' u_2'' - u_3 u_2' u_1''}.$$

folgen. Substituirt man diese Werthe in die Gleichungen (11), so findet man dann v, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5; diese sind:

(40)

$$\begin{aligned} v &= E - F' + (G - \lambda_3 D)'' + (\lambda_1 \lambda_3 D)' - \lambda_2 \lambda_3 D \\ v_1 &= H - G + \lambda_3 D - (I - \lambda_2 D)' - \lambda_1 \lambda_2 D \\ v_2 &= K - \lambda_1 D \\ v_3 &= F - (G - \lambda_3 D)' - \lambda_1 \lambda_3 D \\ v_4 &= G - \lambda_3 D \\ v_5 &= I - \lambda_2 D \end{aligned}$$

und jetzt bleibt uns nur noch nachzuweisen übrig, dass die gefundenen Werthe der Unbekannten den 3 Gleichungen

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} &= \quad v' \quad + \lambda_3{}^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y'^2} &= v_1' + 2\, v_3 + \lambda_2{}^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} \\
\frac{\partial^2 V}{\partial y''^2} &= v_2' + 2\, v_5 + \lambda_1{}^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2}
\end{aligned} \tag{41}$$

identisch genügen, und zugleich mit der gehörigen Anzahl willkürlicher Constanten versehen sind. Da die Gleichungen (11) durch Elimination von $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ auf 6 Differentialgleichungen ersten Grades führen, so müssen in den Resultaten unserer Rechnung sechs willkürliche Constanten erscheinen.

Die Gleichungen (41) gehen, wenn man in ihnen statt v, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 ihre Werthe setzt, in folgende über:

$$\begin{aligned}
A &= E' - F'' + (G - \lambda_3 D)''' + (\lambda_1 \lambda_3 D)'' - (\lambda_2 \lambda_3 D)' + \lambda_3{}^2 D \\
B &= H' - G' + (\lambda_3 D)' - (I - \lambda_2 D)'' - (\lambda_1 \lambda_2 D)' + 2 F - \\
&\qquad - 2 (G - \lambda_3 D)' - 2 \lambda_1 \lambda_3 D + \lambda_2{}^2 D \\
C &= K' - (\lambda_1 D)' + 2 I - 2 \lambda_2 D + \lambda_1{}^2 D
\end{aligned} \tag{42}$$

und diese führen entwickelt und geordnet auf folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}
&\lambda_3''' D + 3 \lambda_3'' D' - D (\lambda_1 \lambda_3'' + \lambda_1'' \lambda_3) + 3 \lambda_3' D'' - \\
&\quad - 2 D' (\lambda_1 \lambda_3' + \lambda_1' \lambda_3) + D (\lambda_2 \lambda_3' + \lambda_2' \lambda_3 - 2 \lambda_1' \lambda_3) + \\
&\quad + \lambda_3 (D''' - \lambda_1 D'' + \lambda_2 D' - \lambda_3 D) = - A + E' - \\
&\quad - F' + G'''
\end{aligned} \tag{43}$$

$$\begin{aligned}
&\lambda_2'' D + 2 \lambda_2' D' + D (3 \lambda_3' - \lambda_1 \lambda_2' - \lambda_1' \lambda_2) + \lambda_2 D'' + \\
&\quad + D' (3 \lambda_3 - \lambda_1 \lambda_2) + D (\lambda_2{}^2 - 2 \lambda_1 \lambda_3) = B - 2 F + \\
&\quad + 3 G' - H' + I'
\end{aligned} \tag{44}$$

$$- \lambda_1' D - \lambda_1 D' + D (\lambda_1{}^2 - 2 \lambda_2) = C - 2 I - K \tag{45}$$

Nun ist in diesen Gleichungen die Substitution für $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ und ihren Differentialquotienten durchzuführen. Wir sind aber hier gezwungen, um nicht gar zu weitläufige Entwicklungen zu haben, eine Reihe von Abkürzungen einzuführen.

Setzen wir nämlich:

$$
\begin{array}{l}
M_1 = u_1 u_2' u_3'' - u_1 u_2' u_3''' + u_1 u_2' u_3^{(4)} - u_1 u_2' u_3^{(5)} + u_1 u_2' u_3^{(6)} - u_1 u_2' u_3^{(7)} + u_1 u_2' u_3^{(8)} - u_1 u_2' u_3^{(9)} + u_1 u_2' u_3^{(10)} \\
M_2 = u_1 u_2'' u_3' - u_1 u_2'' u_3''' + u_1 u_2'' u_3^{(4)} - u_1 u_2'' u_3^{(5)} + u_1 u_2'' u_3^{(6)} - u_1 u_2'' u_3^{(7)} + u_1 u_2'' u_3^{(8)} - u_1 u_2'' u_3^{(9)} + u_1 u_2'' u_3^{(10)} \\
M_3 = u_1 u_2''' u_3' - u_1 u_2''' u_3'' + u_1 u_2''' u_3^{(4)} - u_1 u_2''' u_3^{(5)} + u_1 u_2''' u_3^{(6)} - u_1 u_2''' u_3^{(7)} + u_1 u_2''' u_3^{(8)} - u_1 u_2''' u_3^{(9)} + u_1 u_2''' u_3^{(10)} \\
M_4 = u_1 u_2^{(4)} u_3' - u_1 u_2^{(4)} u_3'' + u_1 u_2^{(4)} u_3''' - u_1 u_2^{(4)} u_3^{(5)} + u_1 u_2^{(4)} u_3^{(6)} - u_1 u_2^{(4)} u_3^{(7)} + u_1 u_2^{(4)} u_3^{(8)} - u_1 u_2^{(4)} u_3^{(9)} + u_1 u_2^{(4)} u_3^{(10)} \\
M_5 = u_1 u_2^{(5)} u_3' - u_1 u_2^{(5)} u_3'' + u_1 u_2^{(5)} u_3''' - u_1 u_2^{(5)} u_3^{(4)} + u_1 u_2^{(5)} u_3^{(6)} - u_1 u_2^{(5)} u_3^{(7)} + u_1 u_2^{(5)} u_3^{(8)} - u_1 u_2^{(5)} u_3^{(9)} + u_1 u_2^{(5)} u_3^{(10)} \\
M_6 = u_1 u_2^{(6)} u_3' - u_1 u_2^{(6)} u_3'' + u_1 u_2^{(6)} u_3''' - u_1 u_2^{(6)} u_3^{(4)} + u_1 u_2^{(6)} u_3^{(5)} - u_1 u_2^{(6)} u_3^{(7)} + u_1 u_2^{(6)} u_3^{(8)} - u_1 u_2^{(6)} u_3^{(9)} + u_1 u_2^{(6)} u_3^{(10)} \\
M_7 = u_1 u_2^{(7)} u_3' - u_1 u_2^{(7)} u_3'' + u_1 u_2^{(7)} u_3''' - u_1 u_2^{(7)} u_3^{(4)} + u_1 u_2^{(7)} u_3^{(5)} - u_1 u_2^{(7)} u_3^{(6)} + u_1 u_2^{(7)} u_3^{(8)} - u_1 u_2^{(7)} u_3^{(9)} + u_1 u_2^{(7)} u_3^{(10)} \\
M_8 = u_1 u_2^{(8)} u_3' - u_1 u_2^{(8)} u_3'' + u_1 u_2^{(8)} u_3''' - u_1 u_2^{(8)} u_3^{(4)} + u_1 u_2^{(8)} u_3^{(5)} - u_1 u_2^{(8)} u_3^{(6)} + u_1 u_2^{(8)} u_3^{(7)} - u_1 u_2^{(8)} u_3^{(9)} + u_1 u_2^{(8)} u_3^{(10)} \\
M_9 = u_1 u_2^{(9)} u_3' - u_1 u_2^{(9)} u_3'' + u_1 u_2^{(9)} u_3''' - u_1 u_2^{(9)} u_3^{(4)} + u_1 u_2^{(9)} u_3^{(5)} - u_1 u_2^{(9)} u_3^{(6)} + u_1 u_2^{(9)} u_3^{(7)} - u_1 u_2^{(9)} u_3^{(8)} + u_1 u_2^{(9)} u_3^{(10)} \\
M_{10} = u_1 u_2^{(10)} u_3' - u_1 u_2^{(10)} u_3'' + u_1 u_2^{(10)} u_3''' - u_1 u_2^{(10)} u_3^{(4)} + u_1 u_2^{(10)} u_3^{(5)} - u_1 u_2^{(10)} u_3^{(6)} + u_1 u_2^{(10)} u_3^{(7)} - u_1 u_2^{(10)} u_3^{(8)} + u_1 u_2^{(10)} u_3^{(9)} \\
M_{11} = u_1' u_2'' u_3''' - u_1' u_2'' u_3^{(4)} + u_1' u_2'' u_3^{(5)} - u_1' u_2'' u_3^{(6)} + u_1' u_2'' u_3^{(7)} - u_1' u_2'' u_3^{(8)} + u_1' u_2'' u_3^{(9)} - u_1' u_2'' u_3^{(10)} \\
M_{12} = u_1' u_2''' u_3'' - u_1' u_2''' u_3^{(4)} + u_1' u_2''' u_3^{(5)} - u_1' u_2''' u_3^{(6)} + u_1' u_2''' u_3^{(7)} - u_1' u_2''' u_3^{(8)} + u_1' u_2''' u_3^{(9)} - u_1' u_2''' u_3^{(10)} \\
M_{13} = u_1' u_2^{(4)} u_3'' - u_1' u_2^{(4)} u_3''' + u_1' u_2^{(4)} u_3^{(5)} - u_1' u_2^{(4)} u_3^{(6)} + u_1' u_2^{(4)} u_3^{(7)} - u_1' u_2^{(4)} u_3^{(8)} + u_1' u_2^{(4)} u_3^{(9)} - u_1' u_2^{(4)} u_3^{(10)} \\
M_{14} = u_1' u_2^{(5)} u_3'' - u_1' u_2^{(5)} u_3''' + u_1' u_2^{(5)} u_3^{(4)} - u_1' u_2^{(5)} u_3^{(6)} + u_1' u_2^{(5)} u_3^{(7)} - u_1' u_2^{(5)} u_3^{(8)} + u_1' u_2^{(5)} u_3^{(9)} - u_1' u_2^{(5)} u_3^{(10)} \\
M_{15} = u_1' u_2^{(6)} u_3'' - u_1' u_2^{(6)} u_3''' + u_1' u_2^{(6)} u_3^{(4)} - u_1' u_2^{(6)} u_3^{(5)} + u_1' u_2^{(6)} u_3^{(7)} - u_1' u_2^{(6)} u_3^{(8)} + u_1' u_2^{(6)} u_3^{(9)} - u_1' u_2^{(6)} u_3^{(10)} \\
M_{16} = u_1' u_2^{(7)} u_3'' - u_1' u_2^{(7)} u_3''' + u_1' u_2^{(7)} u_3^{(4)} - u_1' u_2^{(7)} u_3^{(5)} + u_1' u_2^{(7)} u_3^{(6)} - u_1' u_2^{(7)} u_3^{(8)} + u_1' u_2^{(7)} u_3^{(9)} - u_1' u_2^{(7)} u_3^{(10)} \\
M_{17} = u_1' u_2^{(8)} u_3'' - u_1' u_2^{(8)} u_3''' + u_1' u_2^{(8)} u_3^{(4)} - u_1' u_2^{(8)} u_3^{(5)} + u_1' u_2^{(8)} u_3^{(6)} - u_1' u_2^{(8)} u_3^{(7)} + u_1' u_2^{(8)} u_3^{(9)} - u_1' u_2^{(8)} u_3^{(10)} \\
M_{18} = u_1' u_2^{(9)} u_3'' - u_1' u_2^{(9)} u_3''' + u_1' u_2^{(9)} u_3^{(4)} - u_1' u_2^{(9)} u_3^{(5)} + u_1' u_2^{(9)} u_3^{(6)} - u_1' u_2^{(9)} u_3^{(7)} + u_1' u_2^{(9)} u_3^{(8)} - u_1' u_2^{(9)} u_3^{(10)} \\
M_{19} = u_1' u_2^{(10)} u_3'' - u_1' u_2^{(10)} u_3''' + u_1' u_2^{(10)} u_3^{(4)} - u_1' u_2^{(10)} u_3^{(5)} + u_1' u_2^{(10)} u_3^{(6)} - u_1' u_2^{(10)} u_3^{(7)} + u_1' u_2^{(10)} u_3^{(8)} - u_1' u_2^{(10)} u_3^{(9)} \\
M_{20} = u_1'' u_2''' u_3^{(4)} - u_1'' u_2''' u_3^{(5)} + u_1'' u_2''' u_3^{(6)} - u_1'' u_2''' u_3^{(7)} + u_1'' u_2''' u_3^{(8)} - u_1'' u_2''' u_3^{(9)} + u_1'' u_2''' u_3^{(10)} \\
M_{21} = u_1'' u_2^{(4)} u_3''' - u_1'' u_2^{(4)} u_3^{(5)} + u_1'' u_2^{(4)} u_3^{(6)} - u_1'' u_2^{(4)} u_3^{(7)} + u_1'' u_2^{(4)} u_3^{(8)} - u_1'' u_2^{(4)} u_3^{(9)} + u_1'' u_2^{(4)} u_3^{(10)} \\
M_{22} = u_1'' u_2^{(5)} u_3''' - u_1'' u_2^{(5)} u_3^{(4)} + u_1'' u_2^{(5)} u_3^{(6)} - u_1'' u_2^{(5)} u_3^{(7)} + u_1'' u_2^{(5)} u_3^{(8)} - u_1'' u_2^{(5)} u_3^{(9)} + u_1'' u_2^{(5)} u_3^{(10)} \\
M_{23} = u_1'' u_2^{(6)} u_3''' - u_1'' u_2^{(6)} u_3^{(4)} + u_1'' u_2^{(6)} u_3^{(5)} - u_1'' u_2^{(6)} u_3^{(7)} + u_1'' u_2^{(6)} u_3^{(8)} - u_1'' u_2^{(6)} u_3^{(9)} + u_1'' u_2^{(6)} u_3^{(10)}
\end{array}
$$

so ist, wie man leicht sieht:

$$\begin{aligned}
M_1' &= M_2 \\
M_2' &= M_3 + M_4 \\
M_3' &= M_5 + M_6 \\
M_4' &= M_6 + M_7 \\
M_5' &= M_8 + M_9 \\
M_6' &= M_9 + M_{10} + M_{11} \\
M_7' &= M_{11} \\
M_8' &= M_{12} + M_{13} \\
M_9' &= M_{13} + M_{14} + M_{15} \\
M_{10}' &= M_{14} + M_{16} \\
M_{11}' &= M_{15} + M_{16} \\
M_{12}' &= M_{17} + M_{18} \\
M_{13}' &= M_{18} + M_{19} + M_{21} \\
M_{14}' &= M_{19} + M_{20} + M_{22} \\
M_{15}' &= M_{21} + M_{22} \\
M_{16}' &= M_{22} + M_{23}
\end{aligned}$$

und λ_1, λ_2, λ_3 und ihre Differentialquotienten haben folgende Werthe

$$\lambda_1 = -\frac{M_2}{M_1}$$

$$\lambda_2 = \frac{M_4}{M_1}$$

$$\lambda_3 = -\frac{M_7}{M_1}$$

$$\lambda_1' = -\frac{M_3}{M_1} - \lambda_2 + \lambda_1^2$$

$$\lambda_2' = \frac{M_6}{M_1} - \lambda_3 + \lambda_1 \lambda_2$$

$$\lambda_3' = -\frac{M_{11}}{M_1} + \lambda_1 \lambda_3$$

$$\lambda_1'' = -\frac{M_5 + M_6}{M_1} - \lambda_1^3 + \lambda_1 \lambda_2 + 3\,\lambda_1 \lambda_1' - \lambda_2'$$

$$\lambda_2'' = \frac{M_9 + M_{10} + M_{11}}{M_1} + 2\,\lambda_1 \lambda_2' + \lambda_1 \lambda_3 - \lambda_1^2 \lambda_2 - \lambda_3' + \lambda_1' \lambda_2$$

$$\lambda_3'' = -\frac{M_{15} + M_{16}}{M_1} - \lambda_1^2 \lambda_3 + 2\,\lambda_1 \lambda_3' + \lambda_1' \lambda_3$$

$$\lambda_3''' = -\frac{M_{21} + 2M_{22} + M_{23}}{M_1} + 3\,\lambda_1 \lambda_3'' + \lambda_1^3 \lambda_3 - 3\,\lambda_1^2 \lambda_3' - 3\,\lambda_1 \lambda_1' \lambda_3 + 3\,\lambda_1' \lambda_3' + \lambda_1'' \lambda_3$$

Wird nun in der Gleichung (43) statt λ_3''' sein Werth gesetzt, so erhält man:

$$-D.\frac{M_{21}+2M_{22}+M_{23}}{M_1}+\lambda_3''(3D'+2\lambda_1 D)+3\lambda_3' D''-$$
$$-2D'(\lambda_1\lambda_3''+\lambda_1'\lambda_3)+D(\lambda_1'\lambda_3'-3\lambda_1\lambda_1'\lambda_3-3\lambda_1^2\lambda_3'+$$
$$+\lambda_2\lambda_3''+\lambda_2''\lambda_3)+\lambda_3(D'''-\lambda_1 D''+\lambda_2 D'-\lambda_3 D+\lambda_1^3 D)=$$
$$=-A+E'-F''+G'''$$

Setzt man hierein statt λ_3'' seinen Werth, so erhält man:

$$-D.\frac{M_{21}+2M_{22}+M_{23}}{M_1}-\frac{M_{15}+M_{16}}{M_1}(3D'+2\lambda_1 D)+3\lambda_3' D''+$$
$$+D'(4\lambda_1\lambda_3''+\lambda_1'\lambda_3)+D(\lambda_1'\lambda_3'-\lambda_1\lambda_1'\lambda_3+\lambda_1^2\lambda_3'+\lambda_2\lambda_3''+$$
$$+\lambda_2''\lambda_3)+\lambda_3[D'''-\lambda_1 D''+D'(\lambda_2-3\lambda_1^2)-D(\lambda_3+\lambda_1^3)]=$$
$$=-A+E'-F''+G'''$$

setzt man jetzt für λ_1', λ_2'' und λ_3' ihre Werthe, so kömmt:

$$-D\left[\frac{M_{21}+2M_{22}+M_{23}}{M_1}+2\lambda_1\frac{M_{15}+M_{16}}{M_1}+2\lambda_1^2\frac{M_{11}}{M_1}-\frac{M_3M_{11}}{M_1^2}-\right.$$
$$\left.-\lambda_3\frac{M_6}{M_1}\right]-D'\left[3\frac{M_{15}+M_{16}}{M_1}+4\lambda_1\frac{M_{11}}{M_1}+\lambda_3\frac{M_3}{M_1}\right]-3D''\frac{M_{11}}{M_1}+$$
$$+\lambda_3[D'''+2\lambda_1 D''+2\lambda_1^2 D'+D(2\lambda_1\lambda_2-2\lambda_3)]=$$
$$=-A+E'-F''+G'''$$

und setzt man endlich noch für λ_1, λ_2, λ_3 ihre Werthe, so erhält man wenn man die ganze Gleichung mit M_1^2 multiplicirt und ordnet:

$$-D''M_1M_7+D''(2M_2M_7-3M_1M_{11})+D'(4M_2M_{11}+$$
$$+M_3M_7-3M_1M_{15}-3M_1M_{16}-2\frac{M_2^2M_7}{M_1})+D(2M_2M_{15}+$$
(46) $$+2M_2M_{16}-M_1M_{21}-2M_1M_{22}-M_1M_{23}+M_3M_{11}-$$
$$-2\frac{M_2^2M_{11}}{M_1}-M_6M_7-2M_7^2+2\frac{M_2M_4M_7}{M_1})=$$
$$-M_1^2(-A+E'-F''+G''')$$

Verfährt man mit der Gleichung (44) eben so, so erhält man, wenn man zuerst für λ_2'' seinen Werth setzt:

$$D\frac{M_9+M_{10}+M_{11}}{M_1}+\lambda_2 D''+D'(3\lambda_3+2\lambda_2'-\lambda_1\lambda_2)+$$
$$+D(\lambda_1\lambda_2'-\lambda_1\lambda_3+\lambda_2^2-\lambda_1^2\lambda_2+2\lambda_3')=B-2F+$$
$$+3G''-H'+I''$$

wenn man dann für λ_2' und λ_3' ihre Werthe setzt:

$$D\left(\frac{M_9+M_{10}-M_{11}}{M_1}+\lambda_1\frac{M_6}{M_1}\right)+2D'\frac{M_6}{M_1}+\lambda_2 D''+D'(\lambda_3+\lambda_1\lambda_2)+$$
$$+\lambda_2^2 D=B-2F+3G'-H''+I''$$

und wenn man nun noch für λ_1, λ_2, λ_3 ihre Werthe setzt, und die Gleichung dann von Brüchen befreiet

$$\begin{aligned}&M_1 M_4 D''+D'(2M_1 M_6-M_1 M_7-M_2 M_4)+\\&+D(M_1 M_9+M_1 M_{10}-M_1 M_{11}-M_2 M_6+M_4^2)=\\&=M_1^2(B-2F+3G'-H''+I'')\end{aligned}\tag{47}$$

Endlich erhält man für die Gleichung (45), wenn man für λ_1' seinen Werth setzt:

$$\frac{M_2}{M_1}D-\lambda_2 D-\lambda_1 D'=C-2I-K'$$

und wenn man noch für λ_1 und λ_2 ihre Werthe setzt und ordnet:

$$M_2 D'+D(M_3-M_4)=M_1(C-2I-K')\tag{48}$$

Die drei Gleichungen (43), (44) und (45) gehen daher in folgende drei Gleichungen über:

$$\begin{aligned}&-D'''M_1 M_7+D''(2M_2 M_7-3M_1 M_{11})+D'(4M_2 M_{11}+\\&+M_3 M_7-3M_1 M_{15}-3M_1 M_{16}-2\frac{M_2^2 M_7}{M_1})+D(2M_2 M_{15}+\\&+2M_2 M_{16}-M_1 M_{21}-2M_1 M_{22}-M_1 M_{23}+M_3 M_{11}-\\&-2\frac{M_2^2 M_{11}}{M_1}-M_6 M_7-2M_7^2+2\frac{M_2 M_4 M_7}{M_1})=\\&=M_1^2(-A+E'-F''+G''')\end{aligned}\tag{46}$$

$$\begin{aligned}&M_1 M_4 D''+D'(2M_1 M_6-M_1 M_7-M_2 M_4)+D(M_1 M_9+\\&+M_1 M_{10}-M_1 M_{11}-M_2 M_6+M_4^2)-M_1^2(B-2F+\\&+3G'-H''+I'')\end{aligned}\tag{47}$$

$$M_2 D'+D(M_3-M_4)=M_1(C-2I-K')\tag{48}$$

Die zwei ersten dieser 3 Gleichungen sind einer bedeutenden Reduction fähig, man hat zu dem Behufe nur statt $-A+E'-F''+G'''$ und $B-2F+3G'-H''+I''$ ihre, ihnen identisch gleichen Werthe zu setzen, die wir auf folgende Weise erhalten:

Setzt man in der Gleichung (38) statt w die drei Werthe u_1 u_2 oder u_3, so erhält man stets eine identische Gleichung, weil u_1

u_2 und u_3 die Integrale dieser Gleichung (38) sind, man hat daher folgende identische Gleichungen:

$$\begin{aligned}&-D\,u_1^{(6)}-3\,D'\,u_1^{(5)}+u_1^{(4)}\,(C-3\,D''-2\,I-K')+\\&+u_1'''\,(2\,C'-D'''-4\,I'-2\,K'')+u_1''\,(-B+C''+2\,F-3\,G'+\\&+H'-3\,I''-K''')+u_1'\,(-B'+2\,F'-3\,G''+H''-I''')+\\&+u_1\,(A-E'+F''-G''')=0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&-D\,u_2^{(6)}-3\,D'\,u_2^{(5)}+u_2^{(4)}\,(C-3\,D''-2\,I-K')+\\&+u_2'''\,(2\,C'-D'''-4\,I'-2\,K'')+u_2''\,(-B+C''+2\,F-3\,G'+\\&+H'-3\,I''-K''')+u_2'\,(-B'+2\,F'-3\,G''-H''-I''')+\\&+u_2\,(A-E'+F''-G''')=0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&-D\,u_3^{(6)}-3\,D'\,u_3^{(5)}+u_3^{(4)}\,(C-3\,D''-2\,I-K')+\\&+u_3'''\,(2\,C'-D'''-4\,I'-2\,K'')+u_3''\,(-B+C''+2\,F-3\,G'+\\&+H'-3\,I''-K''')+u_3'\,(-B'+2\,F-3\,G''+H''-I''')+\\&+u_3\,(A-E'+F''-G''')=0\end{aligned}$$

Multiplicirt man die erste derselben mit $u_2'\,u_3''-u_3'\,u_2''$, die zweite mit $u_3'\,u_1''-u_1'\,u_3''$ die dritte mit $u_1'\,u_2''-u_2'\,u_1''$ und addirt man sämmtliche so erhaltene Gleichungen, so hat man:

$$\begin{aligned}&-D\,M_{21}-3\,D'\,M_{15}+M_{11}\,(C-3\,D''-2\,I-K')+\\&+M_7\,(2\,C'-D'''-4\,I'-2\,K'')+M_1\,(A-E'+F''-G''')=0\end{aligned}\tag{49}$$

multiplicirt man hingegen die drei Gleichungen der Reihe nach mit

$$u_3\,u_2''-u_2\,u_3''\quad u_1\,u_3''-u_3\,u_1''\quad u_2\,u_1''-u_1\,u_2''$$

und addirt sie alsdann, so erhält man:

$$\begin{aligned}&-D\,M_{13}-3\,D'\,M_9+M_6\,(C-3\,D''-2\,I-K')+\\&+M_4\,(2\,C'-D'''-4\,I'-2\,K'')+M_1\,(B'-2\,F+\\&+3\,G''-H''+I''')=0\end{aligned}\tag{50}$$

multiplicirt man endlich dieselben drei Gleichungen mit

$$u_2'\,u_3-u_3'\,u_2\quad u_3\,u_1'-u_1\,u_3'\quad u_1\,u_2'-u_2\,u_1'$$

und addirt sie, so hat man

$$\begin{aligned}&-D\,M_5-3\,D'\,M_3+M_3\,(C-3\,D''-2\,I-K')+\\&+M_2\,(2\,C'-D'''-4\,I'-2\,K'')+M_1\,(-B+C''+\\&+2\,F-3\,G'+H''-3\,I''-K''')=0\end{aligned}\tag{51}$$

Diese drei Gleichungen (49), (50) und (51) sind offenbar identische Gleichungen, aus der ersten derselben folgt:

$$M_1 (-A + E' - F'' + G''') = -D M_{21} - 3 D' M_{15} + M_{11} (C - 3 D'' - 2 I - K') + M_7 (2 C' - D''' - 4 I' - 2 K'')$$

und dies in (46) gesetzt und reducirt gibt:

$$\begin{aligned} &2 M_2 M_7 D'' + D' (4 M_2 M_{11} + M_3 M_7 - 3 M_1 M_{16} - \\ &- 2 \frac{M_2^2 M_7}{M_1}) + D (2 M_2 M_{15} + 2 M_2 M_{16} - 2 M_1 M_{22} - \\ &- M_1 M_{23} + M_3 M_{11} - 2 \frac{M_2^2 M_{11}}{M_1} - M_6 M_7 - 2 M_7^2 + \\ &+ 2 \frac{M_2 M_4 M_7}{M_1}) = M_1 M_{11} (C - 2 I - K') + \\ &+ 2 M_1 M_7 (C' - 2 I' - K'') \end{aligned} \tag{52}$$

Versuchen wir, um diese Gleichung noch weiter zu vereinfachen, statt $C - 2I - K'$ seinen aus (48) folgenden Werth zu setzen, so hat man, da

$$M_1 (C - 2 I - K') = M_2 D' + D (M_3 - M_4) \tag{48}$$

ist, wenn man diese Gleichung differenzirt:

$$\begin{aligned} M_1 (C' - 2 I' - K') + M_2 (C - 2 I - K') = M_2 D'' + \\ + 2 M_3 D' + D (M_5 - M_7) \end{aligned} \tag{53}$$

Bringt man nun zuerst mittelst dieser Gleichung aus (52) das Glied $C' - 2I' - K''$ weg, so hat man:

$$\begin{aligned} &D' (4 M_2 M_{11} - 3 M_1 M_{16} - 3 M_3 M_7 - 2 \frac{M_2^2 M_7}{M_1}) + D (2 M_{12} M_{15} + \\ &+ 2 M_2 M_{16} - 2 M_1 M_{22} - M_1 M_{23} + M_3 M_{11} - M_6 M_7 - 2 M_5 M_7 - \\ &- 2 \frac{M_2^2 M_{11}}{M_1} + 2 \frac{M_2 M_4 M_7}{M_1}) = (M_1 M_{11} - 2 M_2 M_7) (C - 2 I - K') \end{aligned}$$

und bringt man hieraus mittelst der Gleichung (48) das Glied $C - 2I - K'$ weg, und befreiet man dann die Gleichung von Brüchen, so hat man:

$$\begin{aligned} &3 M_1 D' (M_1 M_{16} - M_2 M_{11} + M_3 M_7) + D [2 M_1 (M_1 M_{22} - \\ &- M_2 M_{15} + M_5 M_7) + M_1 (M_1 M_{23} - M_4 M_{11} + M_6 M_7) - \\ &- 2 M_2 (M_1 M_{16} - M_2 M_{11} + M_3 M_7)] = 0 \end{aligned} \tag{54}$$

Uns bleibt nun nichts anders übrig, als die hier erscheinenden Ausdrücke

$$M_1M_{16} - M_2M_{11} + M_3M_7$$
$$M_1M_{22} - M_2M_{15} + M_5M_7$$
$$M_1M_{23} - M_4M_{11} + M_6M_7$$

wirklich zu berechnen. Wir haben diese mühsame Operation durchgeführt, und haben gefunden, dass jeder der drei Ausdrücke aus 108 Gliedern besteht, die sich paarweise aufheben, es ist nämlich:

$$M_1M_{16} - M_2M_{11} + M_3M_7 =$$
$$(u_1u_2'u_3'' - u_1u_3'u_2'' - u_2u_1'u_3'' + u_2u_3'u_1'' + u_3u_1'u_2'' - u_3u_2'u_1'').$$
$$(u_1'u_2'''u_3'''' - u_1'u_3'''u_2'''' - u_2'u_1'''u_3'''' + u_2'u_3'''u_1'''' + u_3'u_1'''u_2'''' -$$
$$- u_3'u_2'''u_1'''') - (u_1u_2'u_3''' - u_1u_3'u_2''' - u_2u_1'u_3''' + u_2u_3'u_1''' +$$
$$+ u_3u_1'u_2''' - u_3u_2'u_1''')\cdot(u_1'u_2''u_3'''' - u_1'u_3''u_2'''' - u_2'u_1''u_3'''' +$$
$$+ u_2'u_3''u_1'''' + u_3'u_1''u_2'''' - u_3'u_2''u_1'''') + (u_1u_2'u_3'''' - u_1u_3'u_2'''' -$$
$$- u_2u_1'u_3'''' + u_2u_3'u_1'''' + u_3u_1'u_2'''' - u_3u_2'u_1'''') \cdot (u_1'u_2''u_3''' -$$
$$- u_1u_3''u_2''' - u_2'u_1''u_3''' + u_2'u_3''u_1''' + u_3'u_1''u_2''' - u_3'u_2''u_1''') = 0$$

Setzt man in dieser Gleichung überall $u^{(5)}$ statt u'''', so erhält man offenbar wieder eine identische Gleichung, und die ist:

$$M_1M_{22} - M_2M_{15} + M_5M_7 = 0$$

und verwechselt man in derselben Gleichung u' mit u'' und u'' mit u', so erhält man

$$- M_1M_{23} + M_4M_{11} - M_6M_7 = 0$$

also ist die Gleichung (54) identisch erfüllt.

Man kann daher folgenden Satz aussprechen: Wenn die in (39) angegebenen Werthe von λ der Gleichung (45) genügen, so genügen sie gewiss auch der Gleichung (43). Ich habe gesucht, dieses noch deutlicher ersichtlich zu machen, und bin dahin gelangt die Gleichung (52), welche mit der Gleichung (43) identisch ist, in folgender Form aufzustellen:

$$(53)\quad 2\,'M_7\,[M_1\,(C - 2J - K') - M_2D' - D\,(M_3 - M_4)]' +$$
$$+ \left(M_{11} - \frac{2M_2M_7}{M_1}\right)[M_1\,(C - 2J - K') - M_2D' - D\,(M_3 - M_4)] = 0$$

Zwischen den verschiedenen M finden noch mehr Gleichungen Statt, als die oben angeführten; da sie uns im Verlauf der Rechnung

von Nutzen sein werden, so wollen wir sie hier, mit Wiederholung der schon genannten drei, anführen:

$$\begin{aligned}
M_1\,M_{10} - M_2\,M_6 + M_3\,M_4 &= 0\\
M_1\,M_{14} - M_2\,M_9 + M_4\,M_5 &= 0\\
M_1\,M_{16} - M_2\,M_{11} + M_3\,M_7 &= 0\\
M_1\,M_{19} - M_2\,M_{13} + M_4\,M_8 &= 0\\
M_1\,M_{20} - M_3\,M_9 + M_5\,M_6 &= 0\\
M_1\,M_{22} - M_2\,M_{15} + M_5\,M_7 &= 0\\
M_1\,M_{23} - M_4\,M_{11} + M_6\,M_7 &= 0\\
M_2\,M_{20} - M_3\,M_{14} + M_5\,M_{10} &= 0\\
M_2\,M_{23} - M_4\,M_{16} + M_7\,M_{10} &= 0\\
M_3\,M_{23} - M_6\,M_{16} + M_{10}\,M_{11} &= 0\\
M_4\,M_{20} - M_6\,M_{14} + M_9\,M_{10} &= 0
\end{aligned}$$

Behandeln wir auf dieselbe Weise die Gleichung (47). Aus (51) folgt:

$$M_1\,(B - 2F + 3G' - H' + I') = -\,D\,M_8 - 3D'\,M_5 + (C - \\ - 3D'' - 2I - K')\,M_3 + (2C' - D''' - 4I' - 2K'')\,M_2 + (C'' - \\ - 2I'' - K''')\,M_1$$

und dies in (47) gesetzt, gibt:

$$\begin{aligned}
&M_1\,M_2\,D''' + D''\,(M_1\,M_4 + 3M_1\,M_3) + D'\,(2M_1\,M_6 - M_1\,M_7 - \\
&- M_2\,M_4 + 3M_1\,M_5) + D\,(M_1\,M_8 + M_1\,M_9 + M_1\,M_{10} - M_1\,M_{11} - \\
&M_2\,M_6 + M_4^2) = (C - 2I - K')\,M_1\,M_3 + 2\,(C' - 2I' - K'') - \\
&- M_1\,M_2 + (C'' - 2I'' - K''')\,M_1^2
\end{aligned} \tag{56}$$

Versucht man auch hier, um diese Gleichung zu vereinfachen, statt $C - 2I - K'$ seinen aus (48) folgenden Werth zu setzen, so hat man, da

$$M_1\,(C \quad 2I - K') \qquad M_2\,D' + D\,(M_3 - M_4) \tag{48}$$

$$\begin{aligned}
M_1\,(C' - 2I' - K'') + M_2\,(C - 2I - K') &= M_2\,D'' + \\
&+ 2M_3\,D' + D\,(M_5 - M_7)
\end{aligned} \tag{53}$$

ist, die letzte Gleichung nochmals differenzirend

$$\begin{aligned}
&M_1\,(C'' - 2I'' - K''') + 2M_2\,(C' - 2I' - K'') + \\
&(M_3 + M_5)\,(C - 2I - K') \\
&- D\,(M_8 + M_9 - M_{11}) + D'\,(3M_5 + 2M_6 - M_7) + \\
&+ D''\,(3M_3 + M_4) + M_2\,D'''
\end{aligned} \tag{57}$$

Bringt man aus (56) mittelst der eben entwickelten Gleichung das Glied $C' - 2I' - K''$ weg, so hat man:

$$- D' M_2 M_4 + D (M_1 M_{10} - M_2 M_6 + M_4^2) = - \\ - M_1 M_4 (C - 2I - K)$$

und bringt man aus dieser Gleichung mittelst der Gleichung (48) das Glied $C - 2I - K$ weg, so erhält man:

$$D (M_1 M_{10} - M_2 M_6 + M_3 M_4) = 0$$

und dies findet wirklich identisch Statt.

Man kann daher jetzt auch sagen: Die beiden Gleichungen (43) und (44) oder die aus ihnen abgeleiteten (46) und (47) werden befriedigt, wenn nur die Gleichung (45) oder die aus ihr hervorgehende (48) befriedigt wird.

Zugleich lässt sich bemerken, dass man der Gleichung (56) folgende Form geben könne:

$$(58) \quad M_1 [M_1 (C - 2I - K) - M_2 D' - D (M_3 - M_4)]'' - \\ - M_4 [M_1 (C - 2I - K) - M_2 D' - D (M_3 - M_4)] = 0$$

Um den Faden unserer Rechnung nicht zu verlieren, wollen wir erwähnen, dass unsere Untersuchung, ob nämlich die in (39) und (40) aufgestellten Werthe von

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, v, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5$$

den Gleichungen (41) genügen, uns auf folgende drei Gleichungen führte:

$$(55) \quad 2 M_7 [M_1 (C - 2I - K) - M_2 D' - D (M_3 - M_4)]' + (M_{11} \\ - \frac{2 M_2 M_7}{M_1}) [M_1 (C - 2I - K) - M_2 D' - D (M_3 - M_4) = 0$$

$$(58) \quad M_1 [M_1 (C - 2I - K) - M_2 D' - D (M_3 - M_4)]'' - \\ - M_4 [M_1 (C - 2I - K) - M_2 D' - D (M_3 - M_4)] = 0$$

$$(48) \quad M_1 (C - 2I - K) - M_2 D' - D (M_3 - M_4) = 0$$

die der Reihe nach den Gleichungen (41) identisch sind. Wenn sich daher erweisen lässt, dass die Gleichung (48) identisch stattfindet (etwa dadurch, dass man zwischen den in ihr eintretenden

Constanten gewisse Beziehungen statuirt, so finden auch die Gleichungen (55) und (58) und somit auch die Gleichungen (41) identisch Statt.

Suchen wir nun aus den zwei Gleichungen (50) und (51) eine dritte abzuleiten, in der nicht mehr $B - 2F + 3G' - H' + I'$ erscheint. Zu dem Behufe differenzire man (51), dies gibt:

$$\begin{aligned}-M_2 D'''' - D''' (4 M_3 + M_4) - D'' (6 M_5 + 3 M_6) - D' (4 M_8 + \\ + 3 M_9) - D (M_{12} + M_{13}) + (M_5 + M_6)(C - 2 I - K') + \\ + (3 M_3 + 2 M_4)(C' - 2 I' - K') + 2 M_2 (C'' - \\ - 2 I' - K''') + M_1 (- B' + C''' + 2 F' - 3 G'' + H'' - \\ - 3 I''' - K'''') + M_2 (- B + C'' + 2 F - 3 G' + H' - \\ - 3 I'' - K''') = 0\end{aligned}$$

addirt man hinzu (50) so hat man:

$$\begin{aligned}-M_2 D'''' - D''' (4 M_3 + 2 M_4) - D'' (6 M_5 + 6 M_6) - D' (4 M_8 + \\ + 6 M_9) - D (M_{12} + 2 M_{13}) + (M_5 + 2 M_6)(C - 2 I - K') + \\ + (3 M_3 + 4 M_4)(C' - 2 I' - K'') + 2 M_2 (C'' - \\ - 2 I'' - K''') + M_1 (C'''' - 2 I''' - K'''') + \\ + M_2 (- B + C'' + 2 F - 3 G' + H' - 3 I'' - K''') = 0\end{aligned}$$

Multiplicirt man jetzt diese Gleichung mit M_1, (51) mit M_2 und subtrahirt dann beide von einander, so hat man:

$$\begin{aligned}- M_1 M_2 D'''' + D''' (- 4 M_1 M_3 - 2 M_1 M_4 + M_2^2) + \\ + D'' (- 6 M_1 M_5 - 6 M_1 M_6 + 3 M_2 M_3) + D' (- 6 M_1 M_9 - \\ - 4 M_1 M_8 + 3 M_2 M_5) + D (- M_1 M_{12} - 2 M_1 M_{13} + \\ + M_2 M_8) + (M_1 M_5 + 2 M_1 M_6 - M_2 M_3)(C - 2 I - K') + \\ + (3 M_1 M_3 + 4 M_1 M_4 - 2 M_2^2)(C' - 2 I' - K'') + \\ + 2 M_1 M_2 (C'' - 2 I'' - K''') + M_1^2 (C''' - \\ - 2 I''' - K'''') = 0\end{aligned}$$

oder anders geschrieben:

$$\begin{aligned}M_1 [M_1 (C - 2 I - K') - M_2 D' - D (M_3 - M_4)]''' - \\ - M_2 [M_1 (C - 2 I - K') - M_2 D' - D (M_3 - M_4)]'' + \\ + M_4 [M_1 (C - 2 I - K') - M_2 D' - D (M_3 - M_4)]' - \\ - M_7 [M_1 (C - 2 I - K') - M_2 D' - D (M_3 - M_4)] = 0\end{aligned} \qquad (59)$$

Setzen wir der Kürze halber

$$M_1 (C - 2I - K') - M_2 D' - D (M_3 - M_4) = u$$

so lässt sich die Gleichung (59) so darstellen:

$$M_1 u''' - M_2 u'' + M_4 u' - M_7 u = 0$$

oder

$$u''' - \frac{M_2}{M_1} u'' + \frac{M_4}{M_1} u' - \frac{M_7}{M_1} u = 0$$

oder endlich, was dasselbe ist, in folgender Form:

$$u''' + \lambda_1 u'' + \lambda_2 u' + \lambda_3 u = 0$$

Vergleicht man nun diese Gleichung mit der Gleichung

$$w''' + \lambda_1 w'' + \lambda_2 w' + \lambda_3 w = 0$$

so sieht man, dass u die drei Auflösungen:

$$A_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + A_4 \frac{\partial y}{\partial a_4} + A_5 \frac{\partial y}{\partial a_5} + A_6 \frac{\partial y}{\partial a_6}$$

$$B_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + B_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + B_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + B_4 \frac{\partial y}{\partial a_4} + B_5 \frac{\partial y}{\partial a_5} + B_6 \frac{\partial y}{\partial a_6}$$

$$C_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + C_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + C_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + C_4 \frac{\partial y}{\partial a_4} + C_5 \frac{\partial y}{\partial a_5} + C_6 \frac{\partial y}{\partial a_6}$$

hat. Wie lässt sich nun denken, dass der Ausdruck:

$$M_1 (C - 2I - K') - M_2 D' - D (M_3 - M_4)$$

in welchem die Coëfficienten A, B, C determinantenartig verbunden vorkommen, identisch gleich sei, einem der drei angeführten Ausdrücke, wo die Coëfficienten A, B oder C alleinstehend und in linearer Form auftreten?

Wir sind daher gezwungen anzunehmen, dass

(48) $$M_1 (C - 2I - K') - M_2 D' - D (M_3 - M_4) = 0$$

identisch stattfinde, denn nur unter dieser Voraussetzung lässt sich aus (59) kein weiterer Schluss ziehen.

Wir wollen nun zur wirklichen Berechnung von $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ schreiten. Es ist:

$$u_1 = A_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + A_4 \frac{\partial y}{\partial a_4} + A_5 \frac{\partial y}{\partial a_5} + A_6 \frac{\partial y}{\partial a_6}$$

$$u_1' = A_1 \frac{\partial y'}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial y'}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial y'}{\partial a_3} + A_4 \frac{\partial y'}{\partial a_4} + A_5 \frac{\partial y'}{\partial a_5} + A_6 \frac{\partial y'}{\partial a_6}$$

$$u_1'' = A_1 \frac{\partial y''}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial y''}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial y''}{\partial a_3} + A_4 \frac{\partial y''}{\partial a_4} + A_5 \frac{\partial y''}{\partial a_5} + A_6 \frac{\partial y''}{\partial a_6}$$

$$u_1''' = A_1 \frac{\partial y'''}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial y'''}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial y'''}{\partial a_3} + A_4 \frac{\partial y'''}{\partial a_4} + A_5 \frac{\partial y'''}{\partial a_5} + A_6 \frac{\partial y'''}{\partial a_6}$$

$$u_2 = B_1\frac{\partial y}{\partial a_1} + B_2\frac{\partial y}{\partial a_2} + B_3\frac{\partial y}{\partial a_3} + B_4\frac{\partial y}{\partial a_4} + B_5\frac{\partial y}{\partial a_5} + B_6\frac{\partial y}{\partial a_6}$$

$$u_2' = B_1\frac{\partial y'}{\partial a_1} + B_2\frac{\partial y'}{\partial a_2} + B_3\frac{\partial y'}{\partial a_3} + B_4\frac{\partial y'}{\partial a_4} + B_5\frac{\partial y'}{\partial a_5} + B_6\frac{\partial y'}{\partial a_6}$$

$$u_2'' = B\frac{\partial y''}{\partial a_1} + B_2\frac{\partial y''}{\partial a_2} + B_3\frac{\partial y''}{\partial a_3} + B_4\frac{\partial y''}{\partial a_4} + B_5\frac{\partial y''}{\partial a_5} + B_6\frac{\partial y''}{\partial a_6}$$

$$u_2''' = B_1\frac{\partial y'''}{\partial a_1} + B_2\frac{\partial y'''}{\partial a_2} + B_3\frac{\partial y'''}{\partial a_3} + B_4\frac{\partial y'''}{\partial a_4} + B_5\frac{\partial y'''}{\partial a_5} + B_6\frac{\partial y'''}{\partial a_6}$$

$$u_3 = C_1\frac{\partial y}{\partial a_1} + C_2\frac{\partial y}{\partial a_2} + C_3\frac{\partial y}{\partial a_3} + C_4\frac{\partial y}{\partial a_4} + C_5\frac{\partial y}{\partial a_5} + C_6\frac{\partial y}{\partial a_6}$$

$$u_3' = C_1\frac{\partial y'}{\partial a_1} + C_2\frac{\partial y'}{\partial a_2} + C_3\frac{\partial y'}{\partial a_3} + C_4\frac{\partial y'}{\partial a_4} + C_5\frac{\partial y'}{\partial a_5} + C_6\frac{\partial y'}{\partial a_6}$$

$$u_3'' = C_1\frac{\partial y''}{\partial a_1} + C_2\frac{\partial y''}{\partial a_2} + C_3\frac{\partial y''}{\partial a_3} + C_4\frac{\partial y''}{\partial a_4} + C_5\frac{\partial y''}{\partial a_5} + C_6\frac{\partial y''}{\partial a_6}$$

$$u_3''' = C_1\frac{\partial y'''}{\partial a_1} + C_2\frac{\partial y'''}{\partial a_2} + C_3\frac{\partial y'''}{\partial a_3} + C_4\frac{\partial y'''}{\partial a_4} + C_5\frac{\partial y'''}{\partial a_5} + C_6\frac{\partial y'''}{\partial a_6}$$

Setzt man der Kürze halber:

$$A_1B_2C_3 - A_1B_3C_2 - A_2B_1C_3 + A_2B_3C_1 + A_3B_1C_2 - A_3B_2C_1 = N_1$$
$$A_1B_2C_4 - A_1B_4C_2 - A_2B_1C_4 + A_2B_4C_1 + A_4B_1C_2 - A_4B_2C_1 = N_2$$
$$A_1B_2C_5 - A_1B_5C_2 - A_2B_1C_5 + A_2B_5C_2 - A_5B_1C_2 - A_5B_2C_1 = N_3$$
$$A_1B_2C_6 - A_1B_6C_2 - A_2B_1C_6 + A_2B_6C_1 + A_6B_1C_2 - A_6B_2C_1 = N_4$$
$$A_1B_3C_4 - A_1B_4C_3 - A_3B_1C_4 + A_3B_4C_1 + A_4B_1C_3 - A_4B_3C_1 = N_5$$
$$A_1B_3C_5 - A_1B_5C_3 - A_3B_1C_5 + A_3B_5C_1 + A_5B_1C_3 - A_5B_3C_1 = N_6$$
$$A_1B_3C_6 - A_1B_6C_3 - A_3B_1C_6 + A_3B_6C_1 + A_6B_1C_3 - A_6B_3C_1 = N_7$$
$$A_1B_4C_5 - A_1B_5C_4 - A_4B_1C_5 + A_4B_5C_1 + A_5B_1C_4 - A_5B_4C_1 = N_8$$
$$A_1B_4C_6 - A_1B_6C_4 - A_4B_1C_6 + A_4B_6C_1 + A_6B_1C_4 - A_6B_4C_1 = N_9$$
$$A_1B_5C_6 - A_1B_6C_5 - A_5B_1C_6 + A_5B_6C_1 + A_6B_1C_5 - A_6B_5C_1 = N_{10}$$
$$A_2B_3C_4 - A_2B_4C_3 - A_3B_2C_4 + A_3B_4C_2 + A_4B_2C_3 - A_4B_3C_2 = N_{11}$$
$$A_2B_3C_5 - A_2B_5C_3 - A_3B_2C_5 + A_3B_5C_2 + A_5B_2C_3 - A_5B_3C_2 = N_{12}$$
$$A_2B_3C_6 - A_2B_6C_3 - A_3B_2C_6 + A_3B_6C_2 + A_6B_2C_3 - A_6B_3C_2 = N_{13}$$
$$A_2B_4C_5 - A_2B_5C_4 - A_4B_2C_5 + A_4B_5C_2 + A_5B_2C_4 - A_5B_4C_2 = N_{14}$$
$$A_2B_4C_6 - A_2B_6C_4 - A_4B_2C_6 + A_4B_6C_2 + A_6B_2C_4 - A_6B_4C_2 = N_{15}$$
$$A_2B_5C_6 - A_2B_6C_5 - A_5B_2C_6 + A_5B_6C_2 + A_6B_2C_5 - A_6B_5C_2 = N_{16}$$
$$A_3B_4C_5 - A_3B_5C_4 - A_4B_3C_5 + A_4B_5C_3 + A_5B_3C_4 - A_5B_4C_3 = N_{17}$$
$$A_3B_4C_6 - A_3B_6C_4 - A_4B_3C_6 + A_4B_6C_3 + A_6B_3C_4 - A_6B_4C_3 = N_{18}$$
$$A_3B_5C_6 - A_3B_6C_5 - A_5B_3C_6 + A_5B_6C_3 + A_6B_3C_5 - A_6B_5C_3 = N_{19}$$
$$A_4B_5C_6 - A_4B_6C_5 - A_5B_4C_6 + A_5B_6C_4 + A_6B_4C_5 - A_6B_5C_4 = N_{20}$$

und ferner:

$$\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_2}\frac{\partial y''}{\partial a_3} - \frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_3}\frac{\partial y''}{\partial a_2} - \frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_3} + \frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial y'}{\partial a_3}\frac{\partial y''}{\partial a_1} + \frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_2} - \frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial y'}{\partial a_2}\frac{\partial y''}{\partial a_1} = P_1$$

$$\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_2}\frac{\partial y''}{\partial a_4} - \frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_4}\frac{\partial y''}{\partial a_2} - \frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_4} + \frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial y'}{\partial a_4}\frac{\partial y''}{\partial a_1} + \frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_2} - \frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial y'}{\partial a_2}\frac{\partial y''}{\partial a_1} = P_2$$

$$\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_2}\frac{\partial y''}{\partial a_5} - \frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_5}\frac{\partial y''}{\partial a_2} - \frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_5} + \frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial y'}{\partial a_5}\frac{\partial y''}{\partial a_1} + \frac{\partial y}{\partial a_5}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_2} - \frac{\partial y}{\partial a_5}\frac{\partial y'}{\partial a_2}\frac{\partial y''}{\partial a_1} = P_3$$

$$\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_2}\frac{\partial y''}{\partial a_6} - \frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_6}\frac{\partial y''}{\partial a_2} - \frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_6} + \frac{\partial y}{\partial a_2}\frac{\partial y'}{\partial a_6}\frac{\partial y''}{\partial a_1} + \frac{\partial y}{\partial a_6}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_2} - \frac{\partial y}{\partial a_6}\frac{\partial y'}{\partial a_2}\frac{\partial y''}{\partial a_1} = P_4$$

$$\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_3}\frac{\partial y''}{\partial a_4} - \frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_4}\frac{\partial y''}{\partial a_3} - \frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_4} + \frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial y'}{\partial a_4}\frac{\partial y''}{\partial a_1} + \frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_3} - \frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial y'}{\partial a_3}\frac{\partial y''}{\partial a_1} = P_5$$

$$\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_3}\frac{\partial y''}{\partial a_5} - \frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_5}\frac{\partial y''}{\partial a_3} - \frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_5} + \frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial y'}{\partial a_5}\frac{\partial y''}{\partial a_1} + \frac{\partial y}{\partial a_5}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_3} - \frac{\partial y}{\partial a_5}\frac{\partial y'}{\partial a_3}\frac{\partial y''}{\partial a_1} = P_6$$

$$\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_3}\frac{\partial y''}{\partial a_6} - \frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_6}\frac{\partial y''}{\partial a_3} - \frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_6} + \frac{\partial y}{\partial a_3}\frac{\partial y'}{\partial a_6}\frac{\partial y''}{\partial a_1} + \frac{\partial y}{\partial a_6}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_3} - \frac{\partial y}{\partial a_6}\frac{\partial y'}{\partial a_3}\frac{\partial y''}{\partial a_1} = P_7$$

$$\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_4}\frac{\partial y''}{\partial a_5} - \frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_5}\frac{\partial y''}{\partial a_4} - \frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_5} + \frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial y'}{\partial a_5}\frac{\partial y''}{\partial a_1} + \frac{\partial y}{\partial a_5}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_4} - \frac{\partial y}{\partial a_5}\frac{\partial y'}{\partial a_4}\frac{\partial y''}{\partial a_1} = P_8$$

$$\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_4}\frac{\partial y''}{\partial a_6} - \frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_6}\frac{\partial y''}{\partial a_4} - \frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_6} + \frac{\partial y}{\partial a_4}\frac{\partial y'}{\partial a_6}\frac{\partial y''}{\partial a_1} + \frac{\partial y}{\partial a_6}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_4} - \frac{\partial y}{\partial a_6}\frac{\partial y'}{\partial a_4}\frac{\partial y''}{\partial a_1} = P_9$$

$$\frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_5}\frac{\partial y''}{\partial a_6} - \frac{\partial y}{\partial a_1}\frac{\partial y'}{\partial a_6}\frac{\partial y''}{\partial a_5} - \frac{\partial y}{\partial a_5}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_6} + \frac{\partial y}{\partial a_5}\frac{\partial y'}{\partial a_6}\frac{\partial y''}{\partial a_1} + \frac{\partial y}{\partial a_6}\frac{\partial y'}{\partial a_1}\frac{\partial y''}{\partial a_5} - \frac{\partial y}{\partial a_6}\frac{\partial y'}{\partial a_5}\frac{\partial y''}{\partial a_1} = P_{10}$$

$$P_{11} = \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \end{vmatrix}$$

$$P_{12} = \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix}$$

$$P_{13} = \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix}$$

$$P_{14} = \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix}$$

$$P_{15} = \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix}$$

$$P_{16} = \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_6} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix}$$

$$P_{17} = \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix}$$

$$P_{18} = \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_2} & \frac{\partial y'}{\partial a_2} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix}$$

$$P_{19} = \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_3} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix}$$

$$P_{20} = \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_6} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_6} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_6} & \frac{\partial y''}{\partial a_2} \\ \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial a_5} & \frac{\partial y'}{\partial a_5} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_4} & \frac{\partial y'}{\partial a_4} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \\ \frac{\partial y}{\partial a_3} & \frac{\partial y'}{\partial a_3} & \frac{\partial y''}{\partial a_5} \end{vmatrix}$$

so ist der gemeinschaftliche Nenner von λ_1, λ_2 und λ_3 folgender:

$$N_1 P_1 + N_2 P_2 + N_3 P_3 + N_4 P_4 + N_5 P_5 + N_6 P_6 + N_7 P_7 + \\ + N_8 P_8 + N_9 P_9 + N_{10} P_{10} + N_{11} P_{11} + N_{12} P_{12} + N_{13} P_{13} + \\ + N_{14} P_{14} + N_{15} P_{15} + N_{16} P_{16} + N_{17} P_{17} + N_{18} P_{18} + N_{19} P_{19} + \\ + N_{20} P_{20}.$$

Will man den Zähler von λ_1 haben, so müssen in allen den P statt y'' die y''', gesetzt werden; will man den Zähler von λ_2 haben, so muss man im Zähler von λ_1 die y' mit y'' verwechseln, und endlich findet man aus dem Zähler von λ_2 den von λ_3, wenn man statt y, y' setzt. Wir erhalten durch dies in den Ausdrücken für $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ zwanzig Constante $N_1, N_2, N_3, \ldots N_{20}$, zwischen denen aber folgende 30 Gleichungen stattfinden:

$$\begin{aligned}
N_1 N_8 - N_2 N_6 + N_3 N_5 &= 0 \\
N_1 N_9 - N_2 N_7 + N_4 N_5 &= 0 \\
N_1 N_{10} - N_3 N_7 + N_4 N_6 &= 0 \\
N_1 N_{14} - N_2 N_{12} + N_3 N_{11} &= 0 \\
N_1 N_{15} - N_2 N_{13} + N_4 N_{11} &= 0 \\
N_1 N_{16} - N_3 N_{13} + N_4 N_{12} &= 0 \\
N_1 N_{17} - N_5 N_{12} + N_6 N_{11} &= 0 \\
N_1 N_{18} - N_5 N_{13} + N_7 N_{11} &= 0 \\
N_1 N_{19} - N_6 N_{13} + N_7 N_{12} &= 0 \\
N_2 N_{10} - N_3 N_9 + N_4 N_8 &= 0 \\
N_2 N_{16} - N_3 N_{15} + N_4 N_{14} &= 0 \\
N_2 N_{17} - N_5 N_{14} + N_8 N_{11} &= 0 \\
N_2 N_{18} - N_5 N_{15} + N_9 N_{11} &= 0 \\
N_2 N_{20} - N_8 N_{15} + N_9 N_{14} &= 0 \\
N_3 N_{17} - N_6 N_{14} + N_8 N_{12} &= 0 \\
N_3 N_{19} - N_6 N_{16} + N_{10} N_{12} &= 0 \\
N_3 N_{20} - N_8 N_{16} + N_{10} N_{14} &= 0 \\
N_4 N_{18} - N_7 N_{15} + N_9 N_{13} &= 0 \\
N_4 N_{19} - N_7 N_{16} + N_{10} N_{13} &= 0 \\
N_4 N_{20} - N_9 N_{16} + N_{10} N_{15} &= 0 \\
N_5 N_{10} - N_6 N_9 + N_7 N_8 &= 0 \\
N_5 N_{19} - N_6 N_{18} + N_7 N_{17} &= 0 \\
N_5 N_{20} - N_8 N_{18} + N_9 N_{17} &= 0 \\
N_6 N_{20} - N_8 N_{19} + N_{10} N_{17} &= 0
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
N_7\ N_{20} - N_9\ N_{19} + N_{10}\ N_{18} &= 0\\
N_{11}\ N_{16} - N_{12}\ N_{15} + N_{13}\ N_{14} &= 0\\
N_{11}\ N_{19} - N_{12}\ N_{18} + N_{13}\ N_{17} &= 0\\
N_{11}\ N_{20} - N_{14}\ N_{19} + N_{15}\ N_{17} &= 0\\
N_{12}\ N_{20} - N_{14}\ N_{19} + N_{16}\ N_{17} &= 0\\
N_{13}\ N_{20} - N_{15}\ N_{19} + N_{16}\ N_{18} &= 0
\end{aligned}
$$

Diese dreissig Gleichungen können offenbar nicht lauter verschiedene Gleichungen sein, denn in ihnen kommen ja nur zwanzig Unbekannte vor, man überzeugt sich sehr bald, dass sie alle befriedigt werden für:

$$
\begin{aligned}
N_2 &= \frac{N_1 (N_9 N_{11} - N_5 N_{15})}{N_7 N_{11} - N_5 N_{13}}\\
N_4 &= \frac{N_1 (N_9 N_{13} - N_7 N_{15})}{N_7 N_{11} - N_5 N_{13}}\\
N_6 &= -\frac{N_1 (N_7 N_{17} + N_5 N_{19})}{N_7 N_{11} - N_5 N_{13}}\\
N_8 &= -\frac{N_1 (N_9 N_{11} - N_5 N_{15})(N_7 N_{17} + N_5 N_{19})}{(N_7 N_{11} - N_5 N_{13})^2} - \frac{N_3 N_5}{N_1}\\
N_{10} &= \frac{N_1 (N_9 N_{13} - N_7 N_{15})(N_7 N_{17} + N_5 N_{19})}{(N_7 N_{11} - N_5 N_{13})^2} + \frac{N_3 N_7}{N_1}\\
N_{12} &= -\frac{N_1 (N_{13} N_{17} + N_{11} N_{19})}{N_7 N_{11} - N_5 N_{13}}\\
N_{14} &= -\frac{N_1 (N_9 N_{11} - N_5 N_{15})(N_{13} N_{17} + N_{11} N_{19})}{(N_7 N_{11} - N_5 N_{13})^2} - \frac{N_3 N_{11}}{N_1}\\
N_{16} &= \frac{N_1 (N_9 N_{13} - N_7 N_{15})(N_{13} N_{17} + N_{11} N_{19})}{(N_7 N_{11} - N_5 N_{13})^2} + \frac{N_3 N_{13}}{N_1}\\
N_{18} &= \frac{N_5 N_{13} - N_7 N_{11}}{N_1}\\
N_{20} &= \frac{N_9 (N_{11} N_{19} + N_{13} N_{17}) - N_{15} (N_7 N_{17} + N_5 N_{19})}{N_7 N_{11} - N_5 N_{13}} -\\
&\quad - \frac{N_3 (N_5 N_{13} - N_7 N_{11})}{N_1^2}
\end{aligned}
\tag{60}
$$

Man kann nun auch hier, die in den früheren Fällen gemachten Schlussbemerkungen wiederholen. Die Werthe für

$$v,\ v_1,\ v_2,\ v_3,\ v_4,\ v_5,\ \lambda_1,\ \lambda_2,\ \lambda_3$$

enthalten 20 Constante nämlich:

$$N_1,\ N_2,\ N_3 \ \ldots\ N_{18},\ N_{19},\ N_{20}$$

von denen sich aber, so wie es die Gleichungen (60) zeigen, jene mit geraden Zeigern durch die mit ungeraden ausdrücken lassen; da man ferner noch durch irgend einen der übrig bleibenden Coëfficienten Zähler und Nenner dividiren kann, so kann man die Werthe von den r und den λ betrachten als abhängig von neun Constanten, sechs willkürliche Constante dürfen aber nur vorkommen, folglich muss die Gleichung

$$M_1 (C - 2I - K') - M_2 D' - D (M_3 - M_4) = 0 \tag{48}$$

auf drei Relationen zwischen den Constanten N_2, N_4, N_6, N_8 . . N_{20} führen.

§. 12.

Wäre aber $\frac{\partial^2 V}{\partial y'''^2} \geqq 0$, d. h.

$$V = f(x, y, y', y'') + y''' f(x, y, y' y''),$$

so setze man statt (37) folgenden Ausdruck:

$$\left\{ v w^2 + r_1 w'^2 + r_2 w''^2 + 2 r_3 w w' + 2 r_4 w w'' + 2 r_5 w' w'' \right\}_{x_1}^{x_2} +$$

$$+ \int_{x_1}^{x_2} P (w'' + \lambda w' + \mu w)^2 dx$$

somit statt der Gleichungen (11) folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}
A &= v' + P \mu^2 \\
B &= r'_1 + 2 r_3 + P \lambda^2 \\
C &= r'_2 + 2 r_5 + P \\
E &= r + r'_3 + P \lambda \mu \\
F &= r_3 + r'_4 + P \mu \\
G &= r_4 \\
H &= r_1 + r_4 + r'_5 + P \lambda \\
I &= r_5 \\
K &= r_2
\end{aligned}$$

aus denen sich leicht die Werthe von r_2, r_4, r_5 und P ergeben. Es ist nämlich:

$$\begin{aligned}
r_2 &= K \\
r_4 &= G \\
r_5 &= I \\
P &= C - K' - 2I
\end{aligned}$$

Setzt man diese Werthe in die obigen Gleichungen, so hat man zur Bestimmung von r, r_1, r_3, λ und μ die fünf Gleichungen:

$$\begin{aligned} A &= r' + \mu^2 (C - K' - 2I) \\ B &= r'_1 + 2 r_3 + \lambda^2 (C - K' - 2I) \\ E &= v + r'_3 + \lambda \mu (C - K' - 2I) \\ F &= r_3 + G' + \mu (C - K' - 2I) \\ H &= r_1 + G + I' + \lambda (C - K' - 2I) \end{aligned} \tag{61}$$

welche, durch Elimination ein λ und μ auf drei Differentialgleichungen ersten Grades führen.

Wir werden nun genau so, wie bisher die directe Integration dieser Gleichungen umgehen. Ist nämlich das Integral der Gleichung

$$\frac{\partial V}{\partial y} - \left[\frac{\partial V}{\partial y'}\right]' + \left[\frac{\partial V}{\partial y''}\right]'' - \left[\frac{\partial V}{\partial y'''}\right]''' = 0$$

$$y = \varphi (x, a_1, a_2, a_3, a_4)$$

so ist das Integral der Gleichnng:

$$\frac{\partial W}{\partial y} - \left[\frac{\partial W}{\partial y'}\right]' + \left[\frac{\partial W}{\partial y''}\right]'' - \left[\frac{\partial W}{\partial y'''}\right]''' = 0$$

die in entwickelter Gestalt sich so schreiben lässt:

$$\begin{aligned} &w'''' (C - 2I - K') + 2w''' (C' - 2I' - K'') + w'' (-B + C'' + \\ &+ 2F - 3G' + H' - 3I' - K''') + w' (-B' + 2F'' - 3G'' + \\ &+ H'' - I'') + w (A - E' + F' - G''') = 0 \end{aligned}$$

$$w = A_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + A_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + A_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + A_4 \frac{\partial y}{\partial a_4}$$

$$w = B_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + B_2 \frac{\partial y}{\partial a_2} + B_3 \frac{\partial y}{\partial a_3} + B_4 \frac{\partial y}{\partial a_4}$$

von denen wir das erste mit u_1, das zweite mit u_2 bezeichnen. Und nun wählen wir, so wie in §. 9, λ und μ dermassen, das $w = u_1$ und $w = u_2$ die particulären Integrale der linearen Differentialgleichung

$$w'' + \lambda w' + \mu = 0$$

werden, dem zu Folge ist daher:

$$\lambda = \frac{u_2 u_1'' - u_1 u_2''}{u_1 u_2' - u_2 u_1'}$$

$$\mu = \frac{u_2'' u_1' - u_1'' u_2'}{u_1 u_2' - u_2 u_1'}$$

Aus den Gleichungen (61) ergeben sich nun:

$$\begin{aligned} r_1 &= H - G - I' - \lambda (C - K' - 2I) \\ r_3 &= F - G' - \mu (C - K' - 2I) \\ v &= E - F + G'' + [\mu (C - K' - 2I)]' - \lambda\mu (C - K' - 2I) \end{aligned}$$

und jetzt bleibt nur noch zu beweisen übrig, dass die gefundenen Werthe von λ, μ und den v die zwei Gleichungen:

$$A = v' + \mu^2 (C - K' - 2I)$$
$$B = v_1' + 2v_3 + \lambda^2 (C - K' - 2I)$$

identificiren und dabei mit drei willkürlichen Constanten versehen sind. Setzen wir in diesen zwei Gleichungen statt v, v_1 und v_3 ihre Werthe so haben wir:

$$A = E' - F'' + G''' + [\mu (C - K' - 2I)]'' - [\lambda\mu (C - K' - 2I)]' + \mu^2 (C - K' - 2I)$$
$$B = H' - G' - I'' - [\lambda (C - K' - 2I)]' + 2F - 2G' + (\lambda^2 - 2\mu) (C - K' - 2I)$$

oder wenn man diese Ausdrücke entwickelt und ordnet:

$$\begin{aligned} &\mu'' (C - K' - 2I) + 2\mu' (C - K' - 2I)' - (\lambda'\mu + \\ &+ \lambda\mu') (C - K' - 2I) + \mu (C - K' - 2I)'' - \lambda\mu (C - K' - \\ &- 2I)' + \mu^2 (C - K' - 2I) - A + E' - F'' + G''' = 0 \\ &- \lambda' (C - K' - 2I) - \lambda (C - K' - 2I)' + (\lambda^2 - \\ &- 2\mu) (C - K' - 2I) - B + H' - 3G' + 2F - I'' = 0 \end{aligned} \tag{62}$$

Macht man von den im §. 9 eingeführten Grössen $M_1, M_2, M_3 \ldots M_8$ Gebrauch, so hat man für μ'' seinen Werth setzend:

$$\begin{aligned} &\mu (C - K' - 2I)'' + (2\mu' - \lambda\mu) (C - K' - 2I)' + \left(\frac{M_7 + M_8}{M_1} + \right. \\ &\left. + \lambda\mu' - \lambda^2\mu - \mu^2\right) (C - K' - 2I) - A + E' - F'' + G''' = 0 \\ &- \lambda' (C - K' - 2I) - \lambda (C - K' - 2I)' + (\lambda^2 - 2\mu) (C - \\ &- K' - 2I) - B + H' - 3G' + 2F' - I'' = 0 \end{aligned}$$

Setzt man ferner statt λ' und μ' ihre Werthe so erhält man:

$$\begin{aligned} &\mu (C - K' - 2I)'' + \left(2\frac{M_6}{M_1} + \lambda\mu\right) (C - K' - 2I)' + \left(\frac{M_7 + M_8}{M_1} + \right. \\ &\left. + \lambda\frac{M_6}{M_1} + \mu^2\right) (C - K' - 2I) - A + E' - F'' + G''' = 0 \\ &- \lambda (C - K' - 2I)' + \left(\frac{M_5}{M_1} - \mu\right) (C - K' - 2I) - B + \\ &+ H' - 3G' + 2F'' - I'' = 0 \end{aligned}$$

und endlich noch für λ und μ ihre Werthe, so erhält man:

$$\begin{aligned} &M_1 M_4 (C - K' - 2I)'' + (2M_1 M_6 - M_5 M_4) (C - K' - \\ &- 2I)' + (M_1 M_7 + M_1 M_8 - M_5 M_6 + M_4^2) (C - K' - \\ &- 2I) + M_1^2 (- A + E' - F'' + G''') = 0 \\ &M_5 (C - K' - 2I)' + (M_3 - M_4) (C - K' - 2I) + \\ &+ M_1 (- B + H' - 3G' + 2F'' - I'') = 0 \end{aligned} \tag{63}$$

Nun folgt aus den beiden identischen Gleichungen:

$$\begin{aligned} &u_1''''(C-2I-K')+2u_1'''(C'-2I'-K'')+u_1''(-B+\\ &+C''+2F-3G'+H'-3I''-K''')+u_1'(-B'+\\ &+2F'-3G''+H''-I''')+u_1(A-E'+F''-G''')=0 \\ &u_2''''(C-2I-K')+2u_2'''(C'-2I'-K'')+u_2''(-B+\\ &+C''+2F-3G'+H'-3I''-K''')+u_2'(-B'+\\ &+2F'-3G''+H''-I''')+u_2(A-E'+F''-G''')=0 \end{aligned} \tag{64}$$

wenn man die erste mit u_2' die zweite mit u_1' multiplicirt und dann von einander subtrahirt:

$$\begin{aligned} &-M_7(C-2I-K')-2M_6(C'-2I'-K'')-M_4(-B+C''+\\ &+2F-3G'+H'-3I''-K''')+M_1(A-E'+F''-G''')=0 \end{aligned}$$

Nimmt man jetzt den Werth, den diese Gleichung für $A-E'+F''-G'''$ gibt, und setzt ihn in die erste der Gleichungen (63), so erhält man statt derselben:

$$\begin{aligned} &-M_2M_4(C-2I-K')'+(M_1M_8-M_2M_6+M_4^2)(C-2I-\\ &-K')-M_1M_4(-B+2F-3G'+H'-I')=0 \end{aligned}$$

und wenn man statt $M_1M_8-M_2M_6$ seinen Werth $-M_3M_4$ setzt:

$$\begin{aligned} &-M_4[M_2(C-2I-K')'+(M_3-M_4)(C-2I-K')+\\ &+M_1(-B+2F-3G'+H'-I')]=0 \end{aligned}$$

woraus man sieht, dass die beiden Gleichungen (63) befriedigt werden, wenn nur die zweite von ihnen befriedigt ist.

Verfährt man nun weiter, wie im §. 9, differenzirt man nämlich die letztgenannte Gleichung nach x, so erhält man nach einigen Reductionen:

$$\begin{aligned} &M_2(C-2I-K')''+2M_3(C-2I-K')'+M_5(C-2I-K')+\\ &+M_1(-B'+2F'-3G''+H''-I''')+M_2(-B+\\ &+2F-3G'+H'-I')=0 \end{aligned}$$

welche identisch stattfindet, denn sie ist eine unmittelbare Folge der zwei identischen Gleichungen (64) und geht aus ihnen hervor, wenn man die erste mit u_2 die zweite mit $-u_1$ multiplicirt und dann beide addirt. Ist aber die jetzt eben aufgestellte Gleichung identisch Null, so muss ihr Integrale, d. i.

$$\begin{aligned} &M_2(C-2I-K')'+(M_3-M_4)(C-2I-K')+M_1(-B+\\ &+2F-3G'+H'-I') \end{aligned}$$

gleich einer Constanten sein; ist nun diese Constante gleich Null, so sind die Gleichungen (63) erfüllt, und somit die gefundenen Werthe von λ, μ, v, v_1, v_2, v_3, v_4 und v_5 die richtigen.

Man hat somit:

$$\int_{x_1}^{x_2} (Aw^2 + Bw'^2 + Cw''^2 + 2Eww' + 2Fww'' + 2Gww''' + \\ + 2Hw'w'' + 2Iw'w''' + 2Kw''w''')\, dx =$$

$$= \Big\{ v\, w^2 + v_1\, w'^2 + v_2\, w''^2 + 2v_3\, ww' + 2v_4\, ww'' + 2v_5\, w'w'' \Big\}_{x_1}^{x_2} +$$

$$+ \int_{x_1}^{x_2} P\,(w'' + \lambda\, w' + \mu\, w)^2\, dx$$

wo v, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, λ und μ die früher angegebenen Werthe haben, welche genau so wie in §. 9 mit den sechs Constanten C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6 versehen sind, zwischen denen die zwei Bedingungsgleichungen:

$$C_1\, C_6 - C_2\, C_5 + C_3\, C_4 = 0$$

$$M_2\,(C - 2I - K')' + (M_3 - M_4)\,(C - 2I - K') + M_1\,(-B + \\ + 2F - 3G' + H' - I') = 0$$

stattfinden; da ausserdem blos die Verhältnisse der Constanten in den Werthen der gefundenen Unbekannten eintreten, so haben sie die nothwendige Allgemeinheit. Die Kriterien sind daher folgende:

$C - K' - 2J$ muss für alle Werthe innerhalb der Integrationsgrenzen stets dasselbe Zeichen beibehalten, und die drei in der Rechnung eintretenden willkürlichen Constanten müssen so gewählt werden können, dass für keinen zwischen x_1 und x_2 liegenden Werth von x der gemeinschaftliche Nenner von λ und μ gleich Null wird.

§. 13.

Ist aber nebstdem, dass $D = 0$ ist, noch $C - K' - 2J = 0$, so lassen sich die Glieder der zweiten Ordnung in die Form:

$$\Big\{ v\, w^2 + v_1\, w'^2 + v_2\, w''^2 + 2v_3\, ww' + 2v_4\, ww'' + 2v_5\, w'w'' \Big\}_{x_1}^{x_2} +$$

$$+ \int_{x_1}^{x_2} Q\,(w' + \lambda\, w)^2\, dx$$

bringen, wo die hier eintretenden Unbekannten aus folgenden Gleichungen zu bestimmen sind:

$$\begin{aligned} A &= r' + Q\lambda^2 \\ B &= r_1' + 2r_3 + Q \\ C &= r_2' + 2r_5 \\ E &= v + r_3' + Q\lambda \\ F &= r_3 + r_4' \\ G &= r_4 \\ H &= r_1 + r_4 + r_5' \\ I &= r_5 \\ K &= r_2 \end{aligned}$$

Aus ihnen ergeben sich:

$$\begin{aligned} r_2 &= K \\ r_4 &= G \\ r_5 &= I \\ r_1 &= H - G - I' \\ r_3 &= F - G' \\ Q &= B - 2F + 3G' - H' + I'' \end{aligned}$$

und die zwei Gleichungen:

$$\begin{aligned} A &= r' + \lambda^2 (B - 2F + 3G' - H' + I'') \\ E &= v + F' - G'' + \lambda (B - 2F + 3G' - H' + I'') \end{aligned}$$

welche zur Bestimmung von λ und v dienen.

Die Gleichung (38) ist in diesem Falle:

$$\begin{aligned} w'' (-B + 2F - 3G' + H' - I'') + w' (-B' + 2F' - 3G'' + \\ + H'' - I''') + w (A - E' + F'' - G''') = 0 \end{aligned}$$

und hat zum Integrale:

$$w = C_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + C_2 \frac{\partial y}{\partial a_2}$$

unter a_1 und a_2 die Constanten verstanden, die im Integrale der Gleichung:

$$\frac{\partial V}{\partial y} - \left[\frac{\partial V}{\partial y'}\right]' + \left[\frac{\partial V}{\partial y''}\right]'' - \left[\frac{\partial V}{\partial y'''}\right]''' = 0$$

eintreten.

Setzt man, wie im §. 7

$$\lambda = -\frac{u'}{u}$$

unter u den Ausdruck $C_1 \frac{\partial y}{\partial a_1} + C_2 \frac{\partial y}{\partial a_2}$ verstanden, so hat man für v folgenden Werth:

$$v = E - F' + G'' + \frac{u'}{u}(B - 2F + 3G' - H' + I')$$

und wenn alles dies richtig ist, muss folgende Gleichung identisch sein:

$$A = E' - F'' + G''' + \frac{u'}{u}(B' - 2F' + 3G'' - H'' + I''') + \\ + (B - 2F + 3G' - H' + I')\frac{u\,u'' - u'^2}{u^2} + \frac{u'^2}{u^2}(B - 2F + \\ + 3G' - H' + I')$$

Ordnet man sie, so erhält man:

$$u''(-B + 2F - 3G' + H' - I') + u'(-B' + 2F' - 3G'' + \\ + H'' - I''') + u(A - E' + F'' - G''') = 0$$

was wirklich identisch ist.

In diesem Falle muss also, damit ein Maximum oder Minimum eintrete, $B - 2F + 3G' - H' + J''$ innerhalb der Integrationsgrenzen stets dasselbe Zeichen beibehalten, und ein solcher Werth von m vorhanden sein, der es unmöglich macht, dass innerhalb derselben Grenzen $\frac{\partial y}{\partial a_1} + m \frac{\partial y}{\partial a_2}$ gleich Null wird.

Wäre auch noch $B - 2F + 3G' - H' + J'' = 0$, so lassen sich die Glieder der zweiten Ordnung so darstellen:

$$\Big\{ v\,w^2 + r_1 w'^2 + r_2 w''^2 + 2r_3 ww' + 2r_4 ww'' + 2r_5 w'w'' \Big\}_{x_1}^{x_2} + \\ + \int_{x_1}^{x_2} (A - E' + F'' - G''')\,w^2\,dx$$

wo

$$\begin{aligned} v &= E - F' + G'' \\ r_1 &= H - G - J' \\ r_2 &= K \\ r_3 &= F - G' \\ r_4 &= G \\ r_5 &= J \end{aligned}$$

ist, von deren Richtigkeit man sich leicht überzeugen kann. Zum Bestehen eines Maximums oder Minimums genügt es daher, dass $A-E'+F''-G'''$ für alle Werthe von x innerhalb den Integrationsgrenzen einerlei Zeichen habe.

Wäre endlich auch $A-E'+F''-G''' = 0$, so müsste man, da Vdx ein vollständiges Differential ist, die Untersuchung auf andere Art führen.

SITZUNG VOM 23. MAI 1854.

Eingesendete Abhandlungen.

Osservazioni della II. Cometa dell' Anno 1854 apparsa verso la fine di Marzo, visibile ad occhio nudo, fatte nell' I. R. Osservatorio di Padova.

(Communicazione Accademica del **Prof. Giovanni Santini.**)

Nella sera 31 di Marzo, mentre si disponevano gli Astronomi alle osservazioni dei due nuovi pianeti Bellona, ed Anfitrite recentemente scoperti a Londra, e Parigi, si presentò alla loro vista una Cometa risplendente con magnifica coda opposta al Sole protraentesi per circa 6 in 8 gradi nella costellazione dei pesci, già molto prossima al tramonto. Osservata con un cannocchiale vi si riscontrava un nucleo ben contornato, splendente, senza quel capillizio, circondante per lo più le comete che ne rende le osservazioni difficili, ed incerte; la sua coda era uniforme non divisa in due rami, come spesso si osserva, rara, luminosa, e lasciava travedere agevolmente le minute stelle, fra le quali brillava con uno splendore direbbesi oltre il consueto la 109 dei pesci (533 del Catalogo dell' associazione Brittannica). La sua lunghezza e splendore si illanguidì nelle sere consecutive al crescere del chiarore della Luna, che pervenne alla prima quadratura ai 5 di Aprile; ma il nucleo si mantenne sempre splendente, e facilmente visibile col cannocchiale anche nella forte luce crepuscolare. La sua AR andava rapidamente crescendo, mentre diminuendo pure la declinazione con rapidità si avvicinava continuamente all' Equatore, e mostrava che non sarebbesi

potuta osservare per lungo tempo. Si osservò alla machina equatoriale di questo osservatorio da me, e dal mio Collega Sigr. Trettenero, fino al giorno 12 Aprile, dopo la quale epoca, in grazia delle ferie Pasquali vennero interrotte le osservazioni. Io potei continuare ad osservarlo con un buon cannocchiale di Amici montato paralatticamente in Noventa presso Padova fino al giorno 17 Aprile, e mantenevasi ancora abbastanza splendente per poterla comodamente confrontare alle stelle vicine; ma non potei ottenerne buone posizioni, essendosi in quei giorni dissestato l'orologio, di cui soglio servirmi in questa mia privata abitazione. In seguito, turbatasi l'atmosfera, divenuta australe la Cometa, e molto prossima all' orizzonte, non potei più vederla.

Eccone le osservazioni ottenute alla Specola di Padova.

1854. Mesi e Giorni.	Tempo Medio in Padova.	AR. della cometa osserv^{a}.	Declinazione osservata.	Stelle, alle quali fù confrontata.	Osservatori.	No. dei confr.
Marzo 31	$8^{h}\ 9^{m}56^{s}\cdot9$	$24^{0}\ 11'\ 56''\cdot6$	$+\ 19^{0}\ 15'\ 22''\cdot1$	523. Brit. Ass.	Trett.	1
Aprile 2	7 34 59·8	31 28 21·3	18 1 44·3	665. B. A.	Sant.	1
—	7 51 59·1	31 30 34·4	18 1 21·7	4238. La Lande.	Trett.	5
3	7 37 58·3	34 54 59·8	17 12 52·0	771. B. A.	Trett.	8
4	7 13 17·0	38 8 10·1	16 19 30·7	870. B. A.	T.	2
—	7 47 12·6	38 12 14·3	16 18 0·9	5099. L. L.	T.	7
7	7 44 20·5	46 53 49·1	13 19 17·8	6088. L. L.=168. H. 3^{a}. Weisse.	T.	8
8	8 2 57·7	49 28 16·7	12 17 17·2	1087. B. A.	T.	6
9	7 44 19·9	51 48 55·2	11 17 13·8	1084. B. A.	S.	4
10	7 39 6·4	54 1 39·0	10 18 12·8	1174. B. A.	S.	4
12	7 55 42·3	58 4 21·8	$+\ 8\ 23\ 44·0$	1073. Weisse H. 3.	S.	4

Nella riduzione delle osservazioni, essendo per lo più la cometa molto vicina all' orizzonte, ho avuto riguardo alla differenza delle istruzioni medie, quando questa era sensibile. Le posizioni apparenti delle stelle, delle quali ho fatto uso, desunte dai cataloghi sopra citati, sono le seguenti:

523. Brit. Assoc.	$\alpha' = 1^{h}\ 34^{m}33^{s}\cdot17$;	$\delta' = +\ 19^{0}\ 33'\ 19''\cdot6$.
665. „ „	2 2 30·83 ;	18 48 31·3.
4238. La Lande	2 9 38·91 ;	17 46 29·9.
771. B. A.	2 22 47·43 ;	17 3 19·9.
5099. La Lande	2 37 35·70 ;	16 24 1·8.
870. B. A. ($\tilde{\omega}$ Asiete)	2 41 7·66 ;	16 51 14·0.
6088. L. L.=(168. H. 3^{a} Weisse).	3 9 47·33 ;	13 18 32·7.

1087. B. A.	$\alpha' = 3^h\,32^m\,47^s\cdot53$;	$\delta' = +12^\circ\,55'\,57''\cdot2$.
1084. „ „	3 22 24·74 ;	10 49 31·3.
1174. „ „	3 40 14·83 ;	10 41 22·3.
1073. H. 3^h Weisse	3 55 13·90 ;	8 28 28·7.

Dalle osservazioni dei giorni 2, 7, 12 Aprile sopra riferite, senza avere alcun riguardo alle piccole correzioni dipendenti dalla paralasse diurna, e dall' aberrazione della luce, facendo uso del metodo di Olbers colla modificazione interessantissima introdottavi dal Sigr. Carlini (*Eff. di Milano 1831*), ho dedotto il seguente sistema di elementi parabolici, che molto si avvicina a rappresentarne le osservazioni.

Passaggio al perielio T = 1854 a giorni 83·05627 T. M. di Berlino.

$$\left.\begin{aligned} \Omega &= 57^\circ\ 9'\ 34''\cdot9 \\ \omega &= 313\ \ 29\ \ 49\cdot4 \end{aligned}\right\} \text{dall' Equin. vero.}$$

$$i = 97\ \ 36\ \ 37\cdot6$$

$$log.\ q = 9\cdot442676.$$

Calcolando ora la distanza della cometa dalla terra mediante il precedente sistema di elementi, ho applicato alle osservazioni l'effetto dell' aberrazione e paralasse, assumendo le seguenti quantità:

	Corr. in AR. per		Corr. totale in AR.	Corr. in declinazione per		Corr. totale
	l'aberr^e.	la paral.		l'aberr^e.	paral.	
Aprile 2	+ 59''82	+ 7''57	+67''39	— 14''18	+ 7''24	— 6''94
7	+ 48·90	+ 14·00	+62·90	— 19·59	+ 6·62	—12·97
12	+ 41·12	+ 6·20	+47·32	— 17·70	+ 6·11	—11·59

Applicando alle osservazioni nei tre precedenti giorni queste correzioni, passando dal piano dell' equatore al piano dell' ecclittica, ed alla posizione media dell' equinozio pel giorno 0 Gennajo 1854, prendendo i luoghi della terra dalle Effemeridi di Berlino, e riducendo i tempi osservati in giorni e parti di giorno pel meridiano di Berlino, ho ottenuto pel calcolo dell' orbita parabolica le seguenti posizioni:

T. Medio in Berlino 1854.	Longitudine della cometa=α	Longitudine della terra = A	Latit. Geoc. della cometa=β	Log. dist. della terra dal sole.
92·33201	35°33' 17''3	192°43' 24''0	+ 4°55' 22''2	0·000182
97·32669	48 12 30·2	197 38 3·7	— 4 6 25·4	0·000792
102·33458	57 44 11·8	202 32 34·5	—11 33 42·9	0·001402

Queste posizioni conducono al seguente sistema di elementi parabolici dai superiori poco diversi:

$T = 83^{d}04843$ del 1854 T. M. di Berlino
$\tilde{\omega} = 57^{\circ}\ 5'\ 12,''5$ } dall' eq. M.
$\omega = 315\ 27\ 40,4$ } 0 Genn. 1854.
$i = 97\ 28\ 3,2$
$\log. q = 9,442538$

Le due osservazioni estreme essendo bene rappresentate, rimangono nella osservazione di mezzo le seguenti differenze

osserv. — Calcolo $= -6'', 2$ in longitudine
$= +0'', 1$ in latitudine.

Chiamasse, nel calcolo dei luoghi geocentrici, impiegare le regole del moto retrogrado, dovrà cambiare i superiori valori di $\tilde{\omega}$, ed i nei seguenti . . . $\tilde{\omega} = 213^{\circ}\ 50'\ 8'', 3$; $i = 82^{\circ}\ 31'\ 56'', 8$.

Esaminando la tavola delle comete fin' ora calcolate, non sembra esservene alcuna, i cui elementi abbiano coi precedenti tale somiglianza da farne argomentare la identità.

Pleochroismus einiger Augite und Amphibole.

Von dem w. M. **W. Haidinger.**

Wie in einer früheren Sitzung, am 16. März, einige Bemerkungen über den Pleochroismus des Amethystes, ebenso habe ich heute die Ehre, der hochverehrten mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe Bemerkungen über den Pleochroismus einiger Varietäten von Augit und Amphibol als Bruchstück früherer Studien in dieser Richtung vorzulegen. Sie haben sehr verschiedene Daten, die ich zum Theil an den bezüglichen Stellen anmerkte. Möchte das vielfältig Merkwürdige doch bald fernere Untersuchungen jüngerer Forscher veranlassen.

1. Diopsid von Pfitsch in Tirol. Nach und nach erst gelingt es ein vollständigeres Bild der optischen Verhältnisse, namentlich in Beziehung zur Krystallgestalt darzustellen, wenn auch jetzt noch grosse Lücken übrig bleiben.

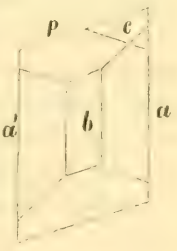
Schon vor 20 Jahren [1]) schrieb Herr Prof. Dove: „Die von „Herrn Prof. Nörrenberg am Gyps und Borax entdeckte Unsym-

[1]) Poggendorff's Annalen. 1833. Bd. 33 S. 380.

„metrie der Farbenerscheinungen in den Ringsystemen der beiden „Axen, welche nach Herrn Prof. Neumann auch am Adular vor„handen ist, zeigt sich am Diopsid nicht. Die neutralen farbigen „Säume der beiden, bei der gewöhnlichen Temperatur eines Zimmers „ganz gleichen Ringsysteme kehren wie beim Arragonit ihre „rothen Enden einander zu, wenn der Hauptschnitt der Krystalle „einer der Axen der gekreuzten Turmalinplatten parallel ist.“ Herr Professor Neumann bemerkt über diese Angabe in einem Briefe an Poggendorff: „Dass es sich mit dem Diopsid nahe so verhält „wie Sie mir schreiben, war mir bereits bekannt, ich sage nahe, „weil ich bis jetzt noch keine Platte geschliffen habe, gegen welche „beide Axen gleich geneigt gewesen wären, was, wenn die Axen so „wie beim Diopsid liegen, nemlich in den die Gestalt symmetrisch „theilenden Ebenen, nothwendig ist, wenn kleine Unterschiede „sichtbar werden sollen“. Herr Prof. Poggendorff erinnert noch, dass hier auch der Umstand bemerkenswerth sei, dass abweichend von der allgemeinen Regel bei hemiprismatischen Krystallen, beim Diopsid oder durchsichtigen Augit (gleich wie bei der Hornblende) die vordere und hintere schiefe Endfläche (*P* und *t* bei Haüy) einen gleichen Winkel mit der Axe der Säule bilden.

Die vorstehenden Angaben liessen übrigens in Bezug auf die eigentliche Lage der Axen ganz im Dunkeln. Dagegen findet sie sich vom Herrn Prof. Miller in der von ihm und Herrn Brooke besorgten Ausgabe von Phillips' Mineralogie [1]) vollständig durchgeführt als ein Ergebniss umsichtiger und mühevoller Forschungen, die derselbe übrigens bereits früher in einer besondern Abhandlung bekannt machte [2]). Es heisst daselbst mit Beziehung auf eine Projection, ähnlich der Fig. 1, auf der Längsfläche oder Ebene der Abweichung der Axe. „Die optischen Axen liegen in der Ebene parallel *b*. Die eine macht Winkel respective von 80° 34′ und 6° 35′ mit Normalen respective auf *a* und *c*,

Fig. 1.

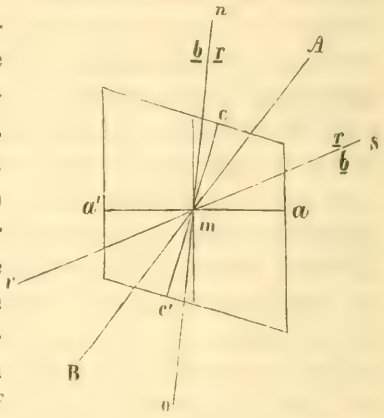


[1]) An Elementary Introduction to Mineralogy. By the late William Phillips. New Edition. By H. J. Brooke and W. H. Miller 1852. pag. 291.

[2]) Transactions of the Cambridge Philosophical Society. Vol. VII. Part II. — Poggendorff's Annalen. 1842. Bd. 55. Seite 624.

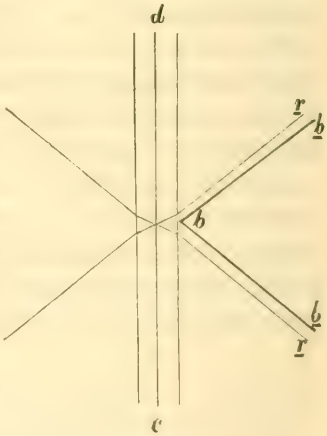
die andere macht Winkel von 21° 38′ und 52° 21′ mit Normalen respective auf *a* und *c*.“ Zur Orientirung kann noch dienen, dass die Winkel $ca = 106°1'$, und $pa' = 105°24'$ gegeben sind. Ferner ist der Brechungsexponent für Strahlen in der Ebene *b*, und in dieser Ebene polarisirt = 1·680. Zu grösserer Deutlichkeit wird es indessen vortheilhaft sein, die Lage der Axen wirklich in Beziehung auf die vorstehende Projection Fig. 2 einzuzeichnen. Die Axen sind *no* und *rs*, die Winkel $nmc = 6°35'$, $nma = 80°34'$, $rma' = 21°38'$, $rmc' = 52°21'$. Daraus folgt der Winkel der Axen $rmo = 58°56'$ und $121°4'$ und zwar ist diess der innere Winkel, so wie er erscheinen würde, wenn man die Axen durch Flächen beobachtet, welche senkrecht auf dieselben geschliffen sind, also senkrecht auf *no* und auf *rs* stehen.

Fig. 2.



Die Angaben in Hrn. Dr. A. Beer's sehr dankenswerther Zusammenstellung [1]) gleichfalls nach Miller sind folgende: Winkel $p\xi$ (Neigung einer Normalen auf die geneigte Fläche *p* gegen die optische Mittellinie) = 54°53′; *AB* (Winkel der Axenrichtungen) = 58°56′; $\beta = 1.680$. Ferner ist noch angegeben: „$\rho > v$, die Axen für rothes Licht schliessen die für violettes Licht ein. Positiv. — Die Beobachtung des Haupteinfallswinkels liefert $\mu = 1.378$. Positive Reflexion nach Jamin“.

Fig. 3.



An den natürlichen Diopsidkrystallen, z. B. den schönen, klaren, zum Theile stark grün gefärbten von

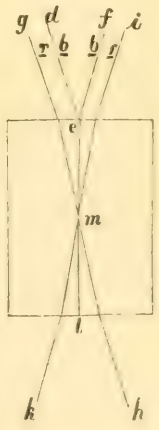
[1]) Einleitung in die höhere Optik. 1853. S. 392.

Pfitsch in Tirol, finden sich Flächen senkrecht auf die optischen Axen eben so wenig als an andern Augitvarietäten. Dagegen kann man sehr leicht schon an den dünnen zwischen den Querflächen a und a' $(\infty\breve{D})$ flachgedrückten Prismen in einem Polarisationsapparat oder auch schon in einer Turmalinzange zwei Ringsysteme sehen wie in Fig. 3. Eine Messung an einem, etwa zwei Linien dicken Zwilling gab in der Luft die scheinbare Neigung der Axen 76°. Allein, selbst wenn beide Ringsysteme vollkommen gleich erscheinen, so unterliegt man hierbei einer Täuschung. Man hat einen Zwillingskrystall vor sich; die Zwillingsfläche *de* ist sehr deutlich zu erkennen; gewöhnlich ist ein Individuum dünner als das andere, daher auch ein Ringsystem oft viel grösser als das andere erscheint, wie unter andern an einem Exemplar von Soleil in Kork gefasst in dem hiesigen k. k. physikalischen Institute. Von dem halben Winkel 38° ausgehend, findet man:

$$\left.\begin{array}{rl} log.\ sin & 38^\circ = 9.78934 \\ -\ log & 1.680 = 0.22531 \\ \hline = log\ sin & 21^\circ 30' = 9.56403 \end{array}\right\}$$

Dies stimmt hinlänglich mit Miller's Angabe von 21° 38′ überein. Trennt man die beiden Individuen durch einen in der Zwillingsebene geführten Schnitt, so zeigt jedes derselben nur mehr ein Ringsystem.

Fig. 4.



Die Lage der zweiten Axe erscheint sehr schön, wenn man wie in Fig. 4 in einem der vorhin erwähnten Zwillinge Flächen senkrecht auf die Zwillingsfläche und die Longitudinal-Prismenflächen ∞A, $\infty\breve{D}$, $\infty\bar{D}$ schneidet, und zwar bedarf es dann zur Beobachtung derselben oft nicht einmal eines Polarisations-Apparates. Die Krystalle sind nämlich, um es mit einem dem Herschel'schen idiocyclophan analogen Worte auszudrücken, idiostaurophan, da man die Lage der Axen durch das farbige Büschelkreuz erkennt, aber nicht eigentliche Ringe wahrnimmt. Sieht man nämlich in der Richtung *gh* oder *ik* dergestalt durch den Krystall hindurch, dass man auf dem Wege die Zwillingsfläche *el* trifft, so erscheinen kleine lauchgrüne Farbenbüschel von der gewohnten Garbenform auf gelbem Grunde und zwar in einer solchen Lage, dass die durch das Grün gezogene

Linie parallel ist dem Durchschnitte der Zwillingsfläche mit der Fläche, durch welche man hinblickt, die Linie durch die gelben Räume aber senkrecht auf der Zwillingsfläche steht. In Bezug auf die Farben-Intensität der Büschel ist es nicht gleichgültig, ob man durch den Mittelpunct *m* des Krystalles, oder näher an dem obern oder untern Ende hindurchsieht. Der eine Krystall nämlich enthält die optische Axe in der Sehrichtung, der andere wirkt nur als Compensationsprisma von gleicher Brechkraft. Je kürzer daher die wirkliche optische Axe ist und je dicker das Compensationsprisma, desto matter an Farben sind auch die Axenbüschel, während sie recht kräftig sichtbar werden, wenn man eine Stelle wählt, wo die optische Axe länger ist, und das Compensationsprisma nur wenig in die Sehrichtung hineinreicht. Am lebhaftesten erscheinen sie, wenn man blos durch denjenigen Krystall hindurchsieht, der die Axe in der angegebenen Richtung enthält.

Der Winkel *d e f*, welchen die in dem Zwilling beobachteten, scheinbar doppelt vorhandenen Axenrichtungen einschliessen, gab bei einem, zwischen *e* und *l* acht Linien dicken Krystall einen Durchschnittswerth von 33° 32′, davon die Hälfte für die Neigung der einen Axe gegen die Zwillingslinie = 16° 46′. Wie vorher nach dem Brechungsverhältnisse von 1·680 berechnet, wird der innere Winkel = 9° 53′. Für die gleiche Lage kommt bei Miller 9° 26′, welchen Winkel ich daher gerne annehme.

Bei einer frühern Mittheilung[1]) hatte Herr Professor Miller den Winkel in der That ebenfalls höher, nämlich auf 9° 45′, oder eigentlich das Doppelte desselben auf 19° 30′ geschätzt, aber unter der Voraussetzung, dass die bei senkrecht auf das Prisma *M M′ (∞A)* geschnittenen Platten sichtbaren zwei Ringsysteme auch zwei verschiedene Axen eines und desselben Individuums angehören. In den spätern Angaben in den *Cambridge Transactions* und in der *Introduction to Mineralogy* hat derselbe jedoch erst den vollständigen Charakter der Krystalle in Bezug auf die wahre Lage der Axen in einem zusammenhängenden Bilde gegeben. Namentlich erwähnt er daselbst[2]), dass Herr Prof. Nörremberg es war, der ihn zuerst auf die Zwillingsbildung aufmerksam machte.

[1]) Transactions of the Cambridge Philosophical Society. Vol. V. III. Poggendorff's Annalen 1836. Bd. 37. S. 366.

[2]) Poggendorff's Annalen. 1842. Bd. 55. S. 629.

Zur Charakteristik der Natur der Axenbüschel des Diopsides noch einige Worte. Idiophane Axenbüschel zeigen in Bezug auf die Lage der rothen und blauen farbigen Axenkeile denselben Charakter im gewöhnlichen Lichte und bei einer der Lagen des polarisirten, während die entgegengesetzte Richtung der Polarisationsebene die entgegengesetzte Lage der Farbenkeile hervorbringt. Im gewöhnlichen Lichte liegen bei den Axenbüscheln der eben erwähnten Axe die blauen, oder da hier gar kein Blau in der Farbenmischung ist, die der blauen Seite des Spectrums entsprechenden etwas mehr bläulich grünen Keile zunächst der Zwillingsfläche, die rothen Keile entfernter, so wie es durch die Buchstaben *b* (blau), und *r* (roth) in der Fig. 4 angedeutet ist. Die hellen Balken der elliptischen Ringsysteme liegen in der Ebene der Axen, senkrecht auf die Zwillingsfläche.

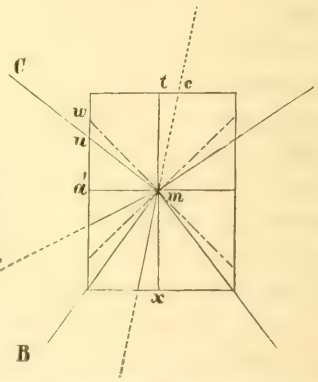
Will man die andere optische Axe untersuchen, so dient zur Erläuterung Fig. 3. Aber dann muss man die Ringsysteme in derjenigen Lage des Polarisationsapparates betrachten, wo die hellen Balken in der Ebene der Axen erscheinen. Dies findet bei parallel gestellten Polarisirern Statt und ist in der Fig. 3 durch die Buchstaben *b* und *r* ebenfalls angedeutet. Auf die Projection der Fig. 2 übertragen, erscheinen also, wie es dort durch die gleichen Buchstaben *b* und *r* angedeutet ist, im gewöhnlichen Lichte, oder bei parallelen Polarisirern die rothen Keile zunächst der optischen Hauptaxe oder Mittellinie *AB*, die rothen Axen schliessen einen kleinern Winkel miteinander ein als die blauen. Dies ist der entgegengesetzte Charakter des Aragons, bei welchem die blauen Axen einen kleinern Winkel einschliessen, wenn man mit parallelen Polarisirern untersucht. Bei gekreuzten Polarisirern findet natürlich das entgegengesetzte Statt. Die hier gegebene Nachweisung zeigt, dass in der Zusammenstellung des Herrn Dr. Beer, wo es heisst $\rho < r$, die Untersuchung durch gekreuzte Polarisirer vorausgesetzt wird, indem dort die violetten und blauen Strahlen einen kleineren Winkel mit einander machen als die rothen, und daher von denselben eingeschlossen werden.

Unter der Voraussetzung von gekreuzten Polarisirern erscheint in der so leicht anzustellenden Beobachtung Fig. 3 sehr deutlich ein inneres Roth und äusseres Blau der Keile. Auf den ersten Anblick wird man versucht dabei in der That zwei Axen zu vermuthen, mit den rothen gegen einander gekehrten Keilen, wie sie von Dove und

Neumann oben erwähnt wurden, wenn nicht die genauere Untersuchung die wahre Natur der Zwillinge zeigte.

Man kann die grünen Axenbüschel sehr schön durch die Linsen in einem Soleil'schen Polarisationsapparat untersuchen, wenn man zur Beleuchtung ordinäres helles Licht wählt. Dies genügt für Beobachtung und Messung mit einer geeigneten Vorrichtung. Wenn man ein Kalkspathrhomboeder vor eine kleine Ocular-Öffnung hält, wie bei dem Amici'schen Polarisations-Mikroskope, so erhält man zwei Bilder der Erscheinung. Ein dem ursprünglichen ähnliches aber reineres in den Farben gibt das in der Richtung der grünen Büschel oder senkrecht auf die Ebenen der optischen Axen polarisirte Lichtfeld; die Richtung der grünen Büschel senkrecht auf die Ebenen der Axe und die Lage der gelben Räume in dieser Ebene bleibt unverändert, eben so die Lage der innern blauen und äussern rothen Keile. Das senkrecht auf das vorige oder in der Ebene der optischen Axen polarisirte Lichtfeld gibt eine complementäre Erscheinung. Ein grüner Axenbüschel erscheint in der Ebene der Axen, die gelben Räume stehen senkrecht darauf. Dann sind aber auch die inneren Keile, die Spitzen der innern Büschelhälften roth, die Spitzen der äussern Büschelhälften blau, oder wie vorhin bemerkt wurde, blaulichgrün.

Fig. 5.



Wenn man eine Zwillingsplatte wie Fig. 5 in ihrer eigenen Ebene zwischen gekreuzten Polarisirern herumdreht, so verschwindet der Lichtstrahl nicht gleichzeitig in beiden Individuen, sondern bei der Lage, welche hier vorgestellt ist, früher in dem rechten als in dem linken. Eine annähernde Messung des Drehungswinkels nach dem Maximum des Lichtabganges geschätzt, gab 13°. Begreiflich vertheilt sich dies bei der symmetrischen Lage der Zwillingsfläche gleich zu beiden Seiten derselben oder vielmehr der mit ihr Winkel von 45° einschliessenden Ebenen. Nun muss aber die Linie *Cm* die Lage der optischen Normale in der Ebene der Axen senkrecht auf die Mittellinie, oder zweiten Mittellinie *mB* haben, oder es muss der Winkel $cmt + tmw + wmu$ gleich sein dem Winkel

$umd' + d'mr$. Es ist aber $tmu = umd = 45°$, und $rmu =$ demselben gemessenen Winkel von 13°, sage $\frac{z}{2}$.

Nun ist nach der Angabe von Miller:

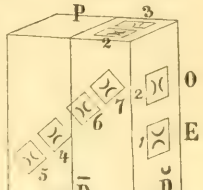
$$cmt = 9°26' \text{ und } d'mr = 21°38', \text{ also}$$

$$9°26 + 45° + \frac{z}{2} = 45° - \frac{z}{2} + 21°38' \text{ und daher}$$

$z = 12°12'$. Der Winkel von $rmC = Cmc$ wird aber $60°32'$ und $rmc = 121°4'$, oder das Supplement zu dem Winkel der Axen von $58°56'$ wie oben. Der Winkel, welchen in der Ebene der optischen Axen die Projection der Zwillingsfläche tx, mit der Mittellinie Bm einschliesst, oder Bmx ist $= 38°54'$, der Winkel tmC, welchen sie mit der Normale einschliesst $= 51°6'$.

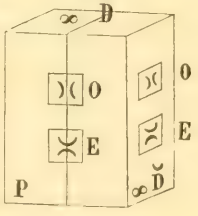
Pleochroismus. (23. October 1848.) In den Zwillingen E. Auf den Flächen P und $\infty\breve{D}$ unterscheidet man deutlich drei schöne Farbentöne (Fig. 6).

Fig. 6.



1. Dunkellauchgrün.
2. Helllauchgrün, deutlich gleich auf $0(P)$ und $\infty\breve{D}$.
3. Ölgrün, man würde besser sagen ölgelb, der hellste Ton überhaupt, auf der Fläche P. Man stelle den Krystall vor die senkrecht unter einander stehenden Bilder der dichroskopischen Loupe, so dass die Fläche $\infty\bar{D}$ horizontal ist, Fig. 7, und drehe ihn sodann um die verticale Axe, welche die optische Queraxe ist, indem die nun horizontale Fläche $\infty\bar{D}$ der Ebene der optischen Axe parallel liegt, so bleibt rund herum in dem untern extraordinär polarisirten Bilde E das hellere Lauchgrün unverändert, während in dem obern ordinären Bilde O auf P ölgelb, zu dem dunkler lauchgrünen O auf $\infty\breve{D}$ wechselt.

Fig. 7.



Man sollte nun erwarten, dass auf der Fläche $\infty\bar{D}$ senkrecht auf den beiden vorhergehenden, die beiden Farbentöne, heller ölgelb und dunkler lauchgrün nach der Elasticitätsebene orientirt, einen glänzenden Gegensatz geben sollten. Aber dies findet nicht Statt. Es erscheint zwar eine kleine Verschiedenheit in der Richtung dieser Ebenen, wie in Fig. 6 angedeutet ist, aber nur so, dass die Töne 4

und 6 gleich dunkler, die Töne 5 und 7 gleich lichter sind als die andern in den beiden Individuen.

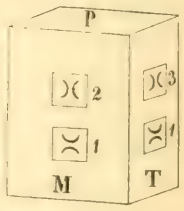
Man sieht, dass selbst noch in der Austheilung der pleochromatischen Töne hier ein Räthsel obwaltet, das wohl genauere Untersuchungen verdient. Jedenfalls gehört der heller lauchgrüne Farbenton und der beim Hindurchsehen durch Flächen, welche auf der Ebene der optischen Axe senkrecht stehen, erscheinende in dieser Ebene polarisirte Lichtstrahl, der extraordinäre Strahl *E* in Fig. 7 zusammen und zu dem Miller'schen Brechungs-Exponenten 1·860. Eben so gewiss ist von den übrigen beiden Exponenten der eine grösser der andere kleiner. Sie sind beide noch zu messen. Nach Herrn Jamin's oben angeführter Angabe aus dem Maximum des Polarisationswinkels, ist einer derselben = 1·378.

In Bezug auf Farbe überhaupt verdient noch bemerkt zu werden, dass parallel der Fläche $\infty \breve{D}$, (*b* Miller) oder der Ebene der Axe eine zahlreiche Abwechslung von Schichten sichtbar wird, zum Theil selbst von röthlichen Tönen, und verschieden genug von den zunächst liegenden um zu spiegeln, wobei öfters wahre grüne und rothe Interferenzstreifen sichtbar werden. Ein centrales Reflexionsbild einer Kerzenflamme zum Beispiel ist dann von zwei secundären, ganz nahe liegenden begleitet, von welchen bei einer Winkeldistanz der Schichtung von etwa 25° das gegen den ursprünglichen Gegenstand (etwa eine Kerzenflamme) zu liegende senkrecht auf die Einfallsebene das entfernter liegende in derselben polarisirt ist. Doch ist diese Erscheinung nicht häufig wahrzunehmen, und beschränkt sich auf einzelne Stellen der Krystalle.

2. Augit, aus dem Olivin von Kapfenstein im Steiermark Fig. 8 (29. Mai 1846). Im Ganzen dunkel lauchgrün.

1. Hauptaxe lauchgrün mittlerer
2. Querdiagonale ölgrün lichtester
3. Längsdiagonale { leberbraun ins Röthlichbraune } dunkelster } Ton.

Fig. 8.



Nebst den unterbrochenen Theilungsflächen in der Richtung des Prismas ∞A von 87°5′ erscheinen auch noch Spuren nach $\infty \breve{D}$ (*M*), weniger deutlich nach $\infty \bar{D}$ (*T*). Im extraordinären Bilde erscheinen beim Hindurchsehen durch *M* ein-

zelne gelbe Streifen, die bei kleinen Wendungen des Krystalls wechseln.

3. Augit. Grünlichgrau in das Olivengrüne geneigt, ein sogenannter Anthophyllit. (23. Oct. 1848.) Vorige Figur.

1. Hauptaxe	grünlichgrau	mittlerer	Ton.
2. Querdiagonale	honiggelb	dunkelster	
3. Längsdiagonale	strohgelb	hellster	

4. Hypersthen. Vom Ultenthal in Tirol. (23. Octob. 1848.) Bricht leicht vierkantig wie die Fig. 8 nach $\infty \breve{D}$ und $\infty \bar{D}$, ersteres deutlicher.

1. Hauptaxe	olivengrün	gleich heller	Ton.
2. Querdiagonale	dunkel honiggelb ins Blutrothe	dunkelster	
3. Längsdiagonale	olivengrün	gleich heller	

5. Hypersthen von Labrador [1]). Vorige Figur.

1. Hauptaxe	grau zum Theil grünlich	dunkelster	Ton.
2. Querdiagonale	hyazinthroth	mehr röthlich	mittlerer
3. Längsdiagonale	ins Nelkenbraun	mehr gelblich	hellster

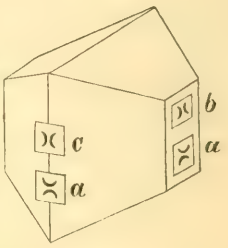
Nach den Ergebnissen der ersten Untersuchung wich die Orientirung der Farben nach den drei senkrecht auf einander stehenden Elasticitäts-Axen in den letzten vier Varietäten gänzlich ab von denen des Diopsides, aber ich war damals nicht auf diesen Unterschied aufmerksam. Fehlt auch selbst bei dem letzteren noch manches zu bestimmende Stück, so war es doch möglich schärfere Beobachtungen anzustellen, als bei den genannten. Eine Revision ist daher sehr wünschenswerth, aber sie eröffnet ein so weites Feld von Arbeit, dass man nicht so bald eine Vollendung erwarten dürfte, daher vor der Hand die wenigen ersten Beobachtungen als Anregung zu weiteren Forschungen aufgenommen werden mögen.

Als eine höchst wünschenswerthe parallele Reihe von Untersuchungen läge dann noch die vor, welche sich auf die durchsichtigen Varietäten des Amphibols bezöge. So viel ist gewiss, dass die Lage der Elasticitäts-Axen an der sogenannten basaltischen Hornblende, so wie am Strahlstein vom Greiner einigermassen der Lage derselben am Diopsid analog ist, insofern nämlich als sie nicht den Prismen-

[1]) Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften. I. Bd. 1848. S 311.

kanten parallel sind, und senkrecht auf denselben stehen. Aber schon aus den ersten Orientirungen stellt sich der merkwürdige Unterschied heraus, dass während beim Diopsid die in der Ebene der Abweichung (*b* Miller) liegenden Elasticitätsaxen die kleinen Winkel von 9° 26′ mit den die Prismenaxe von ∞A unter 45° schneidenden Richtungen machen, die eben in derselben Ebene liegenden Elasticitätsaxen am Amphibol die kleinen Winkel von etwa 10° mit den Prismenaxen von ∞A und den darauf senkrecht stehenden Linien einschliessen, so dass also bei möglichst paralleler Stellung der Individuen von Diopsid und von Amphibol die Elasticitätsaxen der einen ungefähr die Winkel halbiren, welche die Elasticitätsaxen der andern einschliessen.

Der Pleochroismus ist bei mehren Varietäten sehr deutlich. Er ist hier nach den, wie eben erwähnt, nur wenig abweichenden drei senkrechten Richtungen orientirt, die ich damals nicht unterschied, die sich aber nach der letzten Revision ganz unzweifelhaft auf die geneigten Linien beziehen.



Strahlstein von Arendal, krystallisirt, lauch-grün.

Farbe der { Axe *a* dunkelgrün etwas schwärzlich } dunkelster Ton.

Farbe der { Längsaxe *b* hell gelblich ; Queraxe *c* dunkel gelblich } lauchgrün { hellster ; mittlerer } Ton.

Das hellere Gelblichlauchgrün fast gelblichweiss zu nennen.

Basaltische Hornblende. Die bekannten schwarzen eingewachsenen Krystalle, in dünnen etwa $\frac{1}{8}$ Linie dicken Platten, auf Glas gekittet.

Axe	*a*	schwarz, undurchsichtig	dunkelster
Längsaxe	*b*	honiggelb, in das Orangegelbe	hellster
Queraxe	*c*	röthlichbraun	mittlerer

} Ton.

Merkwürdig ist der starke Contrast der Absorption bei dieser Varietät. Man glaubt einen Turmalin vor sich zu haben, aber mit dem Unterschiede, dass bei verticaler stehender Axe beider es beim Turmalin der in der Richtung der Axe polarisirte Strahl ist, welcher absorbirt wurde, während im Amphibol gerade umgekehrt der senkrecht (oder nahe senkrecht) auf die Axe polarisirte Strahl absorbirt

wird. In der dichroskopischen Loupe ist für Turmalin das ordinäre Bild schwarz, für Amphibol das extraordinäre. Der Turmalin ist ein negativer Krystall, der Amphibol wäre auf die verticale Axe bezogen ein positiver. Sehr deutlich zeigt sich die von der Krystall-Axe abweichende Richtung der Elasticitäts-Axe in den nach demselben Gesetze wie beim Diopsid zusammengesetzten Zwillingen.

Bei einer anderen Varietät von Amphibol, dem Carinthin von der Saualpe hat bereits Herr Bergrath Breithaupt die Verschiedenheit der Durchsichtigkeit hervorgehoben, je nachdem man die Prismen von 124° 22′ in der Richtung der kleinen Diagonale oder in der Richtung der grossen Diagonale betrachtet, wo sie in der ersten weniger durchsichtig sind als in der zweiten; er schätzt die Verschiedenheit bei gleichen Dicken dem Verhältniss von 1 : 4 gleich [1]). „Stücke in der geeigneten Diagonale geschliffen würden vielleicht „besser zu optischen die Licht-Polarisation betreffenden Vorrich„tungen gebraucht werden als Schörl [2])".

Indessen muss das Meiste oder eigentlich Alles in diesen Beziehungen erst durch spätere Forschungen sicher gestellt werden. Vielleicht werden die Studien der optischen Verhältnisse der hieher gehörigen Individuen manchen festen Haltpunkt in Beurtheilung der schwierigen Aufgaben in Bezug auf die Lage der kleinsten Theilchen in den ursprünglich gebildeten und in jenen gewähren, bei welchen Einflüsse späterer Veränderungen nachweisbar sind.

Form und Farbe des Weltzienits.

Von dem w. M. **W. Haidinger.**

Unser hochverehrter College, Hr. Professor Redtenbacher vertraute mir vor einiger Zeit eine Anzahl schöner Krystalle zur Untersuchung an, von einer neuen chemischen Verbindung, die ihm Herr Professor Weltzien in Karlsruhe mitgetheilt, und welche dieser mit einer Reihe von Untersuchungen beschäftigt, kürzlich dargestellt hatte. Herr Professor Weltzien wird selbst über die chemischen Verhältnisse nähere Nachrichten geben, vorläufig möge

---

[1]) Vollständiges Handbuch der Mineralogie 1836. I. Bd. S. 87.

[2]) Vollständige Charakteristik des Mineral-Systems. 1832. S. 135.

erwähnt werden, dass der eigentliche wissenschaftlich-chemische Name *Tetraethylammonium-Trijodid* ist, und die Formel $\left.\begin{matrix} C_4\,H_5 \\ C_4\,H_5 \\ C_4\,H_5 \\ C_4\,H_5 \end{matrix}\right\rangle NJ_3$.

Als kürzeren Namen, nach den Grundsätzen der specifischen Nomenclatur, bitte ich um Erlaubniss, dem Entdecker der schönen Krystalle zu Ehren, für die Species den Namen *Weltzienit* in Vorschlag zu bringen.

Die regelmässigen Formen des Weltzienits gehören in das pyramidale System. Die Krystalle, bis anderthalb Linien gross, zeigen gewöhnlich die in den Figuren dargestellten Formen $0\,.\,P\,.\,2P'\,.\,\infty P\,.\,\infty P'$. Nach den von Hrn. J. Schabus mir freundlichst mitgetheilten Ergebnissen seinen genauen Messungen sind die Axenkanten der Pyramide $= 121°26'$, die Kanten an der Basis $= 87°32'$, die Axe selbst $= 0\,958 = 1\,0.9136$. Die Krystalle sind meistens tafelartig zwischen den Flächen 0, der Base, zusammengedrückt, auch wohl gleichzeitig zwischen zwei der Prismenflächen ∞P, so dass sie längliche vierseitige Tafeln bilden.

Fig. 1.

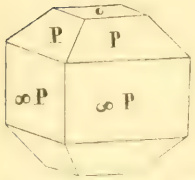
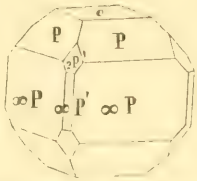


Fig. 2.



Die Farbe erscheint im Ganzen schwärzlichblau mit Diamantglanz. Bei näherer Betrachtung findet man, dass dies ein Gesammteindruck ist, welchen eine blaue Oberflächenfarbe zugleich mit der Körperfarbe hervorbringt, welche letztere zwar in sehr dünnen Krystallsplittern gelb aber überhaupt so stark absorbirt ist, dass die Krystalle undurchsichtig werden. Man beobachtet die Farbentöne einzeln wie folgt:

In Krystallen. Körperfarbe. Sehr dunkel röthlichbraun; in dünnen Splittern bei neunzigfacher Vergrösserung blassgelb bis dunkel röthlichbraun und endlich undurchsichtig. Der in der Richtung der Axe polarisirte Strahl stärker absorbirt, als der senkrecht auf die Axe polarisirte. In hellem Lichte sind etwa $^1/_2$ Linie dicke Krystalle senkrecht auf die Axe noch tief hyazinthroth durchscheinend, in der Richtung der Axe sind sie undurchsichtig. Oberflächenfarbe. Auf der Endfläche 0 in allen Azimuthen sehr schönes Lasurblau, senkrecht auf die Einfallsebene polarisirt. Auf allen Seitenflächen, ∞P, $\infty P'$, sehr schönes Lasurblau polarisirt in der Richtung der Axe.

Aufpolirt. Diamantglanz, Körperfarbe orangegelb, Oberflächenfarbe sehr schön lasurblau in allen Azimuthen, senkrecht auf die Einfallsebene polarisirt. Die letztere bei sehr grossen Einfallswinkeln durch wenig deutliches Violett in eben solches Gelblichweiss.

Zusatz zu dem Aufsatze: Über die Ursache des plötzlichen Erstarrens übersättigter Salzlösungen unter gewissen Umständen[1]*).*

Von **A. Lieben.**

In der Theorie, welche ich in der vorstehenden Abhandlung, über die Erscheinungen, die sich an einer in der Wärme gesättigten Lösung von schwefelsaurem Natron zeigen, aufstellte, habe ich nachzuweisen gesucht, dass sich zwei Salze mit verschiedenen Mengen Krystallwasser, nämlich $NaO, SO_3 . 10HO$ und $NaO . SO_3 . 7HO$, neben einander in derselben befinden. Es wurde daselbst erwähnt, dass diese beiden Salze wahrscheinlich einen Einfluss auf einander in Bezug auf ihre Löslichkeit ausüben, wodurch es möglich wird, dass die überstehende Flüssigkeit, nachdem in Folge von Abkühlung Krystalle von (7) herausgefallen sind, reicher an NaO, SO_3 ist, als eine derselben Temperatur entsprechende gesättigte Lösung von (10). Der folgende Versuch soll die Reactionen in der Löslichkeit, welche zwischen den beiden Salzen (10) und (7) obwalten, etwas heller ins Licht setzen.

Durch Abkühlung einer in der Wärme gesättigten Lösung von schwefelsaurem Natron verschaffte ich mir eine Flüssigkeit, welche Krystalle des Salzes (7) enthielt; das Kölbchen, in dem sich dieselbe befand, war durch einen Kork verschlossen, in welchen zwei abwärtsgebogene Röhren eingepasst waren. Gleichzeitig bereitete ich eine bei gewöhnlicher Temperatur gesättigte Lösung von (10), indem ich die Krystalle dieses Salzes unter zeitweisem Umschütteln längere Zeit mit Wasser in Berührung liess. Es wurde nun die Flüssigkeit von den Krystallen abgegossen; die eine der bei-

---

[1]) Dieser Zusatz wurde in der Classen-Sitzung am 27. Juli überreicht.

den Röhren am Kölbchen in dieselbe getaucht und an der anderen Röhre gesaugt. Auf diese Weise wurde also bei Abhaltung des Luft- (somit auch des Staub-)Zutrittes eine gesättigte (10)-Lösung von derselben Temperatur in das Kölbchen gebracht und es konnte ihre Wirkung beobachtet werden. Die Krystalle (7) verschwanden allmählich und beim Umschütteln wurde eine klare Lösung ohne Krystalle erhalten. Somit sind die Krystalle des Salzes (7) in einer gesättigten (10)-Lösung unauflöslich. — Wenn man dieses Resultat berücksichtigt, so erscheint es nun vollkommen klar, warum die Flüssigkeit, welche über den herausgefallenen Krystallen (7) steht und welche nach den dort entwickelten Vorstellungen eine gesättigte Lösung von (10) ist, nebst diesem Salze auch noch (7) gelöst enthält und warum sie daher, auch nachdem sie von den Krystallen (7) abgegossen wurde, durch den Zutritt der Luft oder durch einen eingetauchten Körper erstarren kann. Es ergibt sich ferner auf eine höchst einfache Weise all das, was beim Erwärmen einer Lösung, welche Krystalle von (7) abgesetzt hat, geschieht. Der Hergang ist dem bei der Abkühlung gerade entgegengesetzt. Beim Erwärmen nimmt nämlich das Wasser an Lösungsvermögen zu; ein Theil des in Lösung befindlichen (7) verwandelt sich dadurch in (10), die Vermehrung der vorhandenen Menge (10)-Lösung bewirkt aber eine theilweise Auflösung der am Boden befindlichen Krystalle (7) u. s. w. So wird beim allmählichen Steigen der Temperatur stets ein Theil des gelösten (7) in (10) übergehen, dadurch ein Theil der Krystalle (7) in die Flüssigkeit aufgenommen werden, bis jene ganz verschwunden sind und sich nur mehr (7) und (10) in der Lösung befinden. Bei noch fortgesetzter Erwärmung, wo das Wasser an Lösungsvermögen zunimmt, verwandelt sich immer vollständiger das (7) in (10), bis endlich bei der Temperatur, wo man ursprünglich die Lösung gemacht hat, nur mehr (10) sich in Lösung befindet.

Ebenso wie die Entziehung von Wasser (bei der Verdunstung) dieselbe Wirkung thut, wie fortgesetzte Abkühlung bei einer in der Wärme gesättigten Lösung von schwefelsaurem Natron, so gibt wieder anderseits ein Zusatz von Wasser dieselben Resultate wie fortgesetzte Erwärmung. Um mich davon zu überzeugen, stellte ich den oben beschriebenen Versuch wieder an, nur nahm ich diesmal reines Wasser anstatt der gesättigten (10)-Lösung. Nachdem das Wasser hineingesaugt worden war, verschwanden allmählich die Krystalle

(7) vom Boden des Gefässes und es wurde eine klare Lösung erhalten.

In der bereits erwähnten früheren Arbeit habe ich die Wirkung fortgesetzter Abkühlung auf die in der Wärme gesättigte Lösung von schwefelsaurem Natron bis an die äusserste Grenze verfolgt, ohne dabei auf das Gefrieren Rücksicht zu nehmen, welches nach Loewel zwischen — 16° und — 20° eintritt. Loewel [1]) gibt an, dass wenn man eine Lösung, die bereits Krystalle von (7) abgesetzt hat, zum Gefrieren bringt und hierauf die Masse erwärmt, ein Brei von (10)-Krystallen entsteht, indem die Krystalle (7) undurchsichtig und milchweiss werden. Diese Thatsache wird, wie mir scheint, aus der Eigenschaft der Krystalle (7) klar, sich wohl in einer gesättigten (10)-Lösung aufzulösen, aber bei unmittelbarem Zusatze von Wasser dieses zu absorbiren und wenigstens an der Oberfläche sich in (10) zu verwandeln. Im vorliegenden Falle schmilzt nämlich das Eis durch die Erwärmung und das entstandene Wasser dient theils dazu, das Salz zu lösen, theils auch das Salz (7) in (10) zu verwandeln, wobei es eben undurchsichtig wird; sobald nun einmal Krystalle von (10) entstanden sind, so leiten sie auf die bekannte Weise die Krystallisation in der ganzen Flüssigkeit ein.

Ob das Salz (7) sich in der gesättigten (10)-Lösung als solches auflöst, oder ob dabei irgend eine Veränderung eintritt, muss ich vor der Hand dahingestellt sein lassen und kann mich um so mehr mit der blossen Thatsache begnügen, als sie vollkommen zur Erklärung der gebotenen Erscheinungen hinreicht.

---

[1]) Annales de Chim. et de Phys. [3], XXIX, S. 62.

AUS DER GESAMMTSITZUNG VOM 26. MAI 1854.

In der Gesammtsitzung der kaiserl. Akademie am 27. Mai 1853 wurde der Termin für die im Jahre 1851 ausgeschriebene Preisfrage: „Was sind Druck- und Wärme-Capacität bei Gasen, die sich ausserhalb der Nähe der Liquefaction befinden, für Functionen der Dichte und Temperatur?“ welcher am 31. December 1852 abgelaufen war, bis zum 31. December 1853 verlängert. Zur festgesetzten Frist war aber keine Abhandlung eingelaufen, und die Akademie beschloss, diese Frage nicht zu wiederholen.

Für die dritte, der im Jahre 1852 ausgeschriebenen Preisfrage „Bestimmung der Massen der Planeten“ war gleichfalls am festgesetzten Termine, den 31. December 1853, keine Abhandlung eingesendet worden, und die Akademie beschloss, auch diese Frage nicht zu wiederholen.

In der Gesammtsitzung am 26. Mai 1854 wurden daher statt der obengenannten, nachfolgende zwei neue Preisaufgaben der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe angenommen und in der feierlichen Sitzung am 30. Mai publicirt:

Erste Preis-Aufgabe.

(Vorgeschlagen vom Director v. Littrow.)

Eine der fühlbarsten Lücken unserer gegenwärtigen astronomischen Kenntnisse ist der Mangel irgend umfassender Helligkeitsmessungen von Fixsternen. So sehr verdienstlich die bisherigen Leistungen dieser Art, besonders von Argelander, dann von Heis u. a. sind, so können dieselben doch, da sie lediglich auf Schätzungen mit freiem Auge beruhen, nur als Vorarbeiten betrachtet werden. So lang aber eigentlich photometrische Bestimmungen in grösserer

Anzahl fehlen, ist z. B. weder an völlig genügende Sternkarten noch an genauere Beobachtung der Lichtverhältnisse von sogenannten Veränderlichen zu denken. Da nun andererseits durch die Arbeiten von Steinheil, J. Herschel, Dawes etc. der Weg zu solchen Untersuchungen völlig angebahnt ist, so findet sich die kais. Akademie veranlasst, folgende Preisfrage auszuschreiben:

Es sind möglichst zahlreiche und möglichst genaue photometrische Bestimmungen von Fixsternen in solcher Anordnung und Ausdehnung zu liefern, dass der heutigen Sternkunde dadurch ein bedeutender Fortschritt erwächst.

Preis: Dreihundert Stück k. k. österreichische Münzducaten. Termin der Einsendung: 31. December 1856. Die Ertheilung des Preises erfolgt am 30. Mai 1857.

Zweite Preis-Aufgabe.

(Vorgeschlagen vom Prof. Schrötter.)

Im Jahre 1851 hatte die Akademie als Preisaufgabe die Bestimmung der Krystallgestalten in chemischen Laboratorien erzeugter Producte gestellt. Der Erfolg rechtfertigte die Wahl dieses Gegenstandes, denn die Akademie sah sich in der angenehmen Lage, in ihrer feierlichen Sitzung am 30. Mai 1853 einer Arbeit den Preis zuzuerkennen, die zur Erweiterung der Naturwissenschaft beitrug, indem durch dieselbe gerade auf dem noch so mangelhaft bearbeiteten, der Physik und Chemie gemeinschaftlichen Gebiete namhafte Lücken ausgefüllt wurden. Die Akademie hat den Grundsatz anerkannt, dass Preisaufgaben vorzüglich dann geeignet sind einen Einfluss auf die Richtung der Wissenschaft zu üben, wenn die von Zeit zu Zeit ausgeschriebenen in einem bestimmten, nahen Zusammenhange stehen, und dass nur auf diesem Wege die Forschungen und Bestrebungen in der Naturwissenschaft einem bestimmten Ziele zugelenkt werden können.

Die Akademie hat sich daher dafür entschieden, diesmal ihre zweite Preisaufgabe so zu stellen, dass sie gewissermassen eine, dem gemachten Fortschritte angemessene Erweiterung der oben genannten gelösten Aufgabe bildet. Wenn nämlich bei dieser Preisaufgabe die

Bestimmung der Abmessungen der Krystalle der in Laboratorien erzeugten Producte in den Vordergrund trat, so ist es bei der nun gestellten die Ermittelung der optischen Verhältnisse dieser Körper.

Die Preisfrage lautet daher:

Bestimmung der Krystallgestalten und der optischen Verhältnisse in chemischen Laboratorien erzeugter Producte.

Die Untersuchung der optischen Verhältnisse hat sich mindestens auf die Ermittelung der Flächen- und Körperfarbe, der inneren Dispersion, der Lage der optischen Axen, der Brechungs-Coëfficienten und des Farbenzerstreuungs-Vermögens zu erstrecken. Sehr erwünscht wird es sein, wenn die Bewerber ihre Untersuchungen auch noch auf die Absorption, die Ablenkung der Polarisations-Ebene durch circular polarisirende Lösungen, so wie auf andere Eigenschaften, die Bestimmung der Dichte etc. richten.

Es bedarf ferner, als im Geiste der Frage liegend, kaum der Erwähnung, dass es den Preisbewerbern unbenommen bleibt, auch Körper, deren Krystallform bereits bekannt ist, oder solche, die bisher blos in der Natur vorkommen, sowie Flüssigkeiten, in optischer Beziehung, in den Bereich ihrer Untersuchung zu ziehen.

Besonderes Augenmerk ist darauf zu richten, dass sich unter den untersuchten Substanzen solche befinden, die einer Reihe homologer organischer Verbindungen angehören. Es wird endlich gefordert, dass das Detail der Untersuchungen angegeben und gute Zeichnungen zur Erläuterung beigefügt werden.

Der Termin der Einsendung ist der 31. December 1856. Der Preis beträgt 250 Stück k. k. österreichische Münzducaten.

Die Zuerkennung des Preises erfolgt am 30. Mai 1857.

Zur Verständigung der Preiswerber folgen hier die auf die Preisschriften sich beziehenden Paragraphe der Geschäftsordnung der kaiserl. Akademie der Wissenschaften:

§. 46. Abhandlungen und Mittheilungen, welche der Akademie vorgelegt werden, können in jeder Landessprache der Monarchie oder in lateinischer Sprache verfasst sein, und werden in jener gedruckt, in welcher sie geschrieben sind.

§. 55. Die um einen Preis werbenden Abhandlungen dürfen den Namen des Verfassers nicht enthalten, sind aber, wie allgemein üblich, mit einem Wahlspruche zu versehen. Jeder Abhandlung hat ein versiegelter, mit demselben Motto versehener Zettel beizuliegen, der den Namen des Verfassers enthält. In der feierlichen Sitzung am 30. Mai eröffnet der Vorsitzende den versiegelten Zettel jener Abhandlung, welcher der Preis zuerkannt wurde, und verkündet den Namen des Verfassers. Die übrigen Zettel werden uneröffnet verbrannt, die Abhandlungen aber aufbewahrt, bis deren Verfasser sie zurück verlangen.

§. 56. Theilung eines Preises unter mehrere Bewerber findet nicht Statt.

§. 57. Jede gekrönte Preisschrift bleibt Eigenthum ihres Verfassers. Wünscht es derselbe, so wird die Schrift von der Akademie als gesondertes Werk in Druck gelegt. In diesem Falle erhält der Verfasser fünfzig Exemplare und verzichtet auf das Eigenthumsrecht.

§. 58. Die wirklichen Mitglieder der Akademie dürfen an der Bewerbung um die von ihr ausgeschriebenen Preise nicht Theil nehmen.

§. 59. Abhandlungen, welche der Veröffentlichung würdig sind, ohne jedoch den Preis erhalten zu haben, können mit Einwilligung des Verfassers entweder in den Schriften der Akademie oder auch als abgesonderte Werke herausgegeben werden.

In Folge besonderen Beschlusses behält sich die kaiserl. Akademie vor, Schriften, welchen zwar kein Preis zuerkannt werden konnte, die aber als der Berücksichtigung würdige wissenschaftliche Leistungen anerkannt wurden, nach Übereinkunft mit dem Verfasser zu honoriren und in Druck zu legen.

VERZEICHNISS

DER

EINGEGANGENEN DRUCKSCHRIFTEN.

(MAI.)

Anzeiger, für Kunde der deutschen Vorzeit. Nr. 5.

Akademie, Leopold-Carolinische, der Naturforscher. Verhandlungen. Bd. 24.

Archive de Physiologie de Thérapeutique et d'Hygiène. Par M. Bouchardat. Nr. 1. Paris 1854; 8°.

Flora. Nr. 9—24.

Accademia pontificia de nuovi Lincei, Atti. sess. 5.

Akademie, königl. preussische, der Wissenschaften, Monatsbericht. Mai.

L'Archeografo Triestino. Vol. 1—4. Trieste 1829—37; 8°.

Berliner Universitätsschriften a. d. J. 1853.

Bleeker, P. Oversigt der Geschiedenis van het Bataviaasch Genootschap von Kunsten en Wetenschappen. Van 1778—53. Batavia 1853; 4°.

— 3. Bijdrage tot de Kennis der ichthyologischen Fauna von Ceram.

— 4. Bijdrage tot de Kennis der ichthyologischen Fauna von Amboina. Batavia 1853; 8°.

(Cibrario), Memorie cronolog. e genealog. di Storia nazionale. Torino 1852; 4°.

(Cicogna), Clemente VIII Papa, Breve i. d. 15. Ag. 1603 ad Offredo degli Offredi ecc. Venezia 1854; 8°.

Gesellschaft, königl. sächsische, der Wissenschaften. Abhandlungen der philologisch-historischen Classe. Bd. 2, Bog. 1—26. Leipzig 1854; 8°.

Göttingen, Universitäts-Schriften a. d. J. 1853.

Greifswald, Universitäts-Schriften a. d. J. 1853.

Kiel, Universitäts-Schriften a. d. J. 1853.

Lotos, 1854. Nr. 2, 3, 4.

(Marcello Aless.), Relazione dell'Ambasceria a Constantinop. di Gianfranc. Morosini ecc. 1582—85 ecc. Venezia 1854; 8°.

Maury, M. F. Explanations and sailing directions 6. ed. Philadelphia 1854; 4°.

Mittheilungen a. d. Gebiete d. Statistik. Jahrgang III, Heft 1.

Nardo, G. D. sopra 2 specie di pesci pubblicate come nuove dal Prof. R. Molin. Venezia 1853; 8°.

— Notizie sullo sferococco confervoide delle venete Lagune ecc. Venezia 1853; 8°.

— Sunto di alcune osservazioni anatom. sull'intima struttura della cuta de'pesci ecc. Venezia 1853; 4°.

Orti, Manara G. G. Dei lavori architettonici di Fra Giocondo in Verona. Verona 1853; 8°.

— Cenni storici e documenti che risguardano Cangrande I, della Scala. Verona 1853; 8°.

Pamatky, archaeologické a místopirné ecc. D. I, s. 1, 2. Praze 1854; 4°.

Poggioli P., Nouvelle application de l'Electricité par frottement ecc. Paris 1854, 8°.

Reuß, Auguſt. Kurze Überſicht der geognoſtiſchen Verhältniſſe Böhmens. Mit 3 geologiſchen Überſichtskarten. Prag. 1854; 8°.

Romanin, S. Storia documentale di Venezia. Tom. II, pag. 1. Venezia 1854; 8°.

Schott, H. Analecta botanica Nro. 1. Vindobona 1854; 8°.

Society asiatic of Bengal. Journal, 1853. Nro. 6.

Stein, Friedr. Die Infusionsthierchen auf ihre Entwickelungsgeschichte untersucht. Leipzig 1854; 4°.

Verein, hiſtoriſcher, für Steiermark. Mittheilungen, 4. Graz 1854; 8°.

— Jahresbericht 1853—54.

Verein, siebenbürgischer, für Naturwissenschaften zu Hermanstadt. Verhandlungen, Bd. IV.

Viquesnel, A. Résumé des observat. géograph. et géolog. faites en 1847 dans la Turquie d'Europe. (Bulletin de la Société géolog. de France, 1853, 2 Série, T. X.

Zech, Astronomische Untersuchungen über die wichtigeren Finsternisse, welche von den Schriftstellern des classischen Alterthums erwähnt werden. Leipzig, 1853; 4°.

Übersicht der Witterung in Österreich im April 1854.

Die Trockenheit, welche im März herrschte, dauerte in den meisten Gegenden auch noch bis zum 21. April fort, bis zu welchem Tage bei ungewöhnlicher Heiterkeit des Himmels fast gar kein atmosphärischer Niederschlag stattfand.

Beobachtungsort.	Mittlere Temperatur Réaumur	Maximum Tag	Maximum Temp.	Minimum Tag	Minimum Temp.	Mittlerer Luftdruck. Par. Lin.	Maximum Tag	Maximum Temp.	Minimum Tag	Minimum Temp.	Dunstdruck Par. Lin.	Niederschlag Par. Lin.	Herrschender Wind	Anmerkungen.
Ragusa [1]	+11°05	8·7	+17°0	14·3	+4°2	336‴88	14·3	340‴81	29·3	330‴03	3‴00	15‴00	SO.	*Am 8. u. 12. um 3ʰ Nachm. +15°8.
Mailand	+10·33	10·	+20·2	14.	+2·7	332·84	14·5	338·41	28·7	326·16	3·07	23·55	SW.	Am 24. um 0ʰ 32′ Mittags **Gewitter**.
Meran	+10·31	10·6	+19·8	27·3	+2·0	325·92	14·3	330·79	23·6	318·96	–	3·10	NW.	Am 13. +19°7.
Triest [2]	+10·29	12·6	+18·4	25·3	+3·0	338·54	14·3	344·00	28·9*	331·70	–	50·50	ONO.	Am 25. Regen mit Schnee, *am 23.9: 331‴80.
Venedig	+ 9·73	12.6 13.9	+14·8	25·3	+4·0	336·71	14·3	342·56	23·9*	330·06	3·55	21·07	NO.	*Am 28.6: 330‴11, am 13.u.14., dann v. 24.—26. stürm.
Bregenz	+ 8·26	12·6	+19·0	26·4	+1·1	—	—	—	—	—	—	14·52	S.	Am 20. u. 25. St. a. S. W. u. S., am 30. Schnee. [a. W.
Fünfkirchen	+ 7·83	21·6	+18·4	15·3	–0·2	332·58	14·3	337·95	28·9	325·86	–	10·41	SW. u. SO.	Am 13. u. 17. stürmisch, am 30. Mittags **Donner** a. W.
Alt-Gradisca [3]	+ 7·82	10.6 21.6	+18·9	5·3ᵃ	+0·1	335·09	14·3	340·76	28·9	328·08	2·81	11·68	NW.	*Am 15. +0·2.
Innsbruck	+ 7·70	11·6	+16·4	26·3	–0·4	—	—	—	—	—	—	—	NW. u. SO.	
Wien [4]	+ 7·59	21·	+20·4	14·	1·4	330·91	13·5	337·24	22·9	323·02	1·77	2·36	NW.	
Olmütz	+ 7·45	21·6*	+19·8	14·3	–0·6	330·16	13·6	336·27	22·9	322·48	—	—	—	*Am 16. +19·2.
Gran	+ 7·37	20·6	+16·3	14·3	–0·8	—	—	—	—	—	—	3·59	NW.	Am 4. Sturm a. N., am 24. Ab. **Blitze** im Westen.
Pressburg	+ 7·37	21·6	+18·0	13·3	+1·2	333·02	13·3	338·36	23·3	324·86	–	—	NW.	Am 22. 5ʰ Ab. **Gewitter**, am 23. Ab. Wetterleuchten.
Laibach [5]	+ 7·32	10·6	+19·0	15·3	2·1	327·03	14·3	332·26	23·6	320·08	–	45·15	SW.	Am 17. Nachm. Sturm.
Holitsch [6]	+ 7.27	21·6	+19·6	13·9	0·0	331·65	13·5	337·77	23·4	324·06	2·09	6·84	NO.	Am 13. Sturm a. S., am 17. a. O. u. NO., am 22. a. S.
Debreczin	+ 7·24	21·6	+17·4	13·3	1·2	333·49	14·4	338·86	23·6	327·05	—	6·58	N.	Am 30. **Gewitter** mit Hagel.
Cilli [7]	+ 6·97	10·6	+18·6	6·1	–1·2	329·53	14·1	337·54	23·6	321·79	2·30	23·84	NO.	
Linz	+ 6·75	21·6	+18·3	2·3	+0 2	—	—	—	—	—	–	14·83	W.	Am 3. 12. 23., dann vom 27. bis 29. stürmisch, am 25.3
Klagenfurt [8]	+ 6·72	10·	+20·7	14·	–4·7	320·60	14·3	326·08	23·6	313·14	2·32	10·72	NW.	[+1°0.
Prag	+ 6·59	21·	+18·5	25·	1·3	330·04	13·	336·76	22·	321·80	2·14	15·77	W.	
Obervellach	+ 6·54	9·6	+16·8	5·3	3·6	312·53	14·3	316·83	23·6	306·57	1·79	5·02	O.	[Hagel u. Graupen.
Brünn	+ 6·51	21·	+18·6	13·	4·8	329·92	13·3	336·32	23·9	322·49	2·00	8·41	N.	Am 3. u. 10. Sturm, vom 28. bis 30. öfters Regen, Schnee,
Lienz [9]	+ 6·48	10·6	+16·6	5·3	–1·2	313·14	14·3	318·10	23·6	306·40	1·98	3·69	NW.	Am 4. Sturm aus NW., am 29. Hochgebirgssturm.
Kremsmünster	+ 6·24	21·	+17·9	14·2	–1·7	323·61	13·4	329·29	22·7	315·38	2·22	33·05	W.	Am 4. a. W., am 12. 13. u. 14. stürmisch a. NW. u. O.
Adelsberg	+ 6·07	10·6	+17·1	26·3	–2·0	316·80	14·3	321·80	28·6	310·52	—	47·98	N.	Am 25. Schnee, am 30. Mittags 2ʰ **Donner**.
Weissbriach	+ 6·02	10·6	+16·0	14·3	–2·5	—	—	—	—	—	—	—	—	
St. Paul	+ 6·01	10·6	+17·4	15·3	–3·4	321·90	14·3	326·46	23·6	313·81	2·11	8·48	NW.	[hagel.
Pilsen	+ 6·01	21·6	+17·2	25·3	–1·3	326·15	13·3	332·04	22·9	318·19	—	9· 7	W.	Vom 27. bis 30. stürmisch a. W. mit Schnee u. Graupen.
Czernowitz	+ 5·98	22·6	+19·5	13·3	–3·2	327·41	14·3	332·98	29·6	319 86	–	4·05	NW.	Am 12. Regen u. Schnee, am 4. 6. 8. 10. Sturm a. NW.
Tröpelach	+ 5·96	10·	+17·4	14·3	–1·0	315·15	14·3	320·24	23·6	308·15	2·12	24·30	SO.	
Althofen	+ 5·94	10·6	+17·2	14·3	–2·8	—	—	—	—	—	1·79	5·90	NO.	
Schössl [10]	+ 5·79	21·6	+15·6	25·3	–2·4	325·75	13·6	331·89	22·6	317·93	2·10	6·50	NO. u. SW.	Am 7. 9. u. 27. stürmisch, am 16. Ab. **Gewitter** geg. NO.

[1]) Ragusa, am 4. früh starker Sturm aus NO.; am 13. aus W.; am 28. und 29. wurden ungewöhnliche **Barometer-Schwankungen** beobachtet. **Minimum der Feuchtigkeit** am 13. 6, 16 Procente. — [2]) Triest, am 5. 6. 8. 9. 10. 16. und 20. Nebel auf dem Meere. **Minimum der Feuchtigkeit** am 13. 9,30° nach Saussures Hygrometer. — [3]) Alt-Gradisca, am 23. um 5ʰ Ab. im Süden, am 24. um 2ʰ 15′ im SW. **Donner**, am 23. Ab. **Wetterleuchten** im O., am 29. Vor- und Nachmittag Sturm aus ONO., am 30. von 1ʰ 48′ bis 2ʰ 35′ starker Sturm aus W., am 31. dichter Nebel, am 22. erster Regen im April. **Minimum der Feuchtigkeit** am 21. 6, 32 Procente. — [4]) Wien, am 6. 2ʰ früh glänzender horizontaler **Nebenmond**, am 13. 6 **seltener Psychrometerstand**, Eisbildung bei +5° **Minimum der Feuchtigkeit** am 13. 6, 16 Procente. — [5]) Laibach, die Summe des Niederschlages 45‴15 ist aus den Tagen vom 22. — 30. April. vom 1. — 21. war kein Niederschlag. **Minimum der Feuchtigkeit** am 20. 6, 17 Procente. — [6]) Holitsch, am 23. Ab. **Wetterleuchten** gegen Osten. **Minimum der Feuchtigkeit** am 20. 6, 17 Procente — [7]) Cilli **Minimum der Feuchtigkeit** am 15. 6, 23 Procente. — [8]) Klagenfurt. **Minimum der Feuchtigkeit** am 4. 6. 10. 6 u. 14. 6, 23 Procente. — [9]) Lienz, **Minimum der Feuchtigkeit** am 7. 6 u. 8. 6, 19 Procente. — [10]) Kremsmünster, am 8. um 7ʰ 45′ Ab. **Feuerkugel** im Horizonte gegen W. durch 2″ mit flammenden Strahlen sichtbar. Bis zum 22. war die Luft **ausserordentlich trocken** und ohne Niederschlag, der Ozongehalt der Luft sehr gering, die Vegetation entwickelte sich wegen der grossen Trockenheit nur langsam. **Minimum der Feuchtigkeit** am 13. 5, 17 Procente. Am 23. um 2ʰ und 4ʰ ferne Gewitter, darauf rasche **Wärmeabnahme**, am 25. Eis und Schnee; vom 28. bis 30. öfter Graupenfall und Schneegestöber. — [11]) Schössl, schnelle **Wärmeabnahme** am 23. 24. 25. und 26. schädliche Fröste, am 28. Schneestürme, am 30. noch 1½ Zoll hohen Schnee. **Minimum der Feuchtigkeit** am 13. 6 u. 20. 6, 32 Procente.

Beobachtungsort.	Mittlere Temperatur Réaumur	Maximum		Minimum		Mittlerer Luftdruck. Par. Lin.	Maximum		Minimum		Dunstdruck Par. Lin.	Niederschlag Par. Lin.	Herrschender Wind	Anmerkungen.
		Tag	Temp.	Tag	Temp.		Tag	Luftdr.	Tag	Luftdr.				
Stanislau	+5°74	21·6	18°0	13·3	−3°0	327‴77	14·3	333‴41	29·6	320‴74	1‴97	2‴59	N.	Am 10. 12. u. 29. Regen, am 4. 12. u. 17 Schnee.
Wildbad Gastein	+5·70	12·6	16·7	13·4	−1·7	—	—	—	—	—	—	—	SO.	
St. Jakob	+5·70	7·6	11·7	14·3	0·0	302·50	14·3	306·67	23·6	295·79	2·03	17·30	SO.	Schnee.
Rzeszow [1])	+5·69	20·6	18·8	13·3	−2·8	329·79	14·3	336·78	29·3	322·74	2·21	4·01	SW.	Am 10. 12. 21. 23. 24. 29. wenig Regen, am 4. 8. 12.
Czaslau [2])	+5·68	21·6	18·5	13·3	−2·0	327·74	13·3	332·83	23·6	319·68	2·18	19·60	NW.	Vom 28. bis 30. stürmisch mit Regen u. Schnee.
Bodenbach	+5·60	21·6	16·2	14·3°	−2·0	333·25	13·3	339·52	22·9	324·74	—	8·96	NW.	Am 27. stürm., am 4. 24. u. 26. etwas Schnee, °am 25.
Strakonitz [3])	+5·46	21·6	18·0	14·3	−2·7	322·93	13·3	328·57	22·7	314·83	2·00	15·11	W.	Am 3. 4. 23. 29. 30. Stürme a. W. [−1°0.
Krakau [4])	+5·45	21·	17·7	13·	−2·2	329·88	13·4	336·50	23·3	322·32	2·05	7·57	W.	Am 3. 4. 7. 8. 24. Stürme aus W., WNW. u. N.
Kronstadt	+5·40	22·5	16·0	14 3/4	−3·5	315·49	13 1/2 14 3/4	319·86	29·5	308·12	—	30·79	—	*Am 16.3 —3°4, Stürme am 5. 6. 7. 8. 10. 11. 12. 28. 29.,
Wallendorf [5])	+5·38	22·6	18·3	14·3	−4·0	323·18	14·3	328·32	29·3	316·23	2·09	18·92	NO.	Am 16.3 +1°6. [am 24. etwas Hagel.
Trautenau [6])	+5·34	24·5	17·1	13·3°	2·4	321·82	13·3	327·79	23·5	314·12	—	25·74	SW.	Am 3. 17. 24. u. 28. Stürme a. N. u. NW.
S. Magdalena [7])	+5·18	10·6	15·1	26·3°	−2·5	305·99	14·3	310·15	28·6°	292·80	1·93	31·17	No. u. SW.	*Am 14. 3. u. 25.3 — 2,2, °am 23.6 292‴84.
Schemnitz [8])	+5·04	21·6	14·7	13·3	−2·7	314·92	14·3	319·70	29·3	308·76	—	26·76	NW.	Am 23. Ab. **Gewitter.** [selnden Reg. Schnee u. Hagel.
Pürglitz	+4·95	21·6	16·5	25·3	1·4	325·28	13·5	331·32	22·8	317·26	2·73	16·86	W.	Am 23. 12h **Gewitter,** vom 26. bis 30. stürm. mit abwech-
Leutschau	+4·83	21·6	15·1	13·3	−2·3	325·29	13·9	330·10	24·3	319·19	—	5·14	NW.	Am 3. 4. 8. 12. u. 24. Stürme a. N. u. NW., am 30. Schnee.
Oderberg	+4·80	21·6	18·0	13·3°	−2·8	—	—	—	—	—	—	6·59	N.	°Am 19.3 — 2°1.
Saybusch [9])	+4·73	21·6	15·2	13·3	−2·6	324·60	13·6	330·51	23·3	317·14	2·00	4·11	NW. u. SW.	Am 3. 7. 8. 10. stürmisch a. NW., am 21. 22. u. 28. a. SW. [u. S.
Saifnitz	+4·71	10·6	15·2	25·3	−0·6	—	—	—	—	—	—	—	—	
St. Peter	+4·68	11·6	13·2	14·3	−2·8	291·67	14·3	295·66	23·6	285·44	1·86	6·14	NO.	
Reichenau	+4·51	22·6	16·0	26·3	−2·3	314·58	13·6	319·74	22·9	308·17	—	—	NW.	Am 23. 7h Ab. **Gewitter** von NW. nach S., am 29. Mit- [tags Sturm a. NNW.
Malnitz	+4·46	10·6	12·7	26·3	−1·5	—	—	—	—	—	—	—		
Obir I.	+4·37	10·6	21·0	26·3	−3·0	—	—	—	—	—	—	—		
Deutschbrod	+4·21	21·6	16·4	14·3	−3·8	—	—	—	—	—	—	16·85	NW.	Vom 28. bis 30. stürm. mit abw. Regen, Schnee u. Hgl.
Plan	+4·04	17·6	12·0	25·3	−1·0	274·20	6·3	277·78	23·6	269·05	—	—	O. u. NO.	Am 22. u. 23. starker Nebel.
Lemberg	+3·95	23 24 25 6	16·0	13·3	−4·0	325·26	14·3	330·95	29·9	318·70	—	4·36	W. u. NW.	Am 8. stürmisch a. W. mit Schneegestöber.
Kesmark	+3·80	21·6	15·4	14·3	−4·4	313·63	14·3	318·60	29·3	306·88	—	3·53	N.	
Kremsalpe	+3·36	10·6	10·5	5·3	−3·3	—	—	—	—	—	—	—		
Raggaberg	+1·84	11·6	9·5	26·3	−5·5	—	—	—	—	—	—	—		
Obir III.	+1·68	12·6	13·5	26·3	−7·5	—	—	—	—	—	—	—		
S. Maria	−1·42	9·6	5·5	25·3°	−8·5	—	—	—	—	—	—	19·05	N.	°Am 26. u. 27 — 8°0.
Szegedin	—	20·6	17·6	5·3	+0·9	—	13·9	340·67	—	—	—	—	NO.	
Udine	—	—	—	—	—	334·82	14·3	339·24	23·9	327·44	—	—	OSO. WSW.	Vom 21. bis 30. **viel Regen.**

Magnetische Störungen.

Am 11. (stark); 22. 24. 27.

---

[1]) Rzeszow, **Minimum der Feuchtigkeit** am 20.6, 19 Procente, am 6. Ab. 6′ horizontale **Nebensonne.** — [2]) Czaslau, **Minimum der Feuchtigkeit** 20.6, 23 Procente — [3]) Strakonitz, **Minimum der Feuchtigkeit** am 16.6, 16 Procente. — [4]) Krakau, am 4. um 7h 39′ Ab. wurde eine rothe **Feuerkugel** im Sternbilde des kleinen Bären bis Arcturus beobachtet, dieselbe erschien grösser als Venus. **Minimum der Feuchtigkeit** am 21.6 u. 22.6, 23 Procente. — [5]) Wallendorf, am 4. 10h 15′ Ab. wurde eine glänzende **Feuerkugel** im SO. gesehen, **Stürme** waren am 4. Nachm. aus NW., am 8. Ab. aus W., am 18. und 26. Nachts aus NO., am 24. erster Donner, am 30. um 3h **Gewitter** aus SW. mit **Hagel. Minimum der Feuchtigkeit** am 18.6, 24 Procente. — [6]) Trautenau, der **Schneesturm** am 24. früh von 0h 30′ bis 5h 45′ deckte Dächer ab, vom 28. bis 30. stürmisch mit Schnee. — [7]) S. Magdalena **Minimum der Feuchtigkeit** am 12.6, 26 Procente. — [8]) Schemnitz, am 29, 6h 36′ Ab. wurde ein **Erdstoss** wahrgenommen. — [9]) Saibusch, **Minimum der Feuchtigkeit** am 19.6, 26 Procente.

Beobachtungsort.		Mittlere Temperatur Réaumür	Maximum Tag	Maximum Temp.	Minimum Tag	Minimum Temp.	Mittlerer Luftdruck. Par. Lin.	Maximum Tag	Maximum Luftdr.	Minimum Tag	Minimum Luftdr.	Dunstdruck Par. Lin.	Niederschlag Par. Lin.	Herrschender Wind	Anmerkungen.
Nachträglich eingesendet wurden:															
Zavalje	Jänner .	+1°08	9·6	+10°0	1·9	— 7°2	—	—	—	—	—	—	35‴41	N.	Am 5. Sturm a. SW., am 27. a. N.
Triest	.	+3·61	3·6	+ 9·1	13·3 15·3	— 3·0	337‴48	28·	341‴60	19·3	330‴00	–	6·25	ONO.	Am 4. um 7h M. Neb. auf dem Meere, am 10. 19. Schnee.
Pesth	Febr. .	+0·57	7·6	+ 9·5	15·3	— 8·0	333·14	5·3?	337·79	18·6	327·97	1·68	9·11	NW.	
Rzeszow	.	—2·27	7·6	+ 5·8	15·3	—13·4	327·95	14·5	334·88	9·9	322·57	1·52	14·36	SW.	Oft stürmisch. [stürmisch a. ONO.
Triest [1])	.	+6·41	31·6	+12·8	20·3	+ 1·0	339·89	3·3	344·80	24·9	335·00	—	10·00	ONO.	Am 12. u. 13. um 7h Mg. Nebel auf dem Meere, am 27. Fr.
Pesth	.	+3·33	31·6°	+10·5	8·3	— 4·2	336·03	7·9	341·68	24·6	330·26	2·09	6·19	NW.	Oft stürmisch, °am 13·6 + 10°4.
Alt-Gradisca [2])	.	+3·31	12·6	+13·7	8 3	— 4·1	336·92	3.3	342·33	24·6	330·60	1·77	0 93	NNW.	Am 25. 5h Ab. Sturm aus NNW.
Pressburg	.	+3·31	11·6	+11·7	?	—	334·58	3.3	340·13	24·3	328·98	—	1·10	NW.	
Zavalje	März .	+1·87	12·6°	+10·9	8·3	— 6·9	—	—	—	—	—	—	—	N.	Am 21. 22., dann 24 u. 25. St. a. N.; °) am 26. +10°2.
Gastein	.	+1·86	13·6 14·6	+10·7	3·4	- 7·0	—	—	—	—	—	—	—	SO.	
Markt-Aussee	.	+0·55	13·6	+ 9·0	2·4°	— 9·4	315·04	5·4	320·03	26·4	310·80	—	—	SW.	°) Am 19. —8°2.
Rzeszow	.	+0·43	30·6	+ 7·4	8·3	—10·5	331·29	2·8	338·23	26·3	323·06	1·83	23·45	SW.	
Jolsva	.	+0·37	10·6 12·6	+15·0	8·3	—10·0	—	—	—	—	—	—	—	N.	
Alt-Aussee	.	0·00	12·6	+ 8·8	18·3°	— 7·0	303·83	5·4	308·28	14·3 25·3	300·01	1·69	51·17	W.	°) Am 2, —4°8, am 19. —5°8.
Senftenberg [3])	.	—0·38	30·6	+ 6·3	8·	—14·0	323 17	2·9	328·99	26·3	316·27	1·79	35·94	NW. u. N.	Sehr viele stürmische Tage besonders am 23. u. 25.
Hermannstadt [4])	.	— 0·50	30·6	+ 9·4	4·3	—16·6	322·92	2·9	328·76	24·6	316·69	1·41	9·66	N.	Stürme am 6. 12. 23. 24. u. 26. aus WNW. u. NW.
Kesmark	.	—1·08	31·6	+ 8·4	8·3	—16 8	314·90	5·4	320 31	26·3	307·81	—	11·30	N.	Am 2. —12·1, am 22. —8·1, am 10. +6·8, am 6. [Schneesturm.

[1]) Triest, in der Nacht vom 18. auf 19. Februar fielen 2″ Schnee. — [2]) Alt-Gradisca, am 3. März um 12h 19′ Mittags **Erdstoss** mit rollender Bewegung aus SSW. durch 3″. Gleichzeitiger Barometer-Stand: 341‴25, Temperatur der Luft: +1°, Bewölkung: gleichmässig verwaschener Stratus. Auch in Neu-Gradisca wurde dieser Erdstoss verspürt. Am 12. 4h 11′ Morgens leichter rollender Erdstoss aus SSW. durch 2″ — [3]) Senftenberg, am 5. von 2h 50 — 3h 10′ grosser Sonnenhof und hellglänzende **Nebensonne.** — [4]) Hermannstadt, am 9. März noch — 13°4, am 12. nahezu das monatliche Maximum der Temperatur +8°8.

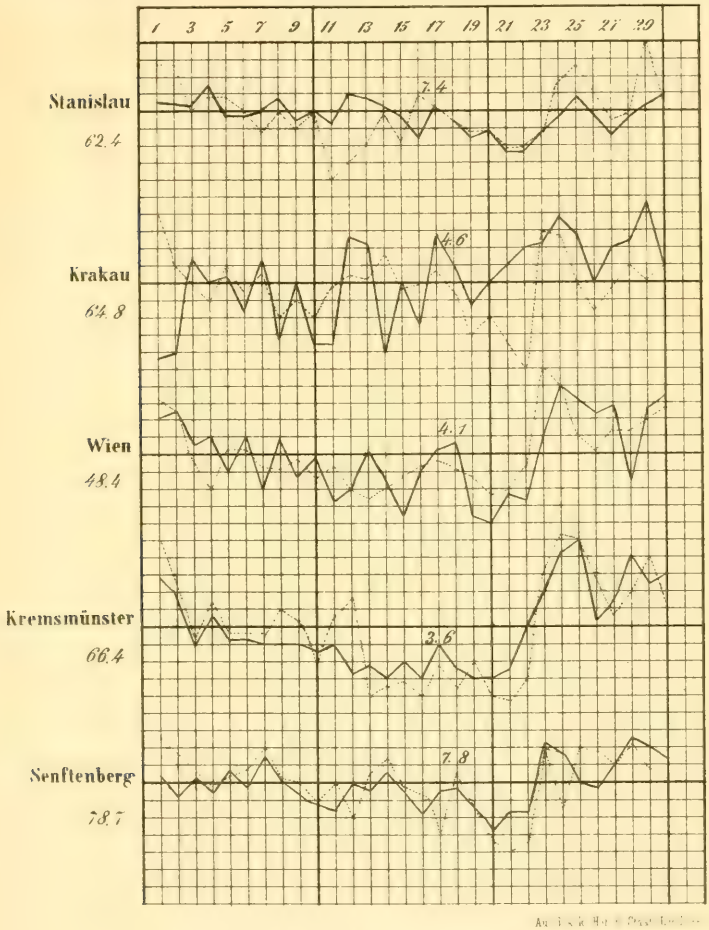
Anmerkung. Die Herren Beobachter werden ersucht ihre Einsendungen wo möglich so zu beschleunigen, dass die Beobachtungen bis zum 20. eines jeden Monats hier anlangen, weil sie sonst in die Nachträge gesetzt werden müssen.

Gang der Wärme und des Luftdruckes im April 1854.

Die punctirten Linien stellen die Wärme, die ausgezogenen den Luftdruck dar.
Die beigeschriebenen Zahlen sind Monatmittel, denen die stärkeren Horizontallinien entsprechen.
Ein Netztheil entspricht bei der Wärme einem Grad Réaumur, beim Luftdrucke einer Pariser Linie.

Gang der Feuchtigkeit und des Ozongehaltes der Luft im April 1854.

Die punktirten Linien stellen die Feuchtigkeit, die ausgezogenen den Ozongehalt dar.
Die am Rande befindlichen Zahlen sind die Monatmittel der Feuchtigkeit, jene zwischen den Curven die Monatmittel des Ozongehaltes.
Den Monatmitteln entsprechen die stärkeren Horizontallinien.
Ein Netztheil beträgt für die Feuchtigkeit 5 Procente, für den Ozongehalt einen Theil der Farbenscala, welche vom völligen Weis bis zum tiefsten Blau zehn Abtheilungen enthält.



3 2044 093 282 887